ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертацию Эшонкулова Алишера Алигуловича “О разрешимости некоторых классов двухмерных сингулярных интегральных операторов со сдвигом”, представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01- вещественный, комплексный и функциональный анализ

Актуальность темы. Методы сингулярных интегральных уравнений и операторов являются одним из мощных средств решения задач современной математики, математической физики и механики. Интегральные уравнения с сингулярным интегральным оператором Михлина-Кёльдерона-Зигмунда

$$(S_m f)(z) = \frac{|m|}{2\pi i^{|m|}} \iint\limits_D \frac{e^{im\theta} f(\zeta)}{|\zeta - z|^2} ds_\zeta, \quad \theta = arg(\zeta - z), \ z \in \overline{D},$$

действующим в лебеговом пространстве функций с весом $L^p_{\beta-\frac{2}{p}}(D)$ $(1 < p < \infty, \ 0 < \beta < 2)$, где D – ограниченная область комплексной плоскости, играет важную роль в теории обобщенных аналитических функций (И.Н.Векуа), теория квазиконформных отображений (Л.Альфорс, М.Шиффер) и теории дифференциальных уравнений с частными производными (Б.Боярский, А.Д.Джураев, В.Н.Монахов и др). Методы исследования L_p- теории многомерных сингулярных интегральных уравнений разработаны Р.В. Дудучавой. К.Х. Бойматовым, Г. Джангибековым и их учениками для широкого класса интегральных функций установлен критерий нетеровости в виде явных условий на его коэффициенты в случае, когда сингулярный интеграл S_m имеет характеристику четного порядка.

Отметим, что некоторые классы уравнений со сдвигом, содержащих операторы S_m, изучены в работах Р.В.Дудучава и Г.Джангибекова. Во всех указанных работах были исследованы операторы S_m с четной характеристикой. Операторы со сдвигом и с нечетной характеристикой ранее не были изучены.

Диссертационная работа Эшонкулова А. А. посвящена исследованию разрешимости некоторых классов двухмерных сингулярных интегральных уравнений типа Михлина-Кельдерона-Зигмуда со сдвигом и полученные

результаты сформулированы в терминах коэффициентов.

Структура и содержание работы. Диссертационная работа состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы. Полный объем диссертации 82 страницы; библиография включает 59 наименований.

Во введении излагается обзор литературы, приводятся основные цели и результаты работы, а также краткое содержание диссертации.

В первой главе работы, состоящей из двух параграфов, приводятся некоторые вспомогательные сведения о пространстве функций, о теории нетеровых операторов в банаховых пространствах, далее исследуется разрешимость некоторых сингулярных интегральных операторов со сдвигом Карлемана.

Рассматривается оператор

$$A = aI + bW + \sum_{m=1}^{N} (c_m I + d_m W)\, S_{2m} + T, \qquad (1)$$

где S_{2m}, обозначает двумерный сингулярный интегральный оператор с четной экспоненциальной характеристикой порядка 2m

$$(S_{2m}f)(z) = \frac{|m|(-1^m)}{\pi} \iint\limits_D \frac{e^{-2im\theta} f(\zeta)}{|\zeta - z|^2} ds_\zeta, \quad \theta = arg(\zeta - z),$$

m— натуральное число, ds_ζ - элемент плоской меры Лебега; D - конечная односвязная область комплексной плоскости, ограниченная простой замкнутой кривой Ляпунова Г; $\overline{D} = D \cup \Gamma$, T - вполне непрерывный оператор, N - натуральное число, a(z), b(z), $c_m(z)$, $d_m(z)$ - непрерывные в $\overline{D}$ квадратные матрицы - функции порядка n, W: $L^{n,p}_{\beta-\frac{2}{p}}(D) \to L^{n,p}_{\beta-\frac{2}{p}}(D)$ - оператор карлемановского сдвига:

$$(Wf)(z) = f\big(\alpha(z)\big),$$

где $\alpha(z)$ - однолистное конформное отображение области D на себя со свойством $\alpha\big(\alpha(z)\big) = z$ для $\forall_z \in \overline{D}$ и $\exists_{z_0} \in \overline{D}$ такое, что $\big(a_{z_0}\big) = z_0$.

Вторая глава диссертации состоит из двух параграфов. В первом

параграфе второй главы в лебеговом пространстве $L^p(D)$ $(1 < p < \infty)$ изучается алгебра R, порожденная сингулярными интегральными операторами с нечетной характеристикой

$$\mathcal{A} = aI + bS_{-n}K + cB_n + d\overline{B_n} + eB_nK + q\overline{B_n}K + T, \qquad (2)$$

где a, b, c, d, e, q - непрерывные в $\overline{D}$ функции, T - вполне непрерывный оператор,

$$(S_{-n}f)(z) = \frac{|n|}{2\pi i^{|n|}} \iint\limits_D \frac{e^{-in\theta} f(\zeta)}{|\zeta - z|^2} ds_\zeta \equiv (S_{-1}^n f)(z),$$

