

ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертационную работу Ахмадова Фарвариддина Муфазаловича на тему «Построение решений одного класса интегральных уравнений Вольтерра с граничными особыми и сильно-особыми линиями», представленную на соискание учёной степени кандидат физико-математических наук, по специальности 01.01.02 – Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Соответствие диссертации специальностям и направлениям науки, по которым диссертация представляется к защите. Диссертация Ахмадова Фарвариддина Муфазаловича на тему «Построение решений одного класса интегральных уравнений Вольтерра с граничными особыми и сильно-особыми линиями», представленная на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук, соответствует следующим пунктам паспорта специальностей в области физико-математических наук, ВАК при Президенте Республики Таджикистан по специальности 01.01.02 – Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление по следующим пунктам: 1. Общая теория дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений; 2. Начально-краевые и спектральные задачи для дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений; 3. Теория дифференциально-операторных уравнений.

Диссертацию можно считать разделом вещественного, комплексного и функционального анализа (смежная специальность 01.01.01 – Вещественный, комплексный и функциональный анализ).

Актуальность темы диссертации. Многие задачи прикладного характера теории обыкновенных дифференциальных уравнений, дифференциальных уравнений с частными производными, механики, теоретической физики, теории упругости, гидродинамики, теория поля и других разделов математической физики приводят к изучению интегральных уравнений. В теории интегральных уравнений важную роль играет изучение интегральных уравнений типа Вольтерра первого и второго рода с сингулярными и сверх - сингулярными особенностями в ядре. Методы исследования таких уравнений разрабатывались в трудах многих выдающихся ученых, таких как С.Г. Михлин, Н.И. Мусхелишвили, Ф.Д. Гахов, И.Н. Векуа, А.В. Бицадзе, В.И. Смирнов, Л.Г. Михайлов, А.Д. Джураев, Н. Раджабов и др. В частности, монографии Мусхелишвили Н.И., Гахова Ф.Д. (Мусхелишвили Н.И. Сингулярные интегральные уравнения.

М.:Наука 1968), Гахов Ф.Д. “Краевые задачи” (М.: Наука 1977г)) посвящены изучению одномерных сингулярных интегральных уравнений с ядром Коши.

Изучению одномерных, двумерных и некоторых случаев многомерных интегральных уравнений типа Вольтерра второго рода с фиксированными граничными и внутренними сингулярными или сверх - сингулярными точками, линиями или областями, также изучению двумерных интегральных уравнений типа Вольтерра для неограниченной области посвящены работы Н. Раджабова и Л.Н. Раджабовой. Доказано, что однородные двумерные интегральные уравнения типа Вольтерра с фиксированными сингулярными или сверх - сингулярными линиями в некоторых случаях могут иметь бесконечное число линейно независимых решений. Так как указанные одномерные и многомерные интегральные уравнения в некоторых случаях могут содержать произвольные постоянные или произвольные функции, то для получения единственного решения таких уравнений ставятся и исследуются различные граничные задачи.

Основным объектом исследования является двумерное интегральное уравнение типа Вольтерра с граничными особой и сильно-особыми линиями.

Степень новизны результатов, полученных в диссертации, и научных положений, представленных к защите. Результаты диссертации, являются новыми и состоят в следующем:

- найдены явные представления многообразия решений двумерного интегрального уравнения типа Вольтерра с особыми ядрами, когда корни характеристических уравнений принимают всевозможные значения и коэффициенты уравнения связаны определенными равенствами;
- в постановке и решении задач типа Коши изучаемого интегрального уравнения в случае, когда коэффициенты связаны определенными равенствами;
- в получении многообразия решений в виде обобщенного степенного и функционального рядов двумерного интегрального уравнения типа Вольтерра с особыми ядрами, когда коэффициенты уравнения не связаны определенными равенствами.

Положения, выносимые на защиту:

- теоремы о явных решениях двумерного интегрального уравнения Вольтерра с особыми и сильно-особыми ядрами, когда коэффициенты уравнения связаны определенными равенствами;
- теоремы о разрешимости задач типа Коши;
- теоремы о получении общих решений с помощью обобщенных функциональных и степенных рядов для двумерного интегрального

уравнения типа Вольтерра с граничными особыми ядрами, когда коэффициенты уравнения не связаны определенными равенствами.

