РОССИЙСКО-ТАДЖИКСКИЙ (СЛАВЯНСКИЙ) УНИВЕРСИТЕТ

На правах рукописи

КАБИЛОВ МАРУФ МАХМУДОВИЧ

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СТАЦИОНАРНЫХ ВОЛН ФИЛЬТРАЦИОННОГО ГОРЕНИЯ ГАЗОВ И ИХ УСТОЙЧИВОСТИ

Специальность 05.13.18 – Математическое моделирование, численные методы и

комплексы программ

ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание учёной степени доктора физико-математических наук

Научный консультант:

доктор физико-математических наук, академик РАН Нигматулин Роберт Искандерович

Душанбе - 2023

ОГЛАВЛЕНИЕ

СПИ ОБО ВВЕД	СОК ИСПОЛЬЗУЕМЫХ СОКРАЩЕНИЙ И УСЛОВНЫХ ЗНАЧЕНИЙ ЦЕНИЕ	6 8
ОБЩ	АЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ	12
ГЛАЕ	ЗА 1. АНАЛИЗ ИЗУЧЕННОСТИ ФГГ	25
§1.1.	Анализ изученной литературы и теоретические идеи	25
§1.2.	Теоретические основы и методология исследования	37
§1.3.	Описание и анализ имеющихся задач	38
§1.4.	Решаемые задачи	41
ГЛАН	ЗА 2. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ	
CTAI	ЦИОНАРНОЙ СКОРОСТИ ВОЛНЫ ФГГ	43
§2.1.	Основные эволюционные уравнения фильтрационного	
	горения газов с учётом деформации среды	43
§2.2.	Основные стационарные уравнения фильтрационного	
	горения газов	46
§2.3.	Первые интегралы	47
§2.4.	Модель постоянства давления и недеформируемости	
	пористой среды	50
§2.5.	Скорость волны в однотемпературной модели	
	фильтрационного горения газов	51
§2.6.	Скорость волны в двухтемпературной модели	
	фильтрационного горения газов	56
§2.7.	Полиномиально-экспоненциональное описание профилей	
	температур и доли концентрации недостающего	
	компонента в стационарной волне фильтрационного	
	горения газов	61

§2.8.	Анализ модельной системы дифференциальных уравнений	
	фильтрационного горения газов	68
ГЛА	ВА 3. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ	
СИМ	МЕТРИЧНОСТИ ПРОФИЛЕЙ ТЕМПЕРАТУРЫ И	
кон	ЦЕНТРАЦИИ ГАЗА И ИНИЦИИРОВАНИЕ	
хим	ИЧЕСКОЙ РЕАКЦИИ ПРИ ФГГ	73
§3.1.	Основные стационарные уравнения фильтрационного	
	горения газов с учётом диффузии компонентов газа	73
§3.2.	Условие симметричности профилей температуры среды и	
	концентрации реагирующего компонента газа	74
§3.3.	Зависимости скорости стационарной волны и равновесной	
	температуры от коэффициентов диффузии компонентов	
	при ФГГ	76
§3.4.	Температуры инициирования химической реакции при	
	межфазном теплообмене	80
§3.5.	Температуры инициирования химической реакции при	
	теплопотерях	85
§3.6.	Температуры пористой среды и газа при инициировании	
	химической реакции и максимальная температура	
	газа	89
§3.7.	Аналитическое решение математической модели теплового	
	воспламенения смеси газов в инертной пористой среде	95
ГЛАВА 4. ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ СТРУКТУРЫ		
CTAI	ЦИОНАРНОЙ ВОЛНЫ ФГГ И ЕЁ ОСНОВНЫЕ	
ХАРАКТЕРИСТИКИ		
§4.1.	Численный расчёт параметров волны горения водородо-	
	воздушной смеси газов в адиабатическом режиме	101

§4.2.	Давления первоначальной смеси газов в порах пористой	
	среды и структуры стационарной волны фильтрационного	
	горения газов	106
§4.3.	Численный расчёт параметров волны горения метано-	
	воздушной смеси в неадиабатическом режиме	108
§4.4 .	Сравнение результатов численных расчётов в моделях с	
	переменной и постоянной плотностью смеси при	
	фильтрационном горении газов	114
§4.5.	Комплексы программ расчёта характеристик и структуры	
	стационарной волны фильтрационного горения газов	119
ГЛАН	ЗА 5. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ	
прод	ДОЛЬНОЙ И ПРОСТРАНСТВЕННОЙ УСТОЙЧИВОСТИ	
CTAI	ЦИОНАРНОЙ ВОЛНЫ ФГГ	122
§5.1.	Постановка задачи устойчивости стационарной волны	
	горения	122
§5.2.	Продольная устойчивость стационарной волны	
	фильтрационного горения газов	123
§5.3.	Продольная устойчивость стационарной волны	
	фильтрационного горения газов при теплопотерях в	
	окружающее пространство	128
§5.4.	Аналитические зависимости параметров на пределе	
	фильтрационного горения газов	133
§5.5.	Диффузионно-тепловая устойчивость стационарной волны	
	фильтрационного горения газов	138
§5.6.	Пространственная устойчивость стационарной волны и	
	замена скорости химической реакции ступенчатой	
	функции	150

§5.7.	Пространственная устойчивость стационарной волны	
	фильтрационного горения газов при теплопотерях	160
§ 5.8 .	Преобразование Фурье и Лапласа и устойчивость волны	
	фильтрационного горения газов	170
§5.9.	Соотношение параметров на границе устойчивости	175
§5.10	Исследование процесса фильтрационного горения газов	
	методом функционального ряда	176
ОБС	УЖДЕНИЯ ПОЛУЧЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ	202
РЕКС	ОМЕДАЦИИ ПО ПРАКТИЧЕСКОМУ ИСПОЛЬЗОВАНИЮ	
РЕЗУ	ЛЬТАТОВ	207
выв	ОДЫ	208
СПИ	СОК ЛИТЕРАТУРЫ	210
СПИ	СОК ИЛЛЮСТРИРАЦИЙ	248
ПРИ.	ЛОЖЕНИЯ А	254
ПРИ.	ЛОЖЕНИЯ Б	258
ПРИ.	ЛОЖЕНИЯ В	263
ПРИ.	ЛОЖЕНИЯ Г	267
ПРИ.	ЛОЖЕНИЯ Д	271

СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМЫХ СОКРАЩЕНИЙ И УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ

- ФГГ фильтрационное горение газов;
- ФГ фильтрационное горение;
- ВАК высшая аттестационная комиссия;
- РФ Российская Федерация;
- РТ Республика Таджикистан;
- T_0 температура при нормальных условиях (*K*);
- T_1, T_2 температуры газа и пористой среды соответственно (*K*);
- T_e равновесная температура (*K*);
- U скорость волны ФГГ ($_M/c$);
- v_{10}, v_{10} скорость вдува газа ($_{M/c}$);
- ρ_{10}^0 , ρ_{20}^0 истинные плотности газовой и твёрдой фаз соответственно (κ_2/M^3);
- ρ_{10} , ρ_{20} приведённые плотности газовой и твёрдой фаз соответственно ($\kappa 2 / M^3$);
- c_p теплоёмкость смеси газов при постоянном давлении ($M^2/(c^2 \cdot K)$));
- c_2 теплоёмкость твёрдой фазы ($M^2/(c^2 \cdot K)$);
- λ_1, λ_2 коэффициенты теплопроводности смеси газов и твёрдой фазы соответственно ($\kappa c \cdot M/(c^3 \cdot K)$);
- *а*₁ объёмное содержание газовой фазы;
- *α*₂ объёмное содержание твёрдой фазы;
- α коэффициент теплопотока между фазами ($\kappa c/(c^3 \cdot K)$);
- α_w коэффициент теплоотдачи стенки;
- *R*_{*w*} радиус трубки (м);
- α_0 объёмный коэффициент теплообмена с окружающей средой;
- S_{c} удельная поверхность пористой среды (M^{-1});

- Q тепловой эффект реакции (M^2/c^2);
- *Е* энергия активации ($\kappa_2 \cdot M^2 / (c^2 \cdot MOJb)$);
- *R* универсальная газовая постоянная ($\kappa z \cdot M^2 / (c^2 \cdot MORthorns K)$);
- *d* диаметр частиц пористой среды (*м*);
- k_0 предэкспонент (1/c);
- D коэффициент диффузии (M^2/c);
- *v* порядок реакции;

 $\eta_{1(k_*)}$ - массовая концентрация недостающего компонента газовой смеси; $\eta_{1(k_*)0}$ - массовая концентрация недостающего компонента газовой смеси в исходном состоянии;

 $v_{1(k_{*})}''$, $v_{1(k_{*})}'$ - стехиометрические коэффициенты исходных и конечных веществ недостающего компонента газовой смеси соответственно;

*g*_{1(*i*)} - молекулярные веса компонентов газовой смеси;

 $g_{1(k_*)}$ - молекулярный вес недостающего компонента газовой смеси;

 μ_1 - коэффициент динамической вязкости ($\kappa_2 / (M \cdot c)$);

 $\operatorname{Re} = \left(\left| \nu_{10} \right| d_{eff} \rho_{10} \right) / (\mu_1 \alpha_1)$ - число Рейнолдса;

 $\Pr = c_p \mu_1 / \lambda_1$ - число Прандтля;

 $Nu = 0.395 \text{Re}^{0.64} \text{Pr}^{1/3}$ - число Нуссельта;

нижние индексы

- 1,2 номера фаз;
- 0 состояние системы в нормальных условиях;
- р при постоянном давлении;
- *с* параметры на межфазной поверхности;
- е,∞ равновесные параметры за волной;
- *k* количество компонент газовой смеси;

введение

Актуальность темы исследования. Фильтрационное горение газов (ФГГ) это процессы распространения зоны газофазовой экзотермической реакции в инертной пористой среде при фильтрационном поводе газообразных реагентов к зоне химического превращения. ФГГ входит в состав сравнительно новой области теории горения под названием фильтрационное горение (ФГ). Изучение ФГГ вызвано практической и теоретической необходимостью. С её позиции изучены и объяснены явление прогорания огнепреградителей, разработаны горелочные устройства нового поколения и химические реакторы с тепловыми волнами. Горелки с пористой средой характеризуются более высокими скоростями горения, повышенной стабильностью пламени и более низкими температурами в зоне горения, что приводит к уменьшению образования NO_x. Традиционные пористые горелки односекционные, то есть состоят из одного слоя пористого тела. Этот слой обеспечивает сгорание горючей смеси, стабилизацию и устойчивость зоны горения, полноту выгорания и др. Современные горелочные устройства основаны на принципах ФГГ и имеют многосекционной конструкции. Такой подход позволяет исследовать И оптимизировать функции горелки: химическое превращение, стабилизацию пламени, устойчивость горения, выход радиационного потока и др. – раздельно, что в свою очередь позволяет сделать горелочное устройство наиболее отвечающим требованиям потребителя. Сфера использования таких горелок очень широк: горелки для печей, сушилок, отопления жилищ и других помещений, печи для обжига руд, кирпича, керамики, варки стекла, силикатных материалов, и многое другое. Наряду с этими возможностями ФГГ привлекает внимание исследователей и с научной точки зрения, рассматривая разные виды частные случаи более общих волновых процессов. горения, как При в уравнениях учитывается лишь математическом описании процесса ФГГ экзотермическая реакция смеси и связанное с ней выделение энергии. В случае

достаточно интенсивного межфазного теплообмена, различием температур газа и пористого скелета можно пренебречь, тогда из уравнения ФГГ, в частности, гомогенного можно получить уравнения горения газов, горения конденсированных веществ и др. Поэтому исследуя модель ФГГ, также закономерности распространения волн реакции при выявляем горении различных веществ. Различие возникает при переходе к двухтемпературной структуре когда температура газа существенно различается волны, OT температуры частиц твёрдой фазы в силу малой теплопроводности газовой фазы по сравнению с теплопроводностью каркаса. Этот вид горения в некоторой степени можно считать изученным[1-11]. ФГГ возник в результате применения в технологических печах рекуперативного подогрева воздуха [12] и вопросов сжигания низкокалорийных смесей. Перспективность этой идеи были показаны в работах [13-15]. Эта идея была развита в работе [16]. В работах [17-19] теоретически и экспериментально были исследованы влияние размера объекта, массового теплопотерь расхода газа И на характеристики пламён, стабилизированных на пористом теле. Вопросы о возможных волновых режимах в таких системах рассматривалась в [3-10], при этом использовались работы [20-27]. Наряду с этими работами отметим, что в работах [28-30] фильтрационные волны горения исследованы с учётом кинетических и теплофизических свойств Технологическая систем. направленность процессов фильтрационного горения($\Phi\Gamma$) расширило область рассматриваемых задач. Помимо классических вопросов (о структуре, механизме и скорости волны) возникли управленческие и оптимизационные задачи. Неординарный оптимизационный подход предложен в работе [31]. Разработанная теория ФГ использовалась для описания процесса B самораспростраяющегося высокотемпературного синтеза в [32-35]. работах [36,37] явление агломерационного горения рассматривалась, как задача теплообмена конвективного В волн И реакционного тепловыделения. перечисленных выше работах удалось объяснить закономерности процесса

регенерации тепловыделения газовым потоком. Наука ФГ была сформулирована в результате исследования процессов самораспространяющегося синтеза (высокотемпературного) соединений [38-40], исходя из классического подхода [41,42].

Степень научной разработанности изучаемой проблемы. На данном этапе существуют различные классификации стационарных режимов фильтрационного горения газов, например, скоростная классификация В.С.Бабкина [43], скоростные режимы с учетом давления во фронте волны горения Г.А.Лямина с коллегами [44] И режимы co значимыми К.В.Добрего, С.А.Жданок [45]. По характеристиками классификации В.С.Бабкина существует шесть основных стационарных режимов ФГГ, два из них соответствует режимам низких скоростей (скорость распространения волны ~ 10⁻⁴м/с): режим низких скоростей, реализуемый в пористой среде с диаметром пор меньше критического диаметра и режим низких скоростей -2, с диаметром пор больше критического. Именно этим режимам посвящена тема диссертации. В связи с этим отметим, что в этих режимах, некоторые вопросы ФГГ изучены недостаточно с позиции классической теории горения. Например, определение соотношения для основной характеристики волны (скорость распространения волны ФГГ) методами Я.Б.Зельдовича и Д.А.Франк-Каменецкого [42,46] (связь Б.В.Новожилова [47], концентрации); А.П.Алдушина температуры И И А.Г.Мержанова [48] (связь градиента температуры и концентрации). Влияние порядка реакции модель А.Г.Мержанова и А.К.Филоненко [49]. Методы учета диффузии компонентов газа Р.И.Нигматулина [50] (диффузионное приближение) и аппроксимации профилей температур и концентрации различными функциями различных зонах структуры волны Н.Н.Смирнова, Зверева И.Н. [51]. В Численный метод пристрелки Я.Б.Зельдовича и др. [42]. Определение критериев воспламенения при ФГГ подходами Я.Б.Зельдовича [52], П.К.Сеначина [53], В.И.Бабушок и др. Ю.И.Бабенко [54], [55]. Изучение продольной И пространственной устойчивости стационарных волн ФГГ в адиабатических и неадиабатических режимах с помощью метода малых возмущений (подходами Г.И.Баренблатта, Я.Б.Зельдовича и А.Г.Истратова [56]; Г.М.Махвиладзе и Б.В.Новожилова [57,58]; К.Г.Шкадинского И Б.И.Хайкина [59]; К.Г.Шкадинского, Б.И.Хайкина И А.Г.Мержанова [60]; В.С.Бермана И В.Н.Курдюмова[61]; Б.Дж.Матковского и Г.И.Сивашинского [62]). Определение условия устойчивости стационарной волны ФГГ применением преобразования Лапласа Фурье обобщенное уравнение И на сохранения тепла И бифуркационный пульсирующего фронта ΦΓΓ подходы анализ Б.Дж.Матковского и Г.И.Сивашинского [62].

Связь работы с перспективными темами. Диссертационная работа выполнена в соответствии с перспективными научно-исследовательскими темами Российско-Таджикского (Славянского) университета с 2003 по 2022 годов.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Цель исследования. Аналитическое и численное моделирование характеристик и структуры стационарной волны ФГГ в режимах низких скоростей. Разработка диффузионно-тепловой модели ФГГ. Моделирование воспламенения газа в инертной пористой среде, критерии продольной и пространственной устойчивости фронта ФГГ методами малых возмущений, преобразованием Фурье и Лапласа и бифуркации.

Для достижения поставленной цели были сформулированы следующие задачи исследования:

- 1. Определение соотношения для скорости волны в однотемпературной и двухтемпературной моделях фильтрационного горения газов.
- Аппроксимация профилей температур пористой среды, газа и концентрации недостающего компонента газа полиномиальными и экспоненциальными функциями.
- 3. Исследование диффузионно-тепловой многокомпонентной модели ФГГ.
- 4. Исследование воспламенения газа в инертной пористой среде в адиабатическом и неадиабатическом режиме.
- 5. Обоснование эффективного численного метода исследования моделей ФГГ.
- 6. Вычислительный эксперимент структуры стационарной волны ФГГ.
- Сравнение расчётных значений характеристик стационарной волны в моделях с постоянной и переменной плотностью смеси газов.
- Исследование продольной устойчивости фронта ФГГ в адиабатическом и неадиабатическом режиме.
- Применение преобразования Фурье и Лапласа в задачах устойчивости фронта ФГГ.
- 10. Исследование диффузионно-тепловой устойчивости фронта ФГГ.
- 11.Исследование пространственной устойчивости фронта ФГГ при теплопотерях.

- 12.Исследование пространственной устойчивости фронта ФГГ при замене скорости химической реакции кусочно-постоянной функции.
- 13. Бифуркационное исследование устойчивости фронта ФГГ

Научная новизна исследования:

- 1. Обоснована применения метода Б.В.Новожилова для определения скорости волны ΦГГ.
- 2. Разработан новый подход определения скорости стационарной волны ФГГ.
- Обосновано приближённо аналитическое описание структуры стационарной волны ФГГ.
- 4. Разработан новый метод учёта диффузии компонентов газа в определение скорости волны ΦГГ.
- 5. Определены аналитические зависимости температуры инициирования химической реакции от параметров пористой среды и смеси газов.
- Впервые найдено аналитическое решение модельной задачи ФГГ вдоль характеристик.
- Подтверждено критерии инициирования химической реакции при теплоотводе из зоны горения при ФГГ.
- 8. Обоснован эффективный численный метод исследования структуры стационарной волны ФГГ.
- Обоснована однотемпературная математическая модель ФГГ, в частности, описывающая горение конденсированных сред и теплодиффузионное горение газа без пористой среды.
- 10. Впервые получена формула максимальной температуры пористой среды при наличии теплопотерь и вдува смеси.
- 11. Обосновано критерии продольной и пространственной устойчивости фронта ФГГ.
- 12. Применена теория бифуркации к пульсирующему фронту ФГГ.

Теоретическая и научно-практическая значимость исследования

Теоретическая значимость исследования заключается в нахождении:

- связи градиента температуры с концентрацией реагирующего компонента газа;
- условия симметричности профилей температуры и концентрации компонентов газа и их зависимости;
- функциональной зависимости температуры инициирования химической реакции от параметров;
- аналитического решения модельной задачи ФГГ вдоль характеристик;
- критерия инициирования химической реакции при теплоотводе из зоны горения при ФГГ;
- условия продольной устойчивости фронта фильтрационного горения газов, в частности, аппроксимирующего пульсирующий режим горения конденсированных сред;
- условия пространственной диффузионно-тепловой устойчивости фронта фильтрационного горения газов;
- разложения характеристик волны по малому параметру и оценка средних значений величин.

Практическая ценность исследования заключается в следующем:

- Явные выражения функции температуры смеси газов, пористой среды и концентрации от координаты и времени позволяют инженерам легко рассчитать распределения температуры и концентрации в зонах горения при конструировании и разработки оборудования и устройств.
- Разработанная и обоснованная критерия инициирования волны химической реакции при ФГГ позволяет предсказать температуру воспламенения смеси в тех или иных случаях.
- 3. В предсказании максимальной температуры пористой среды в зависимости от параметров системы.

- 4. Полученные результаты могут быть использованы при формулировке способов повышения надёжности огнепреградителей и рекомендации об устойчивости фронтов фильтрационного горения газов, конденсированных сред и горения смеси газов без пористой среды.
- 5. Полученные результаты также могут быть использованы в практике изготовления горелочных устройств современного типа, где используются иные способы локализации пламени в пористых телах, по сравнению с традиционным способом (стабилизация пламени на границе пористое теловнешняя среда).

Объект исследования - стационарная волна ФГГ в инертной пористой среде в режимах низких скоростей.

Предмет исследования. Соотношения параметров для определения скорости волны. Зависимости скорости волны от определяющих и управляющих Приближённо параметров системы. аналитическое описание структуры стационарной волны. Критерия подобия профилей температуры пористой среды и концентрации компонентов смеси газов. Функциональные зависимости температуры инициирования химической реакции от параметров. Аналитическое решение модельной задачи ФГГ вдоль характеристик. Условия инициирования волны химической реакции при теплоотводе из зоны горения. Вычислительный структуры стационарной волны ФГГ. Критерии продольной и эксперимент пространственной устойчивости волны ФГГ. Разложения характеристик волны по малому параметру и оценка средних значений величин.

Личный вклад соискателя учёной степени

Все представленные в диссертации результаты получены лично автором за исключением некоторых параграфов (§2.1, §2.2, §3.2, §3.3), которые являются результатами совместных исследований со своими учениками.

Соответствие диссертации паспорту специальности: диссертация соответствует следующим областям исследований по паспорту специальности:

- п.1. Разработка новых математических методов моделирования объектов и явлений;

- п.2. Развитие качественных и приближенных аналитических методов исследования математических моделей;

- п.4. Реализация эффективных численных методов и алгоритмов в виде комплексов проблемно-ориентированных программ для проведения вычислительного эксперимента.

Положения, выносимые на защиту:

- 1. Разными подходами выведены различные соотношения для определения скорости волны ΦГГ.
- 2. Разработан приближённо аналитический метод описания структуры стационарной волны ФГГ.
- 3. Разработан новый метод учёта диффузии компонентов газа при определении скорости волны ФГГ.
- 4. Функциональные зависимости температуры инициирования химической реакции от параметров пористой среды и смеси газов.
- 5. Аналитические решения модельной задачи ФГГ вдоль характеристик.
- Разработано критерии инициирования волны химической реакции при теплоотводе из зоны горения.
- 7. Обоснован эффективный численный метод исследования структуры стационарной волны ФГГ.
- Разработана и обоснована однотемпературная математическая модель ФГГ, в частности, описывающая горение конденсированных сред и теплодиффузионное горение газа без пористой среды.
- 9. Впервые получена формула максимальной температуры пористой среды при наличии теплопотерь из зоны горения и вдува смеси газов в пористую среду.
- 10. Разными способами выведены условия продольной и пространственной устойчивости волны ФГГ.

11. К пульсирующему фронту ФГГ применена теория бифуркации.

Степень достоверности результатов. Все результаты получены аналитическим способом, на основе апробированных уравнений сохранения энергии и масс с помощью выкладок, преобразований, аналогий и, в частности, подтверждают теоретические и экспериментальные выводы и соотношений, существующие в научной литературе.

Апробация и реализация результатов диссертации. Основные научные результаты диссертации докладывались и обсуждались:

- 1. XII всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики (г.Уфа, 19-24.08.2019);
- Научно-исследовательский семинар кафедры газовой и волновой динамики МГУ им. М.В. Ломоносова под руководством академика РАН Р.И. Нигматулина (11.02.2019, 14.02.2011, 14.03.2011,);
- 3. IV Международной научно-практической конференции "Современное программирование" (г. Нижневартовск, 08.12.2021);
- Международной научно-практической конференции посвященной 30-летию независимости РТ и 25-летию РТСУ «Роль Российско-Таджикского (Славянского) университета в становлении и развитии науки и инновационного образования в Республике Таджикистан» Часть I, Душанбе, 15-16 октября 2021 г.
- Международной научной конференции «Физика конденсированного состояния и смежные проблемы», посв. 70-летию профессора А.И. Филиппова (г. Стерлитамак, 2-5.11.2019);
- Международной научной конференции «Сингулярные интегральные уравнения и дифференциальные уравнения с сингулярными коэффициентами», посв. 70-летию профессора Г. Джангибекова (г. Душанбе, 30 31.01.2020 г.);

- Научный семинар по горению и аэрозолям Института химической кинетики и горения СО РАН под руководством В.С. Бабкина (11.12.2014);
- Международной конференции «IX International Voevodsky Conference Physics Chemistry of Elementary Chemical Processes» посвящённой столетию В.В. Воеводского (г. Новосибирск, ИХКГ СО РАН, 26.06.2017);
- Научный семинар Института механики им. Р.Р. Мавлютова, УНЦ РАН (г.Уфа, 01.06.2017);
- Первой и второй всероссийской летней школы-конференции «Физикохимическая гидродинамика: модели и приложения» (БашГУ, 26.06.2016, 25-30 июня 2018);
- 11. Международной конференции «Дифференциальные уравнения и смежные проблемы» (г. Стерлитамак, Республика Башкортостан, 25-29 июня 2018);
- 12. Второй и третьей конференции по фильтрационному горению (г.Черноголовка, ИПХФ РАН, 11.11.2010, 21.06.2013);
- Международной конференции «Химическая и радиационная физика», посвящённой 100-летию О.И. Лейпунского (г. Москва, ИХФ РАН 25.08.2009);
- 14. Научной конференции отдела горения и взрыва Института химической физики РАН под руководством С.М. Фролова (г.Москва, ИХФ РАН 01.2011);
- Международной конференции «Современные проблемы газовой и волновой динамики», посв. памяти академика Х.А. Рахматулина (г.Москва, МГУ им. М.В. Ломоносова, 2009);
- Международной конференции MSS-09 «Трансформация волн, когерентные структуры и турбулентность», посвящённой академику Моисееву (г.Москва, ИКИ РАН 23.11.2009);
- Научные семинары физического и механико-математического факультетов Таджикского национального университета (17.05.2014, 22.04.2015);

- Научный семинар Физико-технического института АН Республики Таджикистан (19.06.2013);
- VIII Всероссийский съезд по теоретической и прикладной механике (Пермь, 2001г.);
- 20. Международной конференции «Фундаментальные вопросы физики» (Казань 13-18.06.2005);
- 21. Международной научной конференции «Современные проблемы теории дифференциальных уравнений и математического анализа», посв. 80-летию академика АН РТ А. Джураева (г.Душанбе 07.12.2012);
- Международной научной конференции «Актуальные вопросы математического анализа, дифференциальных уравнений и информатики», посв. 70-летию академика АН РТ З.Д. Усманова (г.Душанбе, 24.08.2007);
- 23. Международной научной конференции «Современные проблемы математического анализа и их приложений», посв. 60-летию академика АН РТ К.Х. Бойматова (г.Душанбе, 21.06.2010);
- 24. Международной конференции по физике конденсированного состояния, посв. 85-летию академика А.А. Адхамова (г. Душанбе, 17.10.2013);
- 25. Международной научной конференции «Современные проблемы математического анализа и теории функций», посв. 60-летию академика АН РТ М.Ш. Шабозова (г.Душанбе, 28.06.2012);
- 26. Международной научной конференции «Современные проблемы математики и её приложения», посв. 70-летию чл.-корр. АН РТ Э.М. Мухаммадиева (г.Душанбе, 28.06.2011);
- 27. Международный научно-практический семинар «Проблемы гидромеханики и развитие гидроэнергетики, мелиорации и экологии в Центральной Азии», посв. 75-летию доктора технических наук, профессора М.А. Саттарова (г. Душанбе, 16.03.2013);

- Десятая Международная теплофизическая школа «Теплофизические исследования и измерения при контроле качества веществ, материалов и изделий» (г.Душанбе, 3.10.2016);
- 29. Международной научной конференции «Актуальные проблемы математики и её приложения» (г. Кургантюбе, 06.10.2012);
- Республиканские конференции (г. Ленинабад, 1990, г. Куляб, 1991, г. Душанбе, 1992, 1996, 1998, 2001, 2006-2008, 2014).

Публикации по теме диссертации

По теме диссертации автором опубликованы более 70 печатных работ, в том числе 38 работ в журналах, рекомендованных ВАК при Президенте Республики Таджикистан и ВАК Министерство образования и науки РФ. Список основных публикаций приведён в последней части раздела списка литературы.

Структура диссертации и объём

Диссертация состоит из введения, пяти глав, обсуждения результатов, выводы, четыре приложения, 56 рисунков, списков литературы и иллюстраций. Работа представлена на 274 страницах (208 стр. текста), 302 библиографических ссылок.

Во введении приведены актуальность темы исследования, степень научной разработанности изучаемой проблемы и связь работы с перспективными темами.

В части общая характеристика работы приводятся цель и задачи исследования, объект и предмет исследования, научная новизна, теоретическая и практическая значимость исследования, основные положения, выносимые на защиту, степень достоверности результатов, соответствие диссертации паспорту специальности, личный вклад автора в исследовании, апробация полученных результатов, публикации по теме диссертации, структура диссертации.

Первая глава посвящена обзору литературы по фильтрационному горению и устойчивому распространению волны горения в различных средах.

Первые четыре параграфа второй главы посвящены основным нестационарным и стационарным одномерным уравнениям сохранения энергии, массы их первым интегралам, уравнению состояния газовой фазы, а также постановке задачи фильтрационного горения газов в инертной недеформируемой пористой среде. В последующих четырёх параграфах главы из математической модели ФГГ (в адиабатическом режиме) выводятся соотношения параметров, чтобы произвести расчёт скорости стационарной волны ФГГ. В пятом параграфе рассматривается однотемпературная модель, что предполагает равенства температур фаз. Между градиентом температуры системы (пористая среда + смеси газов) и концентрации реагирующего компонента смеси газов находиться связь, а затем это связь используется в уравнение энергии для нахождения соотношения. Соотношение для расчёта скорости волны получено методом Б.В.Новожилова (для конденсированных сред). В шестом параграфе рассматривается конечный межфазный теплообмен, что означает различие температур фаз и находиться связь между градиентом температуры твёрдой фазы и концентрации недостающего составляющего смеси. В седьмом параграфе рассматривается аналитически приближенная модель структуры стационарной волны ФГГ, то есть приближённая модель структуры волны описываются функциями (полиномиальными и экспоненциальными) известными в математике. В восьмом параграфе главы изучается, поведение системы дифференциальных уравнений в особых точках с учётом затухающей химической реакции в конечной части волны.

Третья глава посвящена подобию профилей температуры пористой среды и концентрации компонентов смеси газов, температурам инициирования химической реакции, а также аналитическому решению задачи теплового воспламенения смеси газов в инертной пористой среде. В **первом** параграфе главы приводится модель ФГГ, которая включает уравнения баланса тепла в твёрдой и газовой фазах, уравнения баланса массы составляющих газовой смеси

и уравнение состояния газа в предположении постоянства давления. Во втором параграфе из обезразмеренной системы получены критерии подобия профилей температуры пористой среды и концентрации компонентов газа, а также их линейные зависимости. В третьем параграфе для скорости стационарной волны получено соотношение (интегрированием уравнения энергии) учитывающие коэффициенты диффузии компонентов газа в виде чисел Льюиса. Интеграл энергии берётся в предположении, что тепловая энергия выделяется в узкой зоне, а функции температуры и концентрации входящие в скорость химической реакции берётся из решения задачи в области прогрева. Кроме того для аррениусовской функции используется преобразование Д.А.Франк-Каменецкого. В последующих параграфах главы изучается тепловое воспламенение четвёртом реакционной смеси. Α именно, В параграфе на основе двухтемпературной модели воспламенения смеси газов получены различные формулы определения температуры инициирования химической реакции соответствующие случаям распространения волны ФГГ. Для температуры пористой среды, при которой воспламеняется смеси газов в порах пористой среды получена формула, а также зависимости температуры пористой среды, смеси газов и доли недостающего компонента смеси от времени и координат. В пятом параграфе получено соотношение для определения температуры инициирования химической реакции в порах пористой среды. Это соотношение, найдено исходя из однотемпературной и одномерной модели распространения стационарной волны ФГГ в неадиабатическом режиме. В шестом параграфе анализ модельной задачи воспламенения в двухтемпературной постановке проводится в предположении, что зона горения является поверхностью разрыва и решения в областях прогрева и внутренней релаксации сшиваются. При этом скорость стационарной волны определялась по соотношению из шестого параграфа второй главы (2.6.7). Кроме того на этом параграфе приведены различные графики температуры пористой среды и смеси газов в момент инициирования волны химической реакции, а также максимальной И равновесной температуры в зависимости от состава смеси, диаметра частиц и теплопроводности пористой среды. Седьмой параграф этой главы посвящён аналитическому решению математической модели теплового воспламенения смеси газов в инертной пористой среде. Решение зависящие от времени и продольной координаты, представляющие собой профили температур газа, среды пористой недостающего компонента смеси найдены И вдоль характеристик. При этом определено соотношение для скорости стационарной волны ФГГ.

B четвёртой главе анализируется численные расчёты профилей температур фаз и зависимости скорости волны, максимальной температуры и ширины различных участков волны от параметров пористой среды и газа. Первый и второй параграфы главы посвящены расчёту и анализу характеристик волны для водородо-воздушной смеси газов. В третьем параграфе произведены расчёты характеристик волны для метано-воздушной смеси. Проведён анализ зависимостей скорости наиболее изменения кривых волны, высокой температуры газа и толщины различных участков в структуре волны от параметров. В четвёртом параграфе главы приводятся результаты расчётов характеристик волны, произведённые по моделям с переменной и постоянной плотностью смеси газов. Пятый параграф главы посвящён комплексам программ расчёта характеристик И структуры стационарной волны фильтрационного горения газов.

В пятой главе изучается продольная и пространственная устойчивости стационарной волны ФГГ по отношению к малым тепловым возмущениям. В первом параграфе главы приводится математическая постановка задачи устойчивости стационарной волны по отношению к малым пространственным возмущениям. Во втором параграфе главы исследуется продольная устойчивость стационарной волны ФГГ. В третьем параграфе предпринято

23

теоретическое исследование влияния теплоотвода на продольную устойчивость стационарных волн ФГГ с целью нахождения зависимости параметров на устойчивости. Четвёртый границе параграф посвящён расшифровке аналитических зависимостей параметров на пределе ФГГ. В пятом параграфе главы изучается теплодиффузионная устойчивость стационарной волны в рамках подхода, где скорость химической реакции аппроксимируется б-функцией. В параграфе рассматривается пространственная устойчивость шестом стационарной волны ФГГ по отношению к малым тепловым возмущениям при аппроксимации скорости химической реакции кусочно-постоянной функцией. В седьмом параграфе главы изучается пространственная устойчивость стационарных волн ФГГ по отношению к малым возмущения при теплопотерях окружающее пространство и пренебрежением диффузии недостающего В В восьмом параграфе главы результате компонента. В применения преобразования Фурье и Лапласа к обобщённому линеаризованному уравнению баланса получено условие устойчивости фронта тепла горения В неадиабитическом режиме. В девятом параграфе соотношение параметров на границе устойчивости получено на основе подхода Я.Б.Зельдовича, что максимальная температура пламени, соответствующая критическому значению теплоотвода, отличается от адиабатической температуры на один характерный интервал. В десятом параграфе нелинейная устойчивость стационарной волны ФГГ изучается методом бифуркации.

ГЛАВА 1. АНАЛИЗ ИЗУЧЕННОСТИ ФГГ

§1.1. Анализ изученной литературы и теоретические идеи

Аналитически приближенная теория горения должна дать аналитические виды зависимостей основных характеристик волны горения от исходных параметров системы. Они очень удобны для получения качественных выводов и могут быть уточнены при сравнении с расчётными зависимостями. Кроме того они используются для осмысления и интерпретации результатов численных расчётов. К аналитически приближенным методам исследования ФГГ можно отнести многие работы Новосибирских (В.С.Бабкина, Ю.М.Лаевского, С.С.Минаева, А.А.Коржавина, Н.А.Какуткиной, С.И.Потытнякова) и Белоруских ученых (К.В.Добрего, С.А.Жданок, С.И.Шабуня, С.И. Футько, Рабиновича О.С. и др.). Заметим, что процессы ФГ изучаются многими учёными в разных странах, и задача горения сводилась к определению скорости распространения зоны горения [22,48,63]. В связи с этим следует отметить, что впервые формулу для скорости распространения вывели Я.Б.Зельдович и Д.А.Франк-Каменецкий [46]. При коэффициентов диффузии ЭТОМ предполагалось равенство И температуропроводности. Это условие дало возможность найти зависимость концентрации от температуры и свести систему уравнений (диффузии и теплопроводности) к одному уравнению, содержащему только температуру. Аналогичная задача была решена в [47]. Подобное определение скорости распространения приводился в [48], то есть находиться связь между градиентом температуры и глубиной превращения вещества. Однако в научной литературе по ФГГ такой подход не практиковался. В связи, с чем нами было предпринято обобщать этот подход к ФГГ. При отсутствии конвективного переноса тепла в зоне горения были рассмотрены два случая: ускоренный (интенсивный) теплообмен между фазами и при конечном значении коэффициента теплообмена. С учётом конвективного переноса тепла рассмотрен только случай конечный межфазный теплообмен. Рассчитанные температуры фаз в окрестности границы зоны горения (со стороны зоны подогрева), по приближенным решениям основных уравнений модели ФГГ (в отсутствие члена с тепловыделением) и установленной численным методом (определения скорости распространения волны), приблизительно равны равновесной температуре.

Знание структуры волны горения имеет важное практическое значение, к многочисленные свидетельствует работы исследователей чему [27,42,45,48,51,63-67]. В связи с этим нельзя не отметить критики учёных на методы изучения структуры волны горения, встречаемые в научной литературе по теории горения. Например, в [67] отмечается, что метод, развитый в [42] (бесконечно узкая зона горения), не полностью отражает структуры волны. Асимптотическая теория или приближение моментальной реакции недостаточно описывает процесс распространения волны, поскольку задача сводится только к определению максимальной температуры и скорости волны [45,67]. По этой причине дополнительно к этим параметрам определяются толщины зон в структуре волны [8-10]. А для конкретного анализа структуры волны, различных эффектов (неодномерности и нестационарности) используется численный метод [68-79].

В связи С вышеотмеченными, нами рассмотрена аналитически приближенная модель структуры стационарной волны ФГГ в соответствии, с которой профили температуры И концентрации на разных участках аппроксимируются полиномиальными И экспоненциальными функциями. Получены формулы определения максимальной температуры газа и равных температур фаз в области прогрева, а также соотношение для скорости распространения волны. Относительно координаты точек равенство температур фаз, перегиба на профиле температуры пористой среды, максимальной скорости реакции и температуры газа, также получены формулы. Значения перечисленных параметров волны позволяют оценить структуру волны от случая к случаю. Для

определения основных характеристик волны и её структуры нами также применён численный метод исследования. Получены расчётные зависимости толщины различных зон и координаты характерных точек в структуре волны от диаметра частиц и скорости вдува. Проведены сравнения параметров волны в моделях с переменной и постоянной плотности смеси газов. Во всех рассмотренных нами моделях в качестве теплопроводности пористой среды используется эффективная теплопроводность [80,81], поскольку пористая среда это неоднородная система.

В теории горения газов известно, что при равенстве коэффициентов диффузии и температуропроводности имеет место, подобия профилей температуры и концентрации [42], то есть существует связь между концентрации и температуры [82]. Это в свою очередь, означает постоянство полной энтальпии, которое состоит из тепловой и химической энергии. Уменьшение одной из них приводило к увеличению другого. При изучении ФГГ использовалась коэффициент диффузии недостающего компонента газовой смеси [63,45] в виде число Льюиса (представляющего собой отношение коэффициента диффузии к коэффициенту температуропроводности). Под её эффектами понималось, как эффекты числа Льюиса составленного для смеси газов без пористой среды, так и эффекты кривизны фронта пламени [83]. В работе [83] экспериментально было показано отличие параметров волны ФГГ от их теоретических значений, которые могли бы проявиться в областях составов смеси, где обнаруживаются эффекты число Льюиса в условиях обычного пламени. Из-за этого авторы полагали существование связи между аномалиями ФГГ (занижение температуры в волне горения и сдвига максимума скорости волны в сторону бедных смесей) и эффектами число Льюиса. В связи с этим были поставлены задачи выяснения влияние чисел Льюиса компонентов смеси на процесс горения. Для решения подобных задач, нами составлен модель ФГГ отличающихся от других предыдущих моделей тем, что уравнения сохранения

массы компонентов смеси включает соответствующее число Льюиса компонента и разработан подход, по которому можно учесть влияние диффузии всех компонентов в приближенно-аналитической модели. Получены различные соотношения для скорости распространения волны горения с учётом коэффициентов диффузии компонентов смеси. Произведены расчёты основных характеристик волны в водородо- и метановоздушных смесях.

Вопрос теплового воспламенения реакционной смеси, находящейся в инертной пористой среде считается важным в практическом отношении в силу пожаровзрывобезопасности техники, сооружений и систем транспортировки и хранения топливно-воздушных смесей. Заметим, что газо-воздушная смесь самовоспламеняется, если нагревать смесь до температуры воспламенения и эта температура зависит от концентрации, скоростей тепловыделения, теплоотдачи, теплообмена, кинетических констант и давления смеси. Сущность теории теплового самовоспламенения[85] заключается в нарушении равновесия (теплового) между реагирующей системой и окружающей средой. Эта теория была развита многими учёными [86-91]. В процессах горения основную роль играют критические явления. Под этим словосочетанием понимается резкое изменение режима протекания процесса при малом изменении внешних воздействий: воспламенение, зажигание и концентрационные пределы. Обычно, задача о зажигании включает стадии разогрева, реагирования, ускорения реакций. Очевидно, это не простая задача, но здесь можно выделить существенные моменты: разработку представлений о механизме явления, методов определения параметров зажигания и формулировку критериев зажигания. Этим вопросам и способам аналитического и численного решения задач о зажигании вещества посвящена монография [92].

Концентрационные пределы воспламенения бывают нижний и верхний. Нижний концентрационный предел воспламенения соответствует минимальному содержанию горючего газа в смеси, а верхний предел воспламенения –

28

максимальному. Внутри этого интервала происходят воспламенения смеси. Вне концентрационных пределов газовоздушные смеси не горят и не взрываются. Внутри концентрационных пределов смеси при поджигании в атмосфере горят, а в замкнутом объёме взрываются. В замкнутом объёме, в адиабатическом случае тепло, выделившееся в ходе реакции, будет расходоваться только на увеличение температуры газа и рост температуры вызывает быстрое увеличение скорости реакции, что сопровождается дальнейшим ускорением нагрева смеси. Внешне, этот саморазгоняющийся процесс выглядит как взрыв, поэтому вес процесс нагрева называют тепловым взрывом. Нестационарная и стационарная теории теплового взрыва разработаны Н.Н.Семёновым [93-95] И Д.А.Франк-Каменецким [90] соответственно. Нельзя не отметить монографию [96], которая в большей степени посвящена изучениям критических явлений. В соответствии с [96] критические явления дают информацию о химической кинетике и о процессах тепло-и массопереноса. В [97] рассмотрены вопросы теоретического и экспериментального моделирования процесса горения высокоэнергетических устройствах. Формулируются материалов в технических требования К моделированию, критерии достоверности моделирования, а также критерии подобия условий горения.

