

«УТВЕРЖДАЮ»

Проректор по научной работе

и инновациям

У.С. Сулейменов

2022 г.

ОТЗЫВ

оппонирующей организации Некоммерческого акционерного общества «Южно-Казахстанский университет имени М. Ауэзова» о докторской работе Абдукаримова Махмадсалима Файзуллоевича «Исследование некоторых задач граничного управления для телеграфного уравнения с переменным коэффициентом» на соискание учёной степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

В диссертации Абдукаримова М.Ф. изучено несколько основных задач граничного управления для процессов, описываемых неоднородным волновым уравнением $u_{tt} - u_{xx} = f(x, t)$ с одной пространственной переменной и произвольной правой частью и неоднородным волновым уравнением $u_{tt} - u_{xx} - q(x, t)u = f(x, t)$ с переменным коэффициентом, зависящим от обоих переменных. Автор ограничился рассмотрением задач управления смещением и упругой силой, т.е. значением искомой функции $u(x, t)$ и $u_x(x, t)$ на границе.

В работе Абдукаrimов M.F. сосредотачивает своё внимание на важном случае, когда время T управления процессом совпадает с критическим значением, т.е. с таким значением T_0 , что при $T > T_0$ граничное управление определено неоднозначно, а при $T < T_0$ существование граничного управления требует выполнения целого семейства условий.

В выборе таких двух объектов исследования есть своя логика. Формулы, полученные автором для неоднородного уравнения, являются основой для последующего изучения уравнения с переменным коэффициентом путем сведения последнего к интегральным уравнениям.

Подобные уравнения и постановки задач управления возникают при математическом описании ряда важных физических процессов, связанных с распространением электромагнитных волн в длинных линиях, с изучением динамики нефти или газа в трубопроводе, с исследованием распространения колебаний в геологических средах и т.д.

Математическая постановка задачи граничного управления формулируется в терминах начально – краевых задач для уравнения, описывающего рассматриваемый процесс. Это актуальный, быстро развивающийся раздел теории управления и теории краевых задач для дифференциальных уравнений, привлекающий внимание ряда известных специалистов в этих областях.

Следует отметить, что теории задач граничного управления процессами, описываемыми гиперболическими уравнениями, в различных постановках посвящено большое число работ ряда авторов Л.Д. Акуленко, А.А. Андреева, В.Р. Барсегяна, А.В. Боровских, А.Г. Бутковского, Ф.П. Васильева, А.И. Егорова, Л.Н. Знаменской, Е. Зузуа, В.А. Ильина, Е.А. Козловой, Л.В. Крицкова, М.А. Куржанского, С.В. Лексиной, Ж. Лионса, Е.И. Моисеева, А.А. Никитина, П.А. Рево, В.В. Тихомирова, А.А. Фролова, А.А.Холомеевой, Г.Д.Чабакаури, М.М.Потапова и др.

Данная диссертация состоит из введения, обзора результатов, шести глав, обсуждения полученных результатов и библиографии, содержащей 303 наименования. Общий объем диссертации составляет 308 стр.

Во введении приведён краткий обзор известных результатов, связанных с теорией задач граничного управления, обоснованы актуальность, цель и задачи исследования.

В разделе «Обзор результатов по теории задач граничного управления» подробно проведён анализ результатов, связанных с задачей управления в различных постановках. Проведённый автором анализ показывает, что задачи граничного управления для телеграфного уравнения с постоянным коэффициентом и тем более для телеграфного уравнения с переменным коэффициентом мало изучены. Следует отметить, что уровень сложности исследования задач управления для уравнения с переменным коэффициентом связан с тем, что явного аналитического решения для него не ожидается.

В главах 1-3 проведено исследование задач граничного управления смещением для телеграфного уравнения с переменным коэффициентом при различных вариантах граничных условий: с закреплённым правым концом (глава 1), с граничным управлением смещением на обоих концах (глава 2) и со свободным правым концом (глава 3).

В главах 4-6 аналогичные вопросы исследованы для рассматриваемого уравнения в случае, когда процесс управляет с помощью граничной упругой силы. Глава 4 посвящена вопросу управления упругой силой на одном конце при закреплённом другом. В главе 5 исследован случай граничного управления упругой силой на обоих концах. Глава 6 диссертационной работы посвящен исследованию случая управления упругой силой на одном конце, когда второй конец свободен.

