«У Т В Е Р Ж Д А Ю»
Ректор Бохтарского государственного университета им. Носира Хусрава, профессор Давлатзода С.Х.
«__» _____ 2022 г.

ОТЗЫВ

ведущей организации по диссертации Бобоева Элмурода Дустовича на тему "Некоторые краевые задачи для дифференциальных уравнениий с сингулярными коэффициентами", представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 - дифференциальные уравнения, динамические системы, оптимальное управление

Диссертационная работа посвящена исследованию вопроса разрешимости основных краевых задач для эллиптических систем дифференциальных уравнений, а также получению представления решений некоторых параболических уравнений с сингулярными коэффициентами на плоскости.

Значительный вклад в развитие теории эллиптических сингулярных дифференциальных уравнений внес академик Л.Г. Михайлов. Следуя классическому методу объемных потенциалов, он приходит к многомерным интегральным уравнениям с однородными ядрами. Л.Г. Михайлов показал, что при условиях малости коэффициентов эти интегральные уравнения однозначно разрешимы. Дальнейшее развитие теории сингулярных эллиптических уравнений нашли отражение в работах учеников Л.Г. Михайлова:
А.И. Ачильдиева, Н.Р. Раджабова, З.Д. Усманова, М. Турсунова, А. Мухсинова и других.

В случае систем уравнений с двумя независимыми переменными, благодаря применению метода теории функции комплексного переменного, путем перехода к системам сингулярных интегральных уравнений по ограниченной области удается исследовать различные краевые задачи для общих эллиптических систем уравнений на плоскости И.Н. Векуа, Б.В. Боярскому, А.Д. Джураеву, В.Н. Монахову, Г. Джангибекову.

Поэтому поставленная здесь задача относится к актуальному направлению теории краевых задач для уравнений в частных производных.

Диссертация состоит из введения, двух глав, списка использованной

литературы, состоящего из 130 наименований, 99 страниц компьютерного набора.

Во введении обосновывается актуальность темы диссертации, сформулированы цель и задачи исследования, даётся краткий анализ работ близких к тематике исследования, указаны научная новизна и практическая значимость полученных результатов, излагаются основные положения представленные к защите.

Глава 1 посвящена изучению задач Дирихле и Неймана для эллиптических систем второго порядка с двумя неизвестными функциями от двух независимых переменных с разрывными коэффициентами на плоскости.

В первом параграфе первой главы рассматривается следующая система уравнений

$$a(z)W_{z\bar{z}} + b(z)\overline{W}_{\bar{z}\bar{z}} + c(z)(\bar{z}/|z|)^n W_{zz} + (z/|z|)^n d(z)\overline{W}_{\bar{z}\bar{z}} +$$
$$a_1(z)W_{\bar{z}} + b_1(z)\overline{W}_z + c_1(z)W_z + d_1(z)\overline{W}_{\bar{z}} + e_1(z)W + h_1(z)\overline{W} = g(z), \quad (1)$$

где $z = x + iy$, $W = u(x,y) + iv(x,y)$, $n -$ целое число. Для системы (1) ставится следующая задача.

Задача Дирихле. Найти непрерывное решение системы (1) в области D из класса $W_p^2(D)$, $2 < p < \infty$, удовлетворяющее на границе Γ условию

$$W(t)|_\Gamma = 0. \quad (2)$$

Установлены эффективные необходимые и достаточные условия нётеровости задачи Дирихле (2) для эллиптической системы (1) и получена формула для вычисления индекса задачи (теорема 1.1 и теорема 1.2).

Во втором параграфе первой главы рассматривается более частная по сравнению с изложенной в параграфе 1 эллиптической системы с разрывными коэффициентами, с целью получения более конкретных результатов относительно картины разрешимости рассматриваемых задач. Для указанной системы получена полная картина разрешимости задачи Дирихле и Неймана (теорема 2.2 и теорема 2.3).

В третьем параграфе первой главы изучается задача линейного сопряжения для обобщённой системы Коши – Римана с сингулярными коэффициентами в весовом пространстве Лебега $L^p_{\beta-1-2/p}(D^+) \cap W^1(D^+)$, где $2 < p < \infty$, $0 < \beta < 1$. Указанная система ранее была предметом исследования со стороны Л.Г. Михайлова и З.Д. Усманова при различных условиях малости коэффициентов.

В данном параграфе, путем эквивалентного перехода к двумерным сингулярным интегральным уравнениям по ограниченной области доказывается, что данная задача нётерово и получена формула для подсчёта индекса задачи (теорема 3.2). Как оказалось, сингулярность коэффициентов существенно влияет на разрешимость рассматриваемой задачи, и зависит от показателя веса рассматриваемых пространств функций. При этом, от коэффициентов системы, в отличие от соответствующих работ Л.Г. Михайлова и З.Д. Усманова, не требуется условия малости коэффициентов.