Некоторые вопросы моделирования процессов самовоспламенения и объёмах горения В ограниченных И двигателях внутреннего сгорания рассмотрены в [53]. В этой работе производится классификация динамических задач теории горения, и это делается в силу важности вопроса, к какому классу отнести конкретно рассматриваемую задачу, а также для анализа И использования предшествующего научного опыта при решении аналогичных задач. В работе [54] отмечено, что теорию воспламенения следует использовать для изучения механизма распространения волн ФГГ. В [55] рассмотрен тепловой взрыв смеси в безградиентной среде и по аналогии к этой работе нами изучены тепловое воспламенение смеси в инертной пористой среде при неоднородности

температуры. Исследование позволило получить формулу для определения температуры пористой среды, при которой воспламеняется смесь газов. Полученная формула содержит критерию подобия времён протекания процессов теплообмена между фазами и химической реакции. В однотемпературной постановке, в соответствии с которой не различаются температуры фаз на волне горения, также проведено исследование воспламенения смеси газов в инертной пористой среде при наличии теплопотерь, аналогично [54]. В результате установлено, равенства потоков тепла «уходящего» в окружающее пространство и выделяющегося в зоне горения. В связи с этим особо следует отметить поучительные экспериментальные теоретические исследования И закономерностей воспламенения горения газовых смесей [98-144], И посвящённые повышению уровня пожарной безопасности предприятий путём снижения пожаровзрывоопасности сред. Заметим, что выбросы взрывоопасных газовых смесей возможны и на производстве и в шахтах, в связи с этим не ослабевает интерес к моделированию горения и взрыва таких смесей. Химическая реакция в газах может распространяться со скоростями порядка нескольких сантиметров в секунду (дозвуковая) и на 3-4 порядка больше (сверхзвуковая) [145-149]. Условия распространения таких волн хорошо изучены [150]. Низкоскоростное горение метановых смесей является источником трагедий стационарный вариант В шахтах, которого хорошо изучен экспериментально. На практике для решения вопросов безопасности важно оценить скорость распространения пламени и время, проходящее от начала нагрева до детонации, в зависимости от условий протекания процесса и кинетических параметров смеси, а также саму возможность перехода волны горения в детонацию в данных условиях [151]. В [152] обобщены результаты экспериментальных исследований по влиянию условий процесса (температуры, давления, концентраций газовых реагентов) на скорость горения. Используя компьютерное моделирование, возможно не только рассчитать стационарную

скорость горения газовой смеси, но рассмотреть процесс от нагревания газа до возможного перехода горения в детонацию. В работе [153] с помощью компьютерного моделирования горения метановоздушных смесей определены видимая скорость горения и нормальная скорость распространения пламени.

Устойчивость фронта ФГГ нами рассмотрена на основе однотемпературной модели, включающие уравнения сохранения энергии системы, массы реагирующего компонента смеси, и в частности, описывающие горения конденсированных сред, теплодиффузионное горение смеси газов. В связи с этим проводиться общий обзор работ по устойчивости волны горения.

Вопрос устойчивости волны является одним из важных вопросов при разработке горелочных устройств. Обычно этот вопрос решается методом малых возмущений. Математически, это означает, исследование устойчивости установившихся решений уравнений кинетики и сохранения.

Неустойчивость фронта пламени в гидродинамической постановке изучено в [154]. В работе предполагалось, что параметры (температура, скорость газа и плотность) на фронте меняются скачком. При этом скорость фронта пламени считалась постоянной и заданной. В итоге установлено, что пламя неустойчиво и скорость возмущения растёт при уменьшении длины волны возмущения. В работе [155] показано, что искривления фронта влияет на гидродинамическую неустойчивость.

Отметим, что в работе [82] (Б.Льюисом и Г.Эльбе) впервые в теории горения было рассмотрено явление диффузии веществ. В связи с этим отношение коэффициентов диффузии и температуропроводности получило название число Льюиса. Важные соображения о роли этого числа были высказаны в работах [156,157]. В работе [158] утверждалось, что при числе Льюиса меньше или равно единицы, выпуклость поверхности фронта уменьшает, а вогнутость увеличивает скорость фронта и фронт пламени становится устойчивым. При числе Льюиса больше единицы, на выпуклом участке, скорость горения больше, в сравнении с вогнутым участком. Это объясняется тем, что на выпуклом участке горючее на поверхность фронта подаётся диффузией значительно, чем теплоотдача несгоревшей смеси. А на вогнутом участке, смесь теряет горючее диффузией быстрее, чем нагревается и плоский фронт становится неустойчивым. В работе [159] приведена количественная теория устойчивости плоского фронта пламени по отношению к пространственным возмущениям его тепловой и диффузионной структуры. В предположении об узкой зоне горения по сравнению с зонами прогрева и диффузии было показано, что при числе Льюиса больше единицы фронт пламени неустойчив, а при Le < 1 устойчив.

В [60] проведено численное исследование неустойчивости фронта реакции в области изменения параметров, для которых реализуется пульсирующий режим распространения фронта. Отметим, что приближённо-аналитическая теория пульсации предложена в [160], асимптотические методы были развиты в [62,161], где температурная зависимость скорости реакции аппроксимировались дельта и кусочно-постоянными функциями соответственно. В работах [58,162] выяснены осциллирующий характер фронта пламени и быстрота проявления неустойчивости по отношению к двумерным возмущениям, чем к одномерным. Позднее в работе [61] было показано, что при относительно малых ширинах неустойчивым зоны реакции волна становится ПО отношению К пространственным возмущениям (с некоторой длиной волны) раньше, чем при плоских возмущениях. Устойчивость фронта реакции в газовой смеси к пространственным возмущениям при различных значениях число Льюиса исследовался в [163]. В работе [164] предложена ячеистая модель пламени. На основе этой работы В [165] рассмотрено уравнение (нелинейное) термодиффузионной неустойчивости для описания развития возмущений искривлённого пламени. Методом численного исследования показано, что плоское пламя преобразуется в трёхмерное ячеистое пламена с пульсирующей структурой. Образование двумерной структуры было также предметом

численного исследования в работе [166]. Экспериментальные исследования показали, что фильтрационное горение при определённых условиях является устойчивым [167,168]. Устойчивость фильтрационного горения исследована в работах [24,169-171]. В работе [24] исследована гидродинамическая устойчивость ФГ по аналогии с работой Ландау [154]. Двумерная неустойчивость волны ФГ без ограничений на длину волны колебаний приводился в [171]. В работах [172-174] нестационарные эффекты при ФГ изучались численными методами. Поверхностные режимы ФГ в двумерной постановке рассмотрено в [175]. При экспериментальном моделировании нефти [176-178] процессов внутрипластового горения обнаружились автоколебательные режимы распространения фронта. Заметим, что неустойчивое распространение фронта пламени является в практическом отношении существенным фактором, так как, эффективность использования подаваемого в пористую среду окислителя сильно снижается. Вопрос устойчивости фронта ФГГ связан с широким внедрением в практику устройств разработанных на основе этой теории. Под устойчивостью понимается нестационарный процесс затухания возмущений фронта ФГГ возникающие по многим причинам. Нестационарный процесс роста возмущений фронта фильтрационного горения рассматривалась в ряде работ [179-210]. В работах [24,167] обнаружены очаговой и наклонной возмущений фронта. нарастания При очаговом деформация возмущении происходит фронта горения, приводящая К раздроблению фронта. Необходимым условием развития очагового возмущения является малость числа Льюиса газовой смеси [168]. Наклонное нарастание возмущений, характеризуется тем, что фронт горения постепенно перестаёт быть перпендикулярным к вектору средней скорости фильтрации топлива и при дальнейшем развитии может, погаснет. Задача 0 гидродинамической неустойчивости ΦΓΓ фронта при размерах возмущений, значительно превышающих тепловую ширину пламени, поставлена и аналитически решена в [24]. При анализе гидродинамической неустойчивости [24,33] используется аналогия устойчивости плоских пламен [162]. Делается попытка изучать независимо друг от друга задачи тепловой и гидродинамической неустойчивости [202]. Причём одномерные рассматриваются тепловые И двумерные гидродинамические возмущения. Показано, что в случае небольшого различия констант фильтрации по обе стороны фронта горения пламя гидродинамически неустойчиво. Волны горения устойчивы при встречном распространении потоку в том смысле, что неустойчивость спутных режимов проявляется при меньших значениях некоторого бифуркационного параметра. В [204] решена задача о тепловой неустойчивости фронта ФГГ для малых двумерных возмущений фронта в приближении моментальной реакции. Определен декремент затухания возмущения, найдена критическая длина волны, результаты работы согласуются с выводами работы. Тепловая неустойчивость одномерной сферической волны ФГГ в приближении узкого фронта горения рассмотрена в [170] и показано, что стационарный фронт устойчив по отношению к сдвигу в расходящемся потоке и неустойчив сходящемся Публикации [205-210] В потоке. посвящены качественному анализу совместного влияния тепловых и гидродинамических факторов на устойчивость фронта. В них развивается качественный метод анализа – метод конкуренции потоков. Суть его заключается в исследовании теплового баланса области прогрева фронта в сечении возмущения как функционала от деформации фронта и других параметров системы.

Особо следует отметить, что именно нелинейность математической модели ФГГ вынуждает исследователей прибегать к численным исследованиям [68,181-191]. Впервые одномерная численная модель структуры стационарной волны ФГГ была реализована в работе [68], ряд многомерных вычислительных моделей процессов, основанных на ФГГ, представлен в [184]. Во введении работы [181] приводится обсуждение важного вопроса численного моделирования процессов ФГГ, а именно моделирование взаимодействий диффузионного и кинетического

Это масштабов. взаимодействие порождает такую важную макрохарактеристику, как нормальную скорость распространения пламени. А в работах [185, 186] отмечается, что балансные монотонные неявные разностные схемы с использованием сгущающихся в зоне горения сеток является наиболее продуктивным инструментом численного моделирования в теории горения. В [187, 188] предложены и исследованы многоуровневые явные схемы, а в [189] рассмотрена двухуровневая полунеявная разностная схема. В работах [190, 191] сделаны попытки численными методами исследовать горение газа в отдельной поре. В [180] в смесях этанола с воздухом численными методами исследованы процессы самовоспламенения и распространения плоского ламинарного пламени. Показано, что сверхадиабатические температуры развиваются в богатых смесях в пламени и при самовоспламенении. Установлено, что более ускоренный процесс образования воды оказывается и более продуктивным в тепловыделении и повышении температуры, чем более медленные процессы образования СО и СО₂. Выявлено, что причиной стабилизированного горения богатых смесей состава этанола подкритического является наличие сверхадиабатических температур. В [192-197] рассмотрены проблемы численного моделирования процессов ФГГ. В задачах горения построение математической модели и соответствующего вычислительного алгоритма требует особенной аккуратности ввиду сложности физико-химического явления и огромной разномасштабности дифузионно-конвективного и кинетического процессов. Численные двумерные расчёты температурных и концентрационных полей, подтверждённые экспериментально, выполнены в [192] для случая горения метановоздушной смеси в прямоугольной горелке с крупнопористой инертной секшией. Достаточно полный обзор экспериментальных И теоретических работ по фильтрационному горению газа в инертной пористой среде представлен в [193]. Как отмечено в [194-197] процессы ФГГ чрезвычайно трудны для численного моделирования. Во-первых, из-за традиционных трудностей, возникающих при численном решении задач газового горения и связанных с ней большой разномасштабностью протекающих при этом процессов: газодинамический, диффузионный, кинетический. Наиболее сложно для численного моделирования взаимодействие диффузионного и кинетического масштабов. Во-вторых, возникают дополнительные трудности, связанные со спецификой задач ФГГ, поскольку в этих задачах необходимо учитывать еще масштабы, задаваемые теплопереносом в пористой среде и тепловым взаимодействием газовой фазы и пористой среды. Численные исследования гибридных волн горения в двухсекционном аппарате показали, что стабилизация положения фронта горения происходит вблизи границы раздела сред [198]. К этим работам предшествовало численное исследование фильтрационного горения малогазовых сред [199]. В [200] рассмотрено нестационарное фильтрационное горение газа в инертном пористом слое с учётом распределения давления газа в порах, определены пределы стационарного режима горения внутри слоя в зависимости от расхода газа и параметров межфазного теплообмена. Показана возможность существования автоколебательного режима фильтрационного горения.

Проведённые нами исследования продольной и пространственной устойчивости фронта ФГГ в адиабатических и неадиабатических режимах и с разными подходами заключаются в определение соотношений параметров на границах устойчивости, в частности, совпадающие с ранее полученными соотношениями для горения конденсированных сред. Расшифровка соотношений дают удовлетворительную согласованность с ранее полученными результатами и экспериментальными выводами, сделанными относительно скорости вдува, коэффициента теплоотдачи во внешнее пространство, ширины зоны горения и волнового числа. В результате исследования продольной устойчивости фронта ФГГ в неадиабатическом режиме впервые получена формула максимальной пористой температуры среды, содержащие скорости вдува смеси И
коэффициента теплоотдачи в окружающее пространства. В частности, при нулевой скорости вдува формула выражает температуру горения конденсированных сред при теплопотерях.

Подводя итог проделанного обзора работ, отметим, что диссертационная работа посвящена проблеме ФГГ в инертной пористой среде [63, 212, 213].

§1.2. Теоретические основы и методология исследования

Теоретической основой изучения фильтрационного горения газов являются законы природы, то есть законы сохранения энергии, количество движения и массы, а также дополнительные соотношения выражающие состояние системы. Поскольку на данном этапе развития теории горения разработаны различные подходы и методы исследования структуры стационарной и нестационарной волны горения, распространения зоны горения, то эти методы и подходы в частности обощаются на случай ФГГ. Например, приближённо аналитическим методом описывается структура стационарной волны ФГГ. Разработан метод учета диффузии компонентов газа при определении скорости стационарной волны. Найдены аналитические зависимости температуры инициирования химической реакции от коэффициента межфазного теплообмена и других определяющих параметров пористой среды и смеси газов, как решения системы дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка. Найдены ΦΓΓ аналитические решения модельной задачи методом характеристик. Аналитически приближенным методом установлены критерии инициирования волны химической реакции при теплоотводе из зоны горения. Для детального изучения структуры волны используется численный метод исследования. На основе метода малых возмущений изучается устойчивость стационарной ΦΓΓ, волны определяются границы колебательной И экспоненциальной неустойчивости, и на этих границах найдены аналитические зависимости частоты возмущения, волнового числа и коэффициента теплоотвода

от характерных параметров системы. Кроме того, для получения условия устойчивости стационарных волн ФГГ используется метод преобразования Фурье и Лапласа. Проводится бифуркационный анализ в окрестности точек границы устойчивости.

§1.3. Описание и анализ имеющихся задач

На современном этапе развития компьютерных технологий появляется новая возможность в исследовании процессов горения при помощи расчётов в трёхмерного программных комплексах ДЛЯ термогазодинамического моделирования. Наиболее известным программным комплексом является ANSYS 11.0 CFX. В работе [291] решается задача определения возможности применения программного комплекса ANSYS 11.0 CFX. Для проверки работоспособности программы были смоделированы процессы ламинарного и турбулентного горения в гомогенной предварительно перемешанной топливовоздушной смеси. В качестве критерия, по которому оценивается точность расчёта в ANSYS 11.0 CFX, была выбрана — нормальная скорость распространения пламени, являющаяся наиболее важной физико-химической характеристикой процесса горения. Были проведены расчеты ламинарного и турбулентного горения паров керосина в потоке воздуха.

Горение предварительно перемешанных газовых смесей в узких плоских каналах, образованных параллельными пластинами и имеющих ширину зазора в поперечном направлении значительно меньше, чем размеры пластин, представляет интерес как с фундаментальной, так и с прикладной точек зрения. В значительной мере этот интерес продиктован задачами, возникающими при разработке микроустройств, источником энергии в которых служит горение [292]. Для микрогорелок, как правило, рассматривается непрерывная подача топлива через отверстие в одной из пластин, с образованием кольцевого пламени и оттоком продуктов сгорания в атмосферу на периферии, причём одна из стенок

38

канала может быть обогреваемой. Для такой конфигурации было показано, что в определённых режимах горение может становиться неустойчивым, приводя к возникновению специфических режимов горения (пульсирующие И вращающиеся виды пламени), см. [293–297]. В работе [298] методом численного перемешанной моделирования изучено горение предварительно метановоздушной смеси (стехиометрической и нестехиометрической) в узком зазоре между параллельными горизонтальными пластинами. Расчёты проведены на основе решения системы уравнений Навье-Стокса многокомпонентного газа в приближении малых чисел Маха, химические реакции описываются детальной кинетической схемой. Интегрирование производится явной схемой. Продемонстрировано развитие неустойчивости, приводящее к возникновению ячеек на фронте расходящегося от точки зажигания пламени. Показана зависимость видимой скорости распространения и размеров ячеек от ширины зазора между пластинами.

В настоящее время, вследствие большого потребления природных ресурсов и увеличения цен на нефть и природный газ особое внимание уделяется твёрдому топливу – углю. Использование в теплоэнергетике такого топлива приводит к проблемам в стабилизации пламени и горении в целом, а также в загрязнении атмосферы оксидами углерода (CO, CO₂), азота (NO_x), серы (SO_x), углеводородами (C_nH_m) и другими продуктами горения. В связи с этим в монографии (Аскарова А.С., Болегенова С.А., Габитова З.Х.) [299] исследованы тепломассопереноса, процессы происходящих В топочной камере промышленного котла. В работе представлены результаты 3D вычислительных экспериментов исследованию тепловых, ПО аэродинамических И концентрационных характеристик по всему объёму топочной камеры с учётом влияния на них дисперсности угольной пыли и влажности сжигаемого угля, а также предложена современная технология «острого дутья» (Overfire air) с целью минимизации выбросов вредных веществ в атмосферу.

В [300] численно решена одномерная осесимметричная задача об инициировании волны горения в нефтенасыщенном пласте. Рассматривались две горючие компоненты – подвижная (нефть) и неподвижная (карбоген, нефтяной абсорбат). Проанализировано влияние наличия двух горючих компонент на время инициирования горения и динамику фронта. Показано, что при сохранении полного теплосодержания системы увеличение доли подвижной

компоненты приводит к замедлению образования очага и снижению максимальной температуры в пласте, несмотря на более высокую реакционную способность жидкой компоненты. Расчёты показывают наличие ДВУХ «всплесков» скорости фронта: первый соответствует времени инициирования горения, второй – моменту, когда фронт выгорания твёрдой компоненты обгоняет фронт вытеснения жидкой горючей компоненты. Отмечено, что скорости распространения фронта, по крайней мере, после прохождений «всплесков» и выхода на квазистационарный режим, близки для случаев с различной массовой долей жидкой компоненты. Характерное время формирования очага экзотермической реакции может увеличиться с 50 до 200 сут при повышении массовой доли жидкой компоненты с 30 до 80 % при принятых термодинамических условиях в пласте. Таким образом, при реализации термогазового метода В высокопроизводительных пластах повышается вероятность трудности инициирования очага. Поэтому изучение закономерностей внутрипластового горения для таких случаев представляет особый интерес. Например, задача инициирования очага может быть решена за счет повышения концентрации кислорода в дутье или использования нестационарной (периодической) подачи дутья. Установлено, что учёт более реакционноспособной подвижной компоненты приводит к уширению фронта. Это может положительно сказаться на его термогидродинамической устойчивости. Результаты исследований могут быть использованы при разработке проектов нефтедобычи, конструировании специализированных печей

40

для сжигания многокомпонентных топливных смесей в неподвижном слое, при термохимических исследованиях многокомпонентных топлив.

ФГГ посвящено Несмотря на TO, ЧТО значительное количество исследований, математическое описание процессов ФГГ стало, выходит за рамки качественного анализа[301]. Произошло это из-за детального рассмотрения кинетических схем химических процессов. На самом деле химические превращения тесно связаны с локальными параметрами газового потока и влияют друг на друга, например, искривление фронта пламени существенно меняет скорость распространения горения. Поэтому более подробное описание химических превращений позволяет уточнить сложную картину внутрипорового течения в процессах ФГГ. В связи с этим в работе [302] выяснено, что турбулизация горения существенно лишь при ФГГ в режиме «высоких скоростей» В работе [301] представлена система уравнений, описывающая процесс ФГГ в режиме «низких скоростей» с учётом турбулизации газового потока как следствия течения в пористой среде. Показано, что турбулентность существенно влияет на массовую скорость горения как для стабилизированного, так и нестабилизированного процесса ФГГ.

§1.4. Решаемые задачи

Вопросы ФГГ изучены недостаточно с позиции классической теории горения. Например, определение соотношения для скорости распространения волны ФГГ посредством нахождения функции температуры среды от концентрации недостающего компонента или связи градиента температуры среды и концентрации недостающего компонента. Влияние порядка химической реакции на скорость волны. Селективный учёт диффузии компонентов газа. Аппроксимация профилей температур пористой среды и газа и концентрации недостающего компонента различными функциями в различных зонах структуры волны. Реализация эффективных численных методов. Определение формулы температуры горения в неадиабатическом режиме горения, содержащие коэффициент теплоотвода и скорости вдува смеси в пористый блок. Разрешение вопроса отличия теоретических И расчётных температур горения В неадиабатическом случае. Определение критериев воспламенения смеси газов: неадиабатические адиабатические И режимы. Изучение продольной И пространственной устойчивости стационарных волн ФГГ в адиабатических и неадиабатических режимах с помощью метода малых возмущений и аппроксимации скорости химической реакции посредством дельта-функции Дирака и кусочно-постоянной функции. Влияние расширения продуктов горения на устойчивость стационарной волны. Определение условия устойчивости стационарной волны ФГГ посредством применения преобразования Фурье и Лапласа на обобщённое уравнение сохранения тепла. Бифуркационный анализ пульсирующего фронта ФГГ.

Перечисленные задачи актуальны тем, что они решаются в связи с подходами и методами классической теории горения и поэтому их решения являются достоверными. Диссертационная работа посвящена к решению именно этих задач.

ГЛАВА 2. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СТАЦИОНАРНОЙ СКОРОСТИ ВОЛНЫ ФГГ

§2.1. Основные эволюционные уравнения ФГГ с учётом деформации среды

В данном параграфе приводятся основные нестационарные уравнения соответствующие законам сохранения массы, количества движения и энергии двухфазной среды. Двухфазная среда, представляет собой инертную пористую среду состоящую из мелких твердых частиц и смеси заранее перемешанных газов.

Поскольку в двухфазных средах распространение горения определяется химико-физическими и динамическими процессами влияющими друг на друга, то исследование следует проводить посредством уравнений кинетики, тепло-и массопереноса и динамики жидкостей и газов.

Уравнения сохранения массы твердой фазы и газовых компонент имеют вид [50]

$$\frac{\partial \rho_2}{\partial t} + \frac{\partial \rho_2 v_2}{\partial x} = 0, \qquad \rho_2 = \alpha_2 \rho_2^0, \qquad \rho_2^0 = const, \qquad \alpha_2 = 1 - \alpha_1,$$

$$\frac{\partial \rho_{1(k)}}{\partial t} + \frac{\partial \rho_{1(k)} v_1}{\partial x} = \rho_1 D \frac{\partial^2 \rho_{1(k)} / \rho_1}{\partial x^2} + \zeta_{1(k)} J, \rho_{1(k)} = \alpha_1 \rho_{1(k)}^0, k = 1, 2, \dots (2.1)$$

$$\zeta_{1(k)} = -\frac{\left(v_{1(k)}'' - v_{1(k)}'\right) g_{1(k)}}{\left(v_{1(2)}'' - v_{1(2)}'\right) g_{1(2)}}, \qquad \rho_1 = \alpha_1 \rho_1^0, \qquad J = \rho_{1(2)} k_0 \exp(E/RT_1)$$

где $\rho_{1(k)}, \rho_{1(k)}^{0}, \rho_{1}, \rho_{1}^{0}, \rho_{2}, \rho_{2}^{0}$ - приведённые и истинные плотности газовых компонент и фаз соответственно; α_{1}, α_{2} - доля объёмов фаз в общем объёме; v_{1}, v_{2} - продольные компоненты векторов скорости газовой и твёрдой фаз соответственно; $\zeta_{1(k)}$ - доля молярной концентрации *k*-го компонента; *J*-массообразования в единице объёме и в единице времени.

Поскольку перенос импульса в плотно упакованных дисперсных частицах происходить за счёт взаимодействия частиц, то уравнения импульсов фаз описывается межгранулярным напряжением σ_f^{11} и имеют вид [179]

$$\rho_2 \frac{d_2 v_2}{dt} = -\alpha_2 \frac{\partial p_1}{\partial x} + f + \frac{\partial \sigma_f^{11}}{\partial x},$$

$$\rho_1 \frac{d_1 v_1}{dt} = -\alpha_1 \frac{\partial p_1}{\partial x} - f,$$

$$\frac{d_i}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + v_i \frac{\partial}{\partial x}, \quad i = 1, 2$$
(2.2)

где *f* - сила трения между фазами.

Предполагается, что имеет место обобщенный закон Гука [179]

$$\sigma_f^{11} = \alpha_2 \left[\left(\lambda_f^{(\sigma)} + 2\mu_f^{(\sigma)} \right) \varepsilon^{11} + \nu_f^{(\sigma)} p_1 \right], \ \rho_{20} = \rho_2 (1 + \varepsilon^{11}), \ \frac{\partial \varepsilon^{11}}{\partial x} = \frac{\partial \nu_2}{\partial x}$$
(2.3)

Здесь $\lambda_f^{(\sigma)} + 2\mu_f^{(\sigma)}$ - аналогичная модулю упругости величина; $\nu_f^{(\sigma)}$ - жесткость пористой среды; ε^{11} - радиальное составляющее тензора деформации.

В соответствии с законом Дальтона определяется давление газа с помощью уравнения состояния газовых компонент

$$p_1 = \frac{1}{\alpha_1} \rho_1 R_1 T_1, \quad \rho_1 R_1 = \sum_{k=1}^N \rho_{1(k)} R_{1(k)}$$
(2.4)

где $R_{1(k)}$ - газовая постоянная k —го компонента.

Изменения внутренней энергии фаз в единице объёме и единице времени описывается следующими уравнениями [50,179]

$$\rho_2 \frac{d_2 u_{2T}}{dt} = -\frac{\partial q_2}{\partial x} + q_{12} + J\chi_2,$$
$$\rho_2 \frac{d_2 u_{2p}}{dt} = \sigma_f^{11} \frac{\partial v_2}{\partial x},$$

$$\rho_1 \frac{d_1 u_1}{dt} = -\frac{\partial q_1}{\partial x} - q_{12} + J\chi_1 - p_1 \frac{\partial (\alpha_1 v_1 + \alpha_2 v_2)}{\partial x} + f(v_1 - v_2), \qquad (2.5)$$

$$\chi_1 + \chi_2 = Q$$
, $\chi_2 = 0$, $Q = -\sum_k \zeta_{1(k)} i_{1(k)0}$

где u_{2p}, u_{2T} - упругая и тепловая удельные энергии скелета; u_1 - удельная энергия смеси газов; q_{12} - интенсивность теплообмен между фазами; q_1, q_2 потоки тепла за счет теплопроводности в первой и второй фазах соответственно; χ_1, χ_2 - потоки тепла в первую и вторую фаз от единицы массы первой фазы из-за реакции горения, в результате которой высвобождается тепло Q; $i_{1(k)0}$ начальная энтальпия k -го компонента смеси.

Удельная тепловая энергия второй фазы, внутренняя энергия единицы объема смеси газов и удельная энергия *k*-го компонента смеси соответственно равны

$$u_{2T} = c_2 T_2, \quad \rho_1 u_1 = \sum_k \rho_{1(k)} u_{1(k)} - \alpha_1 p_1, \qquad u_{1(k)} = c_{p,k} T_1$$
 (2.6)

Законом Фурье определяются тепловые потоки в фазах

$$q_2 = -\alpha_2 \lambda_{9\Phi} \frac{\partial T_2}{\partial x}, \quad q_1 = -\alpha_1 \lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial x}$$
 (2.7)

Здесь T_1 , T_2 - температуры газовой и твердой фаз соответственно; c_2 , $c_{p,k}$ - теплоемкости пористой среды и компонентов смеси; λ_1 , $\lambda_{3\phi}$ - теплопроводности газа и пористой среды соответственно.

Теплообмен между фазами представлено следующими выражениями [50]

$$q_{12} = \pi \cdot n \cdot d_{3ep} \cdot \lambda_1 \cdot N u_{12} \cdot (T_1 - T_2),$$

$$N u_{12} = 2 + 0.106 \cdot R_{12} \cdot P r_1^{\frac{1}{3}},$$
(2.8)

$$Pr_1 = \frac{c_p \mu_1}{\lambda_1}, \quad R_{12} = \frac{\rho_1^0 |v_1 - v_2| d}{\mu_1}$$

Здесь R_{12} , Nu_{12} , Pr_1 - числа Рейнольдса, Нуссельта, Прандтля; n, d_{3ep} - число и диаметр частиц; μ_1 - вязкость газовой фазы.

§2.2. Основные стационарные уравнения фильтрационного горения газов

Волна горения это совокупность тепловых, концентрационных и барической волн. В самом начале своего возникновения, волна горения распространяется нестационарно. С течением времени скорость ее движения устанавливается, то есть волна движется с постоянной скоростью. Такое движение волны горения считается стационарным и ее изучение состоит из анализа решений системы уравнений (2.1) - (2.8) на бесконечном интервале времени. На достаточно большом интервале времени изменение переменных функций по времени можно пренебречь, тогда перечисленные нестационарные уравнения (2.1), (2.2), (2.5) записанные относительно переменных $t, \xi = Ut - x + const$, (U-скорость волны, постоянная величина) переходят к стационарным уравнениям

$$\frac{d(V_2 - U\varepsilon^{11})}{d\xi} = 0, \frac{d\rho_{1(k)}V_1}{d\xi} = \rho_1 D \frac{d^2 \rho_{1(k)}/\rho_1}{d\xi^2} + \zeta_{1(k)} J, \qquad \rho_{20} = \rho_2 (1 + \varepsilon^{11})$$

$$\alpha_2 \frac{dp_1}{d\xi} + f - \frac{d\sigma_f^{11}}{d\xi} = 0, \qquad \alpha_1 \frac{dp_1}{d\xi} - f = 0, \quad V_1 = U - v_1, \quad V_2 = U - v_2$$
(2.9)

$$\rho_2 V_2 \frac{du_{2T}}{d\xi} = q_{12} + \frac{dq_2}{d\xi}, \qquad \rho_2 V_2 \frac{du_{2T}}{d\xi} = \sigma_f^{11} \frac{dV_2}{d\xi},$$

$$\rho_1 V_1 \frac{du_1}{d\xi} = -q_{12} + \frac{dq_1}{d\xi} - p_1 \frac{d(\alpha_1 V_1 + \alpha_2 V_2)}{d\xi} - f(V_1 - V_2) + JQ.$$

При этом подразумевается, что химическая реакция с тепловыделением инициируется в результате разогрева смеси до температуры воспламенения. Этот разогрев происходит за счет обмена тепла между пористой средой и газом, так как тепло эффективно передаётся по каркасу в зону подогрева из-за высокой теплопроводности. Далее, тепло переносится в зону химической реакции и внутренней тепловой релаксации газом. Так, происходит распространения волны горения.

§2.3. Первые интегралы

Из уравнения баланса массы компонент (2.1) имеем

$$\frac{d}{d\xi}\sum_{k}\rho_{1(k)}V_{1} = \rho_{1}D\frac{d^{2}}{dx^{2}}\sum_{k}\rho_{1(k)}/\rho_{1} + J\sum_{k}\zeta_{1(k)} = 0 + 0.$$

Откуда

$$\sum_k
ho_{1(k)} V_1 = const$$
 ,

поскольку $\sum_{k} \rho_{l(k)} = \rho_{l}$, то получим первый интеграл уравнения баланса масс

газовой фазы

$$m_1 = \rho_1 V_1 = const, \quad V_1 = U - v_1.$$

Относительно второй фазы

$$V_2 - U\varepsilon^{11} = const$$
, $V_2 = U - v_2$, $\alpha_{20} = \alpha_2(1 + \varepsilon^{11})$.

Суммируя уравнения количество движения фаз в системе (2.9), получим первый интеграл импульсов

$$p_1 - \sigma_f^{11} = const$$
 .

Перемножая на V_1 и V_2 уравнения количество движения фаз в системе (2.9) соответственно и суммируя с уравнениями внутренней энергии газовой и твердой фаз, а также с уравнением баланса массы компонент, умноженных на $i_{1(k)0}$ получим интеграл энергии

$$\rho_1 V_1 u_1 + \rho_2 V_2 (u_{2T} + u_{2P}) + p_1 (\alpha_1 V_1 + \alpha_2 V_2) - \sigma_f^{11} V_2 - q_1 - q_2 - \rho_{1(3)} V_1$$

$$\cdot i_{1(3)0} = const.$$

Легко, можно интегрировать уравнение упругой энергии пористой среды, если воспользоваться интегралом импульса и обобщённым законом Гука

$$\begin{aligned} u_{2p} &= \frac{1}{\rho_2^0} \Bigg[\left(\lambda_f^{(\sigma)} + 2\mu_f^{(\sigma)} \right) \left(\frac{\alpha_{20}}{\alpha_2} - 1 \right) \\ &- \nu_f^{(\sigma)} \left(p_0 - \frac{\lambda_f^{(\sigma)} + 2\mu_f^{(\sigma)}}{\nu_f^{(\sigma)}} \right) \left(1 - \alpha_{20}\nu_f^{(\sigma)} \right) ln \frac{\alpha_2 \left(1 - \alpha_{20}\nu_f^{(\sigma)} \right)}{\alpha_{20} \left(1 - \alpha_{20}\nu_f^{(\sigma)} \right)} \Bigg]. \end{aligned}$$

Из уравнения непрерывности компонент в системе (2.9) имеем

$$\begin{split} m_{1(3)} + \zeta_{1(3)} m_{1(2)} &= const; \quad m_{1(4)} + \zeta_{1(4)} m_{1(2)} = const, \\ m_{1(1)} + \zeta_{1(1)} m_{1(2)} &= const. \end{split} \tag{2.10}$$

В составах смеси различают три случая: стехиометрическая смесь, избытка топлива и избытка окислителя:

а) смесь называются стехиометрическим, если при химической реакции окислитель и топливо расходуются полностью. Для этого случая из (2.10) имеем

$$\begin{split} m_{1(2)e} &= 0; \quad m_{1(1)e} = 0; \quad m_{1(1)0} = -\zeta_{1(1)} m_{1(2)0}; \\ m_{1(3)e} &= m_{1(3)0} - \zeta_{1(3)} m_{1(2)0}; \quad m_{1(4)e} = m_{1(4)0} + \zeta_{1(4)} m_{1(2)0}, \end{split}$$

б) смесь называются с избытком топлива, если после химической реакции остается часть топлива, а окислитель израсходуется полностью,

$$\begin{split} m_{1(2)e} &= 0; \quad m_{1(1)e} = m_{1(1)0} + \zeta_{1(1)} m_{1(2)0}; \\ m_{1(3)e} &= m_{1(3)0} - \zeta_{1(3)} m_{1(2)0}; \quad m_{1(4)e} = m_{1(4)0} + \zeta_{1(4)} m_{1(2)0}, \end{split}$$

в) смесь называются с избытком окислителя, если топлива израсходуется полностью, а окислитель остаётся

$$\begin{split} m_{1(1)e} &= 0; \quad m_{1(2)e} = m_{1(2)0} + \frac{1}{\zeta_{1(1)}} m_{1(1)0}; \quad = 0; \\ m_{1(3)e} &= m_{1(3)0} - \frac{\zeta_{1(3)}}{\zeta_{1(1)}} m_{1(1)0}; \quad m_{1(4)e} = m_{1(4)0} + \frac{\zeta_{1(4)}}{\zeta_{1(1)}} m_{1(1)0}; \end{split}$$

Например, при реакции водородо-воздушной смеси

$$2H_2 + O_2 + 3,76N_2 = 2H_2O + 3,76N_2 ,$$

имеем

$$\zeta_{1(1)} = -\frac{2g_{1(1)}}{g_{1(2)}}; \quad \zeta_{1(1)} = -\frac{2g_{1(2)}}{g_{1(2)}}; \quad \zeta_{1(3)} = \frac{2g_{1(3)}}{g_{1(2)}}; \quad \zeta_{1(4)} = 0.$$

Следовательно, в случае:

а) стехиометрической смеси

$$\begin{split} m_{1(1)e} &= 0; \quad m_{1(2)e} = 0; \quad m_{1(3)0} = 0; \\ m_{1(3)e} &= \frac{2g_{1(3)}}{g_{1(2)}} m_{1(2)0}; \quad m_{1(4)e} = m_{1(4)0}; \end{split}$$

б) смеси с избытком топлива

$$\begin{split} m_{1(2)e} &= 0; \ m_{1(1)e} = m_{1(1)0} - \frac{2g_{1(1)}}{g_{1(2)}} m_{1(2)0}; \\ m_{1(3)e} &= \frac{2g_{1(3)}}{g_{1(2)}} m_{1(2)0}; \qquad m_{1(4)e} = m_{1(4)0}; \end{split}$$

в) смеси с избытком окислителя

$$\begin{split} m_{1(1)e} &= 0; \ m_{1(2)e} = m_{1(2)0} - \frac{2g_{1(2)}}{g_{1(1)}} m_{1(1)0}; \\ m_{1(3)e} &= \frac{2g_{1(3)}}{g_{1(2)}} m_{1(1)0}; \qquad m_{1(4)e} = m_{1(4)0}; \end{split}$$

В результате, из составленной модели получены необходимые предпосылки для исследования структуры стационарных волн горения и деформации.

§2.4. Модель постоянства давления и недеформируемости пористой среды

Рассмотрим движение газа в пренебрежение силы трения и градиента давления на длине устройства и полагаем, что исходная смесь и продукты сгорания мало отличаются по молекулярному весу

$$\rho_{2}c_{2}\frac{\partial T_{2}}{\partial \tau} = \alpha_{2}\lambda_{2}\frac{\partial^{2}T_{2}}{\partial \xi^{2}} + \alpha_{c}S_{c}(T_{1} - T_{2}) + \alpha_{0.e}(T_{0} - T_{2}), \ \alpha_{c} = \frac{Nu\lambda_{1}}{d_{eff}},$$

$$\rho_{1}c_{p}\frac{\partial T_{1}}{\partial \tau} = \alpha_{1}\lambda_{1}\frac{\partial^{2}T_{1}}{\partial \xi^{2}} - \rho_{1}c_{p}v_{1}\frac{\partial T_{1}}{\partial \xi} - \alpha_{c}S_{c}(T_{1} - T_{2}) + \rho_{1}Q\eta_{0}J,$$

$$\rho_{1}\frac{\partial n}{\partial \tau} = \rho_{1}D\frac{\partial^{2}n}{\partial \xi^{2}} - \rho_{1}v_{1}\frac{\partial n}{\partial \xi} - \rho_{1}J, \ J = nk_{0}\exp\left(-\frac{E}{RT_{1}}\right),$$

$$\frac{\partial\rho_{1}}{\partial \tau} = \frac{\partial\rho_{1}v_{1}}{\partial \xi}, \ \rho_{1}T_{1} = const, \ \eta = \frac{\rho_{1(2)}}{\rho_{1}}, n = \frac{\eta}{\eta_{0}}, \ Nu = 0.395Re^{0.64}Pr^{1/3}$$

$$Re = \frac{|v_{1}|d_{3\phi}\rho_{1}^{0}}{\mu_{1}}, \ Pr = \frac{c_{p}\mu_{1}}{\lambda_{1}}, \ d_{3\phi} = \frac{2\alpha_{1}d_{3ep}}{3\alpha_{2}}, \ S_{c} = \frac{6\alpha_{2}}{d_{3ep}}, \ \alpha_{0.e} = \frac{2\alpha_{w}}{R_{w}}.$$

§2.5. Скорость волны в однотемпературной модели фильтрационного горения газов

Целью данного параграфа заключается в нахождении соотношения для скорости волны ФГГ и на её основе получить расчётные зависимости скорости волны от скорости подаваемого газа в пористый блок и безразмерного параметра характеризующего отношения объёмных теплоёмкостей фаз, а также зависимость скорости подачи смеси от безразмерного параметра при стоячей волне горения.

В основу исследуемой задачи берётся адиабатическая модель распространения волны ФГГ [63] при пренебрежении диффузии и градиента давления. Данная модель в подвижной системе координат, отсутствии теплоотвода $\alpha_{0,e} = 0$ и обозначения $\Delta_0 = \alpha_c S_c$ имеет вид

$$\rho_{2}c_{2}U\frac{\partial T_{2}}{\partial x} = \alpha_{2}\lambda_{2}\frac{\partial^{2}T_{2}}{\partial x^{2}} + \Delta_{0}(T_{1} - T_{2}),$$

$$\rho_{1}c_{p}(U - v_{1})\frac{\partial T_{1}}{\partial x} = \alpha_{1}\lambda_{1}\frac{\partial^{2}T_{1}}{\partial x^{2}} - \Delta_{0}(T_{1} - T_{2}) + \rho_{1}Q\widetilde{J},$$

$$\rho_{1}(U - v_{1})\frac{\partial \eta}{\partial x} = -\rho_{1}\widetilde{J}, \quad \widetilde{J} = \eta^{n}k_{0}\exp(-E/RT_{1}),$$

$$\rho_{1}(U - v_{1}) = const, \quad \rho_{1}T_{1} = const.$$
(2.5.1)

В случае интенсивного обмена тепла между фазами (относительно большие значения Δ_0), температуры каркаса и газа можно полагать приближенно равными $T_2 = T_1$. Суммируя уравнения энергии фаз, после замены ($T_2 = T$, $T_1 = T$, $\eta = \eta_0(1-a)$) и видоизменяя, получим

$$U\frac{dT}{dx} = \kappa \frac{d^2T}{dx^2} + \frac{\rho_1 \eta_0^{n-1} J Q \eta_0}{\rho_2 c_2 + \rho_{10} c_p (1 - u_0)},$$

$$\rho_1 (U - v_1) \frac{da}{dx} = \rho_1 \eta_0^{n-1} J, \quad J = (1 - a)^n k_0 \exp(-E/RT),$$

$$\rho_1 (U - v_1) = \rho_{10} (u - v_0), \quad \rho_1 T_1 = \rho_{10} T_0,$$

$$\kappa = \frac{\alpha_2 \lambda_2 + \alpha_1 \lambda_1}{\rho_2 c_2 + \rho_{10} c_p (1 - u_0)}, \quad u_0 = \frac{v_0}{U}.$$

(2.5.2)

Здесь ρ_{10} , v_0 , η_0 - исходные плотности, скорости подачи смеси и массовой концентрации реагирующего компонента. Граничными условиями являются

$$T(-\infty) = T_0, \quad a(-\infty) = 0, \quad T(\infty) = T_e, \quad a(\infty) = 1,$$
$$T_e = T_0 + \frac{Q\eta_0}{c_p} \left(1 + \frac{\rho_2 c_2}{\rho_{10} c_p} \cdot \frac{U}{U - v_0} \right)^{-1}.$$

Система (2.5.2) позволяет найти первый интеграл и, удовлетворяя граничные условия (при $x = -\infty$) имеем

$$\kappa \frac{dT}{dx} - U(T - T_0) + \frac{QaU}{c} = 0, \quad c = \frac{\rho_2 c_2 + \rho_{10} c_p (1 - u_0)}{\rho_{10} (1 - u_0)}$$
(2.5.3)

Поскольку реакция происходит в узкой зоне, полагая $T = T_e$ из (2.5.3) получим

$$\kappa \frac{dT}{dx} = \frac{Q\eta_0 U}{c} (1-a) . \qquad (2.5.4)$$

Соотношение (2.5.4) используется в качестве связи между концентрацией и градиентом температуры. Так как за зоной горения a = 1, из (2.5.4) получаем $\left(\frac{dT}{dx}\right)_e = 0$, а перед этой зоны a = 0 и $\left(\frac{dT}{dx}\right)_e = \frac{Q\eta_0 U}{ck}$. Произведя замену переменных $p(T) = \frac{dT}{dx}$, понижаем порядок первого уравнения системы (2.5.2), при условии малого изменения температуры в зоне реакции

$$pp' + \frac{T_0 Q \eta_0 J(T, p)}{T_e (1 - u_0) ck} = 0$$
(2.5.5)

При реакции -го порядка ($0 \le n < 2$) $J = (1 - a)^n k_0 \exp(-E/RT)$ уравнение (2.5.5) имеет решение

$$p_0^{2-n} = \frac{(2-n)Q\eta_0 k_0}{c\kappa} \frac{T_0}{T_e(1-u_0)} \int_{T_z}^{T_e} \exp(-E/RT) \, dT, \qquad (2.5.6)$$

где $p_0 = \frac{Q\eta_0 U}{c\kappa}$.

