

«УТВЕРЖДАЮ»

Директор Института
математики им. А. Джураева
НАН Таджикистана, кандидат
физико-математических наук,
Рахимзода А.О.
«25» августа 2025 г.



ОТЗЫВ ВЕДУЩЕЙ ОРГАНИЗАЦИИ

на диссертацию Мухамедовой Шоиры Файзуллоевны на тему «Формирование и динамика когерентных структур в нелинейных диссипативных системах со спинами $S \geq 1/2$ » на соискание учёной степени доктора физико-математических наук по специальности 05.13.18 – «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ»

Диссертационная работа Мухамедовой Ш. Ф. на тему «Формирование и динамика когерентных структур в нелинейных диссипативных системах со спинами $S \geq 1/2$ », представленная к защите на соискание учёной степени доктора физико-математических наук по специальности 05.13.18 – «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ», соответствует требованиям Порядка присуждения учёных степеней (Постановление Правительства Республики Таджикистан от 30 июня 2021 года № 267) и Инструкции о порядке оформления диссертаций и авторефератов (Постановление Президиума ВАК при Президенте Республики Таджикистан от 31 марта 2022 года № 3) и представляет собой завершённое научное исследование.

Содержание диссертации полностью соответствует паспорту научной специальности 05.13.18 (раздел III, пункты 1–6, 9, 10), включая как разработку математических моделей и численных методов, так и реализацию программных комплексов для анализа динамики когерентных структур.

Диссертационная работа Мухамедовой Шоиры Файзуллоевны посвящена исследованию формирования и динамики когерентных структур в нелинейных диссипативных системах со спинами $S \geq 1/2$. Актуальность исследования обусловлена его фундаментальной значимостью, а также возможностями применения в квантовой информатике, спинтронике, материаловедении и других передовых областях науки и техники. Работа затрагивает актуальные вопросы нелинейной динамики, математического моделирования и разработки численных методов для исследования многосолитонных решений нелинейных уравнений математической физики. Особое внимание уделено влиянию диссипативных процессов и внешних полей на устойчивость и эволюцию когерентных структур, что делает исследование значимым как для теоретической физики, так и для прикладных задач управления нелинейными волнами. Разработанные в

диссертации методы позволяют описывать и моделировать динамику солитонных решений в системах с высокими спинами, включая процессы самоорганизации, устойчивости и взаимодействия когерентных структур в условиях диссипации и внешнего воздействия. Это делает работу важным вкладом в развитие математического моделирования сложных динамических систем и обработки информации в квантовых устройствах.

Диссертация включает 286 страниц машинописного текста, содержащих список сокращений и обозначений, введение, общую характеристику исследования, пять глав, выводы, рекомендации по практическому использованию результатов, список цитированной литературы, список публикаций автора и приложений. Работа хорошо иллюстрирована, результаты исследований представлены в том числе, в виде рисунков, графиков и таблиц.

Во введении диссертации приведены общие сведения о представленной работе, в том числе описаны цели и задачи, объекты и предметы, а также научная новизна исследования. Приведены положения, выносимые на защиту и обоснована теоретическая и практическая значимость исследования.

В первой главе, состоящей из пяти параграфов, представлены результаты анализа изученной литературы, ключевых теоретических концепций, а также фундаментальных теоретических и экспериментальных исследований в области нелинейных локализованных магнитных систем. Рассмотрены свойства интегрируемости системы, детальный вывод скалярного и векторного нелинейного уравнения Шрёдингера, а также анализ устойчивости солитонных решений. Приведён обзор концепции диссипативных солитонов и различных типов локализованных структур, рассмотрено развитие методологии их исследования, а также актуальные проблемы математического моделирования локализованных структур в теоретико-полевых моделях. В частности, изложены основные сведения о комплексном уравнении Гинзбурга–Ландау, комплексном уравнении Свифта–Хоенберга, нелинейном уравнении Шрёдингера и других уравнениях, обладающих солитонными решениями в диссипативных средах, что позволяет выявить ключевые механизмы формирования и эволюции когерентных структур.