Диссертация Ахмадова Ф. М, состоит из введения и четырёх глав.

Во введении обосновывается актуальность темы диссертации, сформулированы цель и задачи исследования, даётся краткий обзор работ близких к тематике исследования, указаны научная новизна и практическая значимость полученных результатов, излагаются основные результаты работы.

В **первой главе** излагается краткий литературный обзор в области интегральных уравнений с регулярными ядрами, а также сингулярных интегральных уравнений типа Вольтерра.

Вторая глава диссертации Ахмадова Ф.М. посвящена исследованию двумерных интегральных уравнений типа Вольтерра с граничными особой и сильно-особыми линиями, когда параметры уравнения связаны между собой.

В **параграфах 2.1-2.9 второй главы** изучается двумерное интегральное уравнение типа Вольтерра вида:

$$u(x, y) + \int_a^x \left[p + q \ln \left(\frac{x-a}{t-a} \right) \right] \frac{u(t, y)}{t-a} dt + \int_b^y \left[\lambda + \mu (\omega_b^\beta(s) - \omega_b^\beta(y)) \right] \frac{u(x, s)}{(s-b)^\beta} ds + \int_a^x \left[p_1 + q_1 \ln \left(\frac{x-a}{t-a} \right) \right] \frac{dt}{t-a} \int_b^y \left[\lambda_1 + \mu_1 (\omega_b^\beta(s) - \omega_b^\beta(y)) \right] \frac{u(t, s)}{(s-b)^\beta} ds = f(x, y), \quad (1)$$

в прямоугольнике $D = \{(x, y) : a < x < a_1, b < y < b_1\}$ с граничными линиями $\Gamma_1 = \{y = b, a < x < a_1\}$, $\Gamma_2 = \{x = a, b < y < b_1\}$.

Как показана в работе разрешимость уравнений (1) зависит от расположения корней двух вещественных характеристических уравнений. Поэтому получены представления многообразия решений в зависимости от знака параметров уравнения, когда корни характеристических уравнений вещественные-разные, вещественные-равные, комплексно-сопряженные, вещественные-разные и равные, вещественные-разные и комплексно-сопряженные, вещественные-равные и разные, вещественные-равные и комплексно-сопряженные, комплексно-сопряженные и вещественные-разные, комплексно-сопряженные и вещественные равные.

Третья глава посвящена постановке и решению задач типа Коши для двумерного интегрального уравнения вида (1), когда параметры уравнения связаны между собой.

В **параграфах 3.1-3.9 третьей главы** на основе полученных интегральных представлений и свойств двумерного интегрального уравнения типа Вольтерра с граничными особой и сильно-особыми линиями, когда

корни характеристических уравнений вещественные-разные, вещественные-равные, комплексно-сопряженные, вещественные-разные и равные, вещественные-разные и комплексно-сопряженные, вещественные-равные и разные, вещественные-равные и комплексно-сопряженные, комплексно-сопряженные и вещественные-разные, комплексно-сопряженные и вещественные равные, ставятся и решаются задачи типа Коши.

Четвёртая глава посвящена исследованию двумерного интегрального уравнения типа Вольтерра с граничными особой и сильно-особыми линиями вида (1), когда параметры уравнения не связаны между собой.

В параграфах 4.1-4.2 четвёртой главы получено многообразие решений двумерного интегрального уравнения вида (1), представимые в виде обобщенных функциональных и степенных рядов.

Обоснованность и достоверность выводов и рекомендаций, указанных в диссертации. Научные положения, выводы и рекомендации, приведённые в диссертации, обоснованы строгими математическими доказательствами с применением общих методов теории дифференциальных и интегральных уравнений, метод получения интегральных представлений. В работе также используется метод решения интегральных уравнений типа Вольтерра с фиксированной сингулярной точкой, также используются методы, разработанные в работах Н. Раджабова и Л.Н. Раджабовой.

Достоверность результатов подтверждается обоснованными теоретическими выкладками, наличием строгих доказательств, опирающихся на методы интегральных и дифференциальных уравнений и согласованностью с известными результатами других авторов.