Вследствие малой разности температур в зоне горения $(T_e - T)/T_e \ll 1$ имеем:

$$\frac{E}{RT} = \frac{E}{RT_e \left(1 - \frac{T_e - T}{T_e}\right)} \approx \frac{E}{RT_e} \left(1 + \frac{T_e - T}{T_e}\right)$$
(2.5.7)

При интегрировании (2.5.6) используем приближенное равенство (2.5.7), и после интегрирования, пренебрегая членом $\exp(-E(T_e - T_z)/RT_e^2)$, из-за её малости, относительно скорости распространения фронта ФГГ получим формулу

$$u = \sqrt{\frac{(2-n)c\kappa k_0 T_0 R T_e}{Q\eta_0 (1-u_0)E}} \exp(-E/R T_e)$$
(2.5.8)

Формула (2.5.8) не содержит температуры зажигания. При $v_0 = 0$ параметр u_0 не входит в константы $c, k T_e$. Следовательно, скорость волны определяется только параметрами пористой среды и смеси газов. Скорости фронта ФГГ, при разных значениях порядка реакции n, как видно из (2.5.8), отличаются на $\sqrt{2-n}$. На рисунке 2.5.1 (при n=0) приводится кривая зависимости $U = U(\varphi)$, где $\varphi = \rho_2 c_2 / \rho_{10} c_p$ - безразмерный параметр, изменяя значение ρ_{10} от $300 \kappa c / M^3$ до $15 \kappa c / M^3$, получим соответствующие значения φ . Для расчета скорости распространения волны ФГГ, формулу (2.1.8) представим в виде

$$U - v_0 = \sqrt{\frac{(2 - n)k_0(\alpha_2\lambda_2 + \alpha_1\lambda_1)T_0RT_e}{\rho_{10}Q\eta_0 E}} \exp(-E/RT_e) .$$
(2.5.9)

График зависимости $U = U(v_0)$, определяемый по формуле (2.5.9) для нулевого и первого порядка реакций приводится на рисунке 2.5.2, при постоянных значениях констант входящих в формулу и приводимые ниже. Из графика

видим, что соответствующая кривая зависимости скорости волны от скорости подачи смеси получена [63], хотя перевёрнутый, но это связано с преобразованием системы координат. Стоячая волна горения происходит при значениях скорости подачи $v_0 \approx 23.344 M/ce\kappa$ и других констант ниже приводимых. Полагая U = 0 из формулы (2.5.9) найдём выражение для скорости подачи газа

$$\nu_{0} = \sqrt{\frac{(2-n)k_{0}(\alpha_{2}\lambda_{2} + \alpha_{1}\lambda_{1})T_{0}RT_{a\partial}}{\rho_{10}Q\eta_{0}E}}\exp(-E/RT_{a\partial})}, \qquad (2.5.10)$$

где $T_{a\partial} = T_0 + Q\eta_0/c_p$. Эта скорость горения, отнесённая к площади поверхности пламени, то есть скорость потребления смеси газов зоной горения. На рисунке 2.5.3 приводится зависимость скорости подачи газа от безразмерного параметра (по формуле (2.5.10)). Все расчётные значения скоростей вычислены при следующих значениях констант

$$\begin{split} \rho_1^0 &= 0.6\kappa c / M^3, \ \rho_2^0 = 3000\kappa c / M^3, \ c_p = 10^3 M^2 / (c^2 K), \ c_2 = 660 M^2 / (c^2 K), \ T_0 = 300 K, \\ \alpha_1 &= 0.5, \ \lambda_2 = 4\kappa c M / (c^3 K), \ \lambda_1 = 0.084\kappa c M / (c^3 K), \ E = 126 \cdot 10^3 \kappa c M^2 / (c^2 M o n b), \\ Q &= 15.13 \cdot 10^6 M^2 / c^2, \ k_0 = 5 \cdot 10^{10} c^{-1}, \ d = 10^{-3} M, \ \eta_0 = 0.077, \ R = 8.314\kappa c M^2 / (c^2 M o n b K). \end{split}$$



Рис.2.5.1. Кривая зависимости скорости фронта ФГГ **U** (м/сек) от безразмерного параметра, характеризующего отношения объёмных теплоёмкостей фаз $\varphi = \rho_2 c_2 / \rho_{10} c_p$.



Рис. 2.5.2. Кривая эависимости скорости фронта U (м/сек) ФГГ от скорости подачи смеси газов v_0 (м/сек): 1- нулевой порядок реакции; 2- первый порядок.



Рис. 2.5.3. Кривая зависимости скорости вдува v_0 (м/сек) от безразмерного параметра - $\varphi = \rho_2 c_2 / \rho_{10} c_p$.

§2.6. Скорость волны в двухтемпературной модели фильтрационного горения газов

Настоящий параграфе посвящён двухтемпературной модели описания процесса ФГГ, без учёта диффузии и теплопроводности в газе. Выбранная математическая модель по классификации [63] соответствует режиму низких скоростей, а по [45] сильной тепловой связи (модель воспламенения). Заметим, что в классической теории горения задача определения скорости фронта горения заключается в согласовании тепловыделения с передачей тепла впредь лежащим слоям. При этом предполагается, что вся тепловая энергия выделяется на узком участке, а для профилей температур используется решения системы (2.5.1) в областях, где пренебрегается скоростью химической реакции [42]. Аналогичным образом решается задача определения скорости фронта ФГГ в данном параграфе. Коэффициент межфазного теплообмена входит в решение задачи не явно, посредством корней характеристического уравнения. Находятся зависимости скорости волны ОТ скорости подачи смеси И отношения объёмных теплоёмкостей, а также зависимость скорости вдува газа от отношения объёмных теплоёмкостей при котором происходит стоячая волна горения. Найденные в работе кривые зависимости скорости волны ФГГ от скорости подачи смеси, подобны кривым в работах [63, 68]. В данном параграфе, как и в других приближенных методах определения скорости волны, при интегрировании уравнения используется преобразование Франк-Каменецкого [41]. Кроме того, вначале устанавливается связь между концентрацией недостающего компонента и градиентом температуры твёрдых частиц, как в [46] при равенстве коэффициентов диффузии и температуропроводности. В связи с этим, отметим, что интегрировании системы уравнений всегда предполагает наличие связи между концентрацией и температурой. Например, в работе [181] В предположении, что во фронте ФГГ с высокой степенью точности выполняется соотношение между концентрацией и температурой и, в пренебрежении теплопотери, газовой диффузией и малыми нестационарными слагаемыми, найдено нелинейное уравнение для определения максимальной температуры.

Из системы (2.5.1) имеем

$$\rho_{2}c_{2}U\frac{dT_{2}}{dx} = \alpha_{2}\lambda_{2}\frac{d^{2}T_{2}}{dx^{2}} + \Delta_{0}(T_{1} - T_{2})$$

$$\rho_{1}c_{p}(U - v_{1})\frac{dT_{1}}{dx} = -\Delta_{0}(T_{1} - T_{2}) + \rho_{1}Q\eta_{0}J$$

$$\rho_{1}(U - v_{1})\frac{d\eta}{dx} = -\rho_{1}J,$$

$$\frac{d\rho_{1}(U - v_{1})}{dx} = 0, \quad \rho_{1}T_{1} = const.$$
(2.6.1)

Система уравнений (2.6.1) анализируется на всей координатной оси *x* при следующих условиях

$$x = -\infty: T_1 = T_0, T_2 = T_0, \eta = 1,$$

$$x = +\infty: \frac{dT_1}{dx} = 0, \frac{dT_2}{dx} = 0, \eta = 0,$$
(2.6.2)

Первые интегралы уравнений баланса тепла и вещества получаем из (2.6.1), и учитывая граничные условия (при *x* = −∞) имеем:

$$\alpha_2 \lambda_2 \frac{dT_2}{dx} = \rho_2 c_2 U(T_2 - T_0) + \rho_1 c_p (U - \nu_0) (T_1 - T_0) + \rho_{10} (U - \nu_0) Q \eta_0 (\eta - 1)$$

$$\rho_1 (U - \nu_1) = \rho_{10} (U - \nu_0), \qquad \rho_1 T_1 = \rho_{10} T_0$$
(2.6.3)

В силу сильной температурной зависимости скорости реакции, реакция в основном протекает при равновесной температуре

$$T_e = T_0 + \frac{Q\eta_0}{1 + \rho_2 c_2 U / \rho_{10} c_p (U - v_0)}.$$
(2.6.4)

Здесь η_0 - массовая концентрация недостающего компонента на холодном конце $x = -\infty$. Следовательно, при $T_1 = T_e$, $T_2 = T_e$ из (2.6.3) и (2.6.1) получим

$$\alpha_{2}\lambda_{2}\frac{dT_{2}}{dx} = \rho_{10}(U - v_{0})Q\eta_{0}\eta,$$

$$\rho_{0}c_{p}(U - v_{0})\frac{dT_{1}}{dx} = \rho_{1}QJ, \quad J = \eta \cdot k_{0}\exp(-E/RT_{1}).$$
(2.6.5)

Используя первое уравнение системы (2.6.5), в качестве связи между температурой и концентрацией аналогично в [46], находим η и из второго уравнения получим следующее выражение

$$dT_{2} = \frac{\rho_{10}(U - v_{0})^{2} c_{p} Q \eta_{0}}{\alpha_{2} \lambda_{2} k_{0}} \cdot \frac{T_{1}}{T_{0}} \exp(E/RT_{1}) dT_{1}$$
(2.6.6)

Интегрируя выражение (2.6.6) от температуры воспламенения до равновесной для скорости фронта ФГГ имеем [161]

$$T_{e} - T_{2in} = \frac{\rho_{10} (U - v_{0})^{2} c_{p} R T_{e}^{2}}{\alpha_{2} \lambda_{2} k_{0} T_{0} E} \exp(E/RT_{e}) \cdot \left[T_{1in} \left(1 + \frac{R T_{e}^{2}}{E T_{1in}} \right) \exp(E(T_{e} - T_{1in})/R T_{e}^{2}) - T_{e} \left(1 + \frac{R T_{e}}{E} \right) \right]$$
(2.6.7)

Температуры воспламенения находим из решения системы (2.6.1) в областях подогрева и продуктов реакции при условиях непрерывности $T_{2-} = T_{2+}$, $(dT_2/dx)_- = (dT_2/dx)_+$

$$\begin{split} T_{1in} &= T_0 + \frac{\kappa_1 \Delta_0}{(\kappa_1 - \kappa_2)(\Delta_0 + \rho_{10}(U - V_0)c_p \kappa_2)} (T_e - T_0), \\ T_{2in} &= T_0 + \frac{\kappa_1}{(\kappa_1 - \kappa_2)} (T_e - T_0), \end{split}$$

 κ_1, κ_2 - корни характеристического уравнения системы (2.6.1).

$$\kappa^{2} + \left(\frac{\Delta_{0}}{\rho_{10}c_{p}(U-v_{0})} - \frac{\rho_{2}c_{2}U}{\alpha_{2}\lambda_{2}}\right)\kappa - \frac{\Delta_{0}}{\alpha_{2}\lambda_{2}}\left(1 + \frac{\rho_{2}c_{2}U}{\rho_{10}c_{p}(U-v_{0})}\right) = 0.$$

Расчётное значение скорости фронта ФГГ при постоянных значениях параметров находим из соотношения

$$U - v_0 = \sqrt{\frac{(T_e - T_{2in})\alpha_2 \lambda_2 k_0 T_0 E \exp(-E/RT_e)}{\rho_{10} c_p R T_e^2 (T_{1in} (1 + R T_e^2 / E T_{1in}) \exp(E(T_e - T_{1in}) / R T_e^2) - T_e (1 + R T_e / E))}}$$
(2.6.8)

с помощью стандартной программы «Подбор параметра». На основе соотношения (2.6.8), на рисунках 2.6.1-2.6.3 приведены кривые зависимости скорости волны от скорости подачи смеси и безразмерного параметра характеризующего отношения объёмных теплоёмкостей фаз, а также кривой зависимости скорости подачи смеси от параметра $\varphi = \rho_2 c_2 / \rho_{10} c_p$ при U=0.



Рис.2.6.1. Кривой зависимости скорости волны *U* от безразмерного параметра φ при изменении первоначальной плотности газа в порах.



Рис.2.6.2 Кривой зависимости скорости волны U(M/CeK) от скорости подачи смеси газов $v_0(M/CeK)$.



Рис. 2.6.3. Кривой зависимости скорости подачи газа v_0 (м/сек) от безразмерного параметра φ при U=0.

§2.7. Полиномиально-экспоненциональное описание профилей температур и доли концентрации недостающего компонента в стационарной волне фильтрационного горения газов

Стационарные волны ΦΓΓ это волны давления, температуры И концентрации, сохраняющие свои пространственные профили во времени. В математическом понимании это профили температур, концентрации и давления пористой среде. В данном параграфе под газа В такими волнами подразумевается профили температур пористой среды, газа и концентрации реагирующего компонента. С помощью приближённой модели обычно получают соотношения для скорости распространения волны И выражение для максимальной температуры. При этом профили температуры используется из области подогрева. На этом параграфе сделана попытка описать профили температуры на всех участках волны горения и для получения соотношения используется профиль температуры из области горения.

Рассматриваемая модель ФГГ имеет вид [63,68]

$$\rho_{1}c_{p}(v_{1} - U)\frac{dT_{1}}{dx} = -\alpha S_{c}(T_{1} - T_{2}) + \rho_{1}Q\eta_{0}nk_{0}\exp(-E/RT_{1}),$$

$$-\rho_{2}c_{2}U\frac{dT_{2}}{dx} = \alpha_{2}\lambda_{2}\frac{d^{2}T_{2}}{dx^{2}} + \alpha S_{c}(T_{1} - T_{2}),$$

$$\rho_{1}(v_{1} - U)\frac{dn}{dx} = -\rho_{1}nk_{0}\exp(-E/RT_{1}),$$

$$\rho_{1}(v_{1} - U) = \rho_{10}(v_{10} - U), \quad \rho_{1}T_{1} = \rho_{10}T_{0}.$$
(2.7.1)

Краевыми условиями являются

$$x = -\infty; \quad T_1 = T_0, \quad T_2 = T_0, \quad n = 1,$$

$$x = +\infty; \quad \frac{dT_1}{dx} = 0, \quad \frac{dT_2}{dx} = 0.$$
 (2.7.2)

Задача (2.7.1), (2.7.2) имеет аналитические решения на участках подогрева и внутренней релаксации. Между этими зонами находится зона горения, где скорость химической реакции значительная. За зоной прогрева находится точка равенства температур пористой среды и смеси газов $T_{eq} = T_0 + D_1 exp(k_2 x_{eq})$ с координатой x_{eq} . Заметим, что координаты точки равенства температур ($x_{eq} \approx$ $1,1/k_2$) и конца зоны прогрева ($x_{npor} = 1/k_2$) мало отличаются. Подобное наблюдается на графиках функции температуры газовой фазы при численном исследовании структуры стационарной волны. Ширина участки подогрева принято считать [63] расстояние, где безразмерная температура ($T_{npor} - T_0$)/ D_1 , e – раз увеличивается от начальной температуры T_0 (e - основание натурального логарифма). Температура газа в конце зоны прогрева - T_{npor} определяем по формуле (3.4.11)

$$T_{npor} = T_* = -\frac{E}{R\ln(\alpha_c S_c/\rho_2 c_2 k_0)}.$$

Далее, определяем D_1 . Длина участки внутренней релаксации это расстояние определяемое, как разность координаты равновесной и максимальной температур. Далее, координаты точки с температурой $T_{\rm H}$ разместим в начало

координат и попытаемся апроксимировать профили температур и доли концентрации недостающего компонента с помощью следующих функций

$$x \le 0: \quad \begin{array}{l} T_1 = T_0 + D_1 exp(k_2 x), \quad n = 1, \\ T_2 = T_0 + D_1(1 + \omega k_2) exp(k_2 x). \end{array}$$

 $0 \le x < x_{eq}: \quad n = 1,$

 $T_{1} = T_{H} + D_{1}k_{2}x + (T_{eq} - T_{H} - D_{1}k_{2}x_{eq})(x/x_{eq})^{2}, \quad T_{H} = T_{0} + D_{1},$ $T_{2} = T_{0} + D_{1}(1 + \omega k_{2})(1 + k_{2}x) + (T_{eq} - T_{0} - D_{1}(1 + \omega k_{2})(1 + k_{2}x_{eq}))(x/x_{eq})^{2}$

$$x_{eq} \le x \le x_m: \begin{cases} T_1 = T_{eq} + \frac{x - x_{eq}}{x_m - x_{eq}} (T_{1m} - T_{eq}), n = 1 - \frac{x - x_{eq}}{x_m - x_{eq}}, \\ T_2 = T_{eq} + a(x - x_{eq}) + b(x - x_{eq})^2 + c(x - x_{eq})^3. \end{cases}$$

$$x \ge x_m: \begin{cases} T_1 = T_e + D_2 exp(k_1 x), & n = 0, \\ T_2 = T_e + D_2(1 + \omega k_1) exp(k_1 x). \end{cases}$$

$$k_{1} = -\frac{1}{2} \left(\frac{1}{\omega} + \frac{\rho_{2}c_{2}U}{\alpha_{2}\lambda_{2}} + \sqrt{\left(\frac{1}{\omega} + \frac{\rho_{2}c_{2}U}{\alpha_{2}\lambda_{2}}\right)^{2} - 4\left(\frac{\rho_{2}c_{2}U}{\alpha_{2}\lambda_{2}\omega} - \frac{\alpha}{\alpha_{2}\lambda_{2}}\right)} \right)$$

$$k_{2} = -\frac{1}{2} \left(\frac{1}{\omega} + \frac{\rho_{2}c_{2}U}{\alpha_{2}\lambda_{2}} - \sqrt{\left(\frac{1}{\omega} + \frac{\rho_{2}c_{2}U}{\alpha_{2}\lambda_{2}}\right)^{2} - 4\left(\frac{\rho_{2}c_{2}U}{\alpha_{2}\lambda_{2}\omega} - \frac{\alpha}{\alpha_{2}\lambda_{2}}\right)} \right)$$

$$\omega = \frac{\rho_{10}c_{p}(v_{10} - U)}{\alpha}$$

Здесь k_1, k_2 –характеристические корни системы (1.7.1), D_1, D_2, a, b, c – неопределенные коэффициенты. Неопределённый коэффициент D_1 свободная константа, её можно выбрать произвольным образом. Заметим, что на узлах слева и справа значений функций (T_1, n) и их производные совпадают за исключением точки x_m . В этой точке только значение производных (T_1, n) слева и справа не совпадают. Функция температуры пористой среды T_2 и её производные до второго порядка включительно непрерывны на всех узлах. Для нахождения координаты (x_{eq}) равенства температур пористой среды и смеси газов T_{eq} используется условие

$$\left(\frac{d^2T_1}{dx^2}\right)_{0-} = \left(\frac{d^2T_1}{dx^2}\right)_{0+}$$

в окрестности точки x = 0

$$x_{eq} = \frac{1}{k_2} \left(-1 + \sqrt{2e - 1} \right) \approx \frac{1,1}{k_2}, \quad x_{\text{прог}} = \frac{1}{k_2}.$$

Коэффициенты а, b определяются соответственно из условий

$$\begin{pmatrix} \frac{dT_2}{dx} \end{pmatrix}_{x_{eq}^-} = \left(\frac{dT_2}{dx} \right)_{x_{eq}^+}, \quad \left(\frac{d^2T_2}{dx^2} \right)_{x_{eq}^-} = \left(\frac{d^2T_2}{dx^2} \right)_{x_{eq}^+}$$

$$a = D_1 (1 + \omega k_2) k_2 + \frac{2}{x_{eq}} \left(T_{eq} - T_0 - D_1 (1 + \omega k_2) (1 + k_2 x_{eq}) \right)$$

$$b = \frac{1}{x_{eq}^2} \left(T_{eq} - T_0 - D_1 (1 + \omega k_2) (1 + k_2 x_{eq}) \right).$$

Из условия

$$(T_2)_{x_m-} = (T_2)_{x_m+}$$

находим коэффициент

$$c = \frac{1}{\delta^{3}} \left(T_{e} + D_{2} (1 + \omega k_{1}) exp(k_{1} x_{m}) - T_{eq} - a\delta - b\delta^{2} \right), \quad \delta = x_{m} - x_{eq}$$

Для нахождения коэффициент
а $D_{\rm 2}$ используем условие

$$\left(\frac{d^2T_2}{dx^2}\right)_{x_m} = \left(\frac{d^2T_2}{dx^2}\right)_{x_m}$$

что представляет собой выражение $6c\delta = D_2(1 + \omega k_1)k_1^2$. В результате имеем

$$D_2 = \frac{6(T_e - T_{eq} - a\delta - b\delta^2)}{(1 + \omega k_1)(k_1^2 \delta^2 - 6exp(k_1 x_m))}$$

Для определения толщины зоны горения $\delta = x_m - x_{eq}$ используется условие

$$\left(\frac{dT_2}{dx}\right)_{x_m^-} = \left(\frac{dT_2}{dx}\right)_{x_m^+},$$

которое сводится к квадратному уравнению

$$a_1\delta^2+b_1\delta+c_1=0,$$

где

$$a_{1} = b + (1 + \omega k_{1})k_{1}f, \qquad b_{1} = 2a - (1 + \omega k_{1})\left(3f - k_{1}(T_{e} - T_{eq})\right),$$
$$c_{1} = 3\omega k_{1}(T_{e} - T_{eq}), \quad f = D_{1}k_{2} + \frac{2}{x_{eq}}(T_{eq} - T_{H} - D_{1}k_{2}x_{eq})$$

Полагая

$$\frac{d^2T_2}{dx^2} = 0 ,$$

на участке $x_{eq} \leq x \leq x_m$, находим координаты точки перегиба

$$x_p = x_{eq} - \frac{b}{3c}.$$

Воспользуясь преобразованием Франк-Каменецкого, а также функциями концентрации и температуры газа на участке горения, функции скорости химической реакции, представим в виде

$$J = nk_0 \exp(-E/RT_1) \approx (1 - (x - x_{eq})/\delta)k_0 \exp(a_0 + b_0(x - x_{eq})/\delta).$$

Из условия

$$\frac{dJ}{dx} = 0 ,$$

находим координаты максимальной скорости химической реакции

$$x_r = \delta(1 - 1/b_0) + x_{eq}.$$

Здесь $b_0 = \frac{E(T_{1m} - T_{eq})}{RT_e^2}$, $a_0 = -\frac{E(2T_e - T_{eq})}{RT_e^2}.$

Используя координаты максимальной скорости химической реакции и аппроксимации решения в области $x_{eq} \le x \le x_m$, находим температуру газа при максимальной скорости химической реакции

$$T_{1r} = T_{1m} - \frac{RT_e^2}{E}.$$

В частном случае ($v_{10} < 0$), максимальная температура газа T_{1m} находится из первого уравнения системы (2.7.1)

$$T_{1m} = \frac{T_{2m} + T_{eq}\omega/\delta}{1 + \omega/\delta}.$$

Если предположить, что $T_{1r} = A \cdot T_e$, где $A \ge 1$, то

$$T_{1m} = A \cdot T_e + \frac{RT_e^2}{E}.$$

Скорость распространения волны горения определяется посредством интегрирования первого уравнения системы (2.7.1) на всей действительной оси

$$\omega(T_{\rm e} - T_{\rm 0}) + \int_{-\infty}^{+\infty} (T_{\rm 1} - T_{\rm 2}) dx - \frac{1}{\alpha} \int_{x_{eq}}^{x_{m}} \rho_{\rm 1} Q \eta_{\rm 0} J \, dx = 0$$

и, после подстановки функций T_1, T_2, ρ_1, J в подынтегральные выражения и интегрирования, получаем следующее соотношение

$$\begin{split} \omega(T_e - T_0) &- \left(-D_1 \omega + \left[T_{\rm H} + \frac{1}{2} D_1 k_2 x_{eq} + \frac{1}{3} \left(T_{eq} - T_{\rm H} - D_1 k_2 x_{eq} \right) - T_0 - \right. \\ D_1(1 + \omega k_2) \left(1 + \frac{k_2 x_{eq}}{2} \right) &- \frac{1}{3} \left(T_{eq} - T_0 - D_1(1 + \omega k_2) \left(1 + k_2 x_{eq} \right) \right) \right] x_{eq} + \\ \left(\frac{T_{1m} - T_{eq}}{\delta} - a \right) \frac{\delta^2}{2} + \frac{b \delta^3}{3} + \frac{c \delta^4}{4} + D_2 \omega exp(k_1 x_m) \right) + \frac{\Omega e^{a_0} \delta}{\alpha_c s_c (T_{1m} - T_{eq})} \left((1 + \tau) e^{-b_0 \tau} \left(ln \left(1 + \frac{1}{\tau} \right) + b_0 + \frac{b_0^2}{2 \cdot 2!} \left((\tau + 1)^2 - \tau^2 \right) + \frac{b_0^3}{3 \cdot 3!} \left((\tau + 1)^3 - \tau^3 \right) + \cdots \right) - \frac{(e^{b_0} - 1)}{b_0} \right) = 0, \end{split}$$
где
$$\Omega = \rho_{10} T_0 Q * \eta_0 k_0, \quad \tau = \frac{T_{eq}}{T_{1m} - T_{eq}}.$$

Приведём все условия на узлах, налагаемые на функции и их производные. В окрестности точки *x* = 0 тождественно выполняются следующие четыре условия

$$(T_1)_{0-} = (T_1)_{x_m+}, \quad (T_2)_{x_m-} = (T_2)_{0+},$$
$$\left(\frac{dT_1}{dx}\right)_{0-} = \left(\frac{dT_1}{dx}\right)_{0+}, \quad \left(\frac{dT_2}{dx}\right)_{0-} = \left(\frac{dT_2}{dx}\right)_{0+},$$

Эти условия не используются для нахождения неопределенных констант или координаты узлов. Для определения координаты равенства температур пористой среды и смеси газов (x_{eq}) используется следующее условие

$$\left(\frac{d^2T_1}{dx^2}\right)_{0-} = \left(\frac{d^2T_1}{dx^2}\right)_{0+}, \quad x_{eq} = \frac{1}{k_2}\left(-1 + \sqrt{2e-1}\right).$$

В окрестности точки $x = x_{eq}$ тождественно выполняются следующие два условия

$$(T_1)_{x_{eq}^-} = (T_1)_{x_{eq}^+}, \quad (T_2)_{x_{eq}^-} = (T_2)_{x_{eq}^+}.$$

Для определения максимальной температуры газовой смеси T_{1m} используется условия

$$\left(\frac{dT_1}{dx}\right)_{x_{eq}} = \left(\frac{dT_1}{dx}\right)_{x_{eq}},$$
$$T_{1m} = T_{eq} + \delta \left(D_1 k_2 + \frac{2}{x_{eq}} \left(T_{eq} - T_{\rm H} - D_1 k_2 x_{eq}\right)\right) = T_{eq} + \delta \cdot f$$

Для нахождения констант *a*, *b* используются следующие два условия

$$\left(\frac{dT_2}{dx}\right)_{x_{eq}^-} = \left(\frac{dT_2}{dx}\right)_{x_{eq}^+}, \quad \left(\frac{d^2T_2}{dx^2}\right)_{x_{eq}^-} = \left(\frac{d^2T_2}{dx^2}\right)_{x_{eq}^+}$$

В окрестности точки $x = x_m$ тождественно выполняется только одно условие

$$(T_1)_{x_m^-} = (T_1)_{x_m^+} \, .$$

Для нахождения константы с и δ используются следующие два условия соответственно

$$(T_2)_{x_m} = (T_2)_{x_m}$$
, $\left(\frac{dT_2}{dx}\right)_{x_m} = \left(\frac{dT_2}{dx}\right)_{x_m}$

§2.8. Анализ модельной системы дифференциальных уравнений фильтрационного горения газов

Настоящий параграф посвящён изучению особых точек системы (2.6.1) с учётом затухающей химической реакции в конечной части волны. Эта задача вызвана тем, что при численном интегрировании системы (2.6.1) наблюдалась затухающая химическая реакция в конечной части волны. Заметим, что используемый ниже метод ранее был применён для исследования автоволновых процессов распространения химических реакций в дисперсных средах[64].

Проведём обезразмерывание системы (2.6.1) в виде

$$\chi = \frac{\Delta_0 \xi}{\rho_1 V_1 C_p}; \quad \theta_i = \frac{T_i C_p}{Q \eta_0}; \quad \gamma = \frac{E C_p}{R Q \eta_0}; \quad \varphi = \frac{\rho_2 C_2}{\rho_1 C_p}; \quad \Lambda = \frac{\rho_1^2 C_p^2}{\alpha_2 \lambda_2 \Delta_0};$$

$$\widetilde{V}_i = \sqrt{\Lambda} V_i, \quad V_i = U - \upsilon_i, \quad i = 1, 2,$$

и вместо второго уравнения системы (2.6.1) используем уравнение (2.6.3)

$$\frac{d\theta_2}{d\chi} = \varphi \widetilde{V}_2 \widetilde{V}_1 (\theta_2 - \theta_e) + \widetilde{V}_1^2 (\theta_1 - \theta_e) + \widetilde{V}_1^2 \widetilde{\eta},$$

$$\frac{d\theta_1}{d\chi} = \theta_2 - \theta_1 + J, \qquad \frac{d\widetilde{\eta}}{d\chi} = -J.$$
(2.8.1)

Заметим, что система (2.8.1) при известной функции J автономна, поэтому ее решения могут быть представлены в трехмерном фазовом пространстве. Далее, в окрестности начальных значений температур θ_0 будем полагать равной нулю функцию скорости химической реакции

$$J = k \tilde{\eta} \exp(-\gamma/\theta_1), \quad k = k_0 \rho_1 C_p / \Delta_0$$

В результате с учётом (2.6.4) система (2.8.1) в области фазового пространства $\theta_2 \ge \theta_0$, $\theta_1 \ge \theta_0$, $\tilde{\eta} \le 1$ имеет особые точки: начальное ($\theta_1 = \theta_0$, $\theta_2 = \theta_0$, $\tilde{\eta} = 1$) и конечное ($\theta_1 = \theta_e$, $\theta_2 = \theta_e$, $\tilde{\eta} = 0$). Заметим, что собственные числа начального и конечного особых точек, находятся для линеаризованной системы, получаемое из системы(1.8.1) в окрестностях этих точек ($\theta_i = \theta_0 + \theta'_i$, $\tilde{\eta} = 1 + \tilde{\eta}'$, $\theta_i = \theta_e + \theta'_i$, $\tilde{\eta} = \tilde{\eta}'$, i = 1,2). Для конечной точки эта система имеет вид

$$\frac{d\theta_2'}{d\chi} = \varphi \widetilde{V}_2 \widetilde{V}_1 \theta_2' + \widetilde{V}_1^2 \theta_1' + \widetilde{V}_1^2 \widetilde{\eta}',$$

$$\frac{d\theta_1'}{d\chi} = \theta_2' - \theta_1' + \widetilde{\eta}' k \exp(-\gamma/\theta_e),$$

$$\frac{d\widetilde{\eta}_{1(2)}'}{d\chi} = -\widetilde{\eta}' k \exp(-\gamma/\theta_e).$$
(1.8.2)

В дальнейшем штрихи будем опускать в переменных функциях. Собственные числа начальной особой точки равны

$$\lambda_{01,2} = \frac{\varphi \widetilde{V}_1 \widetilde{V}_2 - 1}{2} \pm \left[\left(\left(\varphi \widetilde{V}_2 \widetilde{V}_1 - 1 \right) / 2 \right)^2 + \varphi \widetilde{V}_2 \widetilde{V}_1 + \widetilde{V}_1^2 \right]^{1/2} ,$$

т.е. особая точка имеет тип седла при $\tilde{V_1} > -\tilde{V_2}\varphi$ и расположена на плоскости $\tilde{\eta} = 1$.

Собственные числа конечной особой точки определяется из детерминанта

$$\begin{vmatrix} \varphi \widetilde{V}_{2} \widetilde{V}_{1} - \lambda_{e} & \widetilde{V}_{1}^{2} & \widetilde{V}_{1}^{2} \\ 1 & -1 - \lambda_{e} & k \exp(-\gamma/\theta_{e}) \\ 0 & 0 & k \exp(-\gamma/\theta_{e}) - \lambda_{e} \end{vmatrix} = 0,$$

 $\lambda_{e1} = \lambda_{01} > 0, \quad \lambda_{e2} = \lambda_{02} < 0, \qquad \lambda_{e3} = -k \exp(-\gamma/\theta_e) < 0, \quad \text{т.е.}$ тип особой точки – устойчивое седло [165]. Переход из одной (начальной) особой точки в другую (конечную) определяется собственными направлениями и расположением нулевых поверхностей: $\tilde{\eta} = k^{-1}(\theta_1 - \theta_2)\exp(\gamma/\theta_0); \quad \tilde{\eta} = \theta_e - \theta_1 + (\theta_e - \theta_2)\varphi\tilde{V}_2/\tilde{V}_1; \quad \tilde{\eta} = 0$ в точках которых производные $d\theta_1/d\chi = 0, \quad d\theta_2/d\chi = 0, \quad d\tilde{\eta}/d\chi = 0$ равны нулю соответственно.

Как известно из теории особых точек системы дифференциальных уравнений собственные направления находятся вычислением в них производных $d\theta_2/d\theta_1$, $d\tilde{\eta}/d\theta_1$. Последнее уравнение (2.8.2) делим на вторую и находим по Лопиталю неопределённость

$$\frac{d\tilde{\eta}}{d\theta_1} = -\frac{d\tilde{\eta}}{d\theta_1} k \exp\left(-\gamma/\theta_e\right) \left[\frac{d\theta_2}{d\theta_1} - 1 + \frac{d\tilde{\eta}}{d\theta_1} k \exp(\gamma/\theta_e)\right]^{-1}$$
(2.8.3)

Из полученного уравнения (2.8.3) следует, что производное $d\tilde{\eta}/d\theta_1$ имеет два значения, одно из них равно нулю. Нулевому значению $d\tilde{\eta}/d\theta_1$, соответствуют два значения производной $(d\theta_2/d\theta_1)_{e1,2}$, найденные раскрытием неопределенности этого отношения по Лопиталю при $d\tilde{\eta}/d\theta_1 = 0$:

$$\left(\frac{d\theta_2}{d\theta_1}\right)_{e1,2} = \frac{\varphi \widetilde{V}_1 \widetilde{V}_2 + 1}{2} \pm \left[\left(\frac{\varphi \widetilde{V}_1 \widetilde{V}_2 + 1}{2}\right)^2 + \widetilde{V}_1^2\right]^{1/2}$$

Аналогичным образом, находится ненулевое значение производной $(d\tilde{\eta}/d\theta_1)_e$, но раскрытие неопределенности отношения $(d\theta_2/d\theta_1)$ выполняется при $d\tilde{\eta}/d\theta_1 \neq 0$

$$\left(\frac{d\theta_2}{d\theta_1}\right)_{e^3} = \left[1 - \frac{k^2}{\tilde{V}_1^2} \exp\left(-\frac{2\gamma}{\theta_e}\right) - \frac{\varphi \tilde{V}_2 k \exp\left(-\frac{\gamma}{\theta_e}\right)}{\tilde{V}_1}\right]^{-1}, \qquad (2.8.4)$$

Подставляя (2.8.4) в (2.8.3), имеем

$$\left(\frac{d\tilde{\eta}_{1(2)}}{d\theta_1}\right)_{e^3} = \frac{-1 + \left(\frac{k}{\tilde{V_1}^2}\exp\left(-\gamma/\theta_e\right) + \frac{\varphi\tilde{V_2}}{\tilde{V_1}}\right)\left(k\exp\left(-\gamma/\theta_e\right) - 1\right)}{1 - \frac{k^2}{\tilde{V_1}^2}\exp\left(-2\gamma/\theta_e\right) - \frac{\varphi\tilde{V_2}k\exp\left(-\gamma/\theta_e\right)}{\tilde{V_1}}}$$

Следовательно, в правой точке существуют три собственные направления, два из которых находятся на плоскости $\tilde{\eta} = 0$.

Из (2.8.4) видно, что угол наклона (проекции третьего направления) может иметь отличающий знак в зависимости от значения параметров при $\tilde{V}_2 \neq 0$, $\tilde{V}_1 \neq 0$

$$\left(\frac{d\theta_2}{d\theta_1}\right)_{e3} > 0, \quad \varphi < \frac{\widetilde{V}_1}{\widetilde{V}_2} k^{-1} \exp(\gamma/\theta_e) - \frac{k \exp(-\gamma/\theta_e)}{\widetilde{V}_1 \widetilde{V}_2}$$
(2.8.5)

$$\left(\frac{d\theta_2}{d\theta_1}\right)_{e^3} < 0, \quad \varphi > \frac{\widetilde{V}_1}{\widetilde{V}_2} k^{-1} \exp(\gamma/\theta_e) - \frac{k \exp(-\gamma/\theta_e)}{\widetilde{V}_1 \widetilde{V}_2}$$
(2.8.6)

т.е. волновое решение в конечную особую точку может войти двояким образом.

Из вышеполученных условий (1.8.5) и (1.8.6) однотемпературности и двухтемпературности структуры волны, относительно безразмерной скорости \tilde{V}_1 имеем соответственно следующие неравенства

$$\widetilde{\mathbf{V}}_{1}^{2} - \varphi \widetilde{\mathbf{V}}_{2} \widetilde{\mathbf{V}}_{1} k \exp\left(-\gamma/\theta_{e}\right) - k^{2} \exp\left(-2\gamma/Q_{e}\right) > 0,$$

$$\widetilde{\mathbf{V}}_{1}^{2} - \varphi \widetilde{\mathbf{V}}_{2} \widetilde{\mathbf{V}}_{1} k \exp\left(-\gamma/\theta_{e}\right) - k^{2} \exp\left(-2\gamma/\theta_{e}\right) < 0.$$
(2.8.7)

При $\tilde{\upsilon}_2 = 0$, $\tilde{\upsilon}_1 = 0$ получим $\tilde{V}_2 = U$, $\tilde{V}_1 = U$ и относительно первого неравенства (2.8.7) имеем

$$\widetilde{U}^{2}(1-\varphi k \exp(-\gamma_{e}/\theta))-k^{2} \exp(-2\gamma/\theta_{e})>0$$
(2.8.8)

где $\theta_e = \theta_0 + \frac{1}{1 + \varphi}$, откуда

$$\widetilde{U}^{2} > \frac{k^{2} \exp(-2\gamma/\theta_{e})}{1 - \varphi k \exp(-\gamma/\theta_{e})}$$

т.е.

$$|\tilde{U}| > \frac{k \exp(-\gamma/\theta_e)}{\sqrt{1 - \varphi k \exp(-\gamma/\theta_e)}}$$
(2.8.9)

Из этого неравенство и условия $\tilde{U} > 0$ следует, что однотемпературный режим осуществляется при

$$\widetilde{U} > \frac{k \exp(-\gamma/\theta_e)}{\sqrt{1 - \varphi k \exp(-\gamma/\theta_e)}}$$
(2.8.10)

Из первого неравенства (2.8.7) при $\tilde{\upsilon}_1 \neq 0$, $\tilde{\upsilon}_2 = 0$ имеем

$$\left(\tilde{U} - \tilde{\upsilon}_{1}\right)^{2} - \varphi \tilde{U}k \exp\left(-\gamma/\theta_{e}\right) \cdot \left(\tilde{U} - \tilde{\upsilon}_{1}\right) - k^{2} \exp\left(-2\gamma/\theta_{e}\right) > 0$$
(2.8.11)

где $\theta_e = \theta_0 + 1/(1 + \varphi \widetilde{U}/(\widetilde{U} - \widetilde{\upsilon}_1))$ Полагая $\widetilde{\upsilon}_1 = \widetilde{U} - \widetilde{U}\varphi/\zeta$, получим

$$\widetilde{U}^2 > \frac{\zeta^2 k^2 \exp(-2\gamma/\theta_e)}{\varphi^2 (1-\zeta k \exp(-\gamma/\theta_e))},$$

т.е.
$$\left| \widetilde{U} \right| > \frac{|\zeta| k \exp(-\gamma/\theta_e)}{\varphi \sqrt{1 - \zeta k \exp(-\gamma/\theta_e)}}$$
(2.8.12)

при $\zeta = \varphi$ неравенство (2.8.12) перейдёт к (2.8.9), т.е. случаю $\tilde{\upsilon}_1 = 0$. Так как \tilde{U} может принимать и отрицательные значения, из (2.8.12) получим неравенства, которые определяют области однотемпературности

$$\widetilde{U} > \frac{|\zeta|k \exp(-\gamma/\theta_e)}{\varphi\sqrt{1-\zeta k \exp(-\gamma/\theta_e)}}$$

$$\widetilde{U} < -\frac{|\zeta|k \exp(-\gamma/\theta_e)}{\varphi\sqrt{1-\zeta k \exp(-\gamma/\theta_e)}}$$
(2.8.13)

ГЛАВА З. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СИММЕТРИЧНОСТИ ПРОФИЛЕЙ ТЕМПЕРАТУРЫ И КОНЦЕНТРАЦИИ ГАЗА И ИНИЦИИРОВАНИЕ ХИМИЧЕСКОЙ РЕАКЦИИ ПРИ ФГГ

В данной главе найдено условие подобия профили концентрации компонентов газа и температуры среды. Произведены расчёты параметров волны в зависимости от числа Льюиса и других параметров.

