

«УТВЕРЖДАЮ»

Ректор МОУ «Российско-Таджикский
(Славянский) университет»,

Профессор Иброхимзода И. Р.

«03» _____ 2026г.



ОТЗЫВ ВЕДУЩЕЙ ОРГАНИЗАЦИИ

на диссертацию Вализода Рузибоя Сангимуроода на тему «Об исследовании одного класса переопределённых систем дифференциальных уравнений первого и второго порядка с двумя внутренними сингулярными линиями», представленную на соискание учёной степени доктора философии (PhD) по специальности 6D060100 – Математика (6D060102 – Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление)

1. Соответствие диссертации специальности и отрасли науки, по которым диссертация представляется к защите

По тематике исследования, содержанию работы и совокупности полученных научных результатов диссертационная работа Вализода Р.С. полностью соответствует специальности 6D060102 – «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление», по которой диссертационному совету 6D.KOA-011 предоставлено право рассмотрения и проведения защиты диссертаций. Диссертация соответствует паспорту указанной научной специальности, а также охватывает основные направления данной области исследований, в частности: 1) общую теорию дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений; 2) начально-краевые и спектральные задачи для дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений; 3) теорию дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений.

Представленное диссертационное исследование Вализода Р.С. выполнено в рамках фундаментальных математических исследований, тематика работы является актуальной и соответствует приоритетным направлениям научной деятельности в Республике Таджикистан на 2021–2025 годы.

2. Актуальность темы исследования

Диссертационная работа Вализода Р.С. посвящена исследованию некоторых ранее не изученных переопределённых систем дифференциальных

уравнений первого и второго порядка с двумя внутренними сингулярными линиями.

Дифференциальные уравнения в частных производных с вырождением или сингулярными коэффициентами имеют важные и интересные применения в физике, технике, экономике и других науках, прежде всего в теоретической и математической физике, где они возникают при моделировании процессов в неоднородных средах и системах с внутренними особенностями.

Таким образом, при изучении переопределённых систем дифференциальных уравнений с сингулярными коэффициентами решение многих задач сводится к исследованию условий совместности системы, анализу локальной разрешимости в окрестности сингулярных линий и редукции исходной системы к эквивалентным определяющим уравнениям или краевым задачам с сингулярностями.

Теория переопределённых систем дифференциальных уравнений с сингулярными коэффициентами существенно отличается от классической теории дифференциальных уравнений и в настоящее время далека от завершённого вида. Исследованию фундаментальных проблем данной области - в частности, разработке методов анализа, получению различных представлений многообразий решений линейных и нелинейных систем дифференциальных уравнений с сингулярными коэффициентами, содержащими сингулярности различных порядков, изучению поведения решений в окрестности особых линий, а также исследованию граничных задач с условиями, заданными на особых линиях, - посвящены работы ряда отечественных и зарубежных исследователей. Среди них следует отметить труды Л.Г. Михайлова, Н. Раджабова, Э.Р. Рузметова, Ж.Н. Тасмамбетова, Ф.М. Шамсудинова, М.В. Коровина, Б.М. Шоимкулова и многих других. Указанные направления исследований продолжают активно развиваться и в последние годы привлекают всё возрастающее внимание специалистов.

В связи с изложенным, тема диссертационного исследования Вализода Р.С. несомненно является актуальной.

3. Степень обоснованности научных положений, выводов и предложений, изложенных в диссертации

Объектом исследования в диссертации Вализода Р.С. является ряд переопределённых систем дифференциальных уравнений первого и второго порядка с двумя внутренними сингулярными линиями следующих видов

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{a(x, y)}{(x^2 - y^2)^m} u = \frac{f_1(x, y)}{(x^2 - y^2)^m}, \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{b(x, y)}{(x^2 - y^2)^n} u = \frac{f_2(x, y)}{(x^2 - y^2)^n}, \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \frac{a_1(x, y)}{(x^2 - y^2)^m} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{b_1(x, y)}{(x^2 - y^2)^n} \frac{\partial u}{\partial y} + \\ + \frac{c_1(x, y)}{(x^2 - y^2)^{m+n}} u = \frac{f_1(x, y)}{(x^2 - y^2)^{m+n}}, \\ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{a_2(x, y)}{(x^2 - y^2)^p} u = \frac{f_2(x, y)}{(x^2 - y^2)^p}, \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \frac{a_1(x, y)}{(x^2 - y^2)^m} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{b_1(x, y)}{(x^2 - y^2)^n} \frac{\partial u}{\partial y} + \\ + \frac{c_1(x, y)}{(x^2 - y^2)^{m+n}} u = \frac{f_1(x, y)}{(x^2 - y^2)^{m+n}}, \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{b_2(x, y)}{(x^2 - y^2)^p} u = \frac{f_2(x, y)}{(x^2 - y^2)^p}, \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \frac{a_1(x, y)}{(x^2 - y^2)^m} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{b_1(x, y)}{(x^2 - y^2)^n} \frac{\partial u}{\partial y} + \\ + \frac{c_1(x, y)}{(x^2 - y^2)^{m+n}} u = \frac{f_1(x, y)}{(x^2 - y^2)^{m+n}}, \\ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{a_2(x, y)}{(x^2 - y^2)^p} u = \frac{f_2(x, y)}{(x^2 - y^2)^p}, \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{b_2(x, y)}{(x^2 - y^2)^k} u = \frac{f_3(x, y)}{(x^2 - y^2)^k}, \end{cases} \quad (4)$$