Научная, практическая значимость результатов диссертации с указанием рекомендации по их использованию. Исследования, приведенные в диссертации, носят теоретический характер. Полученные результаты могут быть использованы для дальнейшего развития теории интегральных уравнений с сингулярными и сверх-сингулярными точками и линиями, для исследования дифференциальных уравнений с сингулярными и сверх-сингулярными коэффициентами, также различных прикладных задач, возникающих в физике, механике и других разделах прикладной математики. Они также могут быть использованы при исследованиях, проводимых в Московском государственном университете им. В.И. Ломоносова, Самарском государственном университете, Казанском (Приволжском) федеральном университете, Национальный университет Узбекистана имени Мирзо Улугбека, Институте математики им. А. Джураева НАН Таджикистана, Таджикском национальном университете, Таджикском государственном педагогическом университете им. С. Айни, Худжандском государственном

университете им. Б. Гафурова, Бохтарском государственном университете им. Носира Хусрава и др.

Публикация результатов диссертации в рецензируемых научных журналах. Основные научные результаты диссертационной работы опубликованы в 20 научных работ автора, из них 8 работ опубликованы в рецензируемых журналах ВАК при Президенте Республики Таджикистан, три из которых опубликованы без соавтора.

Соответствие оформления диссертации требованиям Высшей аттестационной комиссии при Президенте Республики Таджикистан.

Диссертация Ахмадова Ф.М. является самостоятельной, завершённой научно-квалификационной работой, оформлена правильно и соответствует всем требованиям ВАК при Президенте Республики Таджикистан. Автореферат в полной мере отражает основное содержание диссертационной работы.

Достоинство и недостатки в содержании и оформлении диссертации, влияние отмеченных недостатков на качество исследования.

Диссертация Ахмадова Фарвариддина Муфазаловича на тему «Построение решений одного класса интегральных уравнений Вольтерра с граничными особыми и сильно-особыми линиями», представленная на соискание ученой степени кандидата наук, обладает внутренним единством и представляет собой законченное научное исследование. Работа содержит новые, значимые научные результаты по теории интегральных уравнений типа Вольтерра с особыми линиями, подтверждены строгими доказательствами, согласуются с известными результатами других авторов и являются несомненным самостоятельным дополнением автора в теорию данных уравнений.

В работе имеются отдельные недостатки технического характера, допущены некоторые грамматические и стилистические ошибки.

Например, имеются следующие замечания по оформлению и содержанию диссертации:

- В диссертации некоторые формулы написаны с разными размерами.
- Когда параметры интегрального уравнения не связаны между собой, было бы желательно ставить и решать граничные задачи для определения произвольных постоянных.

Аналогичные недостатки технического характера имеются и в некоторых других страницах диссертации.

Высказанные замечания не снижают научных достоинств диссертации и не могут существенно повлиять на ее общую оценку.

Отметим, что в работе решено большое количество задач и для каждой задачи в той постановке, которая имеется в работе, получено её решение в явном виде.

Результаты прошли вполне достаточную апробацию на международных, республиканских конференциях и семинарах. Автореферат правильно отражает основное содержание диссертационной работы.

На основании вышеизложенного считаю, что диссертационная работа Ахмадова Ф.М. «Построение решений одного класса интегральных уравнений Вольтерра с граничными особыми и сильно-особыми линиями» отвечает всем требованиям ВАК при Президенте Республики Таджикистан, предъявляемым к кандидатским диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление, и её автор Ахмадов Фарвариддин Муфазалович заслуживает присуждения учёной степени кандидата физико - математических наук.

Доктор физико-математических наук, 01.01.02 -
Дифференциальные уравнения, динамические
системы, оптимальное управление, профессор кафедры
математического анализа и дифференциальных
уравнений Бохтарского государственного
университета имени Носира Хусрава

Сафаров Джумабой

Адрес: 735140, Республика Таджикистан, г. Бохтар, ул. Айни 67.

Тел.: моб. (+992)917 07 96 40; *e-mail:* safarov-5252@mail.ru

Подпись Док. Сафарова заверяю:

Начальник ОК и СЧ Бохтарского государственного
университета имени Носира Хусрава



Исзода Т.И.

28.01.2025