§3.1. Стационарные уравнения фильтрационного горения газов с учётом диффузии компонентов газа

Математическая модель ФГГ включает уравнения переноса тепла в пористой среде и газовой смеси, уравнения сохранения массы компонентов газа и уравнение состояния:

$$\begin{aligned} \rho_{1}c_{p} \frac{\partial T_{1}}{\partial \tau} + \rho_{1}c_{p}v_{1} \frac{\partial T_{1}}{\partial \xi} &= \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\alpha_{1}\lambda_{1} \frac{\partial T_{1}}{\partial \xi} \right) - \alpha_{c}S_{c}\left(T_{1} - T_{2}\right) + \rho_{1}JQ, \\ \rho_{2}c_{2} \frac{\partial T_{2}}{\partial \tau} &= \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\alpha_{2}\lambda_{2} \frac{\partial T_{2}}{\partial \xi} \right) + \alpha_{c}S_{c}\left(T_{1} - T_{2}\right), \\ \rho_{1} \frac{\partial \eta_{1(i)}}{\partial \tau} + \rho_{1}v_{1} \frac{\partial \eta_{1(i)}}{\partial \xi} &= \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\rho_{1}D_{1(i)} \frac{\partial \eta_{1(i)}}{\partial \xi} \right) + \rho_{1}\zeta_{1(i)}J, \ i = 1, 2, ..., n - 1, \\ \frac{\partial \rho_{1}}{\partial \tau} + \frac{\partial \rho_{1}v_{1}}{\partial \xi} &= 0, \ \rho_{1}T_{1} = \rho_{10}T_{0}, \ J = \eta_{1(k)}k_{0}\exp(-E/RT_{1}), \\ \alpha_{c} &= \frac{Nu\lambda_{1}}{d_{eff}}, \ Nu = 0.395\text{Re}^{0.64}\text{Pr}^{1/3}, \ \text{Re} = \frac{|v_{1}|d_{eff}\rho_{1}}{\mu_{1}\alpha_{1}}, \ \text{Pr} = \frac{c_{p}\mu_{1}}{\lambda_{1}}, \\ d_{eff} &= \frac{2\alpha_{1}d_{3}}{3\alpha_{2}}, \ S_{c} &= \frac{6\alpha_{2}}{d_{3}}, \ \zeta_{1(i)} = -\frac{g_{1(i)}\left(v_{1(i)}^{"} - v_{1(i)}^{'}\right)}{g_{1(k)}\left(v_{1(k)}^{"} - v_{1(k)}^{'}\right)}. \end{aligned}$$

 $v'_{1(i)}$, $v''_{1(i)}$ - исходные и конечные стехиометрические коэффициенты веществ соответственно; $g_{1(i)}$ - молекулярные веса компонентов; индекс k в обозначении концентрации означает недостающий компонент газа, n - количество

компонентов газовой фазы, Nu, Re, Pr - числа Нусельта, Рейнольдса, Прандтля соответственно; μ_1 - коэффициент вязкости; d_{eff} - представляемый диаметр каналов; T_0 - температура окружающей среды; ρ_{10} - приведенная плотность исходной смеси.

В модели (3.1.1) количество уравнений больше чем в прежных моделях фильтрационного горения газов. Это и является особенностью рассматриваемой модели. В этой модели используется уравнения сохранения массы компонентов газа за исключением одной из них. Привлечение этих уравнений в математическую модель связано с тем, чтобы учесть влияние коэффициентов диффузии компонентов на скорость волны.

В подвижной системе координат ($x = \xi + Ut$) система (3.1.1) имеет вид

$$\rho_{2}c_{2}U\frac{dT_{2}}{dx} = \frac{d}{dx}\left(\alpha_{2}\lambda_{2}\frac{dT_{2}}{dx}\right) + \alpha_{c}S_{c}\left(T_{1} - T_{2}\right),$$

$$\rho_{1}c_{1}\left(\upsilon_{1} + U\right)\frac{dT_{1}}{dx} = \frac{d}{dx}\left(\alpha_{1}\lambda_{1}\frac{dT_{1}}{dx}\right) - \alpha_{c}S_{c}\left(T_{1} - T_{2}\right) + \rho_{1}QJ,$$

$$\rho_{1}\left(\upsilon_{1} + U\right)\frac{d\eta_{1(i)}}{dx} = \frac{d}{dx}\left(\rho_{1}D_{1(i)}\frac{d\eta_{1(i)}}{dx}\right) + \rho_{1}\varsigma_{1(i)}J, \quad i = 1, 2, ..., n - 1,$$

$$\rho_{1}\left(\upsilon_{1} + U\right) = \rho_{10}\left(\upsilon_{10} + U\right), \quad \rho_{1}T_{1} = \rho_{10}T_{0}, \quad J = \eta_{1(k)}k_{0}\exp(-E/RT_{1})$$
(3.1.2)

§3.2. Условие симметричности профилей температуры среды и концентрации реагирующего компонента газа

В данном параграфе исследуется моментальный межфазный теплообмен ($\alpha_c S_c = \infty$). В этом случае температуры фаз приблизительно одинаковы ($T_1 \approx T_2 = T$). Сложив первые два уравнения системы (3.1.1) имеем

$$(\rho_{10}(\nu_{10}+U)c_{p}+\rho_{2}c_{2}U)\frac{dT}{dx} = (\alpha_{1}\lambda_{1}+\alpha_{2}\lambda_{2})\frac{d^{2}T}{dx^{2}}+\rho_{1}QJ,$$

$$\rho_{10}(\nu_{10}+U)\frac{d\eta_{1(i)}}{dx} = \rho_{1}D_{(i)}\frac{d^{2}\eta_{1(i)}}{dx^{2}}+\rho_{1}\zeta_{1(i)}J, \quad J = \eta_{1(2)}k_{0}\exp(-\frac{E}{RT}), \quad i = 1,2,3.$$
(3.2.1)

Операции обезразмеривания переменных и параметров проводился в виде

$$\begin{aligned} x &= x'L , \quad T = T_0 + \theta(T_e - T_0) , \quad \eta_{1(1)} = n_{1(1)}\zeta_{1(1)}\eta_{1(2)0} + \eta_{1(1)0} , \\ \eta_{1(2)} &= n_{1(2)}\eta_{1(2)0} , \quad \eta_{1(3)} = n_{1(3)}\zeta_{1(3)}\eta_{1(2)0} , \\ T_e &= T_0 + \frac{\eta_{1(2)0}Q}{c_p u_{\varphi}} , \quad u_{\varphi} = 1 + \frac{\varphi}{1 + u_0} , \quad \varphi = \frac{\rho_2 c_2}{\rho_{10} c_p} , \quad u_0 = \frac{\upsilon_{10}}{U} , \\ L &= \frac{\kappa}{(\upsilon_{10} + U)} \cdot \frac{\Lambda}{u_{\varphi}} , \quad \kappa = \frac{\lambda_1}{\rho_{10}^0 c_p} , \quad \Lambda = 1 + \frac{\alpha_2 \lambda_2}{\alpha_1 \lambda_1} , \quad Le_{eff(i)} = \frac{Le_{(i)}}{\Lambda} , \quad Le_{(i)} = \frac{D_{(i)}}{\kappa} \quad \cdot \end{aligned}$$

Массовые концентрации компонентов обезразмеривались с учетом первых интегралов уравнений неразрывности компонентов. В результате из системы (3.2.1) имеем

$$\frac{d\theta}{dx'} = \frac{d^2\theta}{dx'^2} + a \cdot \overline{J},$$

$$\frac{dn_{1(3)}}{dx'} = Le_{eff(3)}u_{\varphi} \frac{d^2n_{1(3)}}{dx'^2} + a \cdot \overline{J},$$

$$\frac{dn_{1(2)}}{dx'} = Le_{eff(2)}u_{\varphi} \frac{d^2n_{1(2)}}{dx'^2} - a \cdot \overline{J},$$

$$\frac{dn_{1(1)}}{dx'} = Le_{eff(1)}u_{\varphi} \frac{d^2n_{1(1)}}{dx'^2} + a \cdot \overline{J},$$

$$\rho_1(\upsilon_1 + U) = \rho_{10}(\upsilon_{10} + U), \rho_1(T_0 + \theta(T_e - T_0)) = \rho_{10}T_0,$$

$$\overline{J} = n_{1(2)} \exp\left(-\frac{E}{R(T_0 + \theta(T_e - T_0))}\right), \quad a = \frac{\rho_1 k_0 L}{\rho_{10}(\upsilon_{10} + U)}.$$
(3.2.2)

При условии $Le_{eff(i)}u_{\varphi} = 1$ система (3.2.2) допускает линейную зависимость переменных функций

$$n_{1(1)} = \theta, \ n_{1(2)} = 1 - \theta, \ n_{1(3)} = \theta.$$
 (3.2.3)

Следовательно, условие $Le_{eff(i)}u_{\varphi} = 1$ является критерием подобия профилей температуры среды и концентрации компонентов.

§3.3. Зависимости скорости стационарной волны и равновесной температуры от коэффициентов диффузии компонентов при ФГГ

Заметим общеизвестный факт, что при установившемся режиме полный приток тепла в систему равен интегралу от источника

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \rho_1 Q J(\eta_{1(2)}, T) dx = (\rho_{10} c_p (\upsilon_{10} + U) + \rho_2 c_2 U) (T_e - T_0)$$

Здесь используется предположение, что тепловая энергия выделяется на узком участке, а функции температур и концентрации берется на участке подогрева [42]. Для аррениусовской функции используется преобразование Д.А.Франк-Каменецкого[41]

$$J = \eta_{1(2)}k_0 \exp\left(-\frac{E}{RT}\right) \approx \eta_{1(2)}k_0 \exp\left(-\frac{1}{\beta}\right) \exp\left(\frac{E(T-T_e)}{RT_e^2}\right), \quad \beta = \frac{RT_e}{E}.$$

Далее, для учёта влияние диффузии компонентов газа на скорость волны, на подынтегральное выражение перемножается единица, равное сумме концентрации компонентов ($\sum_{i=1}^{4} \eta_{1(i)} = 1$) и, после подстановки функции концентрации компонентов и температуры получим соотношение[246]

$$(\upsilon_{10} + U)^{2} = k_{0} \exp\left(-\frac{1}{\beta}\right) \frac{\gamma \lambda_{1} \Lambda}{\rho_{10}^{0} c_{p} u_{\varphi}} \cdot \left(\frac{T_{0}}{T_{e}}\right)^{2} \left[1 - \frac{1}{1 + \frac{\gamma}{Le_{eff(2)} u_{\varphi}}} - \frac{1}{8} \cdot \frac{\eta_{1(2)0}}{1 + \frac{\gamma}{Le_{eff(1)} u_{\varphi}}} - \frac{\eta_{1(2)0}}{1 + \frac{\gamma}{Le_{eff(2)} u_{\varphi}}} + \frac{\eta_{1(2)0}}{1 + \frac{\gamma}{Le_{eff(2)} u_{\varphi}}} + \frac{\eta_{1(2)0}}{1 + \frac{\gamma}{Le_{eff(2)} u_{\varphi}}} + \frac{\eta_{1(2)0}}{1 + \frac{2\gamma}{Le_{eff(2)} u_{\varphi}}} - \frac{9}{8} \cdot \frac{\eta_{1(2)0}}{1 + \frac{\gamma}{Le_{eff(2)} u_{\varphi}}} + \frac{\gamma}{Le_{eff(3)} u_{\varphi}}\right]$$
(3.3.1)

где $\gamma = \frac{RT_e^2}{E(T_e - T_0)}$ - обобщённое число Зельдовича.

Соотношение относительно скорости волны (3.3.1) при диффузионном приближении $Le_{eff(i)} = Le$ принимает вид

$$(\nu_{10} + U)^{2} = k_{0} \exp\left(-\frac{1}{\beta}\right) \frac{\gamma^{2} \lambda_{1} \Lambda}{\rho_{10}^{0} c_{p} u_{\varphi}} \cdot \left(\frac{T_{0}}{T_{e}}\right)^{2} \cdot \frac{1}{(1+\gamma)}$$
(3.3.2)

Трансендентное уравнение (3.3.2) используется для нахождения скорости волны U в зависимости от парметров v_{10} , Λ , ρ_{10}^0 , λ_1 , T_0 , T_b . Расчёты показывает, что график зависимости скорости волны от скорости вдува смеси монотонно возрастающая. На рис. 3.3.1 наблюдаем, что для всех рассмотренных составов, скорость волны увеличивается с увеличением скорости вдува смеси. Кривые зависимости $U(v_{10})$ с уменьшением концентрации водорода в смеси располагаются всё выше и выше (рис. 3.3.1)



Рис. 3.3.1. Зависимости $U(v_{10})$ при разных составах смеси:1-65%H₂ +воздух, 2- 55%H₂ +воздух, 3- 33%H₂ +воздух.

Из условия симметричности профили температуры среды и концентрации компонентов ($Le_{eff(i)}u_{\varphi} = 1$) при диффузузионном приближении ($Le_{eff(i)} = Le$) получаем $Le = \Lambda/u_{\varphi}$. Это равенство показывает зависимость стационарной скорости волны от теплофизических и гидродинамических констант пористой среды и смеси газов, таких как теплопроводность, теплоёмкость, плотность, скорость вдува смеси, а также пористости и коэффициента диффузии недостающего компонента по отношению к смеси. Расчётные зависимости U(Le)для разного состава водородо-воздушной смеси приведены на рис. 3.3.2. С увеличением содержания кислорода в смеси интервал изменения число Льюиса смещается влево. Заметим, что на всех кривых (рисунков 3.3.2, 3.3.3, 3.3.4) первым точкам соответствует скорость вдува 0.1м/с, а последующим точкам соответствует значения с интервалом на 0.1 м/с. Из рис.3.3.2 делаем вывод, что коэффициент диффузии реагирующего компонента относительно меньше для составов с относительно большим содержанием кислорода при одних и тех же скоростях подачи смеси, а скорость волны относительно больше, что предполагает переход режима низких скоростей (PHC) к режиму низких скоростей 2 (PHC2).



Рис. 3.3.2. Зависимости *U*(*Le*) при содержаниях водорода в смеси:1- 65%H₂, 2- 55%H₂, 3- 33%H₂.

При равенстве коэффициентов диффузии компонентов для равновесной температуры получается следующая формула,

$$T_{e} = T_{0} + \frac{Le \cdot Q\eta_{1(2)0}}{c_{p}\Lambda} , \qquad (3.3.3)$$

поскольку $u_{\varphi} = \Lambda/Le$. Формула (3.3.3) показывает, что равновесная температура прямо пропорциональна коэффициенту диффузии (рис. 3.3.3).



Рис.3.3.3. Кривые зависимости $T_e(Le)$ при различных содержаниях водорода в смеси: 1-65%H₂, 2- 55%H₂, 3- 33%H₂.

Поскольку обобщённое число Зельдовича характеризует безразмерную энергию активации, то на рисунке 3.3.4 приводится соответствие этого числа к скорости волны при разном содержании водорода в смеси. На рисунке видим, что интервал изменения обобщённого числа Зельдовича смещается вправо с уменьшением относительного содержания водорода в смеси. Кривые зависимости $U(\gamma)$ монотонно возрастающие и с увеличением кислорода в смеси располагаются всё выше и выше.



Рис. 3.3.4. Зависимость $U(\gamma)$ при разных содержаниях водорода в смеси: 1- 65%H₂, 2- 55%H₂, 3- 33%H₂.

Таким образом, получено условие подобия профилей концентрации компонентов газа и температуры среды. В частности, установлено зависимости скорости волны и равновесной температуры от числа Льюиса компонентов. По мере уменьшения концентрации водорода в смеси интервал изменения число Льюиса, смещается в сторону малых значений. При малых значениях число Льюиса режим низких скоростей заменяется режимом низких скоростей два.

§3.4. Температуры инициирования химической реакции при межфазном теплообмене

Математическая модель воспламенения смеси газов в инертной пористой среде имеет вид [63]

$$\rho_{1}c_{p}\frac{\partial T_{1}}{\partial t} + \rho_{1}c_{p}\upsilon_{1}\frac{\partial T_{1}}{\partial l} = -\alpha_{c}S_{c}(T_{1} - T_{2}) + \rho_{1}QJ, \quad J = \eta k_{0}\exp(-E/RT_{1}),$$

$$\rho_{2}c_{2}\frac{\partial T_{2}}{\partial t} = \alpha_{2}\lambda_{2}\frac{\partial^{2}T_{2}}{\partial l^{2}} + \alpha_{c}S_{c}(T_{1} - T_{2}),$$

$$\rho_{1}\frac{\partial \eta}{\partial t} + \rho_{1}\upsilon_{1}\frac{\partial \eta}{\partial l} = -\rho_{1}J, \quad \frac{\partial \rho_{1}}{\partial t} + \frac{\partial \rho_{1}\upsilon_{1}}{\partial l} = 0, \quad \rho_{1}T_{1} = \rho_{10}T_{0},$$

$$\alpha_{c} = \frac{Nu \cdot \lambda_{1}}{d_{eff}}, \quad S_{c} = \frac{6\alpha_{2}}{d}, \quad Nu = 0.395 \operatorname{Re}^{0.64}\operatorname{Pr}^{1/3},$$

$$\operatorname{Re} = \frac{\upsilon_{1}d_{eff}\rho_{1}}{\mu_{1}\alpha_{1}}, \quad \operatorname{Pr} = \frac{c_{p}\mu_{1}}{\lambda_{1}}, \quad d_{eff} = \frac{2\alpha_{1}d}{3\alpha_{2}}.$$
(3.4.1)

с начальными и граничными условиями

$$t = 0: \quad T_1 = T_*, \quad T_2 = T_2(l), \quad \eta = \eta \ (l),$$

$$l = 0: \quad T_1 = T_*, \quad T_2 = T_{2^*}(l), \quad \eta = \eta \ (l),$$

$$l = L: \quad \frac{\partial T_1}{\partial l} = 0, \quad \frac{\partial T_2}{\partial l} = 0, \quad \frac{\partial \eta}{\partial l} = 0.$$

Обозначения прежние, как в параграфе 2.1.

Система уравнений (3.4.1), описывающая процесс самовоспламенения реакционной смеси в инертной пористой среде включает уравнения сохранения энергии фаз (смеси газов и пористой среды) и массы недостающего компонента и смеси в целом, а также уравнение состояния. Рассматривается адиабатическая модель волн ФГГ без учёта диффузии и теплопроводности в газе. Поэтому в системе (2.4.1) отсутствуют члены: $\alpha_1 \lambda_1 \frac{d^2 T}{dx^2}$, $\rho_1 D \frac{d^2 n}{dx^2}$, $\alpha_{0,e}(T_0 - T_2)$ выражающие соответственно теплопроводность, диффузию и теплоотдачу. Заметим, что для изучения стационарных волн ФГГ, систему (3.4.1) записывают в подвижной (со скоростью волны) системе координат (3.4.2) и анализируют стационарные решения на бесконечном интервале времени ($t \rightarrow \infty$)[218]. В настоящем параграфе решения системы (3.4.1) анализируется на конечном интервале времени, где производные функции по времени не равны нулю, то есть исследуется начальная стадия формирования волны ФГГ. Система уравнений (3.4.2) получена из (3.4.1) посредством замены переменных x = l - ut + const, где u- постоянная скорость волны.

$$\rho_{1}c_{p}\frac{\partial T_{1}}{\partial t} + \rho_{1}c_{p}(\upsilon_{1}-\upsilon)\frac{\partial T_{1}}{\partial x} = -\alpha_{c}S_{c}(T_{1}-T_{2}) + \rho_{1}QJ, \quad J = \eta k_{0}\exp(-E/RT_{1}),$$

$$\rho_{2}c_{2}\frac{\partial T_{2}}{\partial t} - \rho_{2}c_{2}u\frac{\partial T_{2}}{\partial x} = \alpha_{2}\lambda_{2}\frac{\partial^{2}T_{2}}{\partial x^{2}} + \alpha_{c}S_{c}(T_{1}-T_{2}),$$

$$\rho_{1}\frac{\partial \eta}{\partial t} + \rho_{1}(\upsilon_{1}-\upsilon)\frac{\partial \eta}{\partial x} = -\rho_{1}J, \quad \frac{\partial \rho_{1}}{\partial t} + \frac{\partial \rho_{1}(\upsilon_{1}-\upsilon)}{\partial x} = 0, \quad \rho_{1}T_{1} = \rho_{10}T_{0},$$
(3.4.2)

Предполагаем квзистационарное распространение волны ФГГ, то есть с обеих сторон фронта горения функции постоянные, но имеют разные значения. Следовательно, фронт горения представляется как поверхность разрыва. Перед фронтом горения полагаем $\rho_1 = \rho_{10}$ и из уравнения неразрывности смеси в целом (3.4.1) следует $G = \rho_1(\upsilon_1 - u) = \rho_{10}(\upsilon_{10} - u)$.

В результате система уравнений (3.4.2) получить вид

$$\rho_{10}c_{p}\frac{\partial T_{1}}{\partial t} + \rho_{10}c_{p}(\upsilon_{10} - u)\frac{\partial T_{1}}{\partial x} = -\alpha_{c}S_{c}(T_{1} - T_{2}) + \rho_{10}QJ, \quad J = \eta k_{0}\exp(-E/RT_{1}),$$

$$\rho_{2}c_{2}\frac{\partial T_{2}}{\partial t} - \rho_{2}c_{2}u\frac{\partial T_{2}}{\partial x} = \alpha_{2}\lambda_{2}\frac{\partial^{2}T_{2}}{\partial x^{2}} + \alpha_{c}S_{c}(T_{1} - T_{2}),$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + (\upsilon_{10} - u)\frac{\partial \eta}{\partial x} = -J, \quad \rho_{1}(\upsilon_{1} - u) = \rho_{10}(\upsilon_{10} - u), \quad \rho_{1}T_{1} = \rho_{10}T_{0},$$
(3.4.3)

Введём безразмерные переменные и параметры:

$$\bar{x} = \frac{x}{L}; \ L = \frac{\nu_{10}}{k_0 \exp(-E/RT_*)}; \ \bar{t} = k_0 \exp(-E/RT_*) \cdot t,$$

$$\theta_1 = \frac{E}{RT_*^2} (T_1 - T_*); \ \theta_2 = \frac{E}{RT_*^2} (T_2 - T_*); \ n = \frac{\eta}{\eta_0},$$

$$\gamma_1 = \frac{RT_*^2 c_p}{EQ \eta_0}; \ \gamma_2 = \gamma_1 \varphi; \ \varphi = \frac{\rho_2 c_2}{\rho_{10} c_p}; \ \beta = \frac{RT_*}{E},$$

$$\alpha' = \frac{\alpha_c S_c}{\rho_{10} c_p k_0 \exp(-E/RT_*)}; \ \Lambda = \frac{\alpha_2 \lambda_2}{L^2 \rho_{10} c_p k_0 \exp(-E/RT_*)}.$$

Скорость химической реакции преобразуем в соответствии с заменой переменных и параметров

$$\begin{split} J &= nk_0 \exp\left(-\frac{E}{RT_1}\right) = nk_0 \exp\left(-\frac{E}{RT_*} + \frac{E}{RT_*} - \frac{E}{RT_1}\right) = nk_0 \exp\left(-\frac{E}{RT_*}\right) \exp\left(\frac{E}{RT_*}\left(1 - \frac{T_*}{T_1}\right)\right) = \\ &= nk_0 \exp\left(-\frac{E}{RT_*}\right) \exp\left(\frac{E}{RT_*}\left(T_1 - T_*\right)\frac{T_*}{T_1}\right)\right) = nk_0 \exp\left(-\frac{E}{RT_*}\right) \exp\left(\frac{\frac{E}{RT_*}(T_1 - T_*))}{T_1/T_*}\right) = \\ &= nk_0 \exp\left(-\frac{E}{RT_*}\right) \exp\left(\frac{\frac{E}{RT_*}(T_1 - T_*))}{1 + T_1/T_* - 1}\right) = nk_0 \exp\left(-\frac{E}{RT_*}\right) \exp\left(\frac{\frac{E}{RT_*}(T_1 - T_*)}{1 + \frac{RT_*}{E}\frac{E}{RT_*^2}(T_1 - T_*)}\right) = \\ &= nk_0 \exp\left(-\frac{E}{RT_*}\right) \exp\left(\frac{\frac{\theta_1}{1 + \beta\theta_1}}\right). \end{split}$$

Тогда система уравнений (3.4.3) примет вид

$$\gamma_{1} \frac{\partial \theta_{1}}{\partial \bar{t}} + \gamma_{1} \left(1 - \frac{1}{u_{0}} \right) \frac{\partial \theta_{1}}{\partial \bar{x}} = -\alpha' \gamma_{1} (\theta_{1} - \theta_{2}) + n \exp\left(\frac{\theta_{1}}{1 + \beta \theta_{1}}\right),$$

$$\gamma_{2} \frac{\partial \theta_{2}}{\partial \bar{t}} - \frac{\gamma_{2}}{u_{0}} \frac{\partial \theta_{2}}{\partial \bar{x}} = \gamma_{1} \Lambda \frac{\partial^{2} \theta_{2}}{\partial \bar{x}^{2}} + \alpha' \gamma_{1} (\theta_{1} - \theta_{2}),$$

$$\frac{\partial n}{\partial \bar{t}} + \left(1 - \frac{1}{u_{0}}\right) \frac{\partial n}{\partial \bar{x}} = -n \exp\left(\frac{\theta_{1}}{1 + \beta \theta_{1}}\right).$$
(3.4.4)

Заметим, что особенность задачи заключается в том, насколько влияет межфазный теплообмен на инициировании химической реакции. Для этого

полагаем, $\theta_1 = \theta_* = 0$, то есть температура смеси равно некоторой температуре T_* (подлежащая определению) при которой произойдёт инициирование химической реакции. Следовательно, система уравнений (3.4.4) упрощается и примет вид[279]

$$\alpha' \gamma_1 \theta_2 + n = 0,$$

$$\gamma_2 \frac{\partial \theta_2}{\partial \bar{t}} - \frac{\gamma_2}{u_0} \frac{\partial \theta_2}{\partial \bar{x}} = \gamma_1 \Lambda \frac{\partial^2 \theta_2}{\partial \bar{x}^2} - \alpha' \gamma_1 \theta_2,$$

$$\frac{\partial n}{\partial \bar{t}} + \left(1 - \frac{1}{u_0}\right) \frac{\partial n}{\partial \bar{x}} = -n,$$

(3.4.5)

В случае $a=1-1/u_0 \neq 0$, функция $n=\exp(-ka\bar{t}-k\bar{x})$, где k=1/2aудовлетворяет третье уравнение системы (3.4.5). Из первого уравнения (2.4.5) находим

$$\theta_2 = -\frac{1}{\alpha' \gamma_1} \exp(-ka\bar{t} - k\bar{x}). \qquad (3.4.6)$$

Подставляя функцию θ_2 из (3.4.6) во второе уравнение системы (3.4.5) получим следующее соотношение

$$2\varphi \left(1 - \frac{u}{\nu_{10}(1 - u/\nu_{10})}\right) - 4\alpha' + \frac{\Lambda}{(1 - u/\nu_{10})^2} = 0.$$
(3.4.7)

Отметим, что существование решения системы (3.4.5) эквивалентно существованию решения уравнения (3.4.7).

Поскольку параметры T_*, α', Λ не зависят от скорости волны u, то относительно неё, уравнение (2.4.7) разрешимо в явной форме

$$u_0^2 (2\varphi - 4\alpha' + \Lambda) - 2u_0 (3\varphi - 4\alpha') + 4\varphi - 4\alpha' = 0 . \qquad (3.4.8)$$

Заметим, что при отсутствии твёрдой фазы ($\alpha_2 = 0$) уравнение (3.4.8) допускает решение $u_0 = 1$, так как $\Lambda = 0$. То есть, при горении смеси газов без пористой среды, скорость распространения зоны горения равно скорости вдува смеси.

В общем случае для скорости волны из (3.4.8) имеем

$$u = v_{10} \left(\frac{3\varphi - 4\alpha'}{2\varphi - 4\alpha' + \Lambda} \pm \sqrt{\left(\frac{3\varphi - 4\alpha'}{2\varphi - 4\alpha' + \Lambda}\right)^2 - \frac{4(\varphi - \alpha')}{2\varphi - 4\alpha' + \Lambda}} \right)^{-1}.$$
 (3.4.9)

Из формулы (3.4.9) обнаруживаем, что равенство нулю скорости волны (*u* = 0) соответствует соотношение параметров

$$2\varphi - 4\alpha' + \Lambda = 0$$

Из этого уравнения находим формулу определения температуры воспламенения смеси газов в инертной пористой среде

$$T_* = -\frac{E}{R \ln \bar{t}_r}, \quad \text{где} \quad \bar{t}_r = \frac{\rho_2 c_2 \upsilon_{10}^2}{k_0 \alpha_2 \lambda_2} \left(-1 + \sqrt{1 + \frac{4\alpha_c S_c \alpha_2 \lambda_2}{(\rho_2 c_2 \upsilon_{10})^2}} \right). \tag{3.4.10}$$

Кроме того, из формулы (3.4.9) можно получить сколь угодно большие значения скорости волны. Это возможно, при стремлении знаменателя в формуле (3.4.9) к нулю. Знаменатель в (3.4.9) стремится к нулю, если $\alpha' \rightarrow \varphi$. В этом случае имеем

$$T_* = -\frac{E}{R \ln(\alpha_c S_c / \rho_2 c_2 k_0)}.$$
 (3.4.11)

Рассмотрим случай $u_0 = 1$, то есть система (3.4.5) имеет вид

$$\alpha' \gamma_1 \theta_2 + n = 0,$$

$$\gamma_2 \frac{\partial \theta_2}{\partial \bar{t}} - \gamma_2 \frac{\partial \theta_2}{\partial \bar{x}} = \gamma_1 \Lambda \frac{\partial^2 \theta_2}{\partial \bar{x}^2} - \alpha' \gamma_1 \theta_2,$$

$$\frac{\partial n}{\partial \bar{t}} = -n.$$
(2.4.12)

Решением системы (3.4.12) является

$$n = \exp(-\bar{t} - \bar{x}), \quad \theta_2 = -\frac{1}{\alpha' \gamma_1} \exp(-\bar{t} - \bar{x}), \quad \alpha' = \Lambda. \quad (3.4.13)$$

Из последнего соотношения (3.4.13) находим

$$T_{*} = -\frac{E}{R \ln \left(\sqrt{\alpha_{c} S_{c} \upsilon_{10}^{2} / \alpha_{2} \lambda_{2}} / k_{0} \right)}$$
(2.4.14)

§3.5. Температуры инициирования химической реакции при теплопотерях

В данном параграфе получено соотношение относительно температуры инициирования волны химической реакции в порах пористой среды. Для этого рассмотрена однотемпературная и одномерная математическая модель ФГГ в предположении равенства потоков тепла «уходящего» в окружающее пространство и выделяющегося в зоне горения. Кроме того, отметим, что в момент инициирования реагент не расходуется, а функция скорости химической реакции описывается усеченной функцией.

Математическая модель явления распространения стационарной волны ФГГ в инертной пористой среде при условии теплоотвода в окружающее пространство состоит из уравнения баланса тепла системы и массы реагирующего компонента газа, а также интеграла баланса масс всей смеси и уравнение состояния [45].

$$(\rho_{1}(\upsilon_{1}+U)c_{p}+\rho_{2}c_{2})\frac{dT}{dx} = (\alpha_{1}\lambda_{1}+\alpha_{2}\lambda_{2})\frac{d^{2}T}{dx^{2}} - \alpha_{0}(T-T_{0}) + \rho_{1}JQ,$$

$$\rho_{1}(\upsilon_{1}+U)\frac{dn}{dx} = -\rho_{1}J, \quad J = nk_{0}\exp(-E/RT),$$

$$\rho_{1}(\upsilon_{1}+U) = \rho_{10}(\upsilon_{10}+U), \quad \rho_{1}T = \rho_{10}T_{0}.$$
(3.5.1)

Система (3.5.1) записана в движущейся с постоянной скоростью волны системе координат.

Переходя к новым переменным и параметрам

$$\begin{split} \theta &= \frac{E(T - T_0)}{RT_*^2}, \quad \theta_* = \frac{E(T_0 - 2T_*)}{RT_*^2}, \quad x = \frac{Uu_{\varphi}}{\kappa} \xi, \quad \theta_{ad} = \frac{E\Delta T_{ad}}{RT_*^2}, \\ \omega^2 &= \frac{U^2 u_{\varphi} \rho_{10}(1 + u_{\varphi})}{\rho_{1*} \kappa k_0 \exp \theta_*}, \quad \beta = \frac{\alpha' \kappa}{U^2 u_{\varphi}^2} \cdot \omega^2, \quad \theta_e = \frac{\theta_{ad}(1 + u_0)}{(1 + \varphi)u_{\varphi}}, \quad u_{\varphi} = 1 + \frac{\varphi}{1 + u_0}, \\ \alpha' &= \frac{\alpha_0}{\rho_{10} c_p + \rho_2 c_2}, \quad \kappa = \frac{\alpha_1 \lambda_1 + \alpha_2 \lambda_2}{\rho_{10} c_p + \rho_2 c_2}, \quad \varphi = \frac{\rho_2 c_2}{\rho_{10} c_p}, \quad u_0 = \frac{\upsilon_{10}}{U}, \\ \rho_{1*} &= \frac{\rho_{10} T_0}{T_*}, \quad \Delta T_{ad} = T_{ad} - T_0 = \frac{Q \eta_0}{c_p}, \end{split}$$

получим следующую систему[250]

$$\frac{d^2\theta}{dx^2} - \frac{d\theta}{dx} - \frac{\beta}{\omega^2}\theta + \frac{\theta_e}{\omega^2}n[\exp\theta - 1] = 0,$$

$$-\frac{d(1-n)}{dx} + \frac{1}{\omega^2}n[\exp\theta - 1] = 0.$$
 (3.5.2)

Теперь, уравнению (3.5.2) сведём к одному уравнению и проинтегрируем её от $-\infty$ до *X* имеем

$$\frac{d\theta}{dx} - \theta - \frac{\beta}{\omega^2} \int_{-\infty}^{x} \theta dx + \theta_e (1 - n) = 0.$$
(3.5.3)

Так как

$$\int_{-\infty}^{x} \theta dx = \int_{1}^{n} \theta \frac{dx}{dn} dn = -\omega^{2} \int_{1}^{n} \frac{\theta dn}{n(\exp \theta - 1)},$$
$$\frac{d\theta}{dx} = \frac{d\theta}{dn} \frac{dn}{dx} = -\frac{1}{\omega^{2}} n(\exp \theta - 1) \frac{d\theta}{dn}$$

из (3.5.3) имеем

$$\frac{d\theta}{dn} = \frac{\theta - \theta_e(1-n) - \beta \int_{1}^{n} \frac{\theta dn}{n(\exp \theta - 1)}}{-\frac{1}{\omega^2} n(\exp \theta - 1)}.$$

Из этого уравнения при температурах близких к T_0 (где θ приблизительно равно нулю) получим

$$\frac{d\theta}{dn} = \frac{\theta - \theta_e (1 - n) - \beta \ln n}{-\frac{1}{\omega^2} n\theta}.$$
(3.5.4)

Полагая

$$-\theta_e(1-n_\infty) - \beta \ln n_\infty = 0, \qquad (3.5.5)$$

получаем неопределённость $\frac{d\theta}{dn} = \frac{0}{0}$. Воспользуемся правилом Лопиталя из

теории математического анализа

$$\frac{d\theta}{dn} = \frac{\frac{d\theta}{dn} + \theta_e - \frac{\beta}{n}}{-\frac{1}{\omega^2} \left(\theta + \frac{d\theta}{dn} \cdot n\right)}.$$

Из этого уравнения относительно $\frac{d\theta}{dn}$ получим квадратное уравнение

$$n\left(\frac{d\theta}{dn}\right)^2 + (\theta + \omega^2)\frac{d\theta}{dn} + \omega^2\left(\theta_e - \frac{\beta}{n}\right) = 0.$$

Заметим, что в случае не догорания $n = n_{\infty}$ и $\frac{d\theta}{dn} = 0$. Следовательно, $n_{\infty} = \frac{\beta}{\theta_e}$. В

итоге условие (3.5.5) примет вид

$$1 - n_{\infty} + n_{\infty} \ln n_{\infty} = 0.$$

 $n_{\infty} = 1$ является решением этого уравнения. Тогда уравнение $\frac{\beta}{\theta_e} - 1 = 0$, означает равенства «уходящего» в окружающее пространство потоков тепла и выделяющегося в результате химической реакции, а также определяет зависимость θ_* от коэффициента теплоотдачи α_0 при теплофизических и кинетических константах газовой смеси

$$\gamma = \frac{k_0 \exp \theta_*}{\alpha_0 / \rho_{1*} c_p}.$$
(3.5.6)

Здесь $\gamma = \frac{RT_*^2 c_p}{EQ\eta_0}$. Соотношение (3.5.6) является критерием воспламенения смеси

газов при теплопотерях. Это соотношение можно трактовать и по другому, например, как отношение характерных времён протекания химической реакции и теплоотдачи. Заметим, что в соотношение (3.5.6) входит только физикохимические параметры смеси за исключением коэффициента теплоотдачи и из неё, нельзя явным образом определить температуру инициирования T_* . Но для её определения существует стандартная программа «Подбор параметра». Отсутствие расхода недостающего компонента в момент инициирования реакции равенство потоков тепла «уходящего» в окружающее пространство и И выделяющегося в результате химической реакции заранее не предполагался, а вытекает в ходе исследования. Именно в нарушении этого условия основана зажигания, основополагающий вклад в которую были внесены теория выдающимися учёными Н.Н. Семеновым и Я.Б. Зельдовичем. Следовательно, мы можем сказать, что условия зажигания обобщено, на случай фильтрационного горения газов.

§3.6. Температуры пористой среды и газа при инициировании химической реакции и максимальная температура газа

В данном параграфе рассматривается модель воспламенения смеси газов описываемой следующей системой уравнений

$$\begin{cases} -\rho_{2}c_{2}u\frac{dT_{2}}{dx} = \alpha_{2}\lambda_{2}\frac{d^{2}T_{2}}{dx^{2}} + \alpha(T_{1} - T_{2}), \\ \rho_{10}c_{p}(\upsilon_{10} - u)\frac{dT_{1}}{dx} = -\alpha(T_{1} - T_{2}) + \rho_{1}Q\eta_{0}J, \\ \rho_{10}(\upsilon_{10} - u)\frac{dn}{dx} = -\rho_{1}J, \quad J = nk_{0}\exp(-E/RT_{1}), \end{cases}$$
(3.6.1)

Анализ этой системы уравнений проводим в областях подогрева *x* < 0 и внутренней релаксации *x* > 0 со следующими граничными условиями

$$x = -\infty$$
: $T_1 = T_0$, $T_2 = T_0$ $n = 1$,
 $x = +\infty$: $\frac{dT_1}{dx} = 0$, $\frac{dT_2}{dx} = 0$, $n = 0$.

Температуры инициирования химической реакции T_{1in} , T_{2in} были определены из решения системы (3.6.1) на участках, где скорость химической реакции пренебрежительно мало (зона подогрева) или равно нулю (зона внутренней релаксации) при условии равенства температур пористой среды $T_{2-} = T_{2+}$ и градиентов температуры $\left(\frac{dT_2}{dx}\right)_{-} = \left(\frac{dT_2}{dx}\right)_{+}$ в точке связки x = 0.

$$x < 0: \quad T_{1} = T_{0} + \frac{k_{1}\alpha}{(k_{1} - k_{2})(\alpha + \rho_{10}(\nu_{10} - u)c_{p}k_{2})} (T_{e} - T_{0}) \exp(k_{2}x),$$

$$T_{2} = T_{0} + \frac{k_{1}}{(k_{1} - k_{2})} (T_{e} - T_{0}) \exp(k_{2}x),$$

$$x > 0: \quad T_{1} = T_{e} + \frac{k_{2}\alpha}{(k_{1} - k_{2})(\alpha + \rho_{10}(\nu_{10} - u)c_{p}k_{2})} (T_{e} - T_{0}) \exp(k_{1}x),$$

$$T_{2} = T_{e} + \frac{k_{2}}{(k_{1} - k_{2})} (T_{e} - T_{0}) \exp(k_{1}x).$$
(3.6.2)

где $k_1 < 0, k_2 > 0$ - корни характеристического уравнения системы (3.6.1)

$$\begin{split} k^{2} + & \left(\frac{\alpha}{c_{p}\rho_{1}(\upsilon_{10}-u)} + \frac{\rho_{2}c_{2}u}{\alpha_{2}\lambda_{2}}\right)k + \frac{\alpha}{\alpha_{2}\lambda_{1}}\left(\frac{\rho_{2}c_{2}u}{c_{p}\rho_{1}(\upsilon_{10}-u)} - 1\right) = 0, \\ T_{1in} = & T_{0} + \frac{k_{1}\alpha}{(k_{1}-k_{2})(\alpha+\rho_{10}(\upsilon_{10}-u)c_{p}k_{2})}(T_{e}-T_{0}), \quad T_{2in} = & T_{0} + \frac{k_{1}}{(k_{1}-k_{2})}(T_{e}-T_{0}), \\ T_{1max} = & T_{e} + \frac{k_{2}\alpha}{(k_{1}-k_{2})(\alpha+\rho_{10}(\upsilon_{10}-u)c_{p}k_{2})}(T_{e}-T_{0}), \end{split}$$

$$T_{e} = T_{0} + \frac{Q\eta_{0}}{c_{p}(1 - \rho_{2}c_{2}u/\rho_{10}c_{p}(\upsilon_{10} - u))}.$$

Скорость волны И подбирался из выполнения соотношения

$$\upsilon_{10} - u = \sqrt{\frac{(T_e - T_{2in})k_0 \alpha_2 \lambda_2 E}{\rho_{10} c_p \eta_0 R T_e^2 \exp(\beta) (\exp(\beta - \gamma) - 1)}}, \quad \text{где } \gamma = \frac{E T_{1in}}{T_e^2 R}, \quad \beta = \frac{R T_e}{E}$$

полученного применением метода Б.В.Новожилова [47] на случай ФГГ. Коэффициент межфазного теплообмена *а* определяли по следующей формуле

$$\alpha = \alpha_c S_c, \quad \alpha_c = \frac{Nu\lambda_1}{d_{eff}}, \quad Nu = 0.395 \operatorname{Re}^{0.64} \operatorname{Pr}^{1/3},$$
$$\operatorname{Re} = \frac{|\nu_{10}|d_{eff}\rho_1^0}{\mu_1}, \quad \operatorname{Pr} = \frac{c_p \mu_1}{\lambda_1}, \quad d_{eff} = \frac{2\alpha_1 d_3}{3\alpha_2}, \quad S_c = \frac{6\alpha_2}{d_3}.$$

Температура инициирования волны химической реакции это температура твёрдой фазы T_{2in} , при котором газ воспламеняется. Температура воспламенения зависит от протекающих в системе процессов (теплопроводности, межфазного теплообмена, равновесной температуры). На рисунке 3.6.1 приводятся

кривые зависимости $T_{2in}(\upsilon_{10})$, при разных содержаниях водорода в смеси и фиксированном значении диаметра частиц $d = 0.00 \,\text{Im}$. Из рисунка видно, что содержание водорода в смеси незначительно влияет на температуры инициирования. В пределах изменения скорости подачи смеси температура формирования изменяется от 807К до 1001К.



Рис.3.6.1. Кривые зависимости $T_{2in}(\upsilon_{10})$ при содержании водорода в смеси : 65% H_2 , 55% H_2 , 23% H_2 и d = 0.00 м

Заметим, что коэффициент межфазного теплообмена при этом изменяется от $577\kappa Bm/m^3 K$ до $1818\kappa Bm/m^3 K$ (рисунок 4.3.2).



Рис.3.6.2. Кривая зависимости коэффициента межфазного теплообмена $\alpha(\mbox{Дж/M}^3cK)$ от скорости подачи газа $\upsilon_{10}(m/c)$ при $\eta_0 = 0.077$ и d = 0.001 M

На рисунке 3.6.3 приводятся кривые зависимости температуры инициирования $T_{2in}(K)$ от скорости подачи смеси $v_{10}(m/c)$ при диаметре частиц (1мм, 5мм) и 65% содержании водорода в смеси. При скоростях подачи смеси от 0.5 до 1 м/сек и диаметре частиц 1мм, температура инициирования меньше в сравнении с температурой при диаметре частиц в 5мм.