Во второй главе, состоящей из четырёх параграфов, представлен обзор общей схемы метода делинеаризации, применяемого для получения многосолитонных решений. В рамках данной методики аналитически получены многосолитонные решения скалярного и векторного нелинейного уравнения Шрёдингера для различных типов потенциалов и граничных условий. Кроме того, установлены условия устойчивости полученных решений.

Таким образом, в первых двух главах диссертации сформирована теоретическая и практическая основа исследований диссертационной работы, включая обоснование задач, использованных и разработанных методов исследования. Далее, на основе применения данной научно-практической базы существующих и разработанных методов, описанных в первых двух главах

диссертационной работы, в последующих главах приведены подробные сведения о следующих полученных результатах, выносимых на защиту:

- на основе теории разностных схем создание алгоритма и набор компьютерных программ для численного моделирования, предназначенных для построения и анализа новых многосолитонных решений скалярного и двухкомпонентного векторного нелинейного уравнения Шрёдингера с учётом процессов диссипации, внешних магнитных воздействий и ненулевой скорости перемещения.

- построение и исследование методами численного моделирования устойчивых двухсолитонных решений скалярного нелинейного уравнения Шрёдингера с «притягивающим» и «отталкивающим» потенциалами при различных граничных условиях;

- полученные результаты вычислительных экспериментов, демонстрирующие, что в условиях внешней подкачки в диссипативной среде и при нулевой скорости движения скалярного нелинейного уравнения Шрёдингера возможно формирование устойчивых диссипативных солитонов (бризеров);

- полученные результаты численных исследований, показывающие, что в скалярном нелинейном уравнении Шрёдингера с убывающими граничными условиями, затуханием и внешней подкачкой возможно формирование устойчивых диссипативных солитонов при ненулевой скорости движения, что способствует образованию солитоноподобных структур с пульсирующим поведением и удвоением периода;

- результаты численных экспериментов о возможности формирования долгоживущих диссипативных солитонов, описываемых скалярного нелинейного уравнения Шрёдингера с потенциалом притяжения при наличии подкачки и диссипации, свидетельствует о образовании когерентных структур и формировании классического аттрактора в фазовом пространстве системы;

- полученные впервые численные решения скалярного нелинейного уравнения Шрёдингера с притягивающим потенциалом и конденсатными граничными условиями при наличии диссипации во внешнем осциллирующем поле, представляющие собой долгоживущие диссипативные бризеры предельного цикла, движущиеся с ненулевой скоростью центра масс составляющих;

- демонстрация возможности передачи сигнала в трёхуровневых системах в форме бризеров - особых солитонных структур, представляющих собой связанные возбужденные состояния с характерной внутренней динамикой;

- смоделированные процессы обмена информацией между квантовыми битами (кютритами) с использованием векторного нелинейного уравнения Шрёдингера, имеющие важное значение для разработки квантовых вычислений.

В третьей главе диссертационной работы представлены численные методы математического моделирования и анализа сингулярных нелинейных уравнений Шрёдингера с убывающими граничными условиями. Рассматриваются ключевые аспекты динамики солитонных решений, включая их устойчивость и

эволюционное поведение в нелинейных средах. Особое внимание уделено бризерам — локализованным структурам с пульсирующей внутренней динамикой, возникающим под воздействием внешней подкачки и диссипативных факторов. Разработанные численные и аналитические методы позволяют исследовать особенности многосолитонных решений, определить условия их формирования и стабилизации, а также выявить характерные закономерности поведения системы при различных параметрах. Полученные результаты проливают свет на механизмы самоорганизации и устойчивости нелинейных локализованных структур, что имеет важное значение для более глубокого понимания волновых процессов в сложных нелинейных физических системах.

В четвёртой главе исследуется многосолитонное решение скалярного нелинейного уравнения Шрёдингера, описывающее нелинейные волны в моделях с высокими спинами $S \geq 1/2$ и конденсатными граничными условиями. Проведён детальный анализ их динамики в различных режимах потенциалов, что позволило выявить ключевые механизмы формирования и эволюции когерентных структур. Особое внимание уделено исследованию областей параметров, обеспечивающих устойчивость многосолитонных решений, а также влиянию внешних воздействий и диссипативных процессов на их поведение. Полученные результаты важны для понимания самоорганизации нелинейных волн в системах с высокими спинами и имеют перспективное применение в моделировании квантовых сред и разработке спинтронных устройств.

