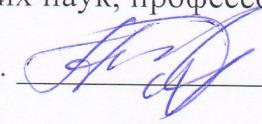


«УТВЕРЖДАЮ»

Ректор Таджикского государственного
педагогического университета им. С. Айни
доктор исторических наук, профессор

Ибодуллоэода А.И.



6 » 12 2022 г.



ОТЗЫВ

ведущей организации на диссертацию Джумаева Бустонбека Махмадназаровича «Разрешимость переопределенных систем линейных уравнений с частными производными первого и второго порядка с вещественными и комплексными переменными», представленную на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Переопределенные системы уравнений в частных производных, появившиеся в 19-м веке, имеют большое применение в теории упругости, теории поля, геометрии, квантовой механике и др. Теория таких систем сформирована в научных трудах Ф. Хартмана, Л. Хёрмандера, И.В. Гайшуна, Л.Г. Михайлова, Н. Раджабова, Р. Пирова и др.

Переопределенные системы уравнений в частных производных в пространствах, ограниченных на всей плоскости функций, в том числе в пространствах периодических, почти периодических и двоякопериодических функций изучались в работах Э. Мухамадиева, С. Байзаева, Д. Сафарова и их учеников. Пока полной теории таких задач нет, и дальнейшее исследование этих задач является актуальным.

Диссертация Джумаева Б.М. состоит из введения и четырех глав. В ней исследованы следующие проблемы:

1. Разрешимость переопределённых систем линейных уравнений с частными производными вида

$$\operatorname{grad} U + A(x_1, x_2, x_3)U = F(x_1, x_2, x_3), \quad (1)$$

$\operatorname{grad} U = (U_{x_1}, U_{x_2}, U_{x_3})$, $A = (A_1, A_2, A_3)$, $F = (f_1, f_2, f_3)$, в пространстве P_N – функций, удовлетворяющих условию

$$|u(x_1, x_2, x_3)| \leq K(1 + |x_1| + |x_2| + |x_3|)^N,$$

где $K > 0$, N – неотрицательное целое число.

2. Нахождение решений системы (1) в неограниченном цилиндре $\Omega = \{(x_1, x_2, x_3); (x_1, x_2) \in G, x_3 > 0\}$, G – ограниченная область, удовлетворяющих условию роста:

$$|u(x_1, x_2, x_3)| \leq M(1 + x_3)^N.$$

3. Нахождение многообразия решений переопределенной системы линейных уравнений с частными производными вида

$$\begin{cases} w_{\bar{z}} = A\bar{w}, \\ w_z = B\bar{w}, \end{cases} \quad (2)$$

с комплексными матричными коэффициентами, в случае невыполнимости условия полной разрешимости.

4. Нахождение общего решения переопределённой системы линейных уравнений с частными производными вида

$$\begin{cases} w_{\bar{z}_1} + a(z_1, z_2)w = f(z_1, z_2), \\ w_{\bar{z}_2} + b(z_1, z_2)w = g(z_1, z_2) \end{cases} \quad (3)$$

с двоякоперiodическими коэффициентами и правыми частями.

5. Построение общего решения переопределённой системы линейных уравнений с частными производными

$$w_{\bar{z}_j} + a_j(z)w = 0, \quad j = \overline{1, n} \quad (4)$$

с n независимыми переменными $z = (z_1, \dots, z_n)$ и двоякоперiodическими коэффициентами.

6. Нахождение общего решения переопределённой системы линейных уравнений с частными производными вида

$$\begin{cases} w_{\bar{z}\bar{z}} + aw + b\bar{w} = 0, \\ \bar{w}_{\bar{z}\bar{z}} + cw + d\bar{w} = 0. \end{cases} \quad (5)$$

с постоянными коэффициентами.

Введение диссертации составлено согласно требованиям Инструкции ВАК при Президенте Республики Таджикистан.

Первая глава диссертации, состоящая из двух параграфов, посвящена обзору и анализу литературы, близкие к исследуемой теме. Следует отметить, что приведенный аналитический обзор охватывает как работы отечественных авторов, так и работы зарубежных авторов. Особенno подробно изложены результаты исследований математиков Таджикистана в области переопределенных систем уравнений в частных производных.

Вторая глава диссертации, состоящая из четырех параграфов, посвящена исследованию проблем 1 и 2. В начале изучены условия полной разрешимости переопределенной системы (1), затем рассматриваются задачи о разрешимости в пространствах вида P_N функций, заданных во всем трехмерном пространстве и в неограниченном цилиндре. Относительно этих задач получены теоремы 2.1 – 2.5:

теорема 2.1 – об общем решении системы уравнений из первой группы условий полной разрешимости;

теорема 2.2 – об однозначной разрешимости системы (1) в пространстве P_N для случая постоянных коэффициентов;

теорема 2.3 – об однозначной разрешимости системы (1) в пространстве P_N для переменных коэффициентов;

теорема 2.4 – о разрешимости системы (1) в неограниченном цилиндре,

теорема 2.5 – о разрешимости двухмерной системы вида (1) в угле.

