

«УТВЕРЖДАЮ»
Ректор Российско-Таджикского
(Славянского) университета
д.э.н., профессор Файзулло М.К.

«13» *сентября* 2025 г.

ОТЗЫВ

ведущей организации на диссертацию Ахмадова Фарваридина Муфазаловича на тему «Построение решений одного класса интегральных уравнений Вольтерра с граничными особыми и сильно-особыми линиями» представленную на соискание учёной степени кандидат физико-математических наук, по специальности 01.01.02 – Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Актуальность избранной темы. Интегральные уравнения типа Вольтерра являются одним из важнейших разделов теории интегральных уравнений. Многие задачи прикладного характера приводят к изучению интегральных уравнений третьего рода, которые теснейшим образом связаны с интегральными уравнениями типа Вольтерра с граничными и внутренними особыми и сильно-особыми точками и линиями. Методы исследования таких уравнений разрабатывались в трудах многих выдающихся ученых, таких как С.Г. Михлин, Н.И. Мусхелишвили, Ф.Д. Гахов, И.Н. Векуа, А.В. Бицадзе, В.И. Смирнов, Л.Г. Михайлов, А.Д. Джураев, Н. Раджабов и др.

В исследованиях Н. Раджабова и Л.Н. Раджабовой рассмотрены одномерные, двумерные и некоторые случаи многомерных интегральных уравнений типа Вольтерра второго рода с фиксированными граничными и внутренними сингулярными или сверх - сингулярными точками, линиями или областями.

Диссертационная работа Ахмадова Ф.М. посвящена изучению интегральных уравнений Вольтерра с граничными особыми и сильно-особыми линиями.

Основным объектом диссертационной работы является изучение в области $D = \{(x, y) : a < x < a_1, b < y < b_1\}$ с граничными линиями $\Gamma_1 = \{y = b, a < x < a_1\}$, $\Gamma_2 = \{x = a, b < y < b_1\}$ интегральное уравнение типа Вольтерра с граничными особыми линиями вида:

$$\begin{aligned}
 u(x, y) + \int_a^x \left[p + q \ln \left(\frac{x-a}{t-a} \right) \right] \frac{u(t, y)}{t-a} dt + \int_b^y \left[\lambda + \mu (\omega_b^\beta(s) - \omega_b^\beta(y)) \right] \frac{u(x, s)}{(s-b)^\beta} ds + \\
 + \int_a^x \left[p_1 + q_1 \ln \left(\frac{x-a}{t-a} \right) \right] \frac{dt}{t-a} \int_b^y \left[\lambda_1 + \mu_1 (\omega_b^\beta(s) - \omega_b^\beta(y)) \right] \frac{u(t, s)}{(s-b)^\beta} ds = f(x, y),
 \end{aligned} \tag{1}$$

где $p, q, \lambda, \mu, p_1, q_1, \lambda_1, \mu_1$ – заданные коэффициенты, $\beta > 1$, $f(x, y)$ – заданная функция, $u(x, y)$ – искомая функция, $\omega_b^\beta(y) = [(\beta-1)(y-b)^{\beta-1}]^{-1}$.

Соответствие содержания диссертации заявленной специальности или отрасли науки. Содержание диссертации Ахмадова Фарвариддина Муфазаловича на тему «Построение решений одного класса интегральных уравнений Вольтерра с граничными особыми и сильно-особыми линиями» соответствует паспорта специальности 01.01.02 – Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление. Диссертацию можно считать разделом вещественного, комплексного и функционального анализа (смежная специальность 01.01.01 – Вещественный, комплексный и функциональный анализ).

Степень обоснованности научных положений, выводов и рекомендаций, сформулированных в диссертации. Степень обоснованности научных результатов в диссертации подтверждается строгими математическими доказательствами, полученными в результате применения общих методов теории дифференциальных и интегральных уравнений, метод получения интегральных представлений. Кроме того, в работе использован метод решения интегральных уравнений типа Вольтерра с фиксированной сингулярной точкой, а также методы, разработанные в работах Н. Раджабова и Л. Н. Раджабовой.