где $a_i(x, y), b_i(x, y), c_1(x, y), f_j(x, y), i = \overline{1, 2}, j = \overline{1, 3}$ – заданные функции в области D ; $m, n, p, k \in N$; $u(x, y)$ – искомая функция

Необходимость и своевременность исследования указанного объекта, а также достижения цели и решения задач диссертационной работы определяются актуальностью выбранной темы. Представленные в диссертации научные положения, выводы и рекомендации сформированы на основе признанных в научном сообществе результатов и получены с применением современных апробированных методов исследования переопределённых систем дифференциальных уравнений с сингулярными коэффициентами, разработанных в работах Н.Р. Раджабова и Ф.М. Шамсудинова.

Достаточная обоснованность полученных результатов обеспечивается использованием основных положений теории дифференциальных уравнений,

корректностью постановок задач и логической завершённостью доказательств. Все основные утверждения аргументированы, а выводы непротиворечиво следуют из полученных результатов. Достоверность научных положений подтверждается их согласованностью с известными теоретическими результатами и возможностью использования предложенных подходов при дальнейшем развитии теории переопределённых систем дифференциальных уравнений.

4. Научная новизна и достоверность полученных результатов

В диссертационной работе получен ряд следующих новых научных результатов, расширяющих теорию переопределённых систем дифференциальных уравнений с сингулярными коэффициентами:

- впервые для одной переопределённой системы дифференциальных уравнений первого порядка (1), содержащей две внутренние особенности — сингулярную и сверхсингулярную линии, расположенные в прямоугольной области, дано описание многообразия её решений. Проведён анализ поведения решений в окрестностях указанных линий, а также исследованы и решены задачи с начальными условиями;

- получены новые явные представления многообразия решений для переопределённых систем (2), (3), каждая из которых состоит из двух дифференциальных уравнений, одно из которых является гиперболическим уравнением второго порядка. Установлено, что найденные решения выражаются через одну произвольную постоянную. Рассмотрены два различных случая выбора базового уравнения — первого и второго. Для каждого из них исследованы свойства решений в окрестностях сингулярных линий, а также поставлены и решены задачи Коши с начальными данными;

- построены явные представления многообразий решений переопределённых систем (4), состоящих из трёх дифференциальных уравнений, одно из которых является гиперболическим уравнением второго порядка. Проведён анализ поведения решений в окрестностях сингулярных линий, а также поставлены и решены соответствующие задачи с начальными условиями.

Достоверность полученных результатов обеспечивается строгими математическими доказательствами, использованием корректных методов теории дифференциальных уравнений и согласуется с известными частными случаями и результатами, полученными в предыдущих исследованиях данной области.

5. Научная и практическая значимость результатов диссертации

Полученные в диссертации результаты являются определенным вкладом диссертанта Вализода Р.С. в современную теорию переопределённых систем дифференциальных уравнений с сингулярными коэффициентами.

Полученные в диссертации результаты, несмотря на теоретический характер, вносят вклад в развитие теории переопределённых систем дифференциальных уравнений с сингулярными коэффициентами и находят применение в практических задачах. Они могут использоваться при математическом моделировании сложных физических процессов, анализе устойчивости и динамики инженерных систем, а также в учебном процессе для студентов и аспирантов по математике и физике.

Материал диссертации можно использовать при чтении специальных курсов для студентов, магистрантов и PhD докторантов математических специальностей вузов.

6. Степень достоверности результатов исследования, точность и обоснованность результатов исследования

Достоверность, точность и обоснованность результатов диссертации обеспечиваются строгими математическими доказательствами теорем, утверждений и выводов, полученных в ходе исследования, их публикацией в рецензируемых научных изданиях, представлением и обсуждением на конференциях и семинарах, а также соответствием с результатами, полученными другими исследователями.