В всех главах для названного уравнения строятся обобщённые решения в виде абсолютно сходящегося ряда Неймана в классе \hat{W}_2^1 . Такой подход был впервые введён академиком В.А. Ильиным в 2000 году специально для задач такого типа.

В рассматриваемой диссертационной работе получены следующие новые результаты:

- Доказаны теоремы о разрешимости соответствующих смешанных задач для одномерного телеграфного уравнения с переменным коэффициентом;

- Доказаны теоремы о единственности решения задач граничного управления, производимого смещением и упругой силой, для одномерного телеграфного уравнения с переменным коэффициентом в случае действия управления на одном конце при закреплённом втором; действия управления на одном конце при свободном втором; действия управлений на обоих концах при времени, меньшем или равном критическому;
- Доказаны теоремы о существовании решения задач граничного управления, производимого смещением и упругой силой, для одномерного телеграфного уравнения с переменным коэффициентом в случае действия управления на одном конце при закреплённом втором; действия управления на одном конце при свободном втором; действия управлений на обоих концах при времени, равном критическому;
- Во всех теоремах о существовании решений сформулированы необходимые и достаточные условия для существования рассматриваемых задач граничного управления;
- Обоснована устойчивость решения всех изучаемых смешанных задач и задач граничного управления по отношению к аддитивному возмущению $q(x, t)u(x, t)$, а также относительно функций, входящих в постановку задач.

Абдукаримовым М.Ф. должным образом проанализирована связь полученных результатов с аналогичными результатами для случая $q(x, t) \equiv 0$, отмечена их устойчивость по отношению к такому возмущению волнового оператора.

Работа носит теоретический характер, несмотря на это, её результаты можно использовать при исследовании схожих вопросов теории задач граничного управления и для моделирования различных процессов, описываемых рассмотренными уравнениями.

Безусловными достоинствами диссертационной работы Абдукаримова М.Ф. является тщательность проведённого анализа

поставленных задач, строгое математическое доказательство приведённых утверждений и логичная последовательность изложения результатов.

Диссертация выполнена добросовестно и аккуратно, хотя можно встретить отдельные технические и орфографические ошибки, которые не влияют на качество диссертационной работы. В качестве пожелания отметим, что в дальнейшем целесообразно исследовать задачи граничного управления для телеграфного уравнения с переменным коэффициентом в случае, когда момент времени больше критического, т.е., когда есть возможность поставить задачу оптимизации, которая заключается в отыскании среди всех управлений того, которое доставляет минимум интегралу граничной энергии.

Результаты автора не вызывают каких-либо сомнений. Они изложены в достаточном количестве работ, опубликованных, в том числе, и в журналах, рекомендованных ВАК при Министерстве науки и высшего образования РФ и ВАК при Президенте РТ. Автор неоднократно докладывал свои результаты на семинарах и конференциях соответствующей тематики. Данная работа является законченным научно-исследовательским трудом, выполненным автором самостоятельно на высоком научном уровне.

Результаты диссертации целесообразно использовать в научных центрах, где проводятся исследования проблем управления для уравнений математической физики.

На основании изложенного считаем, что диссертационная работа «Исследование некоторых задач граничного управления для телеграфного уравнения с переменным коэффициентом» удовлетворяет всем требованиям Положения ВАК при Президенте Республики Таджикистан к диссертациям на соискание учёной степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.02 - дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление, а её автор,

Абдукаримов Махмадсалим Файзуллоевич, несомненно, заслуживает присуждения ему искомой степени.

Отзыв составлен доктором физико-математических наук по специальности 01.01.02 - дифференциальные уравнения и математическая физика, профессором кафедры Математика Сарсенби А.М.

Отзыв обсужден и утвержден на заседании кафедры от 31 августа 2022 г., Протокол № 1.

Доктор физико-математических наук,
профессор

J. Сарсенби

Сарсенби А.М.

Заведующий кафедрой Математики,
доктор физико-математических наук,
профессор

Н. Ашираев

Ашираев Н.К.

Адрес: 160000, Казахстан, г. Шымкент проспект Тауке хана, 5

Официальный сайт: auezov.edu.kz

Телефон: +7(7252) 210141

Адрес электронной почты: canselyarya@mail.ru, info@ukgu.kz

Личные подписи профессора Сарсенби А.М.

и профессора Ашираева Н.К. удостоверяю:

Директор административного департамента Некоммерческого
акционерного общества «Южно-Казахстанский
университет имени М. Ауэзова»