Рис.3.6.3. Кривые зависимости температуры инициирования $T_{2in}(\upsilon_{10})$ при диаметрах частиц 1 мм, 5 мм и $\eta_0 = 0.077$.

На рисунках 3.6.4-3.6.6 приведены кривые зависимости $T_{1max}(\upsilon_{10})$ при разном составе водородо-воздушной смеси и диаметрах частиц пористой среды.



Рис.3.6.4. Кривые зависимости $T_{1in}(\upsilon_{10})$ при разном составе водородовоздушной смеси: 1-65% H_2 +воздух, 2-55% H_2 +воздух, 3-23% H_2 +воздух и d = 0.00 Ім



Рис.3.6.5. Кривые зависимости $T_{1max}(\upsilon_{10})$ при разном составе водородовоздушной смеси: $65\%H_2$ +воздух, $55\%H_2$ +воздух, $23\%H_2$ +воздух и d = 0.00 Ім



Рис.3.6.6. Зависимости максимальной температуры газа T_{1max} , К от скорости подачи смеси $\upsilon_{10}(M/c)$ при диаметрах частиц 1 мм, 5 мм и $\eta_0 = 0.099$.

Для выяснения влияние теплопроводности пористой среды на температуры инициирования и максимальной температуры газа были произведены расчеты при некоторых значениях коэффициента теплопроводности пористой среды $\lambda_2(\text{B}m/MK)$: 1 – 0.1, 2 – 1, 3 -10 (рисунок 3.6.7-3.6.9 - расчётные кривые $T_{1in}(v_{10})$, $T_{2in}(v_{10})$, $T_{1max}(v_{10})$.



Рис.3.6.7. Зависимости температуры $T_{lin}(K)$ от скорости подачи газа $\upsilon_{10}(M/c)$ при коэффициенте теплопроводности пористой среды $\lambda_2(Bm/MK)$: 1 -0,1 ; 2 – 1; 3 – 10 и $\eta_0 = 0.077$, d = 0.00 м



Рис.3.6.8. Зависимости температуры T_{2in} , K от скорости подачи смеси $\upsilon_{10}(M/c)$ при коэффициенте теплопроводности пористой среды $\lambda_2(Bm/MK)$: 1- 0.1; 2- 1; 3-10 и $\eta_0 = 0.077$, d = 0.001M.



Рис.3.6.9. Зависимости максимальной температуры газа $T_{1max}(K)$ от скорости подачи смеси $\upsilon_{10}(M/c)$ при коэффициенте теплопроводности пористой среды λ_2 (Вт/мК): 1–0.1, 2–1, 3–10 и $\eta_0 = 0.077$, d = 0.00 м

§3.7. Аналитическое решение математической модели теплового воспламенения смеси газов в инертной пористой среде

Целью этого параграфа является теоретическое определение профилей температур газа, пористой среды и недостающего компонента смеси, а также стационарной скорости волны, время и толщины зоны горения в зависимости от физико-химических констант пористой среды и смеси газов.

Математическая модель рассматриваемой задачи состоит из уравнения сохранения энергии фаз и массы недостающего компонента и смеси в целом, а также уравнение состояния идеального газа приведённого в параграфе 3.6 записанные в безразмерных параметрах и переменных имеет вид

$$\gamma_{1} \frac{\partial \theta_{1}}{\partial \bar{t}} + \gamma_{1} \left(1 - \frac{1}{u_{0}} \right) \frac{\partial \theta_{1}}{\partial \bar{x}} = -\alpha' \gamma_{1} (\theta_{1} - \theta_{2}) + n \exp\left(\frac{\theta_{1}}{1 + \beta \theta_{1}}\right),$$

$$\gamma_{2} \frac{\partial \theta_{2}}{\partial \bar{t}} - \frac{\gamma_{2}}{u_{0}} \frac{\partial \theta_{2}}{\partial \bar{x}} = \gamma_{1} \Lambda \frac{\partial^{2} \theta_{2}}{\partial \bar{x}^{2}} + \alpha' \gamma_{1} (\theta_{1} - \theta_{2}),$$

$$\frac{\partial n}{\partial \bar{t}} + \left(1 - \frac{1}{u_{0}} \right) \frac{\partial n}{\partial \bar{x}} = -n \exp\left(\frac{\theta_{1}}{1 + \beta \theta_{1}}\right).$$
(3.7.1)

Проведём алгебраические преобразования относительно уравнений системы (3.7.1), то есть построим эквивалентную систему. Первое уравнение системы (3.7.1) заменим суммой всех уравнений системы (3.7.1). Второе уравнение системы оставим без изменений. Вместо третьего уравнения системы (3.7.1) используем суммы первого и третьего уравнений. Следовательно, вместо системы уравнений (3.7.1) имеем следующую систему

$$\frac{\partial(\gamma_{1}\theta_{1} + \gamma_{2}\theta_{2} + n)}{\partial \bar{t}} + \left(1 - \frac{1}{u_{0}}\right) \frac{\partial(\gamma_{1}\theta_{1} + \gamma_{2}\theta_{2} + n)}{\partial \bar{x}} - \frac{\partial\gamma_{2}\theta_{2}}{\partial \bar{x}} = \gamma_{1}\Lambda \frac{\partial^{2}\theta_{2}}{\partial \bar{x}^{2}},$$

$$\gamma_{2} \frac{\partial\theta_{2}}{\partial \bar{t}} - \frac{\gamma_{2}}{u_{0}} \frac{\partial\theta_{2}}{\partial \bar{x}} = \gamma_{1}\Lambda \frac{\partial^{2}\theta_{2}}{\partial \bar{x}^{2}} + \alpha'\gamma_{1}(\theta_{1} - \theta_{2}),$$

$$\frac{\partial(\gamma_{1}\theta_{1} + n)}{\partial \bar{t}} + \left(1 - \frac{1}{u_{0}}\right) \frac{\partial(\gamma_{1}\theta_{1} + n)}{\partial \bar{x}} = -\alpha'\gamma_{1}(\theta_{1} - \theta_{2})$$
(3.7.2)

Для нахождения решения системы уравнений (3.7.2) сделаем следующее предположение. Вдоль характеристики

$$\frac{d\bar{x}}{d\bar{t}} = 1 - \frac{1}{u_0} , \qquad (3.7.3)$$

следующее выражение постоянная величина [55]

$$\gamma_1 \theta_1 + \gamma_2 \theta_2 + n = const, \qquad (3.7.4)$$

тогда первое уравнение системы (3.7.2) будет иметь вид

$$\frac{\partial}{\partial \overline{x}} \left(\gamma_2 \theta_2 + \gamma_1 \Lambda \frac{\partial \theta_2}{\partial \overline{x}} \right) = 0$$
(3.7.5)

Решение уравнения (3.7.5) представим в виде (3.7.6), так как θ_2 функция времени и координат

$$\gamma_2 \theta_2 + \gamma_1 \Lambda \frac{\partial \theta_2}{\partial \overline{x}} = C(t) . \qquad (3.7.6)$$

Решение уравнения (3.7.6) ищем в виде $\theta_2 = C(\bar{t}) \cdot f(\bar{x})$ и, подставляя её в (3.7.6) находим функцию $f(\bar{x})$. В итоге

$$\theta_2 = C(\bar{t}) \cdot \left(\frac{1}{\gamma_2} + c_f \exp\left(-\frac{\varphi \cdot \bar{x}}{\Lambda}\right)\right)$$
(3.7.7)

Функцию безразмерной температуры пористой среды (3.7.7) подставим во второе уравнение системы (3.7.2) и находим выражение для безразмерной температуры газовой фазы

$$\theta_1(\bar{t},\bar{x}) = C(t) \cdot \left[\frac{1}{\gamma_2} + c_f A \cdot \exp\left(-\frac{\varphi \cdot \bar{x}}{\Lambda}\right) \right] + \frac{dC(t)}{dt} \cdot \frac{\varphi}{\alpha'} \cdot \left(\frac{1}{\gamma_2} + c_f \cdot \exp\left(-\frac{\varphi \cdot \bar{x}}{\Lambda}\right)\right).$$
(3.7.8)

Заметим, что при известных функциях (3.7.7), (3.7.8) и постоянство выражения (3.7.4) уравнения системы (3.7.2) выполняется тождественно.

Для определения функции $C(\bar{t})$ и соотношения для скорости волны *и* используем условие точки экстремума функции θ_1 , то есть максимум функции достигается вдоль характеристики (3.7.3). В результате подстановки функции θ_1 из (3.7.8) в следующее уравнение

$$\frac{\partial \theta_1}{\partial \bar{t}} + \left(1 - \frac{1}{u_0}\right) \frac{\partial \theta_1}{\partial \bar{x}} = 0 ,$$

получим две дифференциальные уравнения

$$\frac{\varphi}{\alpha'} \cdot \frac{d^2 C(\bar{t})}{d\bar{t}^2} + \left[1 + \frac{\varphi^2}{\Lambda \alpha'} \left(\frac{1}{u_0} - 2\right)\right] \frac{dC(\bar{t})}{d\bar{t}} + \left[1 - \frac{\varphi^3}{\Lambda^2 \alpha'} \left(\frac{1}{u_0} - 1\right)\right] C(\bar{t}) = 0,$$

$$\frac{\varphi^2}{\alpha'} \frac{d^2 C(\bar{t})}{d\bar{t}^2} + \frac{1}{\varphi} \frac{dC(\bar{t})}{d\bar{t}} = 0.$$
(3.7.9)

Первое уравнение (3.7.9) используется для нахождения функции

$$C(\bar{t}) = \exp(-a\bar{t}),$$
 (3.7.10)

где a- положительный корень характеристического уравнения. После подстановки функции $C(\bar{t})$ из (3.7.10) во второе уравнение (3.7.9) получим уравнение для определения скорости волны

$$\frac{\varphi^2 a}{\alpha'} - \frac{1}{\varphi} = 0$$

В итоге имеем следующие решения системы (3.7.1) и (3.7.2)

$$\begin{aligned} \theta_2 &= C(\bar{t}) \cdot \left(\frac{1}{\gamma_2} + c_f \exp\left(-\frac{\varphi \cdot \bar{x}}{\Lambda}\right) \right) \\ \theta_1(\bar{t}, \bar{x}) &= C(t) \cdot \left[\frac{1}{\gamma_2} + c_f A \cdot \exp\left(-\frac{\varphi \cdot \bar{x}}{\Lambda}\right) \right] + \frac{dC(t)}{dt} \cdot \frac{\varphi}{\alpha'} \cdot \left(\frac{1}{\gamma_2} + c_f \cdot \exp\left(-\frac{\varphi \cdot \bar{x}}{\Lambda}\right) \right) \\ n &= 1 + \gamma_1(\theta_0 - \theta_1) + \gamma_2(\theta_0 - \theta_2) \end{aligned}$$

Так как, при x = 0, $\theta_2 = \theta_{2^*} = 0$, $\theta_1 = \theta_{1^*}$, то следует $c_f = -1/\gamma_2$. $\theta_{1^*} = \frac{1}{\gamma_2} C(\bar{t})(1-A), \quad A = 1 - \frac{\varphi^2}{\Lambda \alpha'} \left(1 - \frac{1}{u_0}\right).$

ГЛАВА 4. ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ СТРУКТУРЫ СТАЦИОНАРНОЙ ВОЛНЫ ФГГ И ЕЁ ОСНОВНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ

В этой главе математическая модель ФГГ состоит из уравнения сохранения энергии фаз, массы (реагирующего компонента и газовой фазы в целом) и состояния газа. Численным методом решается задача о стационарном распространении волны ФГГ в режиме низких скоростей, что характерно прогоранию огнепреградителей. Для достижения этой цели основные уравнения приведём в системе координат движущейся с постоянной скоростью U и будем предполагать, что на бесконечном интервале времени ($t \rightarrow \infty$) все переменные функции не зависят от времени

$$-\rho_{2}c_{2}U\frac{dT_{2}}{dx} = \alpha_{2}\lambda_{2}\frac{d^{2}T_{2}}{dx^{2}} + \alpha_{c}S_{c}(T_{1} - T_{2}) + \alpha_{0}(T_{0} - T_{2}),$$

$$\rho_{1}c_{p}(\upsilon_{1} - U)\frac{dT_{1}}{dx} = -\alpha_{c}S_{c}(T_{1} - T_{2}) + \rho_{1}Q\eta_{0}J,$$

$$\rho_{1}(\upsilon_{1} - U)\frac{dn}{dx} = -\rho_{1}J, \quad J = nk_{0}\exp(-E/RT_{1}),$$

$$\rho_{1}(\upsilon_{1} - U) = \rho_{10}(\upsilon_{10} - U), \quad \rho_{1}T_{1} = \rho_{10}T_{0}.$$
(4.1)

Краевыми условиями задачи являются

$$x = -\infty$$
: $T_1 = T_0$, $T_2 = T_0$, $n = 1$,
 $x = +\infty$: $\frac{dT_1}{dx} = 0$, $\frac{dT_2}{dx} = 0$, $n = 0$.

Задача о структуре волны в постановке (4.1) с краевыми условиями была решена посредством схемы Рунге-Кутта четвёртого порядка точности[241-А]. Вначале была протестирована схема на правильность использования, то есть решили дифференциальные уравнения, имеющее аналитическое решение.

Далее, при решении системы (4.1) проверяли выполнения интеграла энергии (10⁻⁸).

Скорость стационарной волны - *U* подбирали методом пристрелки. То есть решение, выходящее из начальной особой точки $T_1 = T_0$, $T_2 = T_0$ входило в конечную особую точку $\frac{dT_1}{dx} = 0$, $\frac{dT_1}{dx} = 0$, $\frac{dn}{dx} = 0$. На рисунке 4.1 иллюстрируется расчетный вариант профилей температур фаз. На этом рисунке волна движется со скоростью U = -0.000113 м/с, против фильтрующегося потока газа ($v_{10} = 1$ м/с), пористость - $\alpha_1 = 0.5$ и зернистость пористой среды d = 3 мм.



Рис.4.1. Кривые зависимости температуры пористой среды и газа от безразмерной координаты. 1 – температура пористой среды, 2-температура газа, U = -0.000115 м/c, $(v_{10} = 1 \text{ м/c}, \alpha_1 = 0.5 \text{ (пористость)}, d = 3 \text{ мм. Встречный поток.}$

§4.1. Численный расчёт параметров волны горения водородо-воздушной смеси газов в адиабатическом режиме

Для полного численного исследования влияние констант системы (пористая среда, смеси газов) на параметры волны ФГГ и представления стационарной структуры волны (при значениях скорости подачи смеси до 6 м/с, диаметре частиц пористой среды до 6 мм и некоторых составов водородо-воздушной смеси) производили расчёт скорости волны ФГГ, профили температур фаз, максимальной температуры газа, равновесной температуры, толщины зон подогрева, горения и внутренней релаксации [241-А]. Для учёта влияние содержания водорода в смеси на скорость волны ФГГ от скорости подачи газа для диаметров частиц (1- 1мм, 2- 2мм, 3 – 5мм) и концентрации кислорода в смеси: $\eta_0 = 0,077$ (сплошная линия, 65% H₂), $\eta_0 = 0,099$ (пунктирная линия, 55% H₂).



Рис. 4.1.1. Кривые зависимости скорости волны $\Phi\Gamma\Gamma$ от скорости подачи газа для диаметров частиц (1- 1мм, 2- 2мм, 3 – 5мм) и концентрации кислорода в смеси: $\eta_0 = 0.077$ (сплошная линия), $\eta_0 = 0.099$ (пунктирная линия).

Заметим, что на рисунке 4.1.1 сплошная кривая 1, качественно аппроксимирует кривую зависимости скорости волны ФГГ от скорости подачи смеси приведённое в работе[63] для состава смеси -65%H₂+воздух. Расчётные значения скорости волны в зависимости от размера частиц пористой среды при вдувах смеси в пористый блок в интервале от 1 м/с до 6 м/с приведены на рис. 4.1.2. Из рисунка видно, что для всех размеров частиц из интервала 1-6 мм волна горения распространяется против потока при этом скорость вдува смеси не больше 2 м/с. Для скорости подачи смеси до 4 м/с существует размер частиц пористой среды, при которых реализуется стоячая волна горения. Заметим, что для относительно больших размеров частиц стоячая волна реализуется при относительно малых скоростях подачи смеси ($v_{10} = 2.3 \text{ м/с}, d = 5 \text{ мм}; v_{10} = 4 \text{ м/с}, d = 1.5 \text{ мм}$). В соответствие с этим за критическим размером частиц реализуется спутное с потоком движение волны (рис.4.1.2).



Рис. 4.1.2. Расчётные значения скорости волны от диаметра частиц при скоростях вдува смеси: 1-1, 2-2, 3-3, 4-4, 5-5, 6-6 м/с.

Для анализа поведения скорости волны ФГГ в зависимости от скорости вдува смеси в пористый блок на рисунке 4.1.3 приводятся зависимости $U = U(v_{10})$ при разных диаметрах частиц.



Рис 4.1.3. Расчётные значения скорости волны от скорости вдува смеси при следующих диаметрах частиц: снизу вверх 1, 2, 3, 4, 5, 6 мм.

Заметим, что по мере уменьшения доли водорода в смеси кривые на рисунках 4.1.2 и 4.1.3 будут располагаться все ниже и ниже. В случае смеси 33%H₂+воздух все скорости волны ФГГ отрицательны. Из наблюдения рисунков 4.1.2 и 4.1.3 замечаем, что существует некоторая комбинация скорости вдува смеси и диаметра частиц, при которой реализуется стоячая волна горения (U =0). Кривой такой зависимости $(v_{10}(d))$ приведён на рисунке 4.1.4, где видим, что скорость подачи смеси монотонно убывает по мере увеличения диаметра частиц. С увеличением доли кислорода в смеси стоячая волна реализуется при относительно больших скоростях вдува, то есть кривая зависимости $v_{10} =$ на рис.4.1.4 смещается вверх. Например, в смеси 55% Н₂ + воздух, $v_{10}(d)$ относительно больше в сравнении со смесью 65% H₂+воздух, и кислорода скорость подачи смеси, которое соответствует стоячей волне горения равно 6 м/с при диаметре частиц 3.5 мм. А для диаметра частиц 6 мм, скорость подачи смеси 2.5 м/с, что намного больше соответствующего значения диаметра частиц на рис.4.1.4 для смеси 65%H₂+воздух.



Рис.4.1.4. Расчетная кривая зависимости скорости подачи газа от размера частиц для стоячих волн горения, смесь 65%H₂+воздух.

Для изучения влияние параметров системы на ширины участков подогрева, горения и внутренней релаксации определены координаты точек равенства температур фаз, максимальной температуры газа и равновесной температуры [63, 212, 241]. Условно участка подогрева определяется от начала координат до координаты равенства температур фаз. Ширина этой части волны увеличивается с увлечением диаметра частиц при фиксированной скорости подачи газа (рисунок 3.1.5). Максимальная ширина этого участка равна 27 мм и соответствует размеру частиц пористой среды - 6 мм, скорости подачи газа - 1 м/с. Это можно видеть на рисунке 4.1.5, где приведены расчётные кривые зависимости толщины зон подогрева от размера частиц. По мере увеличения скорости подачи газа, кривые располагаются все ниже и ниже, то есть происходит уменьшение толщины зоны подогрева. В действительности, именно так и происходит, поскольку при малых скоростях подачи смеси, частицы газа успевают нагреваться от пористой среды и далеко не уносятся. Подобная закономерность наблюдался для серии расчётов.



Рис. 4.1.5. Расчетные кривые зависимости толщины зон подогрева от размера частиц. Кривые соответствуют скоростям подачи смеси сверху вниз: 1, 2, 3, 4, 5, 6 м/с.

Зона горения – это участка ширины волны, где происходит основное тепловыделение и расходование кислорода, то есть участка существенного протекания химической реакции. На всех вариантах расчёта структуры волны, координаты температуры инициирования реакции не отличались от координаты равенства температур фаз. Поэтому ширину зоны горения определяли, как расстояние между координатами максимальной температуры газа и равенства температур фаз. Ширина этого участка волны изменялись в пределах от 0.14 мм ($v_{10} = 3M/c, d = 5MM, U = 0.000067M/c)$ до 1.2 мм $(v_{10} = 1M/c, d = 0.5MM,$ $U = -0.0001 \, \text{м/c}$) при варьировании диаметра частиц и скорости подачи смеси. При увеличение диаметра частиц ширина этого участка уменьшалась для каждой скорости подачи смеси (до 5 м/с включительно). Средняя ширина зоны горения также уменьшается с увеличением скорости подачи (рисунок 4.1.6).



Рис.4.1.6. Расчетные кривые зависимости средней толщины зон горения (пунктирная линия) и релаксации (сплошная линия) от скорости подачи смеси газов.

Длина участка волны, где происходит внутренняя релаксация определяли, как расстояние от координаты максимальной температуры газа до координаты равновесной температуры. Длина этого участка изменялась от 0.65 мм ($v_{10} = 6 M/c, d = 1 MM,$ $U = 1.54 \cdot 10^4 \, \text{m/c}$ 5.2 $(v_{10} = 1 M/c, d = 6 MM,$ ДО MM $U = -8.3 \cdot 10^{-5} M/c$) при варьировании скорости подачи газа и диаметра частиц. Эта длина увеличивается для относительно больших размеров частиц при каждом фиксированном значении скорости подачи газа, а с увеличением скорости фиксированном подачи смеси при каждом значении размера частиц, наблюдается уменьшение этой длины.

§4.2. Давления первоначальной смеси газов в порах пористой среды и структуры волны фильтрационного горения газов

При отсутствии подачи смеси газов к пористому блоку ($v_{10} = 0$) наблюдаются две структуры волны горения (двухтемпературная и однотемпературная), которые реализуются при высоких давлениях исходной смеси газов (~ 800атм) в порах пористой среды. Двухтемпературная структура волны – это структура волны, в котором имеется пик температуры газа,

отличающейся от равновесной температуры. При такой структуре наблюдается существенное различие в температурах фаз (рисунок 4.1). Различие температур исчезает при высокой скорости межфазного теплообмена, говоря другими двухтемпературная преобразуется словами, структура волны В однотемпературную. Такая ситуация в нашем случае реализовалась при относительно больших давлениях *p*₀ ~ 800атм [68]. О таком превращении структуры воны при увеличении теплообмена между фазами были отмечены в ряде работ [7,8,10,63,64,212,213]. Выполненные нами расчеты показывают, что при уменьшение давления до атмосферного решение задачи существует, и скорость волны стремится к некоторому минимальному значению. Для сравнения на рисунке 4.2.1 приводятся зависимости скорости волны от параметра $\varphi = \rho_2 c_2 / \rho_{10} c_p$ по формуле (2.8.10) (кривая 1) и по расчёту (кр.2).



Рис.4.2.1. Кривые зависимости скорости волны (м/с) от безразмерного параметра при отсутствии подачи смеси газов, рассчитанные по формуле (2.8.10) (кр.1) и численно (кр.2).
§4.3. Численный расчёт параметров волны горения метано-воздушной смеси в неадиабатическом режиме

B данном параграфе рассматривается неадиабатический режим распространения волны ФГГ. Этот режим математически описывается моделью (4.1) с краевыми условиями. В этой модели теплопотерь из зоны горения осуществляется посредством последнего члена в первом уравнение, то есть $\alpha_0(T_0 - T_2)$. Здесь α_0 объёмный коэффициент теплоотдачи в окружающее пространство. Это количество тепла системы, которое переходит во внешнее пространство через поверхности единицы объёма за единицу времени и выражается формулой $\alpha_0 = 2\alpha_w / R_w$, где α_w - поверхностный коэффициент теплоотдачи, то есть количество тепла, которое передается во внешное пространство за единицу времени, через единичную поверхность, $2/R_{w}$ удельная поверхность, то есть количество поверхности единицы объёма трубки, R_{w} - радиус трубки, где находится пористый блок и в порах которой, горить смеси газов[223].

Численный расчёт по модели (4.1) был вызван с целью детального изучения структуры волны и трактовки наблюдаемых на эксперименте процессов распространения волны при теплопотерях. В связи с этим приведём исходные данные эксперимента [79], где проверяли огнепреградитель на проскок пламени и прогорание, использовали метановоздушную смесь (8.5, 9 и 10%CH₄ в смеси), скорость подачи смеси к пористому блоку составлял 53.5, 37.4, 21.4 и 5.4 см/сек.

Численный расчёт проводился для следующих составов метановоздушной смеси: 8,5% CH₄+воздух и 9% CH₄+воздух и коэффициенте теплоотдачи стенки $\alpha_w = 50Bm/(m^2 \cdot K)$ [79].

При этом в качестве исходных значений параметров использовали экспериментальные данные: $v_{10} = \{0.214; 0.374; 0.535 \text{ } m/c\}$ - скорость подачи смеси к пористому блоку, $d = \{5; 6 \text{ } m M\}$ - диаметр частиц пористой среды, $\lambda_2 = \{0.3; 0.5; 0.9 \text{ } Bm/(mK)\}$ - коэффициент теплопроводности пористой среды. При этих данных скорость волны изменялся в пределах от 6,67E-6 м/с до 2,719E-5 м/с.

Для выяснения изменения скорости волны в зависимости от параметров системы на рисунке 4.3.1 приводятся расчётные зависимости скорости волны $U(v_{10})$ от скорости подачи смеси при следующих значениях коэффициента теплопроводности пористой среды $\lambda_2 = 0.3 Bm/(MK)$ (кривая 1 соответствует диаметру частиц d = 3 MM, а кривая 2 - d = 5 MM) и $\lambda_2 = 0.9 Bm/(MK)$ (кривая 3, d = 3 MM).



Рис.4.3.1. Расчетные кривые зависимости скорости волны от скорости подачи смеси $U = U(v_{10})$ при размере частиц (d = 3 мм(1, 3), d = 5 мм(2)) и коэффициенте теплопроводности ($\lambda_2 = 0.3 \text{ Bm}/(\text{мK})(1,2), \lambda_2 = 0.9 \text{ Bm}/(\text{мK})$ (3)).

Из рисунка 4.3.1 видно следующее, для одних и тех же скоростях подачи смеси, скорость волны увеличивается с увеличением коэффициента теплопроводности пористой среды при фиксированном диаметре частиц [79]. А также с увеличением диаметра частиц при фиксированном коэффициенте теплопроводности. Этот вывод подтверждается экспериментом [76], так как

диаметр пор прямо пропорционально диаметру частиц.

В результате численного расчёта распределения температур пористой среды и смеси газов (рис.4.3.2) общая длина волны изменялась в интервале (6.4 мм, 21.4 мм) для 8,5% СН₄ в смеси, а для 9% СН₄ в (8.47 мм, 19.97 мм). Для простого подсчёта приведём данные рис. 4.3.2. По координатной оси абсцисс находится безразмерная продольная координата с дискретностью на 1000 шагов, шаг интегрирования равнялся $H = 2 \cdot 10^{-6}$, а характерный размер L = 0.1 M. Наблюдался следующее: чем больше скорость подачи смеси, тем меньше длина волны при фиксированных диаметрах частиц. И, чем больше диаметр частиц, тем больше длина волны при каждой скорости подачи смеси.

Ширина участки подогрева (рис. 4.3.2, участка 1). Эта ширина является расстоянием от начало координатной оси (рис.4.3.2) до координаты точки равество температур фаз. Точка равенство температур фаз является точкой самоускорения химической реакции, поскольку на всех вариантах расчётов распределения температуры после этой точки происходит резкое возрастание температуры смеси. Заметим, следующие факты: в метановоздушной смеси 9%СН₄ и диаметре частиц d = 5 мм, коэффициенте теплопроводности пористой среды $\lambda_2 = 0.3 \text{ Bm}/(\text{мK})$ ширина этой участки волны уменьшается от 8,79 мм до 5,8 мм с увеличением скорости подачи смеси ($v_{10}: 0.214; 0.374; 0.535 \text{ м/ c}$). При увеличение коэффициента теплопроводности в три раза $\lambda_2 = 0.9 \text{ Bm}/(\text{мK})$ ширина участки увеличивается примерно в два раза и интервал уменьшения смещается вправо от 17,66 мм до 10 мм. Такая закономерность сохраняется и для другого диаметра частиц, например, для d = 6 мм ширина участка уменьшается от 9,44 мм до 6,36 мм

 $(\lambda_2 = 0.3 Bm/(MK))$ и соответственно для $\lambda_2 = 0.9 Bm/(MK)$ от 18,51 мм до 11,06 мм[212]. Ширина участки подогрева, также уменьшается при уменьшении содержания метана в смеси.

Ширина участки горения (рис.4.3.2, участок 2). На этом участке волны происходит интенсивное тепловыделение в газовой фазе, скорость химической реакции растёт от некоторого значения до максимального, а затем, падает до нуля. Эта ширина представляет собой расстояние от координаты точки равенства температур фаз до координаты точки максимальной температуры смеси. Эта ширина уменьшается с увеличением скорости подачи смеси к пористому блоку, например, для 9% содержания метана в смеси при изменении скорости подачи от 0,214 м/с до 0,535 м/с ширина уменьшается от 0,25 мм до 0,018мм, а для 8,5% метана от 0,36 мм до 0,1 мм. Подобные закономерности изменения ширины получается для диаметров частиц пористой среды $\lambda_2 = \{0.3; 0.5; 0.9 Bm/(MK)\}[223].$

Ширина участки внутренней релаксации (рис. 4.3.2, участок 3). На этом участке тепло передаётся от смеси газов к пористой среде и, в результате, температура пористой среды поднимается до равновесной температуры. Это абсцисс между расстояние на оси координатами точки максимальной температуры до координаты точки равновесной температуры. Ширина этого участка волны, также уменьшается по мере возрастания скорости подачи смеси для всех фиксированных диаметров частиц и коэффициента теплопроводности пористой коэффициента среды. При увеличении теплопроводности И фиксированных значениях других параметров она увеличивается [223].

Ширина участки внешней релаксации (рис. 4.3.2, участок 4). Эта участка охлаждения системы до температуры окружающей среды. На этом участке, температуры пористой среды и смеси газов одни и те же. Ширина этого участка равно расстоянию на оси абсцисс между координатами точки равновесной температуры и точки, где впервые температура системы принимает значения температуры внешней среды. Заметим, что при малых значениях коэффициента теплообмена с окружающей средой, этого участка нет, например, для значения коэффициента поверхностной теплооотдачи $\alpha_w = 50 Bm/(M^2 K)$ и скорости подачи смеси газов больше или равно 0,3M/c понижение температуры от равновесной не наблюдается. Понижение температуры происходит для диаметра частиц $d = 3_{MM}$ и скорости вдува 0,1M/c. С увеличением коэффициента теплопроводности пористой среды ($\lambda_2 : 0.3; 0.5; 0.9 Bm/(MK$) происходит понижение максимальной температуры пористой среды (от 1572K до 1371K) и возрастание скорости волны (от $1,36\cdot10^{-5}M/c$ до $1.81\cdot10^{-5}M/c$) [248].

Максимальная температура газа. Для составов метановоздушной смеси (8,5%СН₄ и 8,5%СН₄) максимальная температура газа $T_{1\text{max}}$ изменяется в диапазонах (таб.1), причём нижнее значение диапазона соответствует скорости вдува смеси 0,214 м/с, а верхнее 0,535 м/с.

Тоблино 1

	Таолица Т	
$T_{1 \max}$, K	d , мм	$\lambda_2, Bm/(MK)$
3362,25 - 3499,61	5	0,3
3335,36 - 3468,78	5	0,5
3293,21 - 3428,61	5	0,9
3362,43 - 3493,56	6	0,3
3336,41 - 3465,22	6	0,5
3297,02 - 3427,99	6	0,9

Из данных таблицы 1 следует, что с увеличением скорости вдува смеси повышается максимальная температура для всех значений диаметра частиц и коэффициента теплопроводности пористой среды [248]. Увеличение коэффициента теплопроводности пористой среды несколько занижает максимальную температуру. Равенство температур фаз на фронте волны, также поднимается С увеличением скорости подачи смеси при фиксированных диаметрах частиц и коэффициенте теплопроводности. При этом ширины участков горения и внутренней релаксации уменьшается, что соответствует растягиванию вверх профиля температуры на этих участках.



Рис.4.3.2. Профили температур смеси газов и пористой среды на волне горения. Внизу выделены участки подогрева (1), горения (2), внутренней (3) и внешней (4) релаксации [248].

Отметим, что в приложении Б в вариантах численной реализации профилей температуры фаз можно наблюдать уменьшение скорости волны по мере увеличения диаметра частиц, а также увеличение максимальной температуры пористой среды.

Анализируя распределения температуры газа и пористой среды от

варианта к варианту пришли к выводу, что температуры газа и пористой среды достигают максимальные значения не на одной координатной точке. Пористая среда своё максимальное значение температуры достигает на участке внутренней релаксации, то есть за координатной точкой максимальной температуры газа. Расстояние между этими точками растёт при относительно больших значениях диаметра частиц. Расхождение расчётной максимальной температуры пористой среды от её теоретически обоснованного значения на участке горения, наблюдается на вариантах распределения температур, где диаметр частиц больше 3 мм [248].

§4.4. Сравнение результатов численных расчётов в моделях с переменной и постоянной плотностью смеси при фильтрационном горении газов

Математические модели с постоянной и переменной плотностью и скоростью вдува газа рассматривался в связи с оцениванием результатов приближенных методов, которые очень часто используются при исследовании устойчивости фронта горения в приближении узкой зоны реакции или моментальной реакции. Сравнения расчётных данных в этих моделях показала, что все характеристики волны в модели с переменной плотностью и скоростью вдува газа всегда меньше значений тех же величин в модели с постоянной плотностью и скоростью вдува [212]. Ниже на рисунках 4.4.1-4.4.10 приведены зависимости параметров волны (скорость волны, координаты равенства температур фаз, максимальная температура газа, равновесная температур, толщины зон горения и релаксации) от скорости подачи смеси и диаметра частиц пористой среды. На рисунках в приложение Г приведены кривые зависимости основных характеристик стационарной волны ФГГ от расхода смеси и эффективного коэффициента теплопроводности пористой среды.



Рис.4.4.1. Зависимости скорости волны от скорости подачи смеси в случаях с постоянной (сплошные линии) и переменной (пунктирные линии) плотности и скорости подачи газа при размерах частиц твердой фазы 1мм (1) и 6мм(2).



Рис.4.4.2. Зависимости скорости волны от размера частиц твердой фазы в случаях с постоянной (сплошные линии) и переменной (пунктирные линии) плотности при скоростях подачи смеси: 3 м/с (1), 5 м/с (2).



Рис.4.4.3. Зависимости координаты равенства температур фаз перед зоной горения от скорости подачи газа в случаях с постоянной (сплошные линии) и переменной (пунктирные линии) плотности и скорости подачи газа при размерах частиц твердой фазы: 1мм (1), 4мм (2).



Рис.4.4. Зависимости координаты равенства температур фаз от диаметра частиц в случаях с постоянной (сплошные линии) и переменной (пунктирные линии) плотности при скоростях подачи смеси: 6м/с (1), 1м/с (2).



Рис.4.4.5. Зависимости координаты максимальной температуры газа от скорости подачи в случаях с постоянной (сплошные линии) и переменной (пунктирные линии) плотности и скорости подачи газа при размерах частиц твердой фазы: 1мм (1), 4мм (2).



Рис.4.4.6. Зависимости координаты максимальной температуры газовой фазы от размера частиц твердой фазы в случаях постоянной (сплошные линии) и переменной (пунктирные линии) плотности при скоростях подачи смеси: 1м/с (1), 4м/с (2).



Рис.4.4.7. Зависимости координаты равновесной температуры фаз от скорости подачи газа в случаях постоянной (сплошные линии) и переменной (пунктирные линии) плотности и скорости подачи газа при размерах частиц твердой фазы: 1мм (1), 6мм (2).



Рис.4.4.8. Зависимости координаты равновесной температуры фаз от диаметра частиц твердой фазы в случаях постоянной (сплошные линии) и переменной (пунктирные линии) плотности при скорости подачи газа: 1м/с (1), 5 м/с (2).



Рис.4.4.9. Зависимости средней толщины зон горения и внутренней релаксации (по диаметрам частиц твердой фазы) в моделях с постоянными (сплошные линии) и переменными (пунктирные линии) плотностями от скорости подачи смеси.



Рис.4.4.10. Зависимости средней толщины зон горения и внутренней релаксации по скоростям подачи в моделях с постоянными (сплошные линии) и переменными (пунктирные линии) плотностями от размера частиц твердой фазы.

§4.5. Комплексы программ расчёта характеристик и структуры стационарной волны фильтрационного горения газов

Разработка программных комплексов В научной области является направлением, поскольку сбор, хранение, обработка, перспективным использование, наглядное представление и анализ информации посредством современной информационной технологии выполняется с высокой точностью,

быстро и удобно. Разработка программного обеспечения для научных исследований, имеет свою специфику, и оно создаётся силами небольших исследовательских групп и ими же используется [252-255]. Например, в [255] с целью прогнозирования численности трудовых ресурсов разработан вычислительный инструмент в виде комплекса программ на языке Visual Basic.

Настоящий параграф посвящён комплексу программ расчёта характеристик и структуры стационарной волны фильтрационного горения газовоздушной смеси в инертной пористой среде. Расчёт профилей температур пористой среды и смеси газов и доли концентрации производится на основе численного решения математической модели фильтрационного горения газов.

Комплексы программ создан в интегрированной среде Delphi [256,257] (рис.4.5.11). В него входят такие разделы, как программы расчёта и рисования графики зависимостей температур пористой среды и смеси газов от продольной координаты («Численный расчёт» и «График»), программы ввода варьируемых констант (скорость вдува, диаметр частиц, шаг интегрирования и др.) и подбираемой скорости волны, программы расчёта характеристик волны -«Расчёт», их записи - «Запись», если выведенный в окне, расчёт правильно -«Правильно», в противном случае очистить окно «Очистить», а также открытие сохранённого файла для просмотра и выхода из программы «Выход».

U= -0.000125	График V0= 0.5	D=	исленный 0,0005	расчет ЛЯМД4	A 4		Обновить список файлов
	Правильно	Очистить	Открыть	Записать	Расчет	Выход	

Рис.4.5.11. Интерфейс комплексы программ

ГЛАВА 5. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОДОЛЬНОЙ И ПРОСТРАНСТВЕННОЙ УСТОЙЧИВОСТИ СТАЦИОНАРНОЙ ВОЛНЫ ФГГ

§5.1. Постановка задачи устойчивости стационарной волны горения

Обычно, под устойчивостью стационарной волны горения, понимается затухающие по времени и координат возмущение, добавляемое к стационарному решению основного уравнения. При этом фронт горения представляется, как поверхность разрыва параметров, что соответствует тонкой зоны реакции, где скорость химической реакции возрастает с температурой. Заметим, что газ по обе стороны фронта считается несжимаемым и не одинаковым, а их отношение обозначаем через $\beta = \rho_{10}/\rho_{1e} > 1$. Этот безразмерный параметр будем называть коэффициентом теплового расширения, так как в случае идеального газа и постоянности давления смеси из уравнения состояния получим $\beta = T_e/T_0$. Поскольку в этой главе изучается устойчивость стационарной волны горения разными подходами, приведём основные уравнения ФГГ.

Система уравнений фильтрационного горения газов в однотемпературном приближении и в неподвижной системе координат имеет вид

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} + \overline{v_1} \nabla T = \kappa \Delta T + J \overline{Q} + \Delta_e (T_0 - T) , \quad \overline{Q} = Q / c_p (1 + \varphi),$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial \tau} + v_1 \nabla \eta = D \Delta \eta - J , \quad J = \eta k_0 \exp(-E / RT),$$

$$\overline{v_1} = v_1 / (1 + \varphi), \quad \varphi = \rho_2 c_2 / \rho_{10} c_p , \quad \kappa = (\alpha_1 \lambda_1 + \alpha_2 \lambda_2) / (\rho_{10} c_p + \rho_2 c_2).$$
(5.1.1)

Здесь первое уравнение системы (5.1.1) выражает баланс энергии двухфазной среды в целом, второе уравнение – баланс масс реагирующего компонента смеси, остальные обозначения прежние. Обычно, исследование устойчивости проводят в движущейся системе координат. Пусть волна горения распространяется справа

налево в отрицательном направлении оси *x*. Введём систему координат связанную с фронтом волны $x = \xi - \phi(\tau), t = \tau$. В случае стационарного распространения волны со скоростью u_n для $\phi(\tau)$ справедливо равенство $\phi(\tau) = -u_n \tau$.

§5.2. Продольная устойчивость стационарной волны фильтрационного горения газов

Данный параграф посвящён анализу устойчивости фронта ФГГ по отношению к малым возмущениям, в области параметров при которых однотемпературный режим. Исследования устойчивости осуществляется фронтов экзотермической химической реакции, связанной с возмущениями теплового слоя, проводилась в [24,57,60-61,159,183]. Численное исследование одномерной неустойчивости фронта экзотермической реакции В конденсированной фазе была проведена в [60]. В [62] аналогичная задача решается аналитически с использованием замены температурной зависимости скорости химической реакции на δ-функции. В [61] при анализе устойчивости, аррениусовская зависимость скорости реакции от температуры заменяется кусочно-постоянной, что позволяет более точно исследовать спектр. В данном параграфе в рамках подхода [62] получим уравнение, решение которой коэффициента показывает влияние теплового расширения И скорости фильтрации газа на устойчивость фронта горения. В частности, при сравнении с результатами [60] получено удовлетворительное совпадение.

Из (5.1.1) в одномерном случае при отсутствии диффузии газа имеем

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} + \overline{v_1} \frac{\partial T}{\partial \xi} = \kappa \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + J\overline{Q} , \quad \overline{Q} = Q/c_p (1+\varphi),$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial \tau} + v_1 \frac{\partial \eta}{\partial \xi} = -J , \quad J = \eta k_0 \exp(-E/RT).$$
(5.2.1)

Введя безразмерные переменные и параметры:

$$\xi = \frac{\kappa \cdot \tilde{\xi}}{u_n}, \quad \tau = \frac{\kappa \cdot \tilde{\tau}}{u_n^2}, \quad \eta = \eta_0 \tilde{\eta}, \quad T = T_e \tilde{T}, \quad \overline{v_1} = u_n \tilde{v_1},$$
$$v_{10} = u_n u_0, \quad \sigma = \frac{T_0}{T_e}, \quad N = \frac{E}{RT_e}, \quad T_e = T_0 + \frac{Q\eta_0}{c_p (1 + \varphi/(1 + u_0))}, \quad (5.2.2)$$
$$A = \frac{k_0 \kappa}{u_n^2 N \exp(N)}, \quad J = \frac{u_n^2 \eta_0 \tilde{J}}{\kappa},$$

где T_0 , η_0 -температура среды и концентрация смеси в начальный момент времени, T_e - равновесная температура продуктов горения. Переходя в (5.2.1) к безразмерным переменным и сохраняя для них прежние обозначения, в системе координат связанной с фронтом горения имеем

$$\frac{\partial T}{\partial t} - \phi'(t)\frac{\partial T}{\partial x} + \frac{v_1}{1+\varphi}\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + (1-\sigma)J\left(1+\frac{\varphi}{1+u_0}\right)/(1+\varphi)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} - \phi'(t)\frac{\partial \eta}{\partial x} + v_1\frac{\partial \eta}{\partial x} = -J, \quad J = AN\eta e^{N\left(1-\frac{1}{T}\right)}.$$
(5.2.3)

Нестационарные скорости химической реакции, фронта горения и вдува смеси к пористому блоку аппроксимируем следующими выражениями [62]

$$J(\eta,T) = ANe^{\frac{N}{2}(T-1)}\delta(x), \qquad \phi'(t) = -e^{\frac{N}{2}[T(0,t)-1]}, \qquad V_1 = u_0 e^{\frac{N}{2}[T(0,t)-1]}, \qquad (5.2.4)$$

где $\delta(x)$ - дельта функция.