Пятая глава диссертации посвящена исследованию процесса обмена информацией между кутритами, моделируемому с использованием векторного нелинейного уравнения Шрёдингера. В качестве квантовых носителей информации рассматриваются спиновые ионы с высокими значениями спина, в частности со спином $S=1$, которые представляют собой перспективные кандидаты на роль кудитов и кутритов. Анализируется динамика взаимодействия таких спиновых систем, учитывая влияние нелинейных эффектов, диссипации и внешнего воздействия. Особое внимание уделено изучению устойчивости когерентных структур и механизму передачи информации в многокомпонентных квантовых средах. Разработанные численные модели позволяют оценить условия, при которых возможно эффективное управление спиновыми состояниями и реализация устойчивых информационных каналов в спиновых системах высокой размерности. Исходя из вышеизложенного, можно утверждать, что тема диссертационного исследования является актуальной и соответствует требованиям, предъявляемым к квалификационным научно-исследовательским работам. Полученные в ходе исследования результаты обладают значительной научно-практической ценностью и вносят существенный вклад в развитие методов изучения локализованных решений нелинейных эволюционных уравнений, имеющих широкое применение в теоретической и прикладной физике.

Степень достоверности полученных результатов подтверждается строгим обоснованием используемых численных методов, включая анализ их сходимости,

устойчивости и соответствия экспериментальным и теоретическим данным, представленным в литературе. Проведённые тестовые расчёты и сравнительный анализ с ранее опубликованными результатами демонстрируют высокую точность и надёжность разработанных алгоритмов и численных моделей. Сохранение энергии эволюционных моделей в пределах допустимого диапазона - $\Delta E_n/E_n \in (10^{-6} - 10^{-3})$ свидетельствует о корректности выбранных методов и достоверности полученных решений.

Основные результаты диссертационного исследования прошли широкую апробацию в ведущих научных учреждениях и получили положительные отзывы на семинарах Физико-технического института им. С.У. Умарова НАНТ (2017–2020 гг.), а также на кафедре информационно-коммуникационных технологий и программирования факультета инновационных технологий и бухгалтерского учёта ТГУПБП (2020–2024 гг.).

Основные результаты диссертационного исследования отражены в 44 публикациях, перечень которых представлен в конце диссертации. Среди них: 2 монографии, 16 статей, опубликованных в рецензируемых научных журналах, рекомендованных ВАК при Президенте Республики Таджикистан и ВАК при Министерстве образования и науки Российской Федерации. Кроме того, зарегистрировано 7 свидетельств о государственной регистрации компьютерных программ.

Диссертационная работа представляет собой оригинальное исследование, результаты которого обладают высокой научной новизной и значительным теоретическим и практическим потенциалом. Разработаны математические модели и алгоритмы, описывающие динамику когерентных структур в нелинейных диссипативных системах с высокими спинами, что позволило получить многосолитонные решения как для скалярных, так и для векторных версий нелинейного уравнения Шрёдингера. Существенно усовершенствованы численные методы решения нелинейных эволюционных уравнений с учётом диссипации и внешней подкачки, что обеспечило более точное моделирование локализованных возбуждений. Проведён анализ влияния внешних осциллирующих полей на устойчивость и динамику солитонных решений, что открывает перспективы управления когерентными структурами в нелинейных диссипативных средах. Сформирована фундаментальная теоретическая база для описания нелинейных диссипативных систем с высокими спинами, что значительно расширяет возможности изучения взаимодействий когерентных структур и солитонов.

Структура диссертации логично выстроена, отвечает современным научным требованиям и обеспечивает последовательное и обоснованное изложение проведённого исследования. Комплексный подход к анализу многосолитонных решений, сочетание аналитических и численных методов, а также высокая степень научной проработки делают данную работу значимым вкладом в развитие математического моделирования, квантовой информатики и нелинейной физики. Оформление работы полностью соответствует требованиям Инструкции о порядке

оформления диссертаций и авторефератов, утверждённой решением Президиума ВАК при Президенте Республики Таджикистан от 27 декабря 2024 года (№493). Также оно соответствует положениям Приложения 2 к постановлению Правительства Республики Таджикистан №267 от 30 июня 2021 года (в редакции постановления №295 от 26 июня 2023 года), регламентирующего порядок присуждения учёных степеней.

