

## Отзыв

официального оппонента на диссертацию Джумаева Бустонбека Махмадназаровича «Разрешимость переопределенных систем линейных уравнений с частными производными первого и второго порядка с вещественными и комплексными переменными», представленную на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Переопределенные системы уравнений с частными производными возникли в период создания дифференциальной геометрии и математического анализа. Многие уравнения с частными производными, встречающиеся в задачах математической физики, путем введения вспомогательных переменных могут быть сведены к переопределенным системам.

В настоящее время заложены основы теории вполне разрешимых переопределенных систем линейных уравнений в частных производных с двоякопериодическими и ограниченными коэффициентами.

Актуальным является изучение переопределенных систем уравнений с частными производными в других функциональных пространствах, в том числе в пространстве функций, имеющих рост не быстрее полинома.

Рецензируемая диссертация, состоящая из введения, четырех глав, выводов и библиографии из 133 наименований, посвящена, во-первых, изучению проблем разрешимости переопределенной системы трех линейных уравнений с частными производными первого порядка вида

$$\operatorname{grad} U + A(x_1, x_2, x_3)U = F(x_1, x_2, x_3), \quad (1)$$

в пространстве  $P_N$  – функций  $U(x_1, x_2, x_3)$ , непрерывных во всем пространстве и удовлетворяющих условию роста

$$|U(x_1, x_2, x_3)| \leq K(1 + |x_1| + |x_2| + |x_3|)^N, \quad (2)$$

где  $K = K(U) > 0$ ,  $N$  – целое неотрицательное число, во-вторых – проблемам разрешимости и нахождению многообразия решений ряда классов

переопределенных систем линейных уравнений с частными производными первого и второго порядка с комплексными переменными.

В главе 1 дается обзор литературных источников по переопределенным системам уравнений с частными производными первого и второго порядка, имеющихся отношения и близких к теме диссертации.

В главе 2 «Вещественные переопределённые системы уравнений в частных производных», состоящей из четырех параграфов, рассматриваются системы вида (1).

В §2.1 для системы (1) с постоянными коэффициентами доказаны теоремы 2.1 и 2.2 об общем решении системы условий полной разрешимости для коэффициентов и о существовании единственного решения, удовлетворяющего условию (2), а также получена формула решения.

В §2.2 изучается система (1) с переменными коэффициентами и доказана теорема о необходимых и достаточных условиях существования и единственности решения, удовлетворяющего условию (2), а также получена формула решения.

В §2.3 изучается система (1) в неограниченном цилиндре  $\Omega = \{(x_1, x_2, x_3); (x_1, x_2) \in G, x_3 > 0\}$ ,  $G$  – ограниченная область на плоскости  $R^2$ . Доказана теорема о существовании решений, удовлетворяющих условию типа (2) и получены формулы для решений.

В §2.4 изучается система вида (1), состоящая из двух уравнений. Для этого случая рассмотрена задача о существовании решения в угле, удовлетворяющего условию типа (2). Переходом в полярные координаты доказана теорема о существовании единственного решения этой задачи и получена формула для решения.

В главе 3 «Переопределенные системы уравнений с комплексными переменными», состоящей из пяти параграфов, рассматриваются переопределенные системы с комплексными переменными.

В §3.1 приведен вспомогательный материал. В §3.2 изучается переопределенная система вида

$$\begin{cases} w_{\bar{z}} = A\bar{w}, \\ w_z = B\bar{w}, \end{cases} \quad (3)$$

с матричными коэффициентами, удовлетворяющие условию  $A\bar{A} \neq B\bar{B}$ . Отметим, что в этом случае система (3) не будет вполне разрешимой. Сначала рассмотрен случай, когда матрица  $A\bar{A} - B\bar{B}$  вырожденная и имеет один линейно независимый собственный вектор, отвечающий нулевому собственному значению. В этом случае доказана теорема об общем решении системы (3). Далее рассматривается общая ситуация и предлагается способ нахождения всех решений, путем снижения размерности системы.