$\theta = arg(\zeta - z)$, $|n| = 2m + 1$, $(Kf)(z) = \overline{f(z)}$, $\overline{B_n} = KB_nK$, $B_n -$ поликерн оператор Бергмана

$$(B_n f)(z) = \iint\limits_D B_n(z, \overline{\zeta}) f(\zeta) ds_\zeta \qquad (3)$$

ядро оператора $B_n(z, \overline{\zeta})$ в случае единичного круга с центром в начале координат, определяется по формуле

$$B_n(z, \overline{\zeta}) = \frac{e^{-in\alpha}}{\pi |1 - z\overline{\zeta}|^2} \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k-1} k C_{\frac{n}{2}}^k C_{\frac{n}{2}+k-1}^k \left| \frac{\zeta - z}{1 - z\overline{\zeta}} \right|^{2(k-1)}, \ \alpha = arg(1 - z\overline{\zeta}).$$

Во втором параграфе исследована алгебра двухмерных интегральных операторов с нечетной характеристикой со сдвигом.

Третья глава диссертации, состоящая из двух параграфов, посвящена исследованию одномерного сингулярного интегрального уравнения Коши

$$(Af)(t) == a(t)f(t) + b(t)\overline{f(t)} + \frac{c(t)}{\pi i} \int_\Gamma \frac{f(\tau)}{\tau - t} d\tau -$$

$$- \frac{d(t)}{\pi i} \int_\Gamma \frac{\overline{f(\tau)}}{\overline{\tau} - \overline{t}} d\overline{\tau} + (Tf)(t) = g(t) \qquad (4)$$

в банаховых пространствах $L_p(\Gamma)(1 < p < \infty)$, где $a(t)$, $b(t)$, $c(t)$, $d(t)$- заданные непрерывные на Г функции, Г - простая замкнутая кривая Ляпунова. Полученные результаты для сингулярных интегральных уравнений (4) применены к общей задаче сопряжения для аналитических функций.

Степень достоверности результатов проведенных исследований. Научные положения, выводы, сформулированные в диссертационной работе, подтверждаются с помощью строгих математических доказательств. Все утверждения диссертационной работы являются обоснованными.

Новизна и практическая значимость, ценность научных работ соискателя. Основные научные результаты, полученные в диссертационной работе, являются новыми и заключаются в следующем:

- для одной системы двумерных сингулярных интегральных операторов по ограниченной области со сдвигом Карлемана в лебеговых пространствах с весом найдены эффективные необходимые и достаточные условия нетеровости и вычислен ее индекс;
- для некоторых классов двумерных сингулярных интегральных операторов с нечетной характеристикой по ограниченной области в лебеговых пространствах с весом получены необходимые и достаточные условия нетеровости, а также даны формулы для подсчета индекса оператора;
- в лебеговых пространствах изучены свойства алгебры R, порожденные сингулярными операторами с нечетными характеристиками и антиконформном сдвигом, для которых получены необходимые и достаточные условия нетеровости и формула для подсчета индекса;
- доказана теорема разрешимости одного класса одномерных сингулярных интегральных операторов Коши и получена формула для подсчета индекса;
- решена общая задача линейного сопряжения для аналитических функций.

Основные результаты диссертации дополняют известные исследования А.Д.Джураев, К.Х.Бойматов, Г.Джангибеков, Р.В.Дудучавы.

Полнота изложения материалов диссертации в работах, опубликованных соискателем. По теме диссертации опубликованы 9 работ, из них 4 входят в перечень ВАК при Президенте Республики Таджикистан. Основные результаты диссертационной работы достаточно полно отражены в этих

публикациях.

Замечания. Имеется незначительное количество опечаток и некоторые погрешности редакционного характера, например на страницах 32, 34, 55, 56 и т.д. Выявленные недостатки не влияют на общую положительную оценку работы.

Выводы. Автореферат соответствует требованиям ВАК при Президенте РТ, полно и правильно отражает основные положения диссертации. На основании вышеизложенного можно сделать вывод о том, что диссертация Эшонкулова Алишера Алигуловича "О разрешимости некоторых классов двухмерных сингулярных интегральных операторов со сдвигом" представляет собой законченное, самостоятельно выполненное научное исследование, содержащее решения, имеющие существенное значение, соответствующее критериям, установленным в «Положении о порядке присуждения ученых степеней», а ее автор Эшонкулов А.А. заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01- вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Официальный оппонент:

Доктора физико-математических наук,
профессора Бохтарского государсвенного
университета имени Н.Хусрава Сафаров Дж.
Адрес: Бохтарский государственный университет,
им. Н. Хусрава, 735140, Таджикистан, г. Бохтар,
улица Айни, 61. Сайт: www.btsu.tj; e-mail: bgu-1978@mail.ru
Тел..рабочий: +992(3222) 2-54-81; +992(3222) 2-22-53

Подпись Дж.Сафаров заверяю:
Началник ОК и спецчасти Бохтарского
государсвенного университета
имени Н.Хусрава Шукурзода Дж.А.

3.05.2023