При этом условия связки параметров на поверхности раздела и бесконечности имеют вид

$$\begin{bmatrix} T \end{bmatrix} = T\left(0^+, t\right) - T\left(0^-, t\right) = 0, \quad \begin{bmatrix} \frac{\partial T}{\partial x} \end{bmatrix} + \left(1 - \sigma\right)\left(1 + \frac{\varphi}{1 + u_0}\right)\frac{AN}{1 + \varphi}e^{\frac{N}{2}[T(0, t) - 1]} = 0, \quad (5.2.5)$$
$$AN = 1 + u_0, \quad T\left(-\infty, t\right) = \sigma, \quad T\left(+\infty, t\right) < \infty.$$

Если, перейти к другой переменной преобразованием $T = \sigma + (1 - \sigma)\theta$ и полученное уравнение линеаризовать около стационарного решения

$$\theta^{0}(x) = \begin{cases} e^{ux}, \ x < 0, \\ 1, \ x > 0 \end{cases}$$
(5.2.6)

то относительно функции возмущения фронта имеем следующую задачу

$$\frac{\partial \theta'}{\partial t} + u\alpha \theta'(0,t) \frac{\partial \theta^{0}}{\partial x} + u \frac{\partial \theta'}{\partial x} = \frac{\partial^{2} \theta'}{\partial x^{2}}, \quad \theta' = \theta - \theta^{0},$$

$$[\theta'] = 0, \quad \left[\frac{\partial \theta'}{\partial x}\right] + u\alpha \theta'(0,t) = 0, \quad u = 1 + \frac{u_{0}}{1 + \varphi}$$

$$\theta'(-\infty,t) = 0, \quad \theta'(+\infty,t) < \infty, \quad \alpha = \frac{N(1-\sigma)}{2}.$$
(5.2.7)

Частное решение (5.2.7) представим в виде $\theta'(x,t) = e^{\omega t} \zeta(x)$, здесь

$$\zeta(x) = \begin{cases} B_1 e^{\ell_x} - \frac{u^2 \alpha}{\omega} B_2 e^{ux}, & x < 0\\ B_2 e^{mx}, & x > 0 \end{cases}$$
(5.2.8)

где

$$l = \frac{1}{2} \left(u + \sqrt{u^2 + 4\omega} \right), \quad m = \frac{1}{2} \left(u\beta - \sqrt{u^2\beta^2 + 4\omega} \right), \tag{5.2.9}$$

В результате выполнения условия в (5.2.7), получим систему линейных однородных алгебраических уравнений относительно B_1, B_2 . Потребование существования нетривиального решения приводит к характеристическому уравнению

$$(\omega + u^{2}\alpha)\sqrt{(u^{2}\beta^{2} + 4\omega)(u^{2} + 4\omega)} = -4\omega^{2} + a\omega + b,$$

$$a = -\beta u^{2} + 2u^{2}\alpha^{2} + 2u^{2}\alpha(\beta - 1) - 4u^{2}\alpha, \ b = u^{4}\alpha(\beta - 2)$$
(5.2.10)

Преобразуя (5.2.10), имеем полином третьей степени относительно ω

$$G_{3}\omega^{3} + G_{2}\omega^{2} + G_{1}\omega + G_{0} = 0$$

$$G_{i} = A_{i}(a_{i}\beta^{2} + b_{i}\beta), \quad A_{i} = 4u^{8-2i}, \quad i = 0, 1, 2, 3.$$
(5.2.11)

Полагая $\omega = \pm i \psi$, найдём условие, определяющие границу устойчивости, где фронт горения колеблется в продольном направлении

$$G_0 G_3 - G_1 G_2 = 0, (5.2.12)$$

это многочлен четвертой степени относительно β

$$(A_{0}A_{3}a_{0}a_{3} - A_{1}A_{2}a_{1}a_{2})\beta^{4} + [A_{0}A_{3}(a_{0}b_{3} + a_{0}b_{3}) - A_{1}A_{2}(a_{1}b_{2} + a_{2}b_{1})]\beta^{3} + + [A_{0}A_{3}(a_{0}c_{3} + a_{3}c_{0} + b_{0}b_{3}) - A_{1}A_{2}(a_{1}c_{2} + a_{2}c_{1} + b_{1}b_{2})]\beta^{2} + [A_{0}A_{3}(b_{0}c_{3} + b_{3}c_{0}) - A_{1}A_{2}(b_{1}c_{2} + b_{2}c_{1})]\beta + A_{0}A_{3}c_{0}c_{3} - A_{1}A_{2}c_{1}c_{2} = 0$$
(5.2.13)

Здесь A_i зависит только от u, причём $A_0A_3 = A_1A_2$, следовательно (5.2.13) не зависит от u, поскольку a_i, b_i, c_i многочлены от α

$$a_{0} = 0, \ b_{0} = \alpha^{2}, \ c_{0} = -\alpha^{2},$$

$$a_{1} = \alpha, \ b_{1} = -\alpha^{3} + 5\alpha^{2} - \alpha, \ c_{1} = 2\alpha^{3} - 5\alpha^{2},$$

$$a_{2} = -\alpha^{2} + 3\alpha, \ b_{2} = -2\alpha^{3} + 7\alpha^{2} - \alpha, \ c_{2} = -\alpha^{4} + 6\alpha^{3} - 5\alpha^{2} - 2\alpha,$$

$$a_{3} = 1, \ b_{3} = 4\alpha - 2, \ c_{3} = 4\alpha^{2} - 4\alpha + 1.$$
(5.2.14)

Решения многочлена (5.2.13) при заданных значениях α приводятся на рисунке 5.2.1.

Согласно [60] разделяющая граница областей устойчивого и пульсирующего распространения волны, определяется соотношением

$$\frac{RT_e}{E} \left(9, 1\frac{C_p T_e}{Q} - 2, 5\right) = 1$$
(5.2.15)

Если левая часть (5.2.15) больше единицы стационарное горение устойчиво, если меньше единицы, то распространение фронта горения происходит в

пульсирующем режиме. Отсюда выражая RT_e/E , через коэффициент теплового расширения $\beta = T_e/T_0$ и α из (5.2.15) имеем

$$\alpha = 4.55 - 1.25 \frac{\beta - 1}{\beta}.$$
(4.2.16)

График зависимости (5.2.16) (рис. 5.2.1) согласуется с решением (5.2.13).

Приведём выражения G_i

$$G_{0} = 4u^{8} (\alpha^{2} \beta - \alpha^{2}),$$

$$G_{1} = 4u^{6} [\alpha \beta^{2} + (-\alpha^{3} + 5\alpha^{2} - \alpha)\beta + 2\alpha^{3} - 5\alpha^{2}],$$

$$G_{2} = 4u^{4} [(-\alpha^{2} + 3\alpha)\beta^{2} + (-2\alpha^{3} + 7\alpha^{2} - \alpha)\beta - \alpha^{4} + 6\alpha^{3} - 5\alpha^{2} - 2\alpha],$$

$$G_{3} = 4u^{2} [\beta^{2} + (4\alpha - 2)\beta + 4\alpha^{2} - 4\alpha + 1]$$
(5.2.17)

В случае, *u* = 1, *β* = 1 уравнение (5.2.11) примет вид уравнения в работе [62]. Поскольку частоту полагали чисто мнимым, потеря устойчивости носит колебательный характер и определяется по формуле

$$\psi = u^2 \sqrt{\frac{\alpha\beta^2 + (-\alpha^3 + 5\alpha^2 - \alpha)\beta + 2\alpha^3 - 5\alpha^2}{\beta^2 + (4\alpha - 2)\beta + 4\alpha^2 - 4\alpha + 1}}.$$
 (5.2.18)

Так как для каждого случая, известны значения u, α, β , то будет известна частота колебания фронта (в продольном направлении) на границе устойчивости. Период колебания равно $2\pi/\psi$, то есть обратно пропорциональна u^2 , а это означает, что при спутном движение (u > 1) период колебания меньше, чем во встречном (u < 1), следовательно, встречное движение устойчиво в сравнении со спутном. Графики зависимости $\psi(\beta)$ при встречном И спутном распространении фронта пламени приводятся на рис. 4.2.2. Эти выводы подтверждают результаты эксперимента [4], что спутное движение фронта горения менее устойчиво в сравнении со встречным.



Рис.5.2.1. Граница устойчивости фронта ФГГ, определенные аналитическими (1) и численными (2) методами.

§5.3. Продольная устойчивость стационарной волны при теплопотерях в окружающее пространство

В настоящем параграфе предпринято теоретическое исследование влияния теплоотвода на продольную устойчивость стационарных волн ФГГ. Цель найти устойчивости. Рассматривается зависимости параметров на границе однотемпературная модель распространения тепла в среде – инертная пористая среда и горючая газовая смесь в предположении оттока тепла из зоны горения в твёрдой фазы. Исходная окружающее пространство, посредством двухтемпературная система уравнений имеет вид

$$\rho_{2}c_{2}\frac{\partial T_{2}}{\partial \tau} = \alpha_{2}\lambda_{2}\frac{\partial^{2}T_{2}}{\partial \xi^{2}} + \Delta_{0}(T_{1} - T_{2}) + \Delta_{e}(T_{0} - T_{2}),$$

$$\rho_{1}c_{p}\frac{\partial T_{1}}{\partial \tau} = \alpha_{1}\lambda_{1}\frac{\partial^{2}T_{1}}{\partial \xi^{2}} - \rho_{1}c_{p}v_{1}\frac{\partial T_{1}}{\partial \xi} - \Delta_{0}(T_{1} - T_{2}) + \rho_{1}Q\eta_{0}J,$$

$$\rho_{1}\frac{\partial \overline{\eta}}{\partial \tau} = -\rho_{1}v_{1}\frac{\partial \overline{\eta}}{\partial \xi} - \rho_{1}J, \quad J = \overline{\eta} \cdot k_{0}\exp(-E/RT_{1}),$$

$$\frac{\partial \rho_{1}}{\partial \tau} = -\frac{\partial \rho_{1}v_{1}}{\partial \xi}, \quad \rho_{1}T_{1} = const, \qquad \Delta_{0} = \frac{12\alpha_{2}\lambda_{1}}{d^{2}}.$$
(5.3.1)

Обозначения обычные, как в главе 2, за исключением коэффициента теплообмена с окружающей средой - Δ_e . Полагаем, $T_1 = T_2 = \overline{T}$, что означает мгновенное приобретение твёрдой фазой температуры газа, при выделении тепла в газе в результате химической реакции. Далее, суммируя первые два уравнения системы (5.3.1) и переходя к движущейся системе координат с помощью преобразований $\overline{x} = \xi - \phi(\tau)$, $\overline{t} = \tau$, имеем систему уравнений баланса тепла и массы недостающего газового компонента в безразмерной форме

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \left(\frac{v}{1+\varphi} - \phi'(t)\right) \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{J(1-\sigma)(1+\varphi/(1+u_0))\sqrt{u^2+4\Delta}}{(1+\varphi)u} + \Delta(\sigma-T),$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \left(v - \phi'(t)\right) \frac{\partial \eta}{\partial x} = -J, \quad J = AN\eta \exp N(1-1/T),$$
(5.3.2)

где

$$T = \frac{\overline{T}}{T_{e}}, \quad \eta = \frac{\overline{\eta}}{\eta_{0}}, \quad x = \frac{u_{n}\overline{x}}{\kappa}, \quad t = \frac{u_{n}^{2}\overline{t}}{\kappa}, \quad \phi'(t) = \frac{\overline{\phi}'(t)}{u_{n}}, \quad J = \frac{\overline{J}\kappa}{\eta_{0}u_{n}^{2}},$$

$$u_{0} = \frac{v_{0}}{u_{n}}, \quad \sigma = \frac{T_{0}}{T_{e}}, \quad N = \frac{E}{RT_{e}}, \quad \kappa = \frac{\alpha_{1}\lambda_{1} + \alpha_{2}\lambda_{2}}{\rho_{1}c_{p} + \rho_{2}c_{2}}, \quad u = 1 + \frac{u_{0}}{1 + \varphi}, \quad \varphi = \frac{\rho_{2}c_{2}}{\rho_{1}c_{p}}, \quad (5.3.3)$$

$$A = \frac{k_{0}\kappa}{u_{n}^{2}Ne^{N}}, \quad T_{e} = T_{0} + \frac{Q\eta_{0}u}{c_{p}(1 + \varphi/(1 + u_{0}))\sqrt{u^{2} + 4\Delta}}, \quad \Delta = \frac{\kappa\Delta_{e}}{u_{n}^{2}(\rho_{1}c_{p} + \rho_{2}c_{2})}.$$

Поскольку будем считать узкой зоны тепловыделения, принимаем следующие виды аппроксимации скоростей [62]

$$J = AN \exp(N(T(x,t)-1)/2)\delta(x), \quad \phi'(t) = -\exp(N(T(0,t)-1)/2),$$

$$v = v_0 \exp(N(T(0,t)-1)/2)$$
(5.3.4)

где $\delta(x)$ - дельта функция Дирака.

Когда, нестационарное решение системы (5.3.2) выходит на стационарный режим, второе уравнение этой системы имеет вид

$$(1+u_0)\exp(N(T(0)-1)/2)\frac{\partial\eta}{\partial x} = -AN\exp(N(T(x)-1)/2)\delta(x).$$
 (5.3.5)

Интегрируя это уравнение в окрестности точки x=0 и, подставляя выражение *AN* из (5.3.3) получим

$$(1+u_0)[\eta] = -\frac{k_0 \kappa}{u_n^2 e^N} , \qquad (5.3.6)$$

откуда, находим

$$u_n = \sqrt{\frac{k_0 \kappa}{(1+u_0)e^N}}, \qquad v_0 = u_0 u_n.$$
(5.3.7)

Из первого уравнения системы (5.3.2) при замене переменной *T* на $\theta = (T - \sigma)/(1 - \sigma)$ получаем

$$\frac{\partial\theta}{\partial t} + u e^{\alpha(\theta(0,t)-1)} \frac{\partial\theta}{\partial x} = \frac{\partial^2\theta}{\partial x^2} - \Delta\theta, \quad \alpha = \frac{N(1-\sigma)}{2}, \quad (5.3.8)$$

При этом условия сшивки параметров в точке *x* = 0 и условия на бесконечности примут вид

$$\begin{bmatrix} \theta \end{bmatrix} = \theta(0+,t) - \theta(0-,t) = 0, \quad \begin{bmatrix} \frac{\partial \theta}{\partial x} \end{bmatrix} + \sqrt{u^2 + 4\Delta} \cdot e^{\alpha(\theta(0,t)-1)} = 0, \quad (5.3.9)$$
$$\theta(-\infty,t) = 0, \quad \theta(+\infty,t) = 1.$$

Линеаризуя уравнение (5.3.8) и условия (5.3.9) около стационарного решения

$$\theta^{0}(x) = \begin{cases} \exp(l_{2}x) , & x < 0 ,\\ \exp(l_{1}x) , & x > 0 , \end{cases} \quad l_{1,2} = \frac{1}{2} \left(u \pm \sqrt{u^{2} + 4\Delta} \right), \tag{5.3.10}$$

имеем

$$\frac{\partial \theta'}{\partial t} + u\alpha \theta'(0,t) \frac{\partial \theta^{0}}{\partial x} + u \frac{\partial \theta'}{\partial x} = \frac{\partial^{2} \theta'}{\partial x^{2}} - \Delta \theta', \quad \theta' = \theta - \theta^{0}$$

$$\begin{bmatrix} \theta' \end{bmatrix} = 0, \quad \begin{bmatrix} \frac{\partial \theta'}{\partial x} \end{bmatrix} + \sqrt{u^{2} + 4\Delta} \cdot e^{\alpha(\theta'(0,t)-1)} = 0,$$

$$\theta'(-\infty,t) = 0, \quad \theta'(+\infty,t) = 0.$$
(5.3.11)

Возмущения теплового слоя выбираем в виде $\theta'(x,t) = \zeta(x)e^{\omega t}$, и подставляя в (5.3.11) относительно функции $\zeta(x)$ получим следующую систему

$$\frac{d^{2}\zeta}{dx^{2}} - u\frac{d\zeta}{dx} - (\omega + \Delta)\zeta = u\alpha\zeta(0)\frac{d\theta^{0}}{dx}$$
$$[\zeta] = 0, \quad \left[\frac{d\zeta}{dx}\right] + \sqrt{u^{2} + 4\Delta} \cdot \alpha\zeta(0) = 0, \quad (5.3.12)$$
$$\zeta(-\infty) = 0, \quad \zeta(+\infty) = 0.$$

Решение системы (5.3.12) представляется в виде

$$\zeta(x) = \begin{cases} B_1 e^{\lambda_2 x} + B_2 e^{l_2 x}, & x < 0, \\ B_3 e^{\lambda_1 x} + B_4 e^{l_1 x}, & x > 0, \end{cases} \qquad \lambda_{1,2} = \frac{1}{2} \left(u \pm \sqrt{u^2 + 4(\omega + \Delta)} \right), \\ B_1 = \left(1 + \frac{u\alpha l_2}{\omega} \right) \zeta_{-}(0), \qquad B_2 = -\frac{u\alpha l_2}{\omega} \zeta_{-}(0), \\ B_3 = \left(1 + \frac{u\alpha l_1}{\omega} \right) \zeta_{+}(0), \qquad B_4 = -\frac{u\alpha l_1}{\omega} \zeta_{+}(0). \end{cases}$$
(5.3.13)

Используя, условия связки параметров в (5.3.12), получим систему линейных однородных уравнений относительно $\zeta_{\pm}(0)$

$$\begin{cases} \left(\left(1 + \frac{u\alpha l_1}{\omega}\right)\lambda_1 - \frac{u\alpha l_1}{\omega}l_1 \right)\zeta_+(0) + \left(-\left(1 + \frac{u\alpha l_2}{\omega}\right)\lambda_2 + \frac{u\alpha l_2}{\omega}l_2 + \alpha\sqrt{u^2 + 4\Delta} \right)\zeta_-(0) = 0, \\ \zeta_+(0) - \zeta_-(0) = 0. \end{cases}$$

Потребование нетривиального решения системы приводит к уравнению инкремента задачи

$$(2\omega + u^2 \alpha)\sqrt{u^2 + 4(\omega + \Delta)} = \alpha (u^2 + 2\omega)\sqrt{u^2 + 4\Delta} \quad . \tag{5.3.14}$$

Это уравнение при u = 1 совпадает с уравнением, полученным в [59]. Преобразуя уравнение (5.3.14) имеем

$$4\omega^{2} + (u^{2}(1+4\alpha-\alpha^{2})+4\Delta(1-\alpha^{2}))\omega + u^{2}\alpha(u^{2}+4\Delta(1-\alpha)) = 0$$
 (5.3.15)

В случае, $\Delta = 0$ получим уравнение, рассмотренное в §5.2 при $\beta = 1$. Из (5.3.15) найдем условие устойчивости, как $Re\omega \le 0$.

$$u^{2}(1+4\alpha-\alpha^{2})+4\Delta(1-\alpha^{2}) \ge 0$$
 (5.3.16)

Так как α зависит от ^{*u*, Δ} из (5.3.16) находим

$$\alpha \le \frac{2u^2 + \sqrt{4u^4 + (u^2 + 4\Delta)^2}}{u^2 + 4\Delta} = \alpha_*.$$
(5.3.17)

Из (5.3.16) можно определить критический коэффициент теплоотдачи

$$\Delta \le \frac{u^2 (1 + 4\alpha - \alpha^2)}{4(\alpha^2 - 1)} = \Delta_*$$
(5.3.18)

Поскольку $\Delta_* > 0$, то из равенства (5.3.18) следует $\alpha < \alpha_0 = 2 + \sqrt{5}$ и $\alpha > 1$. На границе устойчивости частота чисто мнимая, т.е. потеря устойчивости носит чисто колебательный характер, как функция параметров она выражается в виде

$$\Psi = \frac{u}{2}\sqrt{\alpha(u^2 + 4\Delta(1 - \alpha))}.$$
 (5.3.19)

При удалении от границы устойчивости можно достичь области, где возмущения будут нарастать экспоненциально. Граница областей колебательной и экспоненциальной неустойчивости определяется условием равенство нулью дискриминанта квадратного уравнения (5.3.15) при ∆ > ∆_{*}

$$(u^{4} + 4\Delta u^{2} + 16\Delta^{2})\alpha^{4} + (-8u^{4} - 32\Delta u^{2} + 64\Delta u^{4})\alpha^{3} - (2u^{4} + 8\Delta u^{2} + 32\Delta^{2})\alpha^{2} + (-8u^{4} - 48\Delta u^{2})\alpha + u^{4} + 4\Delta u^{2} + 16\Delta^{2} = 0$$
(5.3.20)

Уравнение (5.3.20) относительно Δ квадратное, поэтому легко находим второй критический коэффициент теплоотдачи Δ_{**}

$$\Delta_{**} = \frac{u^2}{8(\alpha^2 - 1)^2} (-\alpha^4 + 8\alpha^3 - 16u^2\alpha^3 + 2\alpha^2 + 3\alpha - 1 + \sqrt{(-\alpha^4 + 8\alpha^3 - 16u^2\alpha^3 + 2\alpha^2 + 3\alpha - 1)^2 - 4(\alpha^2 - 1)^2(\alpha^4 - 8\alpha^3 - 2\alpha^2 - 8\alpha + 1)})$$
(5.3.21)

Это значение коэффициента теплообмена с окружающей средой отмеченное в [4] и исследованное в [8], что при $\Delta > \Delta_{**}$ решение стационарной задачи не существует, а при $\Delta < \Delta_{**}$, имеется два решения, причем первая неустойчивая, т.е. $\Delta_* < \Delta < \Delta_{**}$, а вторая устойчивая при $\Delta < \Delta_*$, где Δ_* - критическое значение коэффициента теплообмена определяемое по формуле (5.3.18). В [4] также замечено, что при любом фиксированном Δ существует критическое значение скорости подачи смеси u_{**} такое, что при $u < u_{**}$

распространение волны горения невозможно. Значение u_{**} при фиксированном значении Δ находится из (5.3.20).

§5.4. Аналитические зависимости параметров на пределе фильтрационного горения газов

В предельном случае фронт фильтрационного горения газов распространяется в продольном направлении колебательным образом. Для этого случая в §5.3 между безразмерными параметрами системы (пористая среда + смеси газов) было получено соотношение (5.3.18)

$$\Delta = \frac{u^2 (1 + 4\alpha - \alpha^2)}{4(\alpha^2 - 1)}$$
(5.4.1)

Кроме того, в ходе исследования были также получены следующие формулы

$$\alpha = \frac{E}{2RT_e} \left(1 - \frac{T_0}{T_e} \right) \tag{5.4.2}$$

$$T_e = T_0 + \frac{Q\eta_0}{c_p(1+\varphi/(1+u_0))\sqrt{1+4\Delta/u^2}}$$
(5.4.3)

$$u_n = \sqrt{\frac{k_0 \kappa}{(1+u_0) \exp(E/RT_e)}}$$
(5.4.4)

Из (5.4.1) найдём выражение

$$1 + \frac{4\Delta}{u^2} = \frac{4\alpha}{\alpha^2 - 1}$$
(5.4.5)

и подставляя в (5.4.3) имеем

$$T_e = T_0 + \frac{Q\eta_0}{2c_p(1+\varphi/(1+u_0))} \sqrt{\alpha - \frac{1}{\alpha}}$$
(5.4.6)

Далее, из (5.4.2) находим

$$T_e = \frac{E}{4\alpha R} \left(1 + \sqrt{1 - \frac{8\alpha RT_0}{E}} \right)$$
(5.4.7)

Приравнивая (5.4.6) и (4.4.7) находим выражение

$$1 + u_0 = \frac{\varphi}{\frac{2\alpha R Q \eta_0 \sqrt{\alpha - 1/\alpha}}{c_p \left[E \left(1 + \sqrt{1 - \frac{8\alpha R T_0}{E}} \right) - 4\alpha R T_0 \right]}} - 1$$
(5.4.8)

Итак, если задать значение безразмерного параметра в интервале $1 < \alpha < 2 + \sqrt{5}$, то можно найти зависимости u_0 , T_e , Δ , u_n на пределе горения от физикохимических параметров системы.

На рисунке 5.4.1 приведены расчетные кривые зависимости коэффицинета теплоотдачи стенки Δ_w от скорости вдува смеси газов в пористую среду на пределе горения при разных значениях радиуса трубки R_w . Связь между Δ и $\Delta_e = 2\Delta_w/R_w$ приводится в (5.3.3). Из рисунка видно, что на пределе горения некоторой скорости подачи смеси соответствует критический коэффициент теплоотдачи стенки. Причём уменьшение радиуса трубки сопровождается уменьшением значения критического коэффициента теплоотдачи стенки, однако это не влияет на значение скорости подачи смеси. Заметим, что при расчете параметров приводимых ниже на рисунках были использованы исходные данные, соответствующие к водородо-воздушной смеси газов (приведённые в §3.1).

Интегрируя формулу нестационарной скорости фронта горения (5.3.4) от нуля до периода колебания и результать отнеся к периоду колебания получаем осреднненную скорость фронта

$$\overline{\Phi'(t)} = -u_n \left(1 - \frac{\alpha}{\psi t_{\Pi}} \cos(\psi t_{\Pi}) \right)$$
(5.4.9)

Здесь t_n – период колебания фронта в продольном направлении, ψ – частота колебания, α – безразмерная энергия активации, u_n – стационарная скорость фронта горения. Все эти величины зависят от скорости подачи смеси газов. Кривые зависимости осреднённой по периоду скорости фронта горения, периода колебания, скорости стационарного фронта и частоты колебания от скорости вдува смеси газов приведены на рисунках 5.4.2-5.4.5 соответственно.

Отрицательность осреднённой скорости фронта горения означает, что фронт горения распространяется на встречу потоку, и как видим на рисунке 5.4.2 значения скорости соответствует режиму низких скоростей 2 (PHC2).



Рис.5.4.1. Кривые зависимости коэффициента теплоотвода стенки от скорости подачи смеси газов в пористую среду на пределе горения: ■ - *R_w* = 0, 09 м; ▲ - *R_w* = 0, 07 м.



Рис.5.4.2. Кривая зависимости осредненной скорости фронта горения от скорости подачи смеси газов.

На пределе горения безразмерный период колебания уменьшается с увеличением

скорости подачи смеси (рисунок 5.4.3)



Рис.5.4.3. Кривая зависимости периода колебания фронта горения от скорости подачи смеси газов.

Скорость определяемое по формуле (5.3.7) и то же самое что (5.4.4) и называемая как стационарная скорость фронта горения, также уменьшается с увеличением скорости подачи смеси (рисунок 5.4.4)

136



Рис.5.4.4. Кривая зависимости скорости стационарного фронта горения в зависимости от скорости подачи смеси газов.



Рис.5.4.5. Кривая зависимости безразмерной частоты от скорости подачи смеси на пределе горения.

§5.5. Диффузионно-тепловая устойчивость стационарной волны фильтрационного горения газов

Приведём безразмерные уравнения сохранения энергии и вещества, описывающий процесс ФГГ в движущейся вдоль оси x с нестационарной скоростью - ϕ' системе координат. В частности, ниже приводимые уравнения идентичны с уравнениями переноса тепла и вещества в реагирующих газах ($\varphi = 0, \phi' = 1$), конденсированных средах ($v_i = 0, \phi' = 1, Le = 0$) и в других моделях горения.

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \Delta T + \left(\frac{v_1}{1+\varphi} + \phi'\right) \frac{\partial T}{\partial x} + Q \cdot J,$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = Le\Delta \eta + \left(v_1 + \phi'\right) \frac{\partial \eta}{\partial x} - J,$$
(5.5.1)

Здесь $J = AN\eta \exp N(1-1/T)$ - скорость химической реакции, *Le* - число Льюиса, по принятому в [56] обозначению (отношение коэффициентов диффузии недостающего компонента к температуропроводности среды). Безразмерные переменные и параметры имеют вид (величины с индексом *r* размерные)

$$\begin{split} t &= \frac{u_n^2 t_r}{\kappa_{s\phi}}, \quad x = \frac{u_n}{\kappa_{s\phi}} (-x_r - \phi_r), \quad y = \frac{u_n y_r}{\kappa_{s\phi}}, \quad z = \frac{u_n z_r}{\kappa_{s\phi}}, \\ T &= \frac{T_r}{T_e}, \quad \eta = \frac{\eta_r}{\eta_0}, \quad v_1 = \frac{v_{1r}}{u_n}, \quad \phi' = \frac{\phi'_r}{u_n}, \quad Q = \frac{Q_r \eta_0}{c_p T_e (1 + \phi)}, \\ T_e &= T_0 + \frac{Q_r \eta_0}{c_p (1 + \frac{\phi}{1 + u_0})}, \quad u_0 = \frac{v_{10r}}{u_n}, \quad A = \frac{k_0 \kappa_{s\phi}}{u_n^2 N e^N}, \\ N &= \frac{E}{RT_e}, \quad \phi = \frac{\rho_{20} c_2}{\rho_{10} c_p}, \quad Le = \frac{D}{\kappa_{s\phi}}, \quad \sigma = \frac{T_0}{T_e}, \quad \kappa_{s\phi} = \frac{\alpha_1 \lambda_1 + \alpha_2 \lambda_{s\phi}}{\rho_{10} c_p + \rho_2 c_2} \end{split}$$

где T, η - безразмерная температура среды и относительная массовая концентрация реагирующего компонента смеси; v_{tr} - нестационарная скорость

подачи газа; u_n - стационарная скорость распространения волны фильтрационного горения; T_e - равновесная температура, приобретаемые фазами; Q_r - тепловой эффект реакции; E- энергия активации; R- универсальная газовая постоянная; k_0 - предэкспонент; $\kappa_{s\phi}$, D- коэффициент температуропроводности среды и коэффициент диффузии реагирующего компонента смеси; Le- число Льюиса; ρ_{20} , ρ_{10} , c_2 , c_p - приведенные плотности и теплоемкости пористой среды и смеси газов соответственно; T_0 , η_0 , v_{10} - исходные температура, концентрация и скорость подачи газа.

Первое уравнение системы (5.5.1) получено путём суммирования и преобразования уравнения балансов тепла в фазах при равенстве температур фаз. Граничные условия для системы (5.5.1) имеют вид

$$x = +\infty$$
: $T = \sigma = \frac{T_0}{T_e}; \quad \eta = 1, \quad x = -\infty: \quad \frac{dT}{dx} = 0; \quad \frac{d\eta}{dx} = 0.$ (5.5.2)

Аппроксимации скоростей примем в виде [62]

$$J \approx ANe^{\frac{N}{2}(T(0,y,z,t)-1)}\delta(x), \quad AN = 1 + u_0, \quad v_1 = u_0 e^{\frac{N}{2}(T(0,y,z,t)-1)}, \quad \phi' = e^{\frac{N}{2}(T(0,y,z,t)-1)}$$

При этом условия связки параметров x = 0 имеют вид

$$\begin{bmatrix} T \end{bmatrix} = 0, \quad \begin{bmatrix} \frac{\partial T}{\partial x} \end{bmatrix} + \left(1 + \frac{u_0}{1 + \varphi}\right) e^{\frac{N}{2}(T(0, y, z, t) - 1)} = 0,$$

$$[\eta] = 0, \quad Le\left[\frac{\partial \eta}{\partial x}\right] + (1 + u_0) e^{\frac{N}{2}(T(0, y, z, t) - 1)} = 0,$$

$$[f] = f(x + 0, y, z, t) - f(x - 0, y, z, t) = 0.$$

(5.5.3)

Переходя к переменной $\theta = (T - \sigma)/(1 - \sigma)$ в системе (5.5.1)-(5.5.3) и линеаризуя уравнения и условия сшивки (5.5.3) около стационарного решения

$$\theta_{s} = \begin{cases} e^{-u_{\varphi}x}, & x > 0\\ 1, & x < 0, \end{cases} \qquad \eta_{s} = \begin{cases} 1 - e^{-w_{L}x}, & x > 0\\ 0, & x < 0. \end{cases}$$
(5.5.4)

$$u_{\varphi} = 1 + \frac{u_0}{1 + \varphi}, \qquad w_L = \frac{1 + u_0}{Le},$$

имеем

$$\begin{aligned} \frac{\partial \theta'}{\partial t} &= \Delta \theta' + u \frac{\partial \theta'}{\partial x} + u \alpha \theta'(0, y, z, t) \frac{\partial \theta_s}{\partial x}, \quad \theta' = \theta - \theta_s, \\ \frac{1}{Le} \frac{\partial \eta'}{\partial t} &= \Delta \eta' + w \frac{\partial \eta'}{\partial x} + w \alpha \theta'(0, y, z, t) \frac{\partial \eta_s}{\partial x}, \quad \eta' = \eta - \eta_s, \\ \left[\theta'\right] &= 0, \quad \left[\frac{\partial \theta'}{\partial x}\right] + u_{\varphi} \alpha \theta'(0, y, z, t) = 0, \quad \theta'(\pm \infty) = 0, \\ \left[\eta'\right] &= 0, \quad \left[\frac{\partial \eta'}{\partial x}\right] - w_L \alpha \theta'(0, y, z, t) = 0, \quad \eta'(\pm \infty) = 0, \quad \alpha = \frac{N(1 - \sigma)}{2}, \end{aligned}$$
(5.5.5)

здесь

$$u = \begin{cases} u_{\varphi}, & x > 0\\ \beta u_{\varphi}, & x < 0, \end{cases} \qquad \qquad w = \begin{cases} w_L, & x > 0\\ \beta w_L, & x < 0. \end{cases}$$

Представляя возмущения в виде

$$\theta'(x, y, z, t) = \zeta(x) \exp(\omega t + ik_y y + ik_z z),$$

$$\eta'(x, y, z, t) = \xi(x) \exp(\omega t + ik_y y + ik_z z)$$

и, учитывая граничные условия находим

$$\begin{split} \varsigma(x) &= \begin{cases} A_{\varsigma} e^{\mu_{1}x} - \frac{u^{2}\alpha}{\omega + k^{2}} \varsigma(0) e^{-ux}, & x \geq 0\\ \varsigma(0) e^{\mu_{2}x}, & x < 0 \end{cases}\\ \xi(x) &= \begin{cases} A_{\xi} e^{\mu_{3}x} - \frac{w^{2}\alpha}{\omega/Le + k^{2}} \varsigma(0) e^{-ux}, & x \geq 0\\ \xi(0) e^{\mu_{4}x}, & x < 0 \end{cases} \end{split}$$

где

$$\mu_{1,2} = \frac{1}{2} \left(-u \pm \sqrt{u^2 + 4(\omega + k^2)} \right),$$

$$\mu_{3,4} = \frac{1}{2} \left(-w \pm \sqrt{w^2 + 4(\omega/Le + k^2)} \right), \quad k^2 = k_y^2 + k_z^2.$$

Из условия связки параметров получим систему уравнений относительно неизвестных $\zeta(0)$, $\xi(0)$, A_{ζ} , A_{ξ} . Потребуя ненулевое решение системы, имеем следующее соотношение относительно ω

$$(\mu_4 - \mu_3) \left[\mu_1 \left(1 + \frac{u^2 \alpha}{\omega + k^2} \right) + u_{\varphi} \alpha - \mu_2 + \frac{u_{\varphi}^3 \alpha}{\omega + k^2} \right] = 0, \qquad (5.5.6)$$

поскольку $\mu_4 - \mu_3 \neq 0$, преобразуя выражение в квадратных скобках, имеем кубическое уравнение относительно ω

$$G_3\omega^3 + (3G_3k^2 + G_2)\omega^2 + (3G_3k^4 + 2G_2k^2 + G_1)\omega + G_3k^6 + G_2k^4 + G_1k^2 + G_0 = 0, \quad (5.5.7)$$

где

$$\begin{split} G_{j} &= 4u_{\phi}^{8-2j}g_{j}, \quad j = 0, 1, 2, 3 \\ g_{0} &= \alpha^{2}\beta - \alpha^{2}, \\ g_{1} &= \alpha\beta^{2} + (-\alpha^{3} + 5\alpha^{2} - \alpha)\beta - 5\alpha^{2} + 2\alpha^{3}, \\ g_{2} &= \alpha(3-\alpha)\beta^{2} + \alpha(-2\alpha^{2} + 7\alpha - 1)\beta - \alpha^{4} + 6\alpha^{3} - 5\alpha^{2} - 2\alpha, \\ g_{3} &= \beta^{2} + (4\alpha - 2)\beta + 4\alpha^{2} - 4\alpha + 1. \end{split}$$

Поскольку неустойчивость решения настанет при положительности вещественной части ω используя теорию алгебры полиномов к уравнению (4.5.7) находим соотношение

$$-8g_{3}^{2}k^{6} - 8u_{\varphi}^{2}g_{3}g_{2}k^{4} - 2u_{\varphi}^{4}(g_{3}g_{1} + g_{2}^{2})k^{2} + u_{\varphi}^{6}(g_{3}g_{0} - g_{1}g_{2}) = 0.$$
(5.5.8)

В случае положительности левой части соотношения (5.5.8), комплексные корни уравнения (5.5.7) имеют положительные действительные части, следовательно, возникающие возмущения со временем не затухают и волна горения становится

неустойчивым. Область параметров, при которых соотношение (5.5.8) меньше нуля, соответствует областью устойчивости стационарного режима волны горения. Из соотношения (5.5.8) ($k^2 = 0$) получим условие, характеризующие границы продольной устойчивости волны горения $g_3g_0 - g_1g_2 = 0$, рассмотренной в §5.2. Последнее условие в случае $\beta = 1$, получает вид зависимости частоты возмущения $\omega = \omega(\alpha, u)$, которое получено методом преобразования Фурье и Лапласа. Кроме того, из условия продольной устойчивости волны горения $g_3g_0 - g_1g_2 < 0$, в случае $\beta = 1$ и u = 1 получим условие, $\alpha < \alpha_0 = 2 + \sqrt{5}$ исследованное в [62] [86]. Соотношение (6.5.8) является кубическим уравнением относительно положительная величина. k^2 . гле k^2 Тогда условия существования положительных действительных корней уравнения (5.5.8) являются условием устойчивости стационарного границы режима ПО отношению К пространственным возмущениям: $g_2 < 0$ или $g_2 > 0$, $g_0g_3 - g_1g_2 > 0$. В начале $g_2 > 0$, $g_0 g_3 - g_1 g_2 > 0$. При $g_2 = 0$ имеем $\beta = \beta_*(\alpha)$, рассмотрим область $k^{2} = k_{*}^{2}(\alpha, u_{\alpha}),$ где

$$\beta_{*} = \frac{1}{2(3-\alpha)} \left(2\alpha^{2} - 7\alpha + 1 - \sqrt{8\alpha^{3} - 39\alpha^{2} + 38\alpha + 25} \right),$$

$$k_{*}^{2} = u_{\varphi}^{2} \left(\sqrt[3]{\frac{g_{0}}{16g_{3}} + \sqrt{\left(\frac{g_{1}}{12g_{3}}\right)^{3} + \left(\frac{g_{0}}{16g_{3}}\right)^{2}} + \sqrt[3]{\frac{g_{0}}{16g_{3}} - \sqrt{\left(\frac{g_{1}}{12g_{3}}\right)^{3} + \left(\frac{g_{0}}{16g_{3}}\right)^{2}} \right)$$
(5.5.9)

и уравнение (6.5.7) имеет следующие корни

$$\omega_1 = -3k_*^2, \quad \omega_{2,3} = \pm i\sqrt{3k_*^4 + u_{\phi}^4 g_1/g_3}$$
 (5.5.10)

Зависимости в (5.5.9) были получены в результате анализа пространственной устойчивости стационарного режима волны горения и являются аналогом продольной устойчивости волны горения. Осуществляя непрерывный переход от пространственных частот возмущений (5.5.10) к продольным частотам, получим

$$\omega_1 = 0, \quad \omega_{2,3} = \pm i u_{\varphi}^2 \sqrt{\frac{g_1}{g_3}}.$$
 (5.5.11)

Видим, что частота возмущения зависит не только от скорости вдува u_0 , но и от безразмерной энергии активации (α) и коэффициента теплового расширения (β). Формула для $\omega_{2,3}$ в (5.5.11) была получена в результате исследования продольной устойчивости стационарных режимов волны горения. Сравнивая пространственные (5.5.10) и продольные (5.5.11) частоты возмущения при одинаковых значениях параметров u_{α} , α , β убеждаемся, что период колебания фронта горения больше в продольном случае, чем в пространственном. Это в области параметров, соответствующей кривым 1, 2 на рис. 5.5.1. Далее, на всех приведенных рисунках и_{*a*} =1. На рис. 4.5.1 приведены графики зависимости параметра $\alpha = \alpha(\beta)$ на границах устойчивости. График зависимости $\beta = \beta_*(\alpha)$ (рисунок 5.5.1, кривая 2) удовлетворительно аппроксимирует кривой (рисунок 5.5.1, кривая 3) определяемой зависимостью

$$\alpha = 4.55 - 1.25 \frac{\beta - 1}{\beta} \quad . \tag{5.5.12}$$

Зависимость (5.5.12) получено при численном исследовании пульсирующих режимов горения конденсированных сред [60] и приводится в нашем обозначении. В соответствии с соотношением (5.5.12) выше кривой зависимости $\beta = \beta_*(\alpha)$ находится неустойчивая область значения параметров, а ниже - устойчивая область. Кривой зависимости $\beta = \beta_{**}(\alpha)$ (рисунок 5.5.1, кривая 1, $k^2 = 0$) являющейся границей одномерной устойчивости стационарной волны, также аппроксимирует кривой определяемой зависимостью (5.5.12).

Ниже кривых 1-3 устойчивые области значения параметров, только при одномерном рассмотрении задачи устойчивости, а при пространственном, имеется запас устойчивости. При уменьшение α от $\alpha_0 = 2 + \sqrt{5}$ до трех, β_* возрастает от единицы до бесконечности, при последнем ($\beta \rightarrow \infty$) имеем следующие порядки величин $g_0 \sim \alpha^2 \beta_*$, $g_1 \sim \alpha \beta_*^2$, $g_1 \sim \beta_*^2$, откуда $k_*^2 \approx 0$. Кроме того, при $\alpha = \alpha_0$, $\beta_* = 1$, также получаем $k_*^2 = 0$, следовательно, в интервале (3, α_0) существует максимум функции $k_*^2 = k_*^2(\alpha, u_{\varphi})$: $k_{*\max}^2 = 4u_{\varphi}^2/25$; $\alpha_{\max} = 3.116$; $\beta_* = 17.215$. В рассматриваемом случае область устойчивости волны в плоскости (β , k^2) ограничены прямой $k^2 = 0$ (ось β , рисунок 5.5.2) и кривой зависимости $k_*^2 = k_*^2(\beta_*, u_{\omega})$ (кр.2, рисунок 4.5.2), которая увеличивается при $u_{n} > 1$ (сопутствующий поток) и уменьшается в случае $u_{a} < 1$ (встречный поток). Заметим, что при исследовании пространственной устойчивости обнаруживается граница (кривая 4, рисунок 5.5.1), где частота возмущения, принимает отрицательные значения, пропорциональна параметру u_{a} , кроме пары комплексно-сопряженных мнимых решений. Это означает, что возникающие возмущения затухают по времени чисто экспоненциально (чем больше и, тем возмущениям $(k^2 = k_{*max}^2 = 0.16)$ быстрее). Опасным пространственным соответствует значение $\alpha = 3.116$, которое меньше значений результатов [57,61] $\alpha = 3.91 (k^2 = 1)$ и $\alpha = 4 (k^2 = 1)$. То есть опасными считаются возмущения, волновые векторы которых лежат в пределах $0 < k^2 < k_{*max}^2$, что также содержится в интервале, полученном в работе [61].