Достоверность и научная новизна исследований. Достоверность результатов, полученных в диссертационной работе, определяется обоснованными теоретическими выкладками и строгими доказательствами, опирающимися на методы интегральных и дифференциальных уравнений. Результаты диссертации являются новыми и состоят в следующем:

1. Получены явные представления многообразия решений двумерного интегрального уравнения типа Вольтерра с особыми ядрами, когда корни характеристических уравнений принимают все возможные значения и коэффициенты уравнения связаны определенными равенствами;

2. В постановке и решении задач типа Коши изучаемого интегрального уравнения в случае, когда коэффициенты связаны определенными равенствами;

3. В получении многообразия решений в виде обобщенного степенного и функционального рядов двумерного интегрального уравнения типа Вольтерра с

особыми ядрами, когда коэффициенты уравнения не связаны определенными равенствами.

Теоретическая и практическая значимость полученных результатов

Работа носит теоретический характер и ее результаты могут быть использованы для дальнейшего развития теории многомерных интегральных уравнений типа Вольтерра с особыми линиями, в различных прикладных вопросах, также могут быть использованы в научных учреждениях и вузах, где ведутся исследования по теории интегральных уравнений, например, в Московском государственном университете им. В.И. Ломоносова, Самарском государственном университете, Казанском (Приволжском) федеральном университете, Национальный университет Узбекистана имени Мирзо Улугбека, Институте математики им. А. Джураева НАН Таджикистана, Таджикском национальном университете, Таджикском государственном педагогическом университете им. С. Айни, Худжандском государственном университете им. Б. Гафурова, Бохтарском государственном университете им. Носира Хусрава и др.

Оценка содержания диссертации, её завершенность

Структура диссертации Ахмадова Ф.М. состоит из введения и 4 глав.

Во введении обосновывается актуальность темы рассматриваемой диссертации, формулируется цель исследования, приводится краткий обзор работ, связанных с темой диссертации, а также приводятся основные результаты исследования.

Первая глава диссертации Ахмадова Ф.М. посвящена анализу литературы по теории сингулярных интегральных уравнений.

Вторая глава посвящена исследованию двумерного интегрального уравнения типа Вольтерра с граничными особой и сильно-особой линиями, в случае, когда коэффициенты данного интегрального уравнения, связаны между собой.

В параграфах (§2.1-§2.9) второй главы получены явных представления многообразия решений уравнения (1) в зависимости от знака параметров и корней характеристических уравнений, когда коэффициенты данного интегрального уравнения, связаны между собой.

Третья глава посвящена исследованию задач типа Коши для двумерного интегрального уравнения типа Вольтерра с граничными особыми и сильно-особыми линиями вида (1), в случае, когда коэффициенты данного интегрального уравнения, связаны между собой.

В параграфах (§3.1-§3.9) третьей главы на основе получены явных представлений многообразия решений уравнения (1) в зависимости от знака

параметров и корней характеристических уравнений, когда коэффициенты данного интегрального уравнения, связаны между собой, ставятся решаются задачи типа Коши.

Четвертая глава посвящена исследованию двумерного интегрального уравнения типа Вольтерра с граничными особыми и сильно-особыми линиями, в случае, когда коэффициенты интегрального уравнения (1) не связаны между собой.

В параграфах (§4.1-§4.2) четвертой главы получены представления многообразия решений уравнения (1) в зависимости от знака параметров и корней характеристических уравнений, когда коэффициенты данного интегрального уравнения не связаны между собой в виде обобщенного функционального и степенного рядов.

По теме диссертации опубликовано 20 научных работ, из них 8 работ опубликованы в рецензируемых журналах ВАК при Президенте Республики Таджикистан.

Диссертация Ахмадова Ф.М. является самостоятельной, завершенной научно-квалификационной работой, оформлена правильно и соответствует всем требованиям ВАК при Президенте Республики Таджикистан. Автореферат в полной мере отражает основное содержание диссертационной работы.

Достоинство и недостатки в содержании и оформлении диссертации, влияние отмеченных недостатков на качество исследования.

Отметим, что научные положения, выводы и рекомендации, сформулированные в исследовании, обоснованы с помощью общепризнанных методов теории дифференциальных и интегральных уравнений. Все результаты, полученные в диссертационной работе, являются новыми, подтверждены строгими доказательствами, согласуются с известными результатами других авторов и вносят значимый вклад в общую теорию интегральных уравнений типа Вольтерра с особыми и сильно-особыми линиями.