В §3.3 изучается переопределенная система, состоящая из двух обобщенных уравнений Коши-Римана

$$\begin{cases} w_{\bar{z}_1} + a(z_1, z_2)w = f(z_1, z_2), \\ w_{\bar{z}_2} + b(z_1, z_2)w = g(z_1, z_2). \end{cases} \quad (4)$$

При условии, что коэффициенты и правые части являются двоякопериодическими по каждой переменной с основными периодами  $2\pi$  и  $2\pi i$ , найдены формула общего решения однородной системы, в том числе формулы для ограниченных, двоякопериодических и решений, растущих на бесконечности не быстрее степенной функции, а также формула для общего решения неоднородной системы.

В §3.4 изучается переопределенная система вида

$$w_{\bar{z}_j} + a_j(z_1, \dots, z_n)w = 0, \quad j = \overline{1, n} \quad (5)$$

с двоякопериодическими по каждой переменной с основными периодами  $2\pi$  и  $2\pi i$  коэффициентами. Получена формула общего решения этой системы.

В §3.5 изучается переопределенная система второго порядка следующего вида

$$\begin{cases} w_{\bar{z}\bar{z}} + aw + b\bar{w} = 0, \\ \bar{w}_{\bar{z}\bar{z}} + cw + d\bar{w} = 0 \end{cases} \quad (6)$$

с постоянными коэффициентами. Сведением к системе первого порядка, разработана схема нахождения общего решения этой системы и параллельно получены формулы для размерности пространства решений, имеющих рост не выше полинома степени  $N$ .

В главе 4 «Обсуждение полученных результатов» даётся анализ и сравнение полученных в диссертации результатов.

Теперь переходим к общей оценке диссертации.

Содержание диссертации соответствует специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Актуальность темы диссертации, новизна полученных в диссертации результатов и положения, выносимые на защиту не вызывают сомнения.

Сформулированные в диссертации выводы в виде теорем, утверждений и формул для решений рассмотренных классов переопределенных систем уравнений с частными производными обоснованы подробными доказательствами и являются достоверными.

Полученные в диссертации результаты пополняют качественную теорию переопределенных систем уравнений с частными производными. Они могут быть использованы в научных исследованиях ученых Таджикского национального университета, Таджикского государственного педагогического университета им. С. Айни, Бохтарского государственного университета им. Носира Хусрава.

Диссертация оформлена в соответствии с требованиям ВАК при Президенте Республики Таджикистан.

Автореферат соответствует содержанию диссертации.

Результаты диссертации отражены в 16 публикациях, 5 из которых в рецензируемых научных изданиях, входящих в список ВАК при Президенте Республики Таджикистан.

Резюмируя всё сказанное можно констатировать, что диссертация Джумаева Бустонбека Махмадназаровича «Разрешимость переопределенных

систем линейных уравнений с частными производными первого и второго порядка с вещественными и комплексными переменными» отвечает всем требованиям ВАК при Президенте Республики Таджикистан, предъявляемым к кандидатским диссертациям и его автор достоин присуждения ему учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02–дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

**Официальный оппонент:**

Шоимкулов Бойтура Махмудбекович, кандидат физико-математических наук, 01.01.02–дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление, доцент кафедры математического анализа и теории функций Таджикского национального университета.

Б.М. Шоимкулов

**Адрес:**

Таджикский национальный  
университет,  
734027, г. Душанбе, ул. Буни-Хисорак,  
корпус 17,  
сайт: <http://www.tnu.tj>  
телефон: +992(3722) 1-62-25  
e-mail: [info@mail.ru](mailto:info@mail.ru)

Подпись Шоимкулова Б.М.

заверяю

Начальник управление кадров  
и спец. части ТНУ



Э.Ш. Тавкиев

«30 » 11

2022 г.