7. Личный вклад соискателя в исследовании

Личный вклад соискателя заключается в постановке и обосновании основных научных задач исследования, разработке и применении методов анализа переопределённых систем дифференциальных уравнений с вырождающимися и сингулярными коэффициентами, а также в исследовании поведения решений в окрестности внутренних особенностей. Соискателем сформулированы и доказаны основные теоремы, обобщены и систематизированы полученные результаты. Существенную часть работы составляет выполненный автором обзор и критический анализ научных исследований, наиболее близких к тематике диссертации. Все основные научные положения, выносимые на защиту, получены при непосредственном участии соискателя. Автору также принадлежит подготовка публикаций по теме диссертации, личное участие в апробации результатов на научных конференциях, а также обобщение и оформление результатов исследования в виде диссертационной работы.

8. Публикации результатов диссертации

Из 26 работ, опубликованных диссертантом по теме диссертации, 9 статей опубликованы в журналах, входящих в перечень рецензируемых изданий, рекомендованных ВАК при Президенте Республики Таджикистан и ВАК Российской Федерации. Эти статьи отражают основное содержание диссертации. Требования пункта 35 Порядка присуждения ученых степеней ВАК при Президенте Республики Таджикистан (приложение 2 к постановлению Правительства Республики Таджикистан от 30 июня 2021 г., №267, в редакции постановления от 26 июня 2023 г., №295) выполнены.

9. Оценка содержания диссертации и степени ее завершенности.

Структура и объем диссертации

Содержание диссертации отвечает цели и задачам, поставленным в исследовании, они полностью выполнены. Диссертация Вализода Р.С. является завершенным исследованием.

Диссертация состоит из введения, четырех глав, обсуждения полученных результатов, выводов, рекомендаций по практическому использованию результатов и списка литературы. Общий объем работы 192 страницы машинописного текста.

Во введении обосновывается актуальность темы диссертационного исследования, оценивается степень разработанности научной проблемы и её связь с приоритетными программами и научными направлениями, определяются объект и предмет исследования, формулируются цель и задачи работы, описываются применяемые методы исследования, раскрываются научная новизна, положения, выносимые на защиту, их достоверность, соответствие диссертации паспорту научной специальности, личный вклад автора, а также приводятся сведения о публикации и апробации результатов исследования, их теоретической и практической значимости.

В первой главе осуществлён обзор и анализ научных источников, в которых заложены идейные, теоретические и методические основы диссертационного исследования.

Вторая глава диссертации посвящена исследованию системы (1). Исследование данной системы выполняется в рамках двух постановок: при выборе первого уравнения в качестве базового и при использовании второго уравнения как исходного. В обоих случаях получены интегральные представления многообразия решений. На основе этих представлений сформулированы и решены задачи с начальными условиями $K_2^1 - K_2^8$.

В третьей главе в области D исследуются системы (2) и (3), каждая из которых содержит одно линейное гиперболическое уравнение второго

порядка. В девятом параграфе данной главы представлены задачи с начальными условиями $K_3^1 - K_3^{16}$, сформулированные и решённые на основе интегральных представлений решений указанных систем.

В главе 4 исследуется переопределённая система (4), состоящая из трёх дифференциальных уравнений: одного линейного гиперболического уравнения второго порядка и двух уравнений первого порядка с внутренними сингулярными линиями, связанных общей неизвестной функцией. На основе схемы, разработанной Н. Раджабовым, уравнение второго порядка факторизуется в произведение дифференциальных операторов первого порядка, что позволяет свести задачу к последовательному решению расщеплённых уравнений и получить общее решение с двумя произвольными функциями. Приведение второго и третьего уравнений к специальной форме и подстановка найденного решения сводят определение одной произвольной функции к решению обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка. Аналогичная методика реализована при выборе второго и третьего уравнений в качестве базовых. В результате получены представления многообразий решений для различных соотношений параметров: $m, n, p, k \in \mathbb{N}$.

В параграфе 4.5 этой главы для системы сформулированы и решены задачи Коши с начальными условиями $K_4^1 - K_4^{12}$ на основе полученных интегральных представлений решений.

В разделе «Обсуждение полученных результатов» приведён анализ основных выводов исследования и оценка их научной значимости.