Рассмотрим $g_2 < 0$. В этом случае знаки коэффициентов уравнения (5.5.8) меняется три раза. Тогда из алгебры полиномов делаем вывод, что положительные действительные корны кубического уравнения (5.5.8) либо один,
либо три. Потребуя существования трёх корней уравнения (5.5.8) находим: в случае $3g_1g_3 - g_2^2 = 0$ (рис. 5.5.1,кр.4)

$$k_{1,2,3}^{2} = u_{\varphi}^{2} \left\{ \frac{1}{2} \sqrt[3]{2} \left(\frac{g_{2}}{3g_{3}} \right)^{3} - \frac{g_{2}g_{1}}{3g_{3}^{2}} + \frac{g_{0}}{g_{3}} - \frac{g_{2}}{3g_{3}} \right),$$

$$\omega_{1} = -\frac{3u_{\varphi}^{2}}{2} \sqrt[3]{2} \left(\frac{g_{2}}{3g_{3}} \right)^{3} - \frac{g_{2}g_{1}}{3g_{3}^{2}} + \frac{g_{0}}{g_{3}},$$

$$\omega_{2,3} = \pm i \sqrt{3k_{1,2,3}^{4} + u_{\varphi}^{4}g_{1}/g_{3}}.$$
(5.5.13)

а в случае $3g_1g_3 - g_2^2 < 0$, $2g_2^3 - 9g_3g_2g_1 + 27g_0g_3^2 = 0$ (рисунок 5.5.1, кр.5)

$$k_1^2 = -\frac{g_2}{3g_3}u_{\varphi}^2, \quad k_{2,3}^2 = -\frac{g_2}{3g_3}u_{\varphi}^2 \left(1 - \sqrt{-\frac{1}{4}\left(\frac{3g_3g_1}{g_2^2} - 1\right)}\right)$$
$$\omega_1 = 0, \qquad \omega_{2,3} = \pm i\sqrt{3k_{2,3}^4 + u_{\varphi}^4g_1/g_3} \quad .$$

Кривая 4 на рис. 5.5.1 находится в области устойчивости, поскольку $\omega_1 < 0$, хотя два других корня комплексно-мнимые. Колебательная граница достигается на кривой 5 рис. 5.5.1, где $\omega_1 = 0$ и $\omega_{2,3} = \pm i \sqrt{3k_{2,3}^4 + u_{\phi}^4 g_1/g_3}$. На этой границе волновое число имеет неоднозначное значение. Отметим, что при рассмотрении пространственных возмущений, граница продольной устойчивости (кривые 1-3 рисунок 5.5.1) переносится на положение кривой 5 рис. 5.1.

На рис. 5.5.2 приведены кривые зависимости $k^2 = k^2(\beta)$ (кр.2,4,5) соответствующие кривым на рис. 5.5.1, причём вдоль кривых под номером 5 на плоскости (β , k^2) фронт горения колеблется, а кривая 4 (рис. 5.5.2) находится между двух верхних кривых 5, вдоль которой колебания фронта горения затухает. Следовательно, область плоскости (β , k^2) между кривыми 5, где находится кривая 4, относится к области устойчивости. Область между кривой 5 (самая нижняя кривая на рис. 5.5.2) и линии, $k^2 = 0$ вдоль которых фронт горения только колеблется, также является областью устойчивости, поскольку в

этой области находится кривая 2, вдоль которой колебания фронта горения затухает.

Графики зависимости частоты возмущения ω от коэффициента теплового расширения β приводятся на рисунке 5.5.3, причём кривым 1, 2 соответствуют значения мнимой части ω , а кривым 4, 5 - действительные значения (меньше нуля и ноль, соответственно).

Поскольку $\mu_4 > 0$, для числа Льюиса *Le*, имеем

$$-\frac{\omega}{k^2} < Le . \tag{5.5.14}$$

Зависимость числа Льюиса, $Le = Le(\beta)$ подсчитанная по формуле (5.5.14) и по значениям ω и k^2 из (5.5.13), то есть вдоль кривой 4 рис. 5.5.1, приведена на рис. 5.5.4 и имеет вид

$$Le > \frac{3}{1 - \frac{2g_2}{3g_3} \cdot \left(2\left(\frac{g_2}{3g_3}\right)^3 - \frac{g_2g_1}{3g_3^2} + \frac{g_0}{g_3}\right)^{-\frac{1}{3}}}.$$
(5.5.15)

Область, определённая неравенством (5.5.15) находится выше кривой 4 приведённой на рисунке 5.5.1. На кривой 5 рисунок 5.5.1, правая часть неравенство (5.5.15) будет равно нулю, то есть кривая на рисунке 5.5.4 при приближении к колебательной границе опускается до оси β . Заметим, что в этом приближении число *Le* не зависит от параметра u_0 (безразмерной скорости подачи смеси газов).

Приравнивая показатели экспонент в (5.5.4), т.е. предполагая симметричность формы распределения температуры и концентрации, относительно число Льюиса *Le*, получим следующее соотношение

$$Le = \frac{1+u_0}{1+\frac{u_0}{1+\varphi}}$$
(5.5.16)

Это случай совпадения зоны изменения температуры и концентрации недостающего составляющего смеси газов. При отсутствии твёрдой фазы ($\varphi = 0$), число Льюис будет равно единице. Из (5.5.16) легко можно обнаружить, что спутному потоку ($-1 < u_0 < 0$) соответствует число Le < 1, а встречному ($u_0 > 0$) Le > 1. Следовательно, согласно классической теории горения (Le < 1- устойчивое распространение, Le > 1- неустойчивое) фронт неустойчив при встречнем потоке. Однако, в случае $u_0 << -1$ число Льюис будет больше единицы (Le > 1), что означает спутное с потоком распространение волны, также неустойчиво.

Заметим, что параметр *β* впервые использовался в работе [171] при исследовании устойчивости фронта пламени в инертных пористых средах.

В итоге проведённого исследования получены следующие выводы:

- встречному к потоку распространение волны соответствует относительно широкая зона химической реакции в сравнении с сопутствующим потоком;
- показано, что для сопутствующему потоку соответствует число Льюиса (
 Le = D/к) и больше, и меньше единицы, а встречному только больше единицы;
- найденные границы колебательной устойчивости удовлетворительно аппроксимирует условие устойчивости пульсирующих режимов горения конденсированных сред;
- на границе колебательной устойчивости значения частоты возмущения при пространственном рассмотрении задачи больше, чем в одномерном;
- пространственные возмущения менее чувствительны к направлениям и значениям скорости подачи смеси газов, чем продольные.
- преимущество проведённого исследования в том, что для определения устойчивости фронта горения, достаточно знать значения двух параметров *E* -

энергии активации и T_e - равновесной температуры по которым определяются параметры α , β .

Таким образом, проведённое исследование теплодиффузионной устойчивости фронта ФГГ при условии интенсивного межфазного теплообмена и отсутствии теплопотерь в окружающее пространство, восполняют пробелы, имеющие в теории устойчивости фронта горения.



Рис. 5.5.1. Кривые зависимости безразмерной энергии активации (α) от коэффициента расширения газа(β): 1–Re ω =0, продольные возмущения; 2 – $\omega_1 = -3k_*^2$, $\omega_{2,3} = \pm i\sqrt{3k_*^4 + u_{\phi}^4g_1/g_3}$, пространственные возмущения; 3 - пульсирующий режим горения; 4–3 $g_3g_1 - g_2^2 = 0$ - волновые числа вычисляются по формуле (5.5.13); 5 – $2g_2^3 - 9g_3g_2g_1 + 27g_0g_3^2 = 0$, колебательная граница (волновое число определяется неоднозначно).



Рис.5.5.2. Кривые зависимости волнового числа (κ^2) от коэффициента расширения газа (β), обозначения соответствуют кривым на рисунке 5.5.1.



Рис. 5.5.3. Кривые зависимости частоты возмущения (ω) от коэффициента расширения газа(β), обозначения те же, что и на рисунке 4.5.1.



Рис. 5.5.4. Кривая зависимости число Льюиса ($Le = D/\kappa$) от коэффициента расширения газа(β) вдоль кривой 4 рис. 5.5.1.

§5.6. Пространственная устойчивость стационарной волны и замена скорости химической реакции ступенчатой функции

На этом параграфе рассматривается пространственная устойчивость стационарной волны ФГГ при аппроксимации скорости химической реакции кусочно-постоянной функции. Получено соотношение, определяющее границы колебательного распространения фронта ФГГ. На этой границе расчетным путем определяются графики зависимости толщины фронта ФГГ от волнового числа при различных значениях параметров (безразмерной скорости подачи смеси и отношения объёмных теплоёмкостей).

Устойчивости стационарного режима фильтрационного горения газов посвящён ряд работ диссертанта. При этом аррениусовская зависимость скорости реакции от температуры заменяется δ - функцией Дирака, аналогично работе по устойчивости стационарного режима исследованию горения конденсированных сред [62]. В данном параграфе указанная зависимость Подобный кусочно-постоянной функции. заменяется подход ранее Настоящий [61,104,153]. параграф посвящен анализу использовался В

пространственной устойчивости стационарной волны ФГГ в области параметров, при которых осуществляется однотемпературная структура волны. В связи с этим отметим, что в работе по численному исследованию стационарной ΦΓΓ [68] приводятся об структуры волн результаты исчезновении температурной гетерогенности при уменьшении давления газа в порах до 800 атм. т. е. структура волн вырождается от двухтемпературной структуры к однотемпературной. Такую ситуацию можно обнаружить и, в ниже приводимых уравнениях энергии фаз. При больших значениях коэффициента межфазного теплообмена соответствующие члены уравнения будут существенными по сравнению с остальными членами и, если пренебречь малыми членами, то температуры пористой среды и газа будут равными. Ранее было показано [4,8], что закономерности процесса распространения волны ФГГ в значительной степени определяются интенсивностью внутреннего и внешнего теплообмена и обусловлена тепловая структура волны конечным межфазным сложная теплообменом [10]. В ниже приводимом исследовании, особое внимание уделяется спутному движению, когда направление подаваемого потока газа совпадает с направлением распространения волны. Именно, в этом случае по экспериментальным данным [4] участки фронта движутся с разной скоростью, площадь фронта изменяется во времени.

Изучение устойчивости стационарной волны ФГГ, проводится на основе уравнения сохранения энергии фаз, массы (реагирующего компонента газа и смеси в целом), при пренебрежимо малом градиенте давления газа в порах

$$\rho_{2}c_{2}\frac{\partial T_{2}}{\partial t} = \alpha_{2}\lambda_{s\phi}\Delta T_{2} - \Delta_{0}(T_{1} - T_{2}),$$

$$\rho_{1}c_{p}\frac{\partial T_{1}}{\partial t} = \alpha_{1}\lambda_{1}\Delta T_{1} + \Delta_{0}(T_{1} - T_{2}) - \rho_{1}c_{p}\upsilon_{1}\frac{\partial T_{1}}{\partial x} + \rho_{1}J \cdot Q\eta_{0},$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = -\upsilon_{1}\frac{\partial \eta}{\partial x} - J,$$

$$\frac{\partial \rho_{1}}{\partial t} = -\frac{\partial \rho_{1}\upsilon_{1}}{\partial x}, \quad \rho_{1}T_{1} = const.$$
(5.6.1)

Здесь T_1, T_2 - температуры фаз (газа и пористой среды), η - доля массовой концентрации реагирующего компонента, v_1 - скорость фильтрации смеси газов; ρ_1, ρ_2 - приведённые плотности фаз; c_p, c_2 - удельные теплоёмкости; $\lambda_1, \lambda_{3\phi}$ - коэффициенты теплопроводности в газе и пористой среде; Δ_0 - коэффициент теплообмена между фазами; α_1, α_2 - объёмные доли фаз в единице объёма; Q - тепловой эффект реакции.

Поскольку подразумевается, необратимая реакция первого порядка, в качестве скорости реакции принимается следующая зависимость

$$J = k_0 \eta \exp(-E/RT_1),$$

Е - энергия активации; *R* - универсальная газовая постоянная; k_0 - предэкспонент.

Суммируя первые два уравнения (1), при условии $T_1 = T_2 = T$ и, переходя к переменной функции $a(\eta = 1 - a)$, математическую модель (5.6.1) без уравнения сохранения потока газовой фазы (последнее уравнение) запишем в виде

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \kappa \Delta T - \frac{\nu_1}{1+\varphi} \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{QJ}{c_p (1+\varphi)},$$

$$\frac{\partial a}{\partial t} = -\nu_1 \frac{\partial a}{\partial x} + J, \quad J = \kappa_0 (1-a) \exp(-E/RT),$$

$$\varphi = \frac{\rho_{20} c_2}{\rho_{10} c_p}, \quad \kappa = \frac{\alpha_2 \lambda_{3\phi} + \alpha_1 \lambda_1}{\rho_{20} c_2 + \rho_{10} c_{p_1}}.$$
(4.6.2)

Проводя замены переменных в системе (5.6.2), переходим к движущейся системе координат и обезразмеривая её, имеем

$$\begin{aligned} \frac{\partial \theta}{\partial \tau} &= \Delta \theta + u \frac{\partial \theta}{\partial \xi} + \mu \frac{u}{w} (1-a) f(\theta), \\ \frac{\partial a}{\partial \tau} &= w \frac{\partial a}{\partial \xi} + \mu (1-a) f(\theta), \\ \tau &= \frac{t U^2}{\kappa}, \ \xi &= \frac{U}{\kappa} (-x - Ut), \quad \theta = \frac{T - T_0}{T_e - T_0}, \quad T_e = T_0 + \frac{Q}{c_p (1 + \varphi/w)}, \\ \mu &= \frac{\kappa_0 \cdot \kappa}{U^2}, \quad w = 1 + u_0, \quad u = 1 + \frac{u_0}{1 + \varphi}, \ u_0 &= \frac{\upsilon_{10}}{U}. \end{aligned}$$
(5.6.3)

Здесь Δ -оператор Лапласа, T_0 -температура среды до начала реакции, Uскорость стационарной волны, u, w, μ -безразмерные параметры задачи. Как уже отметили, рассматривается модельная зависимость [104,61] $f(\theta) = h(\theta - \theta_*)$, где h-функция Хэвисайда, принимает значения ноль, если $\theta \le \theta_*$ и единицу если $\theta > \theta_*, \theta_* < 1$.

Граничные условия для системы (5.6.3) имеют вид

$$\xi = +\infty; \ \theta = a = 0; \ \xi = -\infty; \ \theta = a = 1$$
 (5.6.4)

Систему (5.6.3) расщепляем на две подсистемы, то есть, проводим операции линеаризации, представляя решение системы (5.6.3) в виде суперпозиции стационарного решения и малой нестационарной добавки

$$\theta(\xi,\tau) = \theta_s(\xi) + \theta'(\xi,\tau), \quad a(\xi,\tau) = a_s(\xi) + a'(\xi,\tau).$$
(5.6.5)

Подставляя (5.6.5) в систему (5.6.3) и группируя члены с индексом s, имеем

$$\frac{\partial \theta'}{\partial \tau} = \Delta \theta_s + u \frac{\partial \theta_s}{\partial \xi} + \mu \frac{u}{w} (1 - a_s) + \Delta \theta' + u \frac{\partial \theta'}{\partial \xi} - \frac{u}{w} \left(\frac{\partial \phi}{\partial \theta} \Big|_{\theta_s} \theta' + \frac{\partial \phi}{\partial a} \Big|_{a_s} a' \right),$$

$$\frac{\partial a'}{\partial \tau} = w \frac{\partial a_s}{\partial \xi} + \mu (1 - a_s) + w \frac{\partial a'}{\partial \xi} - \left(\frac{\partial \phi}{\partial \theta} \Big|_{\theta_s} \theta' + \frac{\partial \phi}{\partial a} \Big|_{a_s} a' \right),$$
(5.6.6)

где $\phi = \mu ah(\theta_* - \theta)$. Первая подсистема описывает стационарное решение задачи и имеет вид

$$\Delta \theta_s + u \frac{\partial \theta_s}{\partial \xi} + \mu \frac{u}{w} (1 - a_s) = 0,$$

$$w \frac{\partial a_s}{\partial \xi} + \mu (1 - a_s) = 0,$$

$$\xi = +\infty: \quad \theta_s = 0, \quad a_s = 0,$$

$$\xi = -\infty: \quad \theta_s = 1, \quad a_s = 1.$$

(5.6.7)

Решение (5.6.7) представляется в виде

$$\theta_{s} = \begin{cases} \left(1 - w^{2}/(\mu + uw)\right) \exp(-u\xi), \ \xi \ge 0\\ 1 - \frac{w^{2}}{\mu + uw} \exp(\mu\xi/w), \ \xi < 0 \end{cases}, \qquad a_{s} = \begin{cases} 0, \ \xi \ge 0\\ 1 - \exp(\mu\xi/w), \ \xi < 0 \end{cases}$$
(5.6.8)

Где $\mu = (w^2 - uw(1 - \theta_*))/(1 - \theta_*)$.

Относительно малых нестационарных добавок имеем вторую подсистему

$$\frac{\partial \theta'}{\partial \tau} = \Delta \theta' + u \frac{\partial \theta'}{\partial \xi} - \frac{u}{w} \left(\frac{\partial \phi}{\partial \theta} \Big|_{\theta_s} \theta' + \frac{\partial \phi}{\partial a} \Big|_{a_s} a' \right),$$

$$\frac{\partial a'}{\partial \tau} = w \frac{\partial a'}{\partial \xi} - \left(\frac{\partial \phi}{\partial \theta} \Big|_{\theta_s} \theta' + \frac{\partial \phi}{\partial a} \Big|_{a_s} a' \right),$$
(5.6.9)

Граничные условия для этой системы имеют вид

$$\xi = +\infty: \ \theta' = 0, \ a' = 0, \qquad \xi = -\infty: \ \theta' = 0, \ a' = 0$$

Вычисляем производные ϕ

$$\frac{\partial \phi}{\partial \theta}\Big|_{\theta_s} = \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial \theta}\Big|_{\theta_s} = \mu \delta(\theta_* - \theta) \left(-\frac{\mu u}{\mu + uw}\right)^{-1} = -\left(w + \frac{\mu}{u}\right) \delta(\theta_* - \theta),$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial a}\Big|_{a_s} = \mu h(\theta_* - \theta).$$
(5.6.10)

Подставляя соответствующие выражения (5.6.10) в (5.6.9) имеем следующую систему

$$\frac{\partial \theta'}{\partial \tau} = \Delta \theta' + u \frac{\partial \theta'}{\partial \xi} + \frac{u}{w} \left(w + \frac{\mu}{u} \right) \delta(\theta_* - \theta) \theta' - \frac{u}{w} \mu h(\theta_* - \theta) a',$$

$$\frac{\partial a'}{\partial \tau} = w \frac{\partial a'}{\partial \xi} + \left(w + \frac{\mu}{u} \right) \delta(\theta_* - \theta) \theta' - \mu h(\theta_* - \theta) a',$$
(5.6.11)

Интегрируя систему (5.6.11) в окрестности точки $\xi = 0$, получим условия сшивки параметров

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \theta'}{\partial \xi} \end{bmatrix} + \left(u + \frac{\mu}{w} \right) \theta'(0,\tau) = 0,$$

$$[a'] + \left(1 + \frac{\mu}{uw} \right) \theta'(0,\tau) = 0.$$
(5.6.12)

Следовательно, систему (4.6.11) можем рассмотреть в областях $\xi < 0$ и $\xi \ge 0$.

Возмущения теплового слоя представляем в виде

$$\theta' = F(x)\exp(\lambda t + ik_y y + ik_i z), \quad a' = G(x)\exp(\lambda t + ik_y y + ik_z z) \quad (5.6.13)$$

Если θ' , *a'* периодические функции времени и затухающие, то волна горения соответственно будет, распространяться в пульсирующем режиме и устойчиво. Такой процесс может осуществляться, в случае, когда Re $\lambda < 0$. Случай, Re $\lambda = 0$, соответствует границе колебательной неустойчивости волны.

Уравнения, условия связки параметров и граничные условия относительно *F*, *G* получим, подставляя соответствующие выражения (5.6.13) в (5.6.11), (5.6.12) и принимая во внимание граничные условия

$$F'' + uF' - (\lambda + k^{2})F - \mu Gh(-\xi) = 0,$$

$$wG' - \lambda G - \mu Gh(-\xi) = 0,$$

$$[F] = 0, [F'] + (u + \mu/w)F(0) = 0,$$

$$[G] + (u + \mu/w)F(0) = 0, \quad F(\pm\infty) = G(\pm\infty) = 0,$$

$$[g] = g(x + 0) - g(x - 0) = 0, \quad k^{2} = k_{y}^{2} + k_{z}^{2},$$

(5.6.14)

где штрих обозначает дифференцирование по *x*. Общее решение (5.6.14) для всех *λ*, кроме удовлетворяющего уравнения

$$\left(\frac{\lambda+\mu}{w}\right)^2 + u\frac{\lambda+\mu}{w} - \lambda - k^2 = 0,$$

имеет вид

$$F = d_1 \exp(m_2 x) + d_2 \exp(m_1 x)$$

$$G = d_3 \exp(\lambda x/w), \qquad x > 0$$

$$F = d_1 \exp(m_2 x) + d_2 \exp(m_1 x) + Ad_4 \exp((\lambda + \mu)x/w),$$

$$G = d_4 \exp((\lambda + \mu)x/w), \qquad x < 0,$$

$$A = \mu \left/ \left(\left(\frac{\lambda + \mu}{w} \right)^2 + \mu \frac{\lambda + \mu}{w} - \lambda - k^2 \right).$$

Удовлетворяя граничные условия и условия связки параметров в (5.6.14) имеем систему уравнений относительно d_i , i = 1,..4. Существование ненулевого решения системы, представляется возможным, только при условии

$$\left(u+\frac{\mu}{w}\right)\left(2\rho-\frac{\mu}{w}\left(u+\frac{2(\lambda+\mu)}{w}\right)\right) = \sqrt{u^2+4(\lambda+k^2)}\left(2\rho-\frac{\mu}{w}\left(u+\frac{\mu}{w}\right)\right),\quad(5.6.15)$$

где

$$\rho = \left(\frac{\lambda + \mu}{w}\right)^2 + u\frac{\lambda + \mu}{w} - \lambda - k^2$$

Возведя обе части (6.6.15) в квадрат относительно λ имеем

$$4\rho \left\{ 4\lambda^{3} + \left[-\mu^{2} + (8 - 2uw)\mu + 4k^{2} + 4(uw - w^{2}) \right] \lambda^{2} + \left[2\mu(u^{2} + 4k^{2}) - 4k^{2} + (1 - u/w)(\mu^{2} + 2\mu uw) \right] \lambda + k^{2} ((\mu + uw)^{2} - u^{2}w^{2} - 4k^{2}) \right\} = 0.$$
(5.6.16)

Случай $\rho = 0$, из рассмотрения выпадает, поскольку коэффициент *A* будет не определённым. Из условия того, что действительные части комплексных корней уравнения в системных скобках (4.6.16) имеет отрицательные корни, имеем

$$\begin{bmatrix} -\mu^{2} + (8 - 2uw)\mu + 4(k^{2} + uw - w^{2}) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} (1 - u/w)\mu^{2} + 2(uw + 4k^{2})\mu - 4k^{2} \end{bmatrix} - 4k^{2}\mu^{2} - 8uwk^{2}\mu + 16k^{4} > 0.$$
(5.6.17)

Если соотношение (5.6.17) представить в виде

$$\frac{1-u/w}{2(uw+4k^2)} \Big[\mu^4 + (8-2uw)\mu^3 + 4(k^2+uw-w^2)\mu^2 + 8(uw+4k^2)\mu - 16k^2 \Big] + \\ + \mu \Big(\mu^2 - (8-2uw)\mu + \frac{k^2(16-4(uw+4k^2))}{uw+4k^2} \Big) \le 0 ,$$
(5.6.18)

отсутствии вынужденной фильтрации $u_0 = 0$ (u = 1, w = 1), получим то при рассмотренное условию [61] условие, идентичное В для горения конденсированных сред (рисунок 5.6.1). В случае, отсутствии твёрдой фазы ($\alpha_2 = 0 \longrightarrow \varphi = 0)$ (5.6.18) $u = w = 1 + u_0$, ИЗ имеем условие устойчивого распространения фронта горения по смеси газов с учётом вдува этой смеси (рисунок 5.6..2)

$$\mu \left(\mu^2 - (8 - 2uw)\mu + \frac{k^2(16 - 4(uw + 4k^2))}{uw + 4k^2} \right) \le 0 \quad . \tag{5.6.19}$$



Рис.5.6.1. Зависимости параметра μ от квадрата волнового числа - k^2 при относительной скорости вдува смеси газов: $\blacksquare -u_0 = 0$, $\blacktriangle -u_0 = 0,3$.

Поскольку из уравнения переноса массы недостающего компонента вытекает w > 0, то из стационарного решения (5.6.8) следует $\mu > 0$. Тогда из (5.6.19) имеем

$$\mu^{2} - (8 - 2uw)\mu + \frac{k^{2}(16 - 4(uw + 4k^{2}))}{uw + 4k^{2}} \le 0$$
(5.6.20)

Из этого условия при $k^2 = 0$ находим $\mu \le 8 - 2uw = 8 - 2(1 + u_0)^2$, то есть при заданном отношение скорости вдува смеси газов к стационарной скорости фронта горения - $u_0 = v_{10}/U$ мы можем найти μ и по ней из (5.6.3) U, v_{10} , а также θ_* и w/μ - характеризующий безразмерную ширину фронта реакции. Следовательно, при известном значении относительной скорости вдува имеем зависимости параметра - μ , стационарной скорости фронта - U, скорости вдува смеси газов - v_{10} и примерную безразмерную ширину фронта реакции - w/μ от волнового числа - k на колебательной границе устойчивости.



Рис. 5.6.2. Зависимости скорости стационарного фронта от квадрата волнового числа при относительной скорости вдува смеси газов[218]: ■ - $u_0 = 0$, ▲ - $u_0 = 0$,3.

Знак равно в (5.6.18) соответствует случаю чисто мнимых корней кубического уравнения в (5.6.16). Поскольку нахождение корней уравнения четвертой степени относительно μ в (5.6.18) сложнее по сравнению с

квадратным уравнением относительно k^2 , уравнение (5.6.18) перепишем относительно k^2

$$ak^4 + bk^2 + c \ge 0, \qquad (5.6.21)$$

где

$$a = 32\mu, \quad b = -8\mu^{3} + (4(1 - u/w) + 8(8 - 2uw))\mu^{2} + (40uw - 32(w^{2} + 1))\mu + 16w(w - u),$$

$$c = (1 - u/w)(-\mu^{4} + (8 - 2uw)\mu^{3} + 4(uw - w^{2})\mu^{2} - 8uw^{3}\mu) + 2uw(-\mu^{3} + (8 - 2uw)\mu^{2}).$$

Далее, из квадратного неравенства (5.6.21) при разных значениях u и w находятся волновое число $k^2(\mu)$ в зависимости от параметра μ при которых возникающие волновые возмущения будут затухающими.

Из условия симметричности профилей температуры и концентрации (5.6.8) получаем

$$\mu = w^2 - uw = w(w - u) = (1 + u_0)u_0 \frac{\varphi}{1 + \varphi}$$

Приравнивая обозначение $\mu = \frac{\kappa_0 \cdot \kappa}{U^2}$ с его значением, находим скорость стационарной волны

$$U = \frac{1+\varphi}{\varphi} \cdot \frac{\kappa_0 \kappa}{\upsilon_{10}} - \upsilon_{10}. \tag{5.6.22}$$

Поскольку в качестве масштаба ширины зоны прогрева принимают расстояние, при котором в е - раз растёт разогрев ($\xi = \frac{w}{\mu}$), имеем

$$l = \frac{w}{\mu} = \frac{1+u_0}{(1+u_0)u_0\frac{\phi}{1+\phi}} = \frac{1+\phi}{u_0\phi} = \frac{1+\phi}{\phi}\frac{U}{v_{10}}.$$
 (5.6.23)

В итоге, подставляя выражение скорости волны из (5.6.22) в (5.6.23) для безразмерной ширины зоны прогрева получим зависимость от исходных параметров среды

$$l = \frac{1+\varphi}{\varphi} \left(\frac{1+\varphi}{\varphi} \frac{\kappa_0 \kappa}{\nu_{10}^2} - 1 \right).$$

§5.7. Пространственная устойчивость стационарной волны фильтрационного горения газов при теплопотерях

В данном параграфе изучается пространственная устойчивость стационарных волн ФГГ по отношению к малым возмущения при теплопотерях. Рассматривается однотемпературная модель распространения тепла в среде – инертная пористая среда и горючая газовая смесь в предположении оттока тепла из зоны горения в окружающее пространство, посредством твёрдой фазы. Система уравнений, составляющая основу модели, состоит из уравнения баланса тепла вышеуказанной среды и массы реагирующего газового составляющего без учёта её коэффициента диффузии. Эти уравнения в безразмерной форме и в движущейся системе координат имеет вид

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \left(\frac{v}{1+\varphi} - \phi'(t)\right) \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{J(1-\sigma)(1+\varphi/(1+u_0))\sqrt{u^2+4\Delta}}{(1+\varphi)u} + \Delta(\sigma-T),$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \left(v - \phi'(t)\right) \frac{\partial \eta}{\partial x} = -J, \quad J = AN\eta \exp N(1-1/T),$$
(5.7.1)

где

$$T = \frac{\overline{T}}{T_{e}}, \quad \eta = \frac{\overline{\eta}}{\eta_{0}}, \quad x = \frac{u_{n}\overline{x}}{\kappa}, \quad t = \frac{u_{n}^{2}\overline{t}}{\kappa}, \quad \phi'(t) = \frac{\overline{\phi}'(t)}{u_{n}}, \quad J = \frac{\overline{J}\kappa}{\eta_{0}u_{n}^{2}},$$

$$u_{0} = \frac{\upsilon_{0}}{u_{n}}, \quad \sigma = \frac{T_{0}}{T_{e}}, \quad N = \frac{E}{RT_{e}}, \quad \kappa = \frac{\alpha_{1}\lambda_{1} + \alpha_{2}\lambda_{2}}{\rho_{1}c_{p} + \rho_{2}c_{2}}, \quad u = 1 + \frac{u_{0}}{1 + \varphi}, \quad \varphi = \frac{\rho_{2}c_{2}}{\rho_{1}c_{p}},$$

$$A = \frac{k_{0}\kappa}{u_{n}^{2}Ne^{N}}, \quad T_{e} = T_{0} + \frac{Q\eta_{0}u}{c_{p}(1 + \varphi/(1 + u_{0}))\sqrt{u^{2} + 4\Delta}}, \quad \Delta = \frac{\kappa\Delta_{e}}{u_{n}^{2}(\rho_{1}c_{p} + \rho_{2}c_{2})}.$$
(5.7.2)

Здесь *u_n*- стационарная скорость волны, остальные обозначения прежние. Аппроксимации скоростей такие же, как в первом параграфе этой главы

$$J = AN \exp(N(T(x,t)-1)/2)\delta(x), \quad \phi'(t) = -\exp(N(T(0,t)-1)/2),$$

$$v = v_0 \exp(N(T(0,t)-1)/2), \quad (5.7.3)$$

где $\delta(x)$ - дельта функция Дирака.

Поскольку второе уравнение (5.7.1) остаётся без изменений, как в продольном рассмотрении устойчивости волны ФГГ, принимаем следствие вытекающие из него (5.3.7)

$$u_n = \sqrt{\frac{k_0 \kappa}{(1+u_0)e^N}}, \qquad v_0 = u_0 u_n.$$
 (5.7.3a)

Переходя к переменной $\theta = (T - \sigma)/(1 - \sigma)$, имеем

$$\frac{\partial\theta}{\partial t} + ue^{\alpha(\theta(0,t)-1)}\frac{\partial\theta}{\partial x} = \frac{\partial^2\theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\theta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\theta}{\partial z^2} - \Delta\theta, \quad \alpha = \frac{N(1-\sigma)}{2}, \quad (5.7.4)$$

Граничные условия и условия связки параметров остаются без изменений

$$\begin{bmatrix} \theta \end{bmatrix} = \theta(0+,t) - \theta(0-,t) = 0, \quad \begin{bmatrix} \frac{\partial \theta}{\partial x} \end{bmatrix} + \sqrt{u^2 + 4\Delta} \cdot e^{\alpha(\theta(0,t)-1)} = 0, \quad (5.7.5)$$
$$\theta(-\infty,t) = 0, \quad \theta(+\infty,t) = 1.$$

Произведя, операции линеаризации к уравнению (5.7.4) и условиям (5.7.5) около стационарного решения

$$\theta^{0}(x) = \begin{cases} \exp(l_{2}x), & x < 0, \\ \exp(l_{1}x), & x > 0, \end{cases} \quad l_{1,2} = \frac{1}{2} \left(u \pm \sqrt{u^{2} + 4\Delta} \right), \tag{5.7.6}$$

имеем

$$\frac{\partial \theta'}{\partial t} + u\alpha\theta'(0,t)\frac{\partial \theta^{0}}{\partial x} + u\frac{\partial \theta'}{\partial x} = \frac{\partial^{2}\theta'}{\partial x^{2}} + \frac{\partial^{2}\theta'}{\partial y^{2}} + \frac{\partial^{2}\theta'}{\partial z^{2}} - \Delta\theta',$$

$$\left[\theta'\right] = 0, \quad \left[\frac{\partial \theta'}{\partial x}\right] + \sqrt{u^{2} + 4\Delta} \cdot e^{\alpha(\theta'(0,t)-1)} = 0, \quad \theta' = \theta - \theta^{0}, \quad (5.7.7)$$

$$\theta'(-\infty,t) = 0, \quad \theta'(+\infty,t) = 0.$$

Выбирая, возмущения в виде $\theta'(x,t) = \zeta(x) \exp(\omega t + ik_y y + ik_z)$, и подставляя в (5.7.7), относительно функции $\zeta(x)$ получим следующую систему

$$\frac{d^{2}\zeta}{dx^{2}} - u\frac{d\zeta}{dx} - (\omega + k^{2} + \Delta)\zeta = u\alpha\zeta(0)\frac{d\theta^{0}}{dx}$$
$$[\zeta] = 0, \quad \left[\frac{d\zeta}{dx}\right] + \sqrt{u^{2} + 4\Delta} \cdot \alpha\zeta(0) = 0,$$
$$\zeta(-\infty) = 0, \quad \zeta(+\infty) = 0, \quad k^{2} = k_{y}^{2} + k_{z}^{2}.$$
(5.7.8)

Решение системы (5.7.8) представляется в виде

$$\zeta(x) = \begin{cases}
B_1 e^{\lambda_2 x} + B_2 e^{l_2 x}, & x < 0, \\
B_3 e^{\lambda_1 x} + B_4 e^{l_1 x}, & x > 0, \\
B_1 = \left(1 + \frac{u\alpha l_2}{\omega + k^2}\right) \zeta_-(0), & B_2 = -\frac{u\alpha l_2}{\omega + k^2} \zeta_-(0), \\
B_3 = \left(1 + \frac{u\alpha l_1}{\omega + k^2}\right) \zeta_+(0), & B_4 = -\frac{u\alpha l_1}{\omega + k^2} \zeta_+(0).
\end{cases}$$
(5.7.9)

Используя, условия связки параметров в (5.7.8), получим систему уравнений относительно $\zeta_{\pm}(0)$

$$\begin{cases} \left(\left(1 + \frac{u\alpha l_1}{\omega + k^2}\right)\lambda_1 - \frac{u\alpha l_1}{\omega + k^2}l_1 \right)\zeta_+(0) + \left(-\left(1 + \frac{u\alpha l_2}{\omega + k^2}\right)\lambda_2 + \frac{u\alpha l_2}{\omega + k^2}l_2 + \alpha\sqrt{u^2 + 4\Delta} \right)\zeta_-(0) = 0, \\ \zeta_+(0) - \zeta_-(0) = 0. \end{cases}$$

Потребование ненулевого решения системы, приводит к уравнению инкремента задачи

$$(2(\omega + k^2) + u^2 \alpha) \sqrt{u^2 + 4((\omega + k^2) + \Delta)} = \alpha (u^2 + 2(\omega + k^2)) \sqrt{u^2 + 4\Delta} \quad . \tag{5.7.10}$$

При $k^2 = 0$, u = 1 уравнение (5.7.10) исследовано в [59]. Избавляясь из иррациональных выражений в (5.7.10), имеем

$$\omega \Big[4\omega^2 + (u^2(1+4\alpha-\alpha^2)+4\Delta(1-\alpha^2)+8k^2)\omega + u^2\alpha(u^2+4\Delta(1-\alpha)) + \\ + 16k^2(k^2+u^2(1+4\alpha-\alpha^2)+4\Delta(1-\alpha^2)) \Big] = 0.$$

Далее, рассматривается случай, когда выражение в квадратных скобках равно нулю

$$4\omega^{2} + (u^{2}(1+4\alpha-\alpha^{2})+4\Delta(1-\alpha^{2})+8k^{2})\omega + u^{2}\alpha(u^{2}+4\Delta(1-\alpha)) + +16k^{2}(k^{2}+u^{2}(1+4\alpha-\alpha^{2})+4\Delta(1-\alpha^{2})) = 0.$$
(5.7.11)

Полагая, $k^2 = 0$, u = 1, $\Delta = 0$ получим уравнение, рассмотренное в [62]. Из (5.7.11) найдем условие устойчивости, как $Re\omega < 0$

$$u^{2}(1+4\alpha-\alpha^{2})+4\Delta(1-\alpha^{2})+8k^{2}>0.$$
 (5.7.12)

Так как α зависит от u, Δ из (5.7.12) находим

$$\alpha < \frac{2u^2 + \sqrt{4u^4 + (u^2 + 4\Delta)(u^2 + 4\Delta + 8k^2)}}{u^2 + 4\Delta} = \alpha_*.$$
(5.7.13)

Неравенство (5.7.13) при $k^2 = 0$, u = 1 совпадает с критерием устойчивости в [59]. Из (5.7.12) можно определить критический коэффициент теплоотдачи

$$\Delta \le \frac{u^2 (1 + 4\alpha - \alpha^2) + 8k^2}{4(\alpha^2 - 1)} = \Delta_*.$$
(5.7.14)

или критическое значение волнового числа

$$k^{2} > \frac{1}{8} \Big(4\Delta(\alpha^{2} - 1) - u^{2}(1 + 4\alpha - \alpha^{2}) \Big), \qquad (4.7.15)$$

посредством которого определяем максимальный поперечный размер устройств, где фронт пламени устойчив.

На границе устойчивости частота колебания ($\omega = \pm i \psi$) фронта $\Phi \Gamma \Gamma$ определяется по формуле

$$\psi = \frac{u}{2}\sqrt{\alpha(u^2 + 4\Delta(1 - \alpha)) + 16k^2(k^2 + u^2(1 + 4\alpha - \alpha^2) + 4\Delta(1 - \alpha^2))} \quad . \tag{5.7.16}$$

Граница областей колебательной и экспоненциальной неустойчивости определяется условием равенство нулью дискриминанта квадратного уравнения (5.7.11) [104] при ∆ < ∆_∗, который приводит к уравнению

$$16(1-\alpha^{2})^{2}\Delta^{2} + \left[\left(8u^{2}(1+4\alpha-\alpha^{2})-960k^{2}\right)(1-\alpha^{2})-64u^{2}\alpha(1-\alpha) \right] \Delta + (u^{2}(1+4\alpha-\alpha^{2})-240k^{2})u^{2}(1+4\alpha-\alpha^{2})-192k^{4}-16u^{4}\alpha = 0,$$
(5.7.17)

откуда, можно найти второй критический коэффициент теплоотдачи

$$\Delta_{**} = \frac{1}{32(1-\alpha^2)^2} \left(-b + \sqrt{b^2 - 64(1-\alpha^2)^2 c} \right),$$

$$b = \left(8u^2 (1+4\alpha - \alpha^2) + 64k^2 - 1024k^2 \right) (1-\alpha^2) - 64u^2 \alpha (1-\alpha) ,$$

$$c = (u^2 (1+4\alpha - \alpha^2) - 240k^2) u^2 (1+4\alpha - \alpha^2) - 192k^4 - 16u^4 \alpha .$$

(5.7.18)

Полученное уравнение (4.7.18) трансцендентно относительно Δ_{**} . Существование критических значений коэффициента теплопотерь ранее были изучены в [8,63], а ее влияние на максимальную температуру анализировалось в [136].