К диссертационной работе имеются некоторые замечания по оформлению и содержанию диссертации, которые легко могут быть исправлены:

1. В тексте диссертации встречаются грамматические и стилистические ошибки.
2. В диссертации, поскольку при написании формул автор использовал математическую Math type, размеры формул не равны друг другу.
3. Исследуется двумерное интегральное уравнение типа Вольтерра с особыми и сильно-особыми линиями. Однако в работе не приведены определения

основных понятий, как особые линии, сильно-особые линии, многообразие решений интегральных уравнений и др.

4. В четвертой главе диссертации, когда параметры интегрального уравнения не связаны между собой, многообразие решений, полученное в виде обобщенного степенного и функционального рядов, содержит произвольные постоянные. Было бы желательно для определения произвольных постоянных ставить и решать граничные задачи.

Высказанные замечания не снижают научных достоинств диссертации и не могут существенно повлиять на её общую положительную оценку.

Соответствие научной специальности соискателя научной степени.

Научная специальность соискателя Ахмадова Ф.М. соответствует научной степени, так как он в 2014 году окончил механико-математического факультета Таджикского национального университета по специальности «Математик - преподаватель» и имеет 11 лет научно – педагогического стажа.

Заключение о соответствии диссертации критериям и требованиям, установленным «Порядком присуждения учёных степеней».

Вышеизложенное даёт основание считать, что диссертационная работа Ахмадова Ф.М. «Построение решений одного класса интегральных уравнений Вольтерра с граничными особыми и сильно-особыми линиями», представленная на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление, являются завершённой научно-квалификационной работой и полностью соответствует требованиям ВАК При Президенте Республики Таджикистан, в том числе соответствующим пунктам Порядка присуждения учёных степеней (в редакции пост. Правительства РТ №295 от 26 июня 2023 г), предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико - математических наук, а её автор Ахмадов Ф.М. заслуживает присвоения ему искомой учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Степень апробации результатов диссертации Ахмадова Ф.М., полнота их представления в научных публикациях достаточно убедительны.

Результаты диссертационной работы Ахмадова Ф. Фарвариддина Муфазаловича заслушаны и обсуждены на заседании объединённого семинара кафедры «Математики и физики» и «Информатики и информационных технологий» естественно - научного факультета Российско - Таджикского (Славянского) университета 10 января 2025 г.

Отзыв составил доктор физико-математических наук, профессор по специальности 01.01.02 – Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление С.З. Курбоншоев.

При голосовании по данному вопросу в общей численности на заседании присутствовало 13 человек, из них с правом решающего голоса 11 человек, из которых по специальности рассматриваемой диссертации докторов наук 2. Результаты открытого голосования: «за» - 13 чел., «против» - нет, «воздержавших» - нет.

Отзыв обсуждён и утверждён на заседании объединенного семинара кафедры «Математики и физики» и «Информатики и информационных технологий» естественно-научного факультета Российско-Таджикского (Славянского) университета (протокол № 5 от 10 января 2025 г.).

Председатель заседания:

д.ф.-м.н., по специальности 01.01.01 –
Вещественный, комплексный и
функциональный анализ, профессор
кафедры «Информатики и информационных
технологий» РТСУ

Ю.Х. Хасанов

Эксперт:

д.ф.-м.н., по специальности 01.01.02 –
Дифференциальные уравнения,
динамические системы и оптимальное
управление, профессор кафедры
«Математики и физики» РТСУ

С.З. Курбоншоев

Секретарь:

к.ф.-м.н., доцент кафедры
«Математики и физики» РТСУ

Б.ДЖ. Гулбоев

Контактная информация:

МОУ ВО Российско-Таджикский (Славянский) университет, 734025,
Республика Таджикистан, г. Душанбе, ул. Мирзо Турсунзаде, 30.

Сайт организации: www.rtsu.tj; Адрес электронной почты: E-mail:
p.rektora@mail.ru; Телефон: (+99237) 221-35-50.

Подписи Ю.Х. Хасанова, С.З. Курбоншоева и Б.Дж. Гулбоева
заверяю.

Начальник УК РТСУ



Рахимов А.А.