Глава 2 посвящена получению формулы представления решений начально – краевой задачи для одного многомерного параболического уравнения с сингулярным коэффициентом.

Во второй главе в прямоугольнике $Q = \{0 < t < T, 0 < x < l\}$ рассматривается параболическое уравнение

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{p^2}{x^2}\right) u = 0, \tag{2.1}$$

где $t, x \in Q = \{0 < t < T, 0 < x < l\}$. Требуется найти в прямоугольнике Q решение уравнения (2.1), удовлетворяющее начальному условию

$$u(t,x)|_{t=0} = \varphi(x)$$

и при $t > 0$ граничным условиям $u(t,0) = u(t,l) = 0$. При этом предполагается, что функция $\varphi(x)$ непрерывна и удовлетворяет условиям согласованности $\varphi(0) = \varphi(l) = 0$. Найдена формула представления начально – краевой задачи в виде рядов Фурье – Бесселя (теорема 4.1).

Здесь же для одного класса многомерного уравнения параболического типа с сингулярным коэффициентом найдена формула представления начально – краевой задачи в виде рядов Фурье – Бесселя.

Оценивая новизну и значимость полученных в диссертации результатов, следует прежде всего отметить, что практически все они сформулированы в максимально простой эффективной форме в терминах коэффициентов уравнений и все доказанные теоремы носят законченный характер в том смысле, что в них даются необходимые и достаточные условия нётеровости и указываются простые формулы для подсчета индекса.

Все приведенные результаты являются новыми и обобщают ранее полученых результатов. Доказательство теорем проведены корректно, и их достоверность не вызывает сомнения.

В работе имеются отдельные недостатки технического характера, допущены некоторые грамматические и стилистические ошибки.

Например, имеются следующие замечания по оформлению и содержанию диссертации:

1. В диссетации на страницах 56 и 61 в формуле (2.1) и в теореме 4.1 в уравнение теплопроводности во втором члене пропущена неизвестная функция u(x,t).
2. На странице 70 диссертации снизу в пятой строке вместо слов “даёт” написана “да”.

Высказанные замечания не снижают научных достоинств диссертации и не могут существенно повлиять на ее общую оценку. Полученные автором результаты являются значимыми для развития теории дифференциальных уравнений с сингулярными коэффициентами.

Основное содержание диссертации опубликовано в 10 работах автора, в том числе 5 в изданиях из перечня рецензируемых изданий ВАК при Президенте РТ, а остальные в материалах научных конференции. Результаты прошли вполне достаточную апробацию на международных, республиканских конференциях и семинарах. Полученные в диссертации Э.Д. Бобоева результаты могут применяться в дальнейшем при изучении дифференциальных уравнений с сингулярными коэффициентами.

Автореферат правильно отражает основное содержание диссертационной работы.

Все сказанное выше дает основание считать, что диссертационная работа Бобоева Элмурода Дустовича "Некоторые краевые задачи для дифференциальных уравнений с сингулярными коэффициентами", представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 - дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым ВАК при Президенте РТ к кандидатским диссертациям, а ее автор заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 - дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Отзыв подготовил кандидатом физико – математических наук, доцентом кафедры математического анализа и дифференциальных уравнений Бохтарского государственного университета имени Носира Хусрава Рахимовым З.Х.

Отзыв на диссертацию заслушан и обсужден на кафедре математического анализа и дифференциальных уравнений Бохтарского государственного

университета имени Носира Хусрава (Протокол № 5 от 02 декабря 2022 г.).

Председатель семинара, кандидат физ.-мат. наук,
по специальности 01.01.02 - дифференциальные уравнения,
динамические системы и оптимальное управление Сайдалиев Х.П.

Кандидат физ.-мат. наук по специальности
01.01.02 - дифференциальные уравнения,
динамические системы и оптимальное управление Рахимов З.Х.

Заведующей кафедрой
математического анализа и дифференциальных
уравнений, доктор PhD по специальности 6D060102-
дифференциальные уравнения, динамические системы
и оптимальное управление Абдулвохиди О.

Адрес: Бохтарский государственный университет
им. Н. Хусрава,
735140, Таджикистан, г. Бохтар, улица Айни, 67.
Сайт: www.btsu.tj; e-mail: bgu-1978@mail.ru
Тел. рабочий: +992(3222) 2-54-81; +992(3222) 2-22-53

Подписи Х.П. Сайдалиева, З.Х. Рахимова и О. Абдулвохида
заверяю:

Начальник ОК и спецчасти Бохтарского
государственного университета
им. Носира Хусрава Шукурзод Дж. А.