Отзыв

официального оппонента на диссертацию
Бобоева Элмурода Дустовича «Некоторые краевые задачи для дифференциальных уравнений с сингулярными коэффициентами», представленную на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Вырождающиеся уравнения с частными производными возникли в первой половине двадцатого века в научных трудах Ф.Трикоми, С.Геллерстедта, М.В.Келдыша, М.А.Лаврентьева, А.В.Бицадзе, А.М.Ильина и др. Многие прикладные задачи приводятся к таким уравнениям, например, задачи из гидродинамики и аэродинамики.

Огромный вклад в развитие теории сингулярных уравнений с частными производными эллиптического типа и сингулярных инегральных уравнений внесли И.Н.Векуа, Л.Г.Михайлов, А.Джураев, Н.Раджабов, Б.Боярский, Б.М.Бильман, Г.Джангибеков.

Актуальными остаются изучение краевых задач для сингулярных уравнений с частными производными.

Диссертация Бобоева Э.Д. состоит из введения, раздела обзора результатов по теории граничных задач для уравнений с частными производными, двух глав, раздела обсуждение полученных результатов и библиографии.

В первой главе исследованы граничная задача Дирихле в ограниченной области для эллиптических систем вида

$$\begin{aligned} &a(z)W_{z\bar{z}} + b(z)\overline{W}_{\bar{z}z} + c(z)(\bar{z}/|z|)^n W_{zz} + (z/|z|)^n d(z)\overline{W}_{\bar{z}\bar{z}} + \\ &a_1(z)W_{\bar{z}} + b_1(z)\overline{W}_z + c_1(z)W_z + d_1(z)\overline{W}_{\bar{z}} + \\ &e_1(z)W + h_1(z)\overline{W} = g(z), \end{aligned} \tag{1}$$

с непрерывными коэффициенами $a, b, c, d,$ $n-$ целое число и задача линейного сопряжения в классе $L^p_{\beta-1-\frac{2}{p}}(D^+) \cap W^1(D^+\backslash 0), 2 < p < \propto, 0 < \beta < 1$, для уравнения вида

$$\varphi_{\bar{z}} + \frac{c(z)}{\bar{z}}\varphi + \frac{d(z)}{\bar{z}}\overline{\varphi} = g(z), \tag{2}$$

где $c(z), d(z)$ – измеримые ограниченные в $\overline{D}^+ = \{z: |z| \le 1\}$ функции, имеющие пределы в точке $z = 0$, $g(z) \in L^p_{\beta-n+1-2/p}(D^+)$, причем $c(z) = d(z) = g(z) = 0$ при $z \in D^- = \{z: |z| > 1\}$, с дополнительным условием $\varphi(z) \sim z^{-2}$ при $z \to \infty$.

Сведением этих задач к сингулярным инегральным уравнениям по области, относительно их разрешимости получены следующие утверждения:

а) теорема 1.1 – о необходимых и достаточных условиях нётеровости задачи Дирихле для системы (1) в классе $W_p^2(D)$, $2 < p < \infty$ в случае $n = 0$;

б) теорема 1.2 – о достаточных условиях нётеровости задачи Дирихле для системы (1) в классе $W_p^2(D)$, $2 < p < \infty$ в случае $n \neq 0$.

в) теоремы 2.1 и 2.3 – о необходимых и достаточных условиях нётеровости задачи Дирихле для системы (1) в классе $W_p^2(D)$, $2 < p < \infty$ в случае $n = 2$, $b = c = 0$;

г) теорема 3.2 – о необходимых и достаточных условиях разрешимости задачи линейного сопряжения для уравнения (2).

Во всех указанных теоремах приведены формулы нахождения индекса соответствующих задач.

Во второй главе исследованы начально-краевые задачи для параболических уравнений с сингулярным коэффициентом вида

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\Delta_n u + \frac{k^2}{r^2} u = 0, \qquad (3)$$

здесь Δ_n—-мерный оператор Лапласа, $r^2 = x_1^2 + \cdots + x_n^2$.

Применяя метод разделения переменных, относительно начально-краевых задач получены следующие утверждения:

а) теорема 4.1 – о существовании классического решения начально-краевой задачи для одномерного уравнения (3) в виде рядов по функциям Бесселя первого и второго рода;

б) теорема 5.1 – о существовании классического решения начально-краевой задачи для многомерного уравнения (3) в виде рядов по сферическим функциям.

В разделе «Обсуждение полученных результатов» приводится анализ и сравнение полученных в диссертации результатов.

По оформлению диссертации можно сделать ряд замечаний:

1. В диссертации встречаются опечатки и погрешности редакционного характера. Например, на странице 63 диссертации в 1-й строке сверху для функции T вместо одной производной напечатана вторая производная.
2. На странице 28 диссертации снизу 11 дано неправильный номер ссылки.
3. В соавторских четырех работах (на стр. 101) надо четче определить доля каждого соавтора.
4. Для задачи (2.11)-(2.13) надо уточнить условия налагаемые для начальной функции так как с ростом числа измерений растет и ее гладкость.

Однако перечисленные недостатки не влияют на общую положительную оценку работы.

Содержание диссертации соответствует специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Актуальность темы диссертации, новизна полученных в диссертации результатов и положения, выносимые на защиту не вызывают сомнения.

Сформулированные в диссертации выводы в виде теорем, утверждений и формул для решений рассмотренных задач обоснованы подробными доказательствами и являются достоверными.

Полученные в диссертации результаты пополняют теорию сингулярных уравнений с частными производными. Они могут быть использованы в научных исследованиях, проводимых в Таджикском национальном университете, Институте математики им. А. Джураева НАНТ, Бохтарском государственном университете им. Носира Хусрава.

Результаты диссертации отражены в 10 публикациях, 5 из которых в рецензируемых научных изданиях, входящих в список ВАК при Президенте Республики Таджикистан.

Резюмируя всё сказанное отметим, что диссертация Бобоева Элмурода Дустовича «Некоторые краевые задачи для дифференциальных уравнений с сингулярными коэффициентами», отвечает всем требованиям ВАК при Президенте Республики Таджикистан, предъяляемым к кандидатским диссертациям и его автор достоин присуждения ему учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02– дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Официальный оппонент:

Исмати Мухаммаджон, доктор физико-математических наук, профессор кафедры математика в экономике Международного университета туризма и предпринимательства Таджикистана

Исмати М.

Адрес: 734055 пр. Борбада 48/5, г. Душанбе, Республика Таджикистан
Тел.: моб. 918;

Подпись М.Исмати утверждает
Начальник УК и спец части
МУТПТ Джураев Ш.Н.