Автореферат полностью отражает основное содержание, логическую структуру и внутреннюю целостность диссертационной работы. Его композиция сформирована в соответствии с поставленной целью и задачами исследования, обеспечивая точное и последовательное изложение ключевых результатов.

Диссертация выполнена на высоком научном уровне, отличается глубиной анализа, оригинальностью подходов и значимостью полученных результатов. Автор демонстрирует высокий уровень владения современными методами математического моделирования, теоретического анализа и численного исследования нелинейных процессов в спиновых системах. Работа имеет выраженную междисциплинарную направленность, объединяя передовые методы теоретической физики, вычислительных подходов и квантовых технологий.

Несмотря на высокий уровень исследования, отмечаются несколько аспектов, требующих дальнейшего развития:

1. В численных экспериментах и аналитических исследованиях диссертации преимущественно использованы безразмерные величины. Для практической реализации и возможного лабораторного тестирования полученных результатов целесообразно было бы провести дополнительные исследования с учётом физических размерностей. Это позволило бы упростить переход к экспериментальным проверкам предложенных моделей.

2. Обзор литературы в главе 1 и описание существующих методов исследования в главе 2 могли бы быть объединены в более компактный раздел, что позволило бы сделать изложение более структурированным.

3. Включение анализа возможных экспериментальных подходов для верификации полученных теоретических и численных результатов могло бы усилить прикладную ценность работы.

Имеющиеся недостатки не снижают высокое научное качество диссертации. Учитывая высказанные замечания, диссертант в дальнейшем сможет повысить эффективность своих научных исследований, расширить горизонты научного поиска и углубить проработку отдельных аспектов, что будет способствовать дальнейшему развитию заявленного научного направления.

Автореферат диссертации подготовлен в соответствии с установленным порядком получения учёной степени доктора физико-математических наук, полностью отражает основное содержание исследования, в нём обоснованы и полностью объяснены значимые научные результаты.

В общем, диссертация на тему «Формирование и динамика когерентных структур в нелинейных диссипативных системах со спинами $S \geq 1/2$ » для

получения учёной степени доктора физико-математических наук по специальности 05.13.18 – «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ», выполнена на необходимом научном уровне и по содержанию соответствует существующим требованиям.

Диссертация соответствует требованиям Высшей аттестационной комиссии при Президенте Республики Таджикистан и автор достоин присуждения ей учёной степени доктора физико-математических наук по специальности 05.13.18 – «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ».

Отзыв подготовлен в соответствии с пунктами 76–79 и 81 Порядка присуждения учёных степеней, утверждённых постановлением Правительства Республики Таджикистан от 30 июня 2021 года, № 267.

Отзыв обсуждён и утверждён на общепрофессиональном семинаре Института математики имени А. Джураева Национальной академии наук Таджикистана, протокол № 17 от 18 июня 2025 года. На семинаре присутствовали: 25 человек.

Результаты голосования: за – 25 человек, против – нет, воздержавшихся – нет.

Председатель заседания:

Кандидат физико-математических наук,
Ведущий научный сотрудник отдела
Дифференциальных уравнений ИМ НАНТ



Б.А. Рахмонов

Эксперт:

доктор физико-математических наук, профессор,
член-корреспондент НАНТ,
заведующий отделом теории функций
и функционального анализа ИМ НАНТ



С.А. Исмоков

Секретарь:

кандидат физико-математических наук,
учёный секретарь института



А.С. Аминов

Контактная информация:

Адрес: г. Душанбе, ул. Айни 299/4
Официальный сайт: <https://mintas.tj>
Электронная почта: mathitas@mail.ru
Телефон: (99237)2258089

Подписи Рахмонова Б.А., Исмокова С.А., Аминова А.С., заверяю.

Начальник отдела кадров ИМ НАНТ



М. Маллаева