Во всех теоремах получены формулы для соответствующих решений. В этой главе в основном модифицированы качественные методы дифференциальных уравнений.

Третья глава диссертации, состоящая из пяти параграфов, посвящена проблемам 3 – 6. Здесь исследованы задачи нахождения общего решения систем (2) – (5), в частности решений, принадлежащих пространству типа P_N . Относительно этих задач получены теоремы 3.1 – 3.5:

теорема 3.1 – об общем решении системы (2);

теорема 3.2 – об общем решении однородной системы, соответствующей (3);

теорема 3.3 – об общем решении неоднородной системы (3);

теорема 3.4 – об общем решении системы (4) со многими независимыми переменными;

теорема 3.5 – о размерности пространства типа P_N для системы (5).

Для всех рассмотренных задач получены формулы соответствующих решений. В этой главе в основном применяются методы математической физики и комплексного анализа.

Четвертая глава посвящена обсуждению полученных результатов и возможных дальнейших исследований темы.

В качестве замечаний отметим следующее:

- на странице 22 в двенадцатой строке вместе слова «найдено» должно быть «найдены»;

- на странице 44 в теореме 2.4 вместе слова «разрешимо» должно быть «разрешима».

Эти замечания несущественные и не влияют на научную ценность диссертации.

Подведя итоги, отметим следующие моменты:

- содержание диссертации соответствует специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление;

- полученные в диссертации результаты являются важными для теории переопределенных систем уравнений в частных производных и

свидетельствуют о весомом научном вкладе соискателя в решении актуальных проблем этой теории;

- научные результаты диссертации, а именно утверждения о разрешимости большого класса переопределённых систем уравнений в частных производных в пространствах функций на неограниченных областях и формулы соответствующих решений, являются новыми и имеют оромное значение для качественной теории указанных систем;

- основные научные результаты диссертации опубликованы в 16 работах, из них 5 в рецензируемых научных изданиях, рекомендованных ВАК при Президенте Республики Таджикистан и прошли апробацию на ряде международных и республиканских конференций;

- ссылки на авторов и источников заимствования материалов и отдельных результатов в диссертации имеются;

- полученные результаты могут быть использованы в научных исследованиях проводимых в Таджикском национальном университете, Институте математики имени А. Джураева Национальной академии наук Таджикистана, Таджикском государственном педагогическом университете имени С. Айни, Худжандском государственном университете имени Б. Гафурова, а также при чтении специальных курсов студентам и магистрам названных учреждений.

В связи с выше изложенным считаем, что рецензируемая диссертация «Разрешимость переопределенных систем линейных уравнений с частными производными первого и второго порядка с вещественными и комплексными переменными» является завершенной квалификационной работой и соответствует основным пунктам «Порядка присуждения ученых степеней», Приложение 2 к постановлению Правительства Республики Таджикистан «О Положении о диссертационном совете, Порядке присуждения ученых степеней, Порядке присвоения ученых званий и Порядке государственной регистрации защищённых диссертаций» от 30 июня 2021 года, № 267 и автор Джумаев Бустонбек Махмадназарович заслуживает присуждения ему

учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Отзыв подготовлен экспертом, доктором физико-математических наук, профессором кафедры математического анализа Р. Пировым.

Отзыв заслушан и обсужден на заседании кафедры математического анализа Таджикского государственного педагогического университета имени С. Айни от 24 ноября 2022 г. (протокол № 4).

Председатель, зав. кафедрой
математического анализа,
доктор физико-математических наук



Г.А. Юсупов

Эксперт, доктор физико-
математических наук по специальности
01.01.02 – дифференциальные уравнения,
динамические системы и оптимальное
управление, профессор кафедры
математического анализа



Р. Пиров

Секретарь заседания, кандидат
физико-математических наук, доцент



У.Н. Зеваршоев

Адрес организации: Таджикский государственный педагогический университет им. С. Айни, 734003, Республика Таджикистан, г. Душанбе, проспект Рудаки, 121.

Сайт: www.tgpu.tj; e-mail: info@tgpu.tj.

Тел. рабочий: +992(37)224-13-83; тел. моб. +992(93)508-68-97.

Подписи Г.А. Юсупова, Р. Пирова

и У.Н. Зеваршоева заверяю

Начальник ОК и СР ТГПУ им. С. Айни



А. Мустафазода