

УТВЕРЖДАЮ

Ректор Бохтарского государственного
университета им. Н.Хусрава, доктор
экономических наук, профессор



 Курбонзода М.Р.

26 » августа 2025 г.

О Т З Ы В

ведущей организации на диссертацию Д.А.Кодирова «Точные оценки скорости сходимости рядов Фурье по произвольной ортонормированной системе в гильбертовом пространстве», представленную на соискание ученой степени доктора философии (PhD) — доктор по специальности 6D060100 — Математика: 6D060101 — Вещественный, комплексный и функциональный анализ

Теория приближения функций в настоящее время представляет собой весьма обширную часть математического анализа, посвященную изучению зависимости между различными структурными свойствами функций и характером возможного приближения их алгебраическими и тригонометрическими многочленами или другими простыми в конструктивном отношении функциями. В основе этого исследования лежат классическая аппроксимационная теорема К.Вейерштрасса и известные идеи П.Л.Чебышёва о наилучшем равномерном приближении функций многочленами. Дальнейшее развитие теории приближения функций в начале прошлого века в значительной мере определили работы А.Лебега, Ш.Ж.Вале-Пуссена, Д.Джексона, С.Н.Бернштейна, А.Н.Колмогорова, Л.Хаара, А.Зигмунда, Ж.Фавара, Н.И.Ахиезера, М.Г.Крейпа, С.М.Никольского, в которых были установлены разнообразные связи между структурными и конструктивными свойствами функций.

На сегодняшний день ведущее место в теории приближения занимают экстремальные задачи. Следует отметить, что задачи аппроксимационного содержания, задаваемые на классах функций, во многих случаях являются задачами на экстремум: требуется найти точную верхнюю грань погрешности приближения заданным методом на фиксированном классе функций или указать для этого класса наилучший метод приближения. В решении указанных экстремальных задач к настоящему времени имеются значительные успехи. В теории приближения периодических функций тригонометрическими полиномами в пространстве $L_2 := L_2[0, 2\pi]$ в ряде важных случаев получены неулучшаемые результаты, то есть решение доведено до точных констант. В этой связи достаточно упомянут работы Н.И.Черных, Л.В.Тайкова, А.А.Лигуна, А.А.Арсстова, В.А.Юдина, А.Г.Бабенко, В.И.Иванова, В.В.Шалаева, С.Н.ваильева, С.Б.Вакарчука, М.Ш.Шабозова.

М.Г.Есмагамбетова, Г.А.Юсупова и многих других математиков.

Диссертационная работа Кодирова Далера Абдушукуровича посвящена получению точных оценок скорости сходимости (наилучших приближений) рядов Фурье по произвольным ортонормированным системам в гильбертовом пространстве и состоит из введения, общей характеристики работы, трёх глав, списка цитированной литературы из 133 наименований и занимает 142 страницы машинописного текста, набранного на \LaTeX -е.

В первой главе подробно излагается анализ литературных источников и формулируются нерешённые задачи по теме диссертационной работы, решение которых приводится во второй и третьей главах диссертации.

Во второй главе формулируются основные результаты, касающиеся верхних граней наилучших приближений различных классов векторов суммами Фурье по произвольной ортонормированной системе векторов в гильбертовом пространстве. Полученные здесь результаты изложены в теоремах 2.2.1–2.2.5. В качестве приложения указанных теорем, в виде следствий, приводятся результаты для дифференциальных операторов Бесселя (теоремы 2.2.6–2.2.9) и для общих ортогональных полиномов Чебышева–Эрмита (теоремы 2.2.10–2.2.13), Чебышева–Лагерра (теоремы 2.2.14–2.2.17) и Чебышева–Якоби (теоремы 2.2.18–2.2.21).

Хорошо известно, что в вопросах сходимости тригонометрических рядов Фурье 2π -периодических функций существенную роль играет оператор сдвига $T_h f(x) = f(x + h)$ и определяемые с его помощью модули непрерывности различных порядков. В вопросах, связанных со сходимостью рядов Фурье по различным ортогональным многочленам (Чебышева–Эрмита, Чебышева–Лагерра, Чебышева–Якоби) и по специальным функциям (например, Бесселя), аналогичную роль играют операторы обобщённого сдвига и порожденные ими обобщённые модули непрерывности. При исследовании вопросов сходимости общих ортогональных систем векторов в гильбертовых пространствах во второй главе диссертации аппарат операторов обобщённого сдвига позволил получить ряд новых неулучшаемых результатов. Именно это обстоятельство позволило получить точные значения различных n -поперечников классов функций, во второй главе диссертации.

В третьей главе диссертации найдены точные значения верхних граней наилучших приближений суммами Фурье по собственным функциям задачи Штурма–Лиувилля и приведены некоторые их применения в экстремальных задачах классических ортогональных систем многочленов и специальных функций математической физики. При этом введённые классы функций характеризуются обобщённым модулем непрерывности.