10. Соответствие оформления диссертации требованиям Высшей аттестационной комиссии при Президенте Республики Таджикистан

По оформлению диссертация и автореферат Вализода Р.С. отвечают требованиям Порядка присуждения учёных степеней (Приложение 2 к постановлению Правительства Республики Таджикистан от 30 июня 2021 г., № 267, в редакции постановления от 26 июня 2023 г., № 295) и Инструкции о порядке оформления диссертаций и автореферата (приложение 2 к постановлению председателя ВАК при Президенте Республики Таджикистан от 27 декабря 2024 г., № 493).

11. Соответствие научной квалификации соискателя для получения учёной степени

Образование, научная и педагогическая деятельность Вализода Р.С., его публикации, участие в конференциях и семинарах, а также оформление результатов в диссертации и автореферате соответствуют специальности

6D060100 – Математика (6D060102 – Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление). Научная квалификация Вализода Р.С. полностью соответствует данной специальности и получению соответствующей учёной степени. Диссертационное исследование содержит новые значимые результаты по теории отдельных переопределённых систем дифференциальных уравнений первого и второго порядка с двумя внутренними сингулярными линиями.

12. Замечания и спорные вопросы по поводу формирования диссертации

В диссертации и автореферате имеются некоторые технические недостатки, допущены некоторые ошибки грамматического и стилистического характера. Среди них следует отметить следующие:

1) на странице 30 диссертации при анализе работ Шамсудинова Ф. М. указано: «исследуется класс гиперболических уравнений второго порядка и сопряжённых с ними переопределённых систем дифференциальных уравнений, характеризующихся наличием сингулярных и сверхсингулярных точек», тогда как, по смыслу излагаемого материала, вместо слова «сопряжённых» должно быть выражение «связанных с ними»;

2) в диссертации в формуле (2.3.2) в подынтегральном выражении $W_b^1(0, y)$ вместо «s» написано «y».

Указанные недостатки и замечания не снижают научную ценность диссертации и не влияют на её высокий научный уровень. Эти замечания послужат диссертанту дополнительным ориентиром для улучшения и уточнения представленных научных результатов.

Автореферат диссертации подготовлен в соответствии с установленными требованиями для получения степени доктора философии (PhD) по специальности 6D060100 – Математика (6D060102 – Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление) и полностью отражает содержание исследования, подробно раскрывая полученные значимые научные результаты.

13. Заключение по диссертации

В целом, диссертация Вализода Р.С. на тему «Об исследовании одного класса переопределённых систем дифференциальных уравнений первого и второго порядка с двумя внутренними сингулярными линиями», представленная на соискание учёной степени доктора философии (PhD) по специальности 6D060100 – Математика (6D060102 – Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление), выполнена на высоком научно-теоретическом уровне. Работа соответствует требованиям

Высшей аттестационной комиссии при Президенте Республики Таджикистан, и автор заслуживает присуждения учёной степени PhD по указанной специальности.

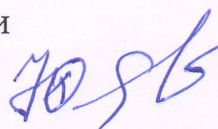
Отзыв подготовлен в соответствии с требованиями пунктов 76-79 и 81 Порядка присуждения учёных степеней, утвержденного постановлением Правительства Республики Таджикистан от 30 июня 2021 г., № 267 (в редакции постановления от 26 июня 2023 г., № 295).

Отзыв обсужден и утвержден на заседании кафедры математики и физики МОУ «Российско-Таджикский (Славянский) университет», (протокол №7 от «4» февраля 2026 г.).

На заседании кафедры присутствовали 13 человек.

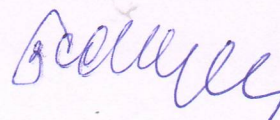
Результаты голосования: «за» - 13 человек, «против» - нет, «воздержавшиеся» - нет.

Председатель заседания: д.ф.-м.н.,
профессор кафедры информатики и
информационных систем:



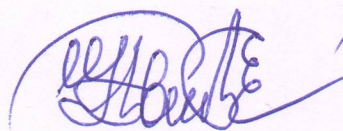
Хасанов Ю.Х.

Эксперт: д.ф.-м.н., профессора
кафедры математики и физики:



Курбаншоев С.З.

Секретарь заседания,
к.ф.-м.н., доцент



Гаибов Д.С.

Подписи Ю.Х. Хасанова, С.З. Курбаншоева и Д.С. Гаибова
заверяю.

Начальник УК
«Российско-Таджикский
(Славянский) университет»



Исмаилова М.Н.

Адрес: 734025, Республика Таджикистан, г. Душанбе,
ул. Мирзо Турсунзаде, 30, Тел: +992 (37) 221-35-50;
E-mail: p.rektora@mail.ru

«04» февраля 2026г.