Введение такого модуля непрерывности функции оправдывается связью между скоростью сходимости её ряда Фурье по ортогональной системе и поведением её обобщённого модуля непрерывности (теоремы 3.1.1–3.1.2, 3.2.1–3.2.2, 3.3.1–3.3.3, 3.3.4–3.3.6, 3.3.7–3.3.9, 3.3.10–3.3.12, 3.3.13–3.3.15). Следует отметить, что частные случаи теоремы 3.3.1–3.3.3 при $s = 0$ и $0 < p \leq 2$ ранее, непосредственным вычислением с привлечением теории бесселевых функций, были доказаны в работе К.Тухлиева: «Среднеквадратическое

приближение функции рядами Фурье–Бесселя и значения поперечников некоторых функциональных классов» // Чебышевский сборник. 2016. Т.17. №4. С.141–146. Все остальные теоремы получены в результате применения общих теорем второй главы к конкретным дифференциальным операторам второго порядка, порождающим классические полиномы, перечисленные выше.

Диссертационная работа Д.А.Кодирова соответствует профилю диссертационного совета 6D.KOA-011 по специальности 6D.060101 — Вещественный, комплексный и функциональный анализ.

В целом диссертация представляет собой значительное и содержательное исследование. Её автор демонстрирует глубокое владение современными методами теории функций, функционального анализа и решения экстремальных задач вариационного характера.

Диссертационная работа выполнена автором самостоятельно и содержит новые научные результаты, выносимые на публичную защиту, которые отражают его личный вклад в развитие теории приближения функций. В тексте работы приведены все необходимые ссылки на авторов и источники заимствованных материалов.

Автореферат соответствует требованиям ВАК при Президенте Республики Таджикистан, полно и правильно отражает основные положения диссертационной работы. Основные результаты диссертации опубликованы в 11 научных работах, в том числе 3 статей в изданиях, включенных в действующий Перечень ВАК Республики Таджикистан, а 8 в трудах международных и республиканских конференций.

Автореферат и диссертационная работа оформлены хорошо.

Имеется следующее замечание: модуль непрерывности векторов (2.3.6) зависит от конкретной функции $\varphi_k(h)$, и было бы лучше при применении к конкретным ортогональным полиномам указать явный вид функции $\varphi_k(h)$ в каждом конкретном случае.

Отмеченное замечание носит несущественный характер и в основном относится к вопросам оформления и представления материала, а не к его содержательной части. Оно не снижает общей высокой оценки диссертационной работы и не затрагивает значимость и оригинальность представленных в ней научных результатов.

Вышесказанное дает основание считать, что диссертационная работа Д.А.Кодирова «Точные оценки скорости сходимости рядов Фурье по произвольной ортонормированной системе в гильбертовом пространстве», представленная на соискание ученой степени доктора философии (PhD) — доктор по специальности 6D060100 — Математика: 6D060101 — Вещественный, комплексный и функциональный анализ, является научно-квалификационной работой и полностью соответствует требованиям, предъявляемым ВАК при Президенте Республики Таджикистан к диссертациям на соискании ученой степени доктора философии (PhD) по вышеуказанной специальности.

Результаты диссертационной работы Д.А.Кодирова были заслушаны на специальном семинаре кафедры «Математического анализа и дифференциальных уравнений» Бохтарского государственного университета имени Н.Хусрава августа 2025 года. В семинаре

принимали участие доктора физико-математических наук Дж. Сафаров и Ф.М. Шамсудинов, кандидат физико-математических наук, доктор педагогических наук А.Сатторов, что подчеркивает значимость и актуальность представленных научных результатов.

Отзыв составил кандидат физико-математических наук по специальности 01.01.01 — Вещественный, комплексный и функциональный анализ, К.Махкамов. Отзыв обсужден и утвержден на заседании кафедры «Математического анализа и дифференциальных уравнений» Бохтарского государственного университета им. Н.Хусрава (протокол №1 от 26 августа 2025 г.).

Председатель семинара,
кандидат физ.-мат. наук по специальности
01.01.01 — Вещественный, комплексный и
функциональный анализ, доцент

Махкамов К.

Председатель заседания,
зав. кафедрой «Математического анализа и
дифференциальных уравнений» Бохтарского
государственного университета им. Н.Хусрава,
доктор PhD по специальности 01.01.02 —
Дифференциальные уравнения, динамические
системы и оптимальное управление

Абдуллохиди О.

Секретарь заседания, кандидат физ.-мат. наук

Нематуллоев О.

Адрес: Бохтарский государственный университет
им. Н.Хусрава, 735140, Таджикистан, г. Бохтар, улица Айни, 67.

Сайт: www.btsu.tj; e-mail: bgu-1978@mail.ru

Тел. рабочий: +992(32) 222-54-81; +992(32) 222-22-53

Подписи Махкамова К., Абдуллохиди О. и Нематуллоева О. заверяю.

Начальник

ОК и СЧ БГУ им. Н.Хусрава



Исозода Т.И.