Уравнение (5.7.3а) разрешив относительно равновесной температуры T_e

$$T_{e} = \frac{E}{R \ln \frac{Z_{0}\kappa}{u_{n}^{2}(1 + v_{10}/u_{n})}},$$
(5.7.19)

и приравнивая с формулой равновесной температуры в (5.7.2) относительно получим следующую формулу

$$\Delta = u^2 (a^2 - 1)/4, \qquad (5.7.20)$$

где

$$a = \frac{Qv_0}{c_p \left(1 + \frac{\varphi}{1 + v_{10}/u_n}\right) \left(\frac{E}{R \ln(Z_0 \kappa/u_n^2 (1 + v_{10}/u_n))} - T_0\right)}$$

Теперь, определяем связь безразмерного объемного коэффициента теплоотдачи Δ через коэффициент теплоотдачи (Δ_w) трубки радиуса R_w в котором размещается пористый блок

$$\Delta = \frac{\kappa}{u_n^2(\rho_1 c_p + \rho_2 c_2)} \cdot \frac{2\Delta_w}{R_w} ,$$

с учётом (5.7.20) имеем

$$\Delta_{w} = \frac{u_{n}^{2}(\rho_{1}c_{p} + \rho_{2}c_{2})R_{w}u^{2}(a^{2} - 1)}{8\kappa}.$$
(5.7.21)

Если безразмерное волновое число k определить с помощью безразмерного радиуса трубки в виде $k = 2\pi/(R_w/L)$, то из условия колебательной неустойчивости (5.7.15) с учётом (5.7.20) относительно радиуса трубки получим

$$R_{w} \leq \frac{4\sqrt{2}\pi L}{u\sqrt{a^{2}(\alpha^{2}-1)-4\alpha}}.$$
(5.7.22)

Здесь *L* высота трубки. Если радиус трубки больше критического (5.7.22), то фронт горения неустойчив, поэтому неравенство (5.7.22) можно трактовать как условие колебательной неустойчивости. Подставляя предельное значение радиуса трубки R_w (5.7.22) в (5.7.21) относительно коэффициента теплоотдачи Δ_w имеем

$$\Delta_{w} \leq \frac{\pi L(\rho_{1}c_{p} + \rho_{2}c_{2})}{\sqrt{2\kappa}} \cdot \frac{u_{n}^{2}u(a^{2} - 1)}{\sqrt{a^{2}(\alpha^{2} - 1) - 4\alpha}}$$
(5.7.23)

Заметим, что предельные значения радиуса трубки (5.7.22) и коэффициента теплоотдачи (5.7.23) в окружающую среду при которых волна ФГГ становится неустойчивым, являются функциями скорости волны и скорости подачи газа при фиксированных значениях параметров системы. Крайние значения

коэффициента теплопотери трубки (5.7.23) в окружающую среду в зависимости от скорости волны горения при варьировании скорости подачи газа и постоянных значениях параметров системы приводятся, на рисунке 5.7.1. Из этого рисунка видно, что коэффициент теплоотдачи имеет максимум при каждом фиксированном значении скорости вдува, следовательно, координаты максимальных предельных значений коэффициента теплоотдачи в окружающую среду при котором фронт горения становится неустойчивым, на плоскости u_n , v_{10} , можно определить из условия $\partial \Delta_w / \partial u_n = 0$:

$$\begin{bmatrix} (a^{2}-1)\left(2uu_{n}-\frac{\nu_{10}}{1+\varphi}\right)+2aa'_{u_{n}}u_{n}^{2}u\end{bmatrix}(a^{2}(\alpha^{2}-1)-4\alpha)--2u_{n}^{2}u(a^{2}-1)\left[a(\alpha^{2}-1)a'_{u_{n}}+(a^{2}\alpha-2)a'_{u_{n}}\right]=0,$$
(5.7.24)

где

$$a'_{u_n} = -\frac{a}{1+\varphi/(1+u_0)} \left[-\frac{\varphi \upsilon_{10}}{(u_n+\upsilon_{10})^2} + \frac{2u_n+\upsilon_{10}}{u_n^2+\upsilon_{10}u_n} \frac{T_e}{T_e+T_0} \right],$$

$$\alpha'_{u_n} = -\frac{1}{2} \frac{2u_n+\upsilon_{10}}{u_n^2+\upsilon_{10}u_n}$$

График зависимости, $u_n = u_n(v_{10})$ определяемый уравнением (5.7.24) приводится на рисунке 5.7.2 на плоскости (ϕ'_r , v_{10} ,) где $\phi'_r = -u_n$. Заметим, что на границе неустойчивости встречная скорость распространения волны ФГГ увеличивается с ростом скорости подачи газа в пористую среду. На рисунке 5.7.3 приводится зависимость критических значений коэффициента теплоотдачи трубки (5.7.23) от скорости подачи газа при горении стехиометрической метановоздушной смеси в пористой среде, рассчитанные по значениям скорости волны, определённые по уравнению (5.7.24). При расчётах использовались параметры испытуемого на эксперименте огнепреградителя [75]

$$\begin{split} \rho_2^0 &= 3900 \kappa c \,/\, m^3 \,, \ \rho_1^0 = 1.142 \kappa c \,/\, m^3 \,, \ \alpha_2 = 0.55 \,, \ \alpha_1 = 0.45 \,, \ c_2 = 800 m^2 \,/(c^2 K) \,, \\ c_p &= 10^3 \,m^2 \,/(c^2 K) \,, \ T_0 = 320 K \,, \ \lambda_1 = 0.1 \kappa c m /(c^3 K) \,, \ \lambda_2 = 0.5 \kappa c m /(c^3 K) \,, \\ Q \cdot 0.09 &= 2 \cdot 10^6 \,m^2 \,/\, c^2 \,, \ E = 2.26 \cdot 10^5 \,\kappa c m^2 \,/(c^2 \,mo \pi b) \,, \ R = 8.314 \partial \varkappa / mo \pi b K \,, \\ k_0 &= 1 \cdot 10^{11} \,c^{-1} \,, \ \upsilon_0 = 0.09 \,. \end{split}$$

Выше кривой (рисунок 5.7.3) находится область неустойчивости фронта ФГГ. Критические значения радиуса трубки в зависимости от скорости подачи газа при горении стехиометрической метановоздушной смеси в пористой среде приводится на рисунке 5.7.4. Как следует из рисунка распространение фронта ФГГ в трубке диаметром 180 мм со скоростью 5,508·10⁻³см/с определённые по уравнению (5.7.24) при скорости подачи газа 0,24м/с неустойчиво, так как находится выше кривой.

Используя неравенства (5.7.22) и (5.7.23) можно получить условия устойчивости относительно объёмного коэффициента теплоотдачи $\Delta \le \Delta_{_{KP}} = u^2(a^2 - 1)/4$.

Определим волновое число из условия экспоненциальной неустойчивости волны горения (*ω*- действительное и отрицательное) (5.7.17)

$$k^{II} = \sqrt{B(1 + \sqrt{1 + C/B^2})}, \qquad (5.7.25)$$

где

$$B = \frac{5u^2}{8} [(a^2 - 1)(\alpha^2 - 1) + 0,5(\alpha^2 - 4\alpha - 1)],$$

$$C = \frac{u^4}{192} \{ [(1 - \alpha^2)^2 (a^2 - 1)^2] + 2 [(\alpha^2 - 4\alpha - 1)(\alpha^2 - 1) + 8\alpha(1 - \alpha)](a^2 - 1) + (1 + 4\alpha - \alpha^2)^2 - 16\alpha) \}.$$

Тогда используя формулу (5.7.25) вместо (5.7.22) и (5.7.23) получим условия для предельных значений радиуса трубки и коэффициента теплоотдачи соответствующие к экспоненциальной неустойчивости волны горения.



Рис.5.7.1. Кривые зависимости коэффициента теплоотдачи трубки от скорости волны горения на границе неустойчивости при значениях скорости подачи газа (м/с): 0,2; 0,24; 0,3; 0,4; 0,5; 0,6 , данные соответствуют кривым снизу вверх.



Рис. 5.7.2. Зависимость скорости волны горения стехиометрической метановоздушной смеси от скорости вдува газа при максимально-предельных значениях коэффициента теплоотдачи трубки.



Рис.5.7.3. Зависимость критических значений коэффициента теплоотдачи трубки от скорости вдува газа при горении стехиометрической метановоздушной смеси в пористой среде.



Рис. 5.7.4. Зависимость критических значений радиуса трубки от скорости вдува газа при горении стехиометрической метановоздушной смеси в пористой среде.

§5.8. Преобразования Фурье и Лапласа и устойчивость стационарной волны фильтрационного горения газов

Целью данного параграфа заключается в применении преобразования Фурье и Лапласа к линеаризованному уравнению фильтрационного горения газов в инертной пористой среде и в конечном итоге, получить условие устойчивости неадиабатических стационарных волн ФГГ. Линеаризованные дифференциальные уравнения адиабатических и неадиабатических волн ФГГ получены и исследованы методом малых возмущений.

Исследуемое безразмерное уравнение с условиями на границах и на фронте ФГГ имеет вид (5.3.11)

$$\frac{\partial \theta'}{\partial t} + u\alpha \theta'(0,t) \frac{\partial \theta^{0}}{\partial x} + u \frac{\partial \theta'}{\partial x} = \frac{\partial^{2} \theta'}{\partial x^{2}} - \Delta \theta',$$

$$\begin{bmatrix} \theta' \end{bmatrix} = \theta'(+0,t) - \theta'(-0,t) = 0,$$

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \theta'}{\partial x} \end{bmatrix} + \sqrt{u^{2} + 4\Delta} \alpha \theta'(0,t) = 0,$$

$$\theta'(\pm \infty, t) = 0, \quad \theta'(x,0) = f(x),$$

$$\theta^{0}(x) = \begin{cases} \exp(l_{2} x), & x < 0, \\ \exp(l_{1} x), & x > 0, \end{cases}$$
(5.8.1)

$$l_{1,2} = \frac{1}{2} \left(u \pm \sqrt{u^2 + 4\Delta} \right), \qquad u = 1 + \frac{u_0}{1 + \varphi}.$$

Здесь $\theta'(x,t)$ - возмущения температурного слоя, налагаемое на стационарное решение $\theta^0(x)$, u_0 - безразмерная скорость фильтрации, φ - отношение объемных теплоёмкостей пористой среды и смеси газов, Δ - коэффициент теплоотвода, α - параметр; t, x - безразмерные время и координата.

Уравнению (5.8.1) представим в обобщённых производных в виде

$$\theta_{t}^{'} + u\theta_{x}^{'} - \theta_{xx}^{'} + \Delta\theta^{'} + u\alpha\theta^{'}(0, t) \bigg[l_{2}(1 - H(x))\exp(l_{2}x) + l_{1}H(x)\exp(l_{1}x) - \sqrt{u^{2} + 4\Delta}\frac{\delta(x)}{u} \bigg] = 0, \qquad (5.8.2)$$

где *H*(*x*) - единичная функция Хэвисайда.

Если ввести функцию $W(\eta, \omega)$ как преобразование Лапласа по t и преобразование Фурье по x от $\theta'(x,t)$ в виде

$$W(\eta,\omega) = \int_{0}^{+\infty} \left(\int_{-\infty}^{+\infty} \theta' e^{i\eta x} dx \right) e^{-\omega t} dt,$$

то уравнение (5.8.2) после интегрирования приводится к виду

$$(A(\eta) + \omega)W(\eta, \omega) + B(\eta) \int_{-\infty}^{\infty} W(\eta, \omega) d\eta = F(\eta), \qquad (5.8.3)$$

где $F(\eta)$ преобразование Фурье от функции f(x), а $A(\eta)$ и $B(\eta)$ определяются выражениями

$$A(\eta) = \eta^2 - ui\eta + \Delta, \quad B(\eta) = \frac{u\alpha l_2}{l_2 + i\eta} - \frac{u\alpha l_1}{l_1 + i\eta} - \alpha \sqrt{u^2 + 4\Delta}.$$
 (5.8.4)

Из уравнения (5.8.3) находим

$$\int_{-\infty}^{\infty} W(\eta,\omega) d\eta = \frac{F(\eta) - (A(\eta) + \omega)W(\eta,\omega)}{B(\eta)}, \qquad (5.8.5)$$

и дифференцируя (5.8.3) по η , получим следующее обыкновенное дифференциальное уравнение первого порядка относительно $W(\eta, \omega)$

$$W_{\eta} + \frac{BA_{\eta} - B_{\eta}(\omega + A)}{B(\omega + A)}W = \frac{BF_{\eta} - B_{\eta}F}{B(\omega + A)}$$
(5.8.6)

Решение (5.8.6) представляется в виде

$$W(\eta,\omega) = \frac{F(\eta) + B(\eta)K(\omega)}{\omega + A}.$$
(5.8.7)

Сравнивая $W(\eta, \omega)$ в формулах (5.8.7) и (5.8.3) приходим к выводу

$$K(\omega) = -\int_{-\infty}^{\infty} W d\eta, \qquad (5.8.8)$$

то есть

$$W(\eta,\omega) = \frac{F}{\omega+A} - \frac{B}{\omega+A} \int_{-\infty}^{\infty} W d\eta \,.$$
(5.8.9)

Далее, уравнение (5.8.9) разрешим относительно $\int_{-\infty}^{\infty} W d\eta$, посредством

интегрирования (5.8.9)

$$\int_{-\infty}^{\infty} W d\eta = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} F/(\omega + A) d\eta}{1 + \int_{-\infty}^{\infty} B/(\omega + A) d\eta}$$
(5.8.10)

и подставляя в формулу (5.8.9) имеем

$$W(\eta,\omega) = \frac{F}{\omega+A} - \frac{B}{\omega+A} \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{F}{\omega+A} d\eta}{1 + \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{B}{\omega+A} d\eta}$$
(5.8.11)

Поведение $\theta'(x,t)$ определяется полюсами $W(\eta,\omega)$. Полюсам $W(\eta,\omega)$ на правой половине ω - плоскости соответствуют нули функции

$$1 + \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{B}{\omega + A} d\eta = 0, \qquad (5.8.12)$$

поскольку Re A > 0. Подставляя A и B из (5.8.4) в (5.8.12), после преобразования имеем

$$1 - \frac{\alpha \sqrt{u^2 + 4\Delta}}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(\eta^2 + \Delta) d\eta}{(\eta - il_2)(\eta - il_1)(\eta - a_1)(\eta - a_2)} = 0, \qquad (5.8.13)$$

где

$$a_{1,2} = \frac{i}{2} \left(u \pm \sqrt{u^2 + 4(\omega + \Delta)} \right)$$

Учитывая, что

$$\int_{-\infty}^{+\infty} g(x) dx = 2\pi i \sum_{\nu=1}^{n} \operatorname{Res}_{a_{\nu}} g(z), \qquad (5.8.14)$$

где

$$\operatorname{Res}_{a_{v}} g(z) = \frac{1}{2\pi i} \oint g(z) dz = \frac{1}{(m-1)!} \operatorname{Lim}_{z \to a_{v}} \frac{d^{m-1}(z-a_{v})g(z)}{dx^{m-1}} ,$$

m-порядок полюса *a_v*, причём рассматриваются полюсы, находящиеся на верхней полуплоскости *ω*. Применяя (5.8.14) к интегралу (5.8.13) получаем

$$1 - i\alpha\sqrt{u^2 + 4\Delta} \frac{a_2^2 + \Delta}{(a_2 - a_1)(a_2 - il_2)(a_2 - il_1)} + \frac{-l_2^2 + \Delta}{(il_2 - a_1)(il_2 - a_2)(il_2 - il_1)} = 0.$$
(5.8.15)

Подставляя соответствующие выражения a_1, a_2, l_1, l_2 в (5.8.15) и, после преобразования имеем

$$1 + \frac{\alpha\sqrt{u^2 + 4\Delta}}{2\omega} \left(\frac{u^2}{\sqrt{u^2 + 4\Delta}} - \frac{u^2 + 2\omega}{\sqrt{u^2 + 4(\omega + \Delta)}} \right) = 0, \qquad (5.8.16)$$

Соотношение (5.8.16) в частном случае $\Delta = 0$ совпадает с полученным результатом диссертанта[217]. Далее соотношение (5.8.16) приводим к виду

$$(2\omega + u^2\alpha)\sqrt{u^2 + 4(\omega + \Delta)} = \alpha(u^2 + 2\omega)\sqrt{u^2 + 4\Delta}.$$
(5.8.17)

Это уравнение, аналогично известному соотношению [59] и, в частности, совпадает при u = 1.Соотношение (5.8.17) было получено в предыдущем параграфе. Из (5.8.17) получим дисперсионное уравнение

$$\omega \left(4\omega^2 + \left(u^2(1+4\alpha-\alpha^2) + 4\Delta(1-\alpha^2)\right)\omega + u^2\alpha(u^2+4\Delta(1-\alpha))\right)$$
(5.8.18)

Корни уравнения (5.8.18) имеют вид

$$\omega_{1} = 0, \qquad \omega_{2,3} = \frac{1}{8} \Big[- \left(u^{2} (1 + 4\alpha - \alpha^{2}) + 4\Delta(1 - \alpha^{2}) \right) \pm \sqrt{\left(u^{2} (1 + 4\alpha - \alpha^{2}) + 4\Delta(1 - \alpha^{2}) \right)^{2} - 16u^{2} (u^{2}\alpha + 4\Delta(1 - \alpha))} \Big].$$
(5.8.19)

Анализ показывает, что в случае

$$\alpha < \alpha_* = \frac{2u^2 + \sqrt{4u^2 + (u^2 + 4\Delta)^2}}{u^2 + 4\Delta}$$

стационарное горение устойчиво, а при $\alpha > \alpha^*$ малые возмущения растут, в результате, стационарное горение становится неустойчивым. Вблизи границы устойчивости процесс горения имеет колебательный характер, и частота колебания определяется зависимостью

$$\psi = \frac{u}{2}\sqrt{\alpha(u^2 + 4\Delta(1-\alpha))}.$$

Заметим, что существует кривая зависимости

$$\Delta = \Delta_{**}(\alpha, \beta) \quad , \tag{5.8.20}$$

при переходе, которой достигается область экспоненциального возрастания возмущений, то есть теплоотдача будет настолько большим, что стационарное горение становится невозможным. Эта зависимость находится из (5.8.19) при условиях

$$u^{2}(1+4\alpha-\alpha^{2})+4\Delta(1-\alpha^{2})<0,$$

$$(u^{2}(1+4\alpha-\alpha^{2})+4\Delta(1-\alpha^{2}))^{2}-16u^{2}(u^{2}\alpha+4\Delta(1-\alpha))=0.$$
(5.8.21)

§5.9. Соотношение параметров на границе устойчивости

Используя результаты работы [215] можно получить замыкающую (5.8.20) зависимость. В [215] показано, что критическому значению теплоотвода, соответствует снижение максимальной температуры пламени относительно адиабатической, на один характерный интервал

$$T_e = T_{\Gamma} - \frac{RT_{\Gamma}^2}{E}.$$
(5.9.1)

Так как в предыдущих главах были использованы формулы равновесных температур с учётом коэффициента теплоотвода и без неё

$$T_{e} = T_{0} + \frac{Q\eta_{0}}{C_{p} \left(1 + \frac{\varphi}{1 + u_{0}}\right) \sqrt{1 + \frac{4\Delta}{u^{2}}}, \quad T_{\Gamma} = T_{0} + \frac{Q\eta_{0}}{C_{p} \left(1 + \frac{\varphi}{1 + u_{0}}\right)}$$

то в первом приближении при $\frac{\Delta}{u^2} \ll 1$ имеем

$$T_{e} = T_{\Gamma} - \frac{2Q\eta_{0}\Delta}{C_{p}u^{2}\left(1 + \frac{\varphi}{1 + u_{0}}\right)}.$$
(5.9.2)

Приравнивая вторые члены в (5.9.1) и (5.9.2), получим

$$\Delta = \frac{u^2 C_p \left(1 + \frac{\varphi}{1 + u_0}\right)}{2Q\eta_0} \frac{RT_{\Gamma}^2}{E}.$$
(5.9.3)

Зависимости (5.8.20) и (5.9.3) имеют место на пределе горения, приравнивая их, имеем соотношение, выражающее взаимосвязь параметров исходного топлива

$$\Delta_{**} = \frac{u^2 C_p \left(1 + \frac{\varphi}{1 + u_0} \right)}{2Q \eta_0} \frac{R T_{\Gamma}^2}{E} , \qquad (5.9.4)$$

где Δ_{**} определяется по условиям из (5.8.21).

В итоге, имеем зависимость параметров на пределе горения. Из (5.9.4) можно определить предельную концентрацию

$$\eta_0 = \frac{u^2 C_p \left(1 + \frac{\varphi}{1 + u_0}\right)}{2Q\Delta_{**}} \frac{RT_{\Gamma}^2}{E}$$

§5.10. Исследование процесса фильтрационного горения газов методом функционального ряда

Процесс ФГГ в инертной пористой среде исследована теоретически и экспериментально на достаточном уровне [63]. Например, доказано существование решения основных уравнений, описывающих процесс ФГГ. Установлены критерии устойчивости (продольной и пространственной) с учётом коэффициентов теплоотдачи и расширения газов в зоне реакции. Определены участки экспоненциальной и колебательной устойчивости, найдены зависимости частоты колебания фронта горения от параметров. Отметим, что все результаты были получены на основе линейного анализа основных уравнений и нету результатов по нелинейным исследованиям. В связи с этим представляет интерес исследование этих уравнений с помощью теории бифуркаций, в областях изменения параметров, где происходит колебательное распространение пламени.

Целью данного параграфа является разложение функции температуры среды в степенной ряд по малому параметру и по нему определить осредненные по периоду колебания температуру и нестационарную скорость фронта пламени. Поскольку исследуем колебания фронта горения, то отметим, что впервые существование пульсирующего фронта численно исследовано в [60] при горении конденсированных сред. Затем экспериментально установлено [205], что фронт пламени распространяется в виде пульсации, причём число слоёв на образце равно числу пульсаций [203].

Рассмотрим задачу распространения плоской стационарной волны вдоль оси *x*. В этом случае уравнение теплопроводности и уравнение для недостающей компоненты в системе координат движущейся с фронтом волны, в безразмерной форме принимают следующий вид

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} - \Phi'(t) \frac{\partial \eta}{\partial x} + v \frac{\partial \eta}{\partial x} = -J, \qquad J = AN\eta \exp\left(N\left(1 - \frac{1}{T}\right)\right),$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} - \Phi'(t) \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{v}{1 + \varphi} \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{(1 - \sigma)}{1 + \varphi} \left(1 + \frac{\varphi}{1 + u_0}\right)J.$$
(5.10.1)

Здесь

$$\begin{split} \eta/\eta_{0}, \ T &= \widetilde{T}/T_{e}, \ x &= \widetilde{x}U/k, \ t &= \widetilde{t}U/k, \ \upsilon &= \widetilde{\upsilon}/U, \\ T_{e} &= T_{0} + Q\eta_{0}/(1 + \varphi/(1 + u_{0}))c_{p}, \ u_{0} &= \widetilde{\upsilon}_{0}/U, \ \sigma &= T_{0}/T_{e}, \\ J &= \widetilde{J}k/\eta_{0}U^{2}, \ k &= k_{2}\varphi/(1 + \varphi), \ N &= E/RT_{e}, \ A &= k_{0}k/U^{2}Ne^{N}, \\ \varphi &= \rho_{20}c_{2}/\rho_{10}c_{p}, \ x &= \overline{x} - \Phi(t), \end{split}$$

где $\Phi'(t), U$ - нестационарная и стационарная скорости плоской волны соответственно; T_e - температура горения; T_0, η_0 - температура среды и концентрация реагирующего компонента до начала реакции соответственно; \tilde{J} -

скорость химической реакции; k_0 - предэкспоненциальный множитель; Qтепловой эффект реакции; E- энергия активации; R- универсальная газовая постоянная; k_2 - температурапроводность пористой среды; ρ_{20} , ρ_{10} , c_2 , c_p приведённые плотности и теплоёмкости пористой среды и смеси газов соответственно.

После использования аппроксимации скоростей

$$\begin{split} \varPhi'(t) &= -\exp\!\left(\frac{N}{2}(T(0,t)-1)\right), \qquad J(\eta,T) = AN\delta(x)\exp\!\left(\frac{N}{2}(T-1)\right)\!,\\ \upsilon &= u_0\exp\!\left(\frac{N}{2}(T(0,t)-1)\right)\!, \end{split}$$

где $\delta(x)$ - дельта функция, уравнения (5.10.1), условия связки параметров и на бесконечности принимают следующий вид

$$\frac{\partial\theta}{\partial t} + u e^{\alpha(\theta(0,t)-1)} \frac{\partial\theta}{\partial x} = \frac{\partial^2\theta}{\partial x^2},$$
(5.10.2)

$$\left[\begin{array}{c}\frac{\partial\theta}{\partial x}\right] + u e^{\alpha(\theta(0,t)-1)} = 0, \quad \left[\theta\right] = 0, \quad (5.10.3)$$

$$\theta(+\infty,t) < +\infty, \quad \theta(-\infty,t) = 0 \tag{5.10.4}$$

Здесь

$$\theta = (T - \sigma)/(1 - \sigma), \ \sigma = T_0/T_e, \ \alpha = N(1 - \sigma)/2, \ u = 1 + u_0/(1 + \phi)$$

T, *N*, *u* - безразмерные температура среды, энергия активации смеси газов и некий параметр соответственно.

Поскольку существенное изменение концентрации происходит в узкой зоне горения, то нестационарное решение уравнения реагирующего компонента можно представить в виде

$$\eta = \begin{cases} 0, \ x \ge 0, \\ 1, \ x < 0. \end{cases}$$

Теперь, перейдём к бифуркационному анализу задачи (5.10.2)-(5.10.4), стационарное решение которой имеет вид

$$\theta^0(x) = \begin{cases} 1, & x \ge 0\\ e^{ux}, & x < 0. \end{cases}$$

Это решение соответствует нормальному распространению плоского фронта вдоль оси X со скоростью U. На основе анализа линейной устойчивости задачи (5.10.2)-(5.10.4) были получены условия, определяющие границы колебательной и экспоненциальной неустойчивости. Характеристики колебательного режима в окрестности точки кривой устойчивости, можно найти из анализа нелинейного уравнения (5.10.2). Для этого введём масштаб времени $\tau = \omega t$ и отклонение от нормального температурного фронта в виде $\theta = \theta' + \theta^0$, который удовлетворяет уравнению

$$-\omega\theta'_{\tau} - ue^{\omega\theta(0,\tau)}(\theta'_{x} + \theta^{0}_{x}) + \theta'_{xx} + \theta^{0}_{xx} = 0$$
(5.10.5)

с условиями связки и непрерывности

$$\left[\theta'_{x}(x,\tau)\right] = u(1 - e^{\alpha\theta'(0,\tau)}), \ \left[\theta'(x,\tau)\right] = 0.$$
(5.10.6)

и граничным условиям

$$\theta'(+\infty,\tau) < +\infty, \ \theta'(-\infty,\tau) = 0. \ . \tag{5.10.7}$$

Находим периодическое решение задачи (5.10.5)-(5.10.7). Для этого решение задачи представляем в виде степенного ряда по малому параметру ε в окрестности произвольной точки кривой устойчивости [203]

$$\theta'(x,\tau) = \sum_{j=1}^{\infty} \varepsilon^{j} \theta'_{j}, \quad \omega - \omega_{0} = \sum_{j=1}^{\infty} \varepsilon^{j} \omega_{j}, \quad \alpha - \alpha_{0} = \sum_{j=1}^{\infty} \varepsilon^{j} \alpha_{j} \quad , \tag{5.10.8}$$

где $\omega_0^2 = \alpha_0 u^4 / 4$, $\alpha_0 = 2 + \sqrt{5}$.

Малый параметр *Е* определяется как

$$\varepsilon = (\theta', \theta'_1) / \left\| \theta'_1 \right\|^2, \quad (f, g) = \int_{0-\infty}^{2\pi+\infty} fg \, dx \, d\tau, \quad (\theta'_j, \theta'_1) = 0, \quad j \ge 2.$$
(5.10.9)

Для нахождения функциональных элементов ряда $-\theta'_{j}(x,\tau)$ подставим (8.3.8) в (5.10.5)-(5.10.7) и приравнивая коэффициенты при одинаковых степенях ε , получим следующие уравнения с условиями[203]:

$$\begin{split} & -\omega_0 \theta'_{1t} - u \theta'_{1x} + \theta'_{1xx} - \alpha_0 u \theta'_1(0,\tau) \theta^0_x = r_1, \qquad r_1 = 0, \\ & [\theta'_{1x}] + u \alpha_0 \theta'_1(0,\tau) = q_1, \qquad q_1 = 0, \\ & [\theta'_1] = 0, \ \theta'_1(-\infty,\tau) = 0, \ \theta'_1(+\infty,\tau) < 0, \end{split}$$

$$\begin{split} &-\omega_0 \theta'_{2t} - u \theta'_{2x} + \theta'_{2xx} - \alpha_0 u \theta'_2(0,\tau) \theta^0_x = r_2, \\ r_2 &= \omega_1 \theta'_{1t} + u \left[\alpha_0 \theta'_1(0,\tau) \theta'_{1x} + \alpha_1 \theta'_1(0,\tau) \theta^0_x + \frac{\alpha_0^2}{2} \left(\theta'_1(0,\tau) \right)^2 \theta^0_x \right], \\ &[\theta'_{2x}] + u \alpha_0 \theta'_2(0,\tau) = q_2, \quad q_2 = -u \left(\alpha_1 \theta'_1(0,\tau) + \frac{\alpha_0^2}{2} \left(\theta'_1(0,\tau) \right)^2 \right) \\ &[\theta'_2] = 0, \quad \theta'_2(-\infty,\tau) = 0, \quad \theta'_2(+\infty,\tau) < 0, \end{split}$$

$$-\omega_0 \theta'_{3t} - u \theta'_{3x} + \theta'_{3xx} - \alpha_0 u \theta'_3 (0, \tau) \theta^0_x = r_3, \ r_3 = \omega_2 \theta'_{1t} + \omega_1 \theta'_{2t} + \theta'_{3t} +$$
$$\begin{split} +u \bigg[\alpha_0 u \theta_1'(0,\tau) \theta_{2x}' + \alpha_0 \theta_2'(0,\tau) \theta_{1x}' + \alpha_1 \theta_1'(0,\tau) \theta_{1x}' + \frac{\alpha_0^2}{2} \big(\theta_1'(0,\tau) \big)^2 \theta_{1x}' \bigg] \\ &+ u \theta_x^0 \bigg[\alpha_1 \theta_2'(0,\tau) + \alpha_2 \theta_1'(0,\tau) + \alpha_0^2 \theta_1'(0,\tau) \theta_2'(0,\tau) + \alpha_0 \alpha_1 \big(\theta_1'(0,\tau) \big)^2 \\ &+ \frac{\alpha_0^3}{6} \big(\theta_1'(0,\tau) \big)^3 \bigg], \\ & [\theta_{3x}'] + u \alpha_0 \theta_3'(0,\tau) = q_3, \\ q_3 &= -u \bigg(\alpha_1 \theta_2'(0,\tau) + \alpha_2 \theta_1'(0,\tau) + \alpha_0^2 \theta_1'(0,\tau) \theta_2'(0,\tau) + \alpha_0 \alpha_1 \big(\theta_1'(0,\tau) \big)^2 \\ &+ \frac{\alpha_0^3}{6} \big(\theta_1'(0,\tau) \big)^3 \bigg), \\ & [\theta_3'] = 0, \ \theta_3'(-\infty,\tau) = 0, \ \theta_3'(+\infty,\tau) < 0. \end{split}$$

В операторном представлении эти уравнения и условия имеют вид

$$L\theta'_{j} = -\omega_{0}\theta'_{j\tau} - u\theta'_{jx} + \theta'_{jxx} - \alpha_{0}u\theta'_{j}(0,\tau)\theta^{0}_{x} = r_{j}, \quad (j = 1,2,...),$$

$$[\theta'_{j}] = 0, \quad \theta'_{j}(-\infty,t) = 0, \quad \theta'_{j}(+\infty,t) < +\infty, \quad (j = 1,2,...),$$

$$J\theta'_{j} = [\theta'_{jx}] + \alpha_{0}u\theta'_{j}(0,\tau)\theta^{0}_{x} = q_{j}, \quad (j = 1,2,...),$$
(5.10.10)

где $r_1 = 0$, $q_1 = 0$, а при $j \ge 4$ выражение r_j , q_j в силу громоздкости не приводятся.

Находим решение задачи (5.10.10) при j=1. Для этого решение представляем в виде $\theta'_1(x,t) = F(x)\exp(\pm \tau)$ и, подставляя в (5.10.10) при j=1 имеем

$$\begin{aligned} x < 0: \ F'' - uF' &\mp \omega_0 iF = u\alpha_0 \theta_x^0 F(0), \qquad x > 0: \ F'' - uF' &\mp \omega_0 iF = 0, \\ [F] &= 0, \qquad [F'] + u\alpha_0 F(0) = 0. \end{aligned}$$

Как правило, решение обыкновенных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами ищется в виде экспонента ($F = A \cdot exp(kx)$). В результате подстановки получим характеристическое уравнение

$$k^2 - uk \mp i\omega_0 = 0,$$

корны, которой представляется в виде

$$k_{1,2} = \frac{u \pm \sqrt{u^2 \pm 4i\omega_0}}{2}.$$

Корны $k_{1,2}$ представляем, как комплексное число с действительным и мнимым членами. Для этого преобразуем подкоренное выражение в формуле для $k_{1,2}$, то есть

$$u^{2} \pm 4i\omega_{0} = \left(\frac{u^{2}}{\sqrt{u^{4} + 16\omega_{0}^{2}}} \pm \frac{4i\omega_{0}}{\sqrt{u^{4} + 16\omega_{0}^{2}}}\right)\sqrt{u^{4} + 16\omega_{0}^{2}} =$$
$$= (\cos\varphi \pm i\sin\varphi)\sqrt{u^{4} + 16\omega_{0}^{2}} = e^{\pm i\varphi}\sqrt{u^{4} + 16\omega_{0}^{2}}.$$
$$\sqrt{u^{2} \pm 4i\omega_{0}} = \sqrt[4]{u^{4} + 16\omega_{0}^{2}} \cdot e^{\pm i\varphi/2} = \sqrt[4]{u^{4} + 16\omega_{0}^{2}} \cdot (\cos(\varphi/2) \pm i\sin(\varphi/2)).$$

Поскольку

$$\cos(\varphi/2) = \sqrt{(1+\cos\varphi)/2} = \sqrt{\frac{u^2 + \sqrt{u^4 + 16\omega_0^2}}{2\sqrt{u^4 + 16\omega_0^2}}} = \frac{\sqrt{\left(u^2 + \sqrt{u^4 + 16\omega_0^2}\right)/2}}{\sqrt[4]{u^4 + 16\omega_0^2}}$$

$$\sin(\varphi/2) = \sqrt{(1 - \cos\varphi)/2} = \sqrt{\frac{\sqrt{u^4 + 16\omega_0^2 - u^2}}{2\sqrt{u^4 + 16\omega_0^2}}} = \frac{\sqrt{\left(\sqrt{u^4 + 16\omega_0^2 - u^2}\right)/2}}{\sqrt[4]{u^4 + 16\omega_0^2}}$$

то имеем

$$\sqrt{u^2 \pm 4i\omega_0} = \sqrt{\frac{\sqrt{u^4 + 16\omega_0^2 + u^2}}{2}} \mp i\sqrt{\frac{\sqrt{u^4 + 16\omega_0^2 - u^2}}{2}}.$$

В итоге

$$k_{1,2} = \frac{u \pm \left(\sqrt{\left(\sqrt{u^4 + 16\omega_0^2} + u^2\right)/2} \mp i\sqrt{\left(\sqrt{u^4 + 16\omega_0^2} - u^2\right)/2}\right)}{2}.$$

Если обозначить через

$$\rho = \sqrt{\frac{\sqrt{u^4 + 16\omega_0^2 + u^2}}{2}} , \text{ to } \sqrt{\frac{\sqrt{u^4 + 16\omega_0^2 - u^2}}{2}} = \frac{2\omega_0}{\rho}$$

Следовательно,

$$k_2 = \frac{u+\rho}{2} \mp i \frac{2\omega_0}{2\rho} = \mu \mp i\nu,$$
 где $\mu = \frac{u+\rho}{2}, \nu = \frac{\omega_0}{\rho},$
 $k_1 = u - \mu \mp i\nu.$

Итак, при *x* > 0 имеем первый элемент функционального ряда в виде

$$\theta_1'(x,\tau) = e^{\pm i\tau + k_1 x} = e^{(u-\mu)x \pm i(\tau-\nu x)} = e^{(u-\mu)x} \big(\cos(\tau-\nu x) + i\sin(\tau-\nu x) \big).$$

Так как дифференциальное уравнение относительно $\theta_1(x, \tau)$ линейное, то в качестве решения принимаем

$$\theta_1'(x,\tau) = e^{(u-\mu)x} \cos(\tau - \nu x).$$

При x < 0 дифференциальное уравнение относительно F неоднородное, поэтому обще решение представляется в виде суммы решения однородного и

частного неоднородного. Однородное решение имеет вид $F_{\text{одн}} = e^{(\mu + i\nu)x}$, а частное неоднородное ищем в виде

$$F_{\text{ч.неод.}} = F(0)Ae^{ux},$$

и, подставляя в уравнение для F при x < 0, получаем $A = u^2 \alpha_0 i / \omega_0$. В результате имеем

$$\begin{aligned} \theta_1'(x,\tau) &= e^{\pm \tau} F(x) = e^{\pm i\tau} \left(e^{(\mu + i\nu)x} + \frac{u^2 \alpha_0 i}{\omega_0} F(0) e^{ux} \right) = \\ &= e^{\mu x} e^{\pm i(\tau \mp \nu x)} + \frac{u^2 \alpha_0 i}{\omega_0} F(0) e^{ux} e^{\pm i\tau} = \\ &= e^{\mu x} e^{\pm i(\tau \mp \nu x)} + \frac{u^2 \alpha_0}{\omega_0} F(0) (icos\tau - sin\tau). \end{aligned}$$

Учитывая линейность дифференциального уравнения относительно решения $\theta'_1(x, \tau)$, решение можно записать в виде

$$\theta_1'(x,\tau) = e^{\mu x} (\cos(\tau + \nu x) + \sin(\tau + \nu x)) - \sin\tau$$
, где $F(0) = \frac{\omega_0}{u^2 \alpha_0}$.

Однако в дальнейшем будем рассматривать подобное решение

$$\theta_1'(x,\tau) = e^{\mu x} \left(\cos(\tau + \nu x) + \frac{4\omega_0}{u^2} \sin(\tau + \nu x) \right) - \frac{4\omega_0}{u^2} e^{ux} \sin\tau,$$

которое совпадает с рассмотренным в [62] [86] решением при u = 1 и легко будет сравнивать полученные результаты.

Итак, решение задачи (5.10.10) при *j* = 1 имеет вид

$$\theta_{1}'(x,\tau) = \begin{cases} e^{\mu x} \left[\cos(\tau + vx) + \frac{4\omega_{0}}{u^{2}} \sin(\tau + vx) \right] - \frac{4\omega_{0}}{u^{2}} e^{\mu x} \sin \tau, & x < 0, \\ e^{(u-\mu)x} \cos(\tau - vx), & x > 0 \end{cases}$$
(5.10.11)

здесь

$$\mu = \frac{u + \rho}{2}, \quad v = \frac{\omega_0}{\rho}, \quad \rho = \sqrt{(u^2 + \sqrt{u^4 + 16\omega_0^2})/2} \; .$$

Линейные дифференциальные уравнения относительно θ'_{j} при j > 1 в (5.10.10) являются неоднородными, т.е. с правой частью отличной от нуля и содержащие неизвестные константы $\omega_{1},..., \omega_{j-1}$ и $\alpha_{1}, ..., \alpha_{j-1}$. Следовательно, для существования решения θ'_{j} , необходимо определить эти константы. Для этого воспользуемся условиями ортогональности

$$(\theta^*, r_k) + < \theta^*(0, \tau), q_k(0, \tau) \ge 0, \quad k = 2, 3, \dots$$
 (5.10.12)

где скалярные произведения определяются, как $(\theta^*, r_k) = \int_0^{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \theta^* r_k dx d\tau$, $<\psi_1, \psi_2 \ge \int_0^{2\pi} \psi_1, \psi_2 d\tau$, а функция $\theta^*(x, \tau)$ является решением уравнения

$$L\theta^* \equiv \omega_0 \theta^*_\tau + u\theta^*_x + \theta^*_{xx} = 0 \tag{5.10.13}$$

с граничными условиями, условиями связки

$$\theta^*(-\infty,\tau) < \infty, \qquad \theta^*(+\infty,\tau) = 0$$
$$[\theta^*] = 0, \ J\theta^* \equiv [\theta^*] - [\theta^*_x] - \alpha_0 u \theta^* + \alpha_0 u \int_{-\infty}^0 \theta^*_x \theta^* \, dx = 0. \qquad (5.10.14)$$

Условия ортогональности (5.10.12), уравнение (5.10.13), условия граничные и связки (5.10.14) получены в результате скалярного произведения

$$(\theta^*, L\theta'_k) = (\theta^*, r_k), \ k = 2, 3, ...$$

Убедимся для случая k = 2

$$\begin{aligned} (\theta^*, L\theta_2') &= \int_0^{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \theta^* \left(-\omega_0 \theta_{2t}' - u \theta_{2x}' + \theta_{2xx}' - \alpha_0 u \theta_2'(0, \tau) \theta_x^0 \right) dx d\tau \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \left(-\omega_0 \int_0^{2\pi} \theta^* d\theta_2' \right) dx - u \int_0^{2\pi} \left(\int_{-\infty}^{+\infty} \theta^* d\theta_2' \right) d\tau \\ &+ \int_0^{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \theta^* \theta_{2xx}' dx d\tau - \alpha_0 u \int_0^{2\pi} \theta_2'(0, \tau) \int_{-\infty}^{+\infty} \theta^* \theta_x^0 dx d\tau = \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \left(-\omega_0 \theta^* \theta_2' \right)_0^{2\pi} + \omega_0 \int_0^{2\pi} \theta_1^* \theta_2' d\tau \right) dx - \\ &- u \int_0^{2\pi} \left(\theta^* \theta_2' \right)_{-\infty}^{+\infty} - \int_{-\infty}^{+\infty} \theta_2' \theta_x^* dx \right) d\tau - u \int_0^{2\pi} \left(\theta^* \theta_2' \right)_{-\infty}^{+\infty} - \int_{-\infty}^{+\infty} \theta_2' \theta_x^* dx \right) d\tau + \\ &+ \int_0^{2\pi} \left(\theta^* \theta_{2x}' \right)_{-\infty}^{+\infty} - \int_{-\infty}^{+\infty} \theta_{2x}' \theta_x^* dx \right) d\tau - \alpha_0 u \int_0^{2\pi} \theta_2' (0, \tau) \int_{-\infty}^0 \theta^* \theta_2' dx d\tau = \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^{2\pi} \theta_2' (-\omega_0 \theta_\tau^* + u \theta_x^* + \theta_{xx}^*) d\tau dx - \omega_0 \int_{-\infty}^{+\infty} \theta_2' \theta_1^{2\pi} dx - u \int_0^{2\pi} \theta^* \theta_2' |_{-\infty}^{2\infty} d\tau - \\ &- \alpha_0 u \int_0^{2\pi} \theta_2' (0, \tau) \int_{-\infty}^0 \theta^* \theta_x^0 dx d\tau + \int_0^{2\pi} \left(\theta^* \theta_{2x}' - \theta_2' \theta_x^* \right)_{-\infty}^{+\infty} d\tau = \\ &= \int_0^{2\pi} \left[\frac{-u \theta^* \theta_2' |_{-\infty}^{2\infty} - u \alpha_0 \theta_2' (0, \tau) \int_{-\infty}^0 \theta^* \theta_x^0 dx + (\theta^* \theta_{2x}' - \theta_2' \theta_x^*)_{-\infty}^{+\infty} d\tau = \\ &= \int_0^{2\pi} \left[\frac{-u \theta^* \theta_2' |_{-\infty}^{2\infty} - u \alpha_0 \theta_2' (0, \tau) \int_{-\infty}^0 \theta^* \theta_x^0 dx + (\theta^* \theta_{2x}' - \theta_2' \theta_x^*)_{-\infty}^{+\infty} d\tau = \\ &= \int_0^{2\pi} \left[\frac{-u \theta^* \theta_2' |_{-\infty}^{2\infty} - u \alpha_0 \theta_2' (0, \tau) \int_{-\infty}^0 \theta^* \theta_x^0 dx + (\theta^* \theta_{2x}' - \theta_2' \theta_x^*)_{-\infty}^{+\infty} d\tau = \\ &= \int_0^{2\pi} \left[\frac{-u \theta^* \theta_2' |_{-\infty}^{2\infty} - u \alpha_0 \theta_2' (0, \tau) \int_{-\infty}^0 \theta^* \theta_x^0 dx + (\theta^* \theta_{2x}' - \theta_2' \theta_x^*)_{-\infty}^{+\infty} d\tau = \\ &= \int_0^{2\pi} \left[\frac{-u \theta^* \theta_2' |_{-\infty}^{2\infty} - u \theta^* \theta_2' (0, \tau) \int_{-\infty}^0 \theta^* \theta_x^0 dx + (\theta^* \theta_{2x}' - \theta_2' \theta_x^*)_{-\infty}^{+\infty} d\tau = \\ &= \int_0^{2\pi} \left[\frac{-u \theta^* \theta_2' |_{-\infty}^{2\infty} - u \theta^* \theta_2' (0, \tau) \int_{-\infty}^0 \theta^* \theta_x^0 dx + (\theta^* \theta_{2x}' - \theta_2' \theta_x^*)_{-\infty}^{+\infty} d\tau \right] d\tau = \\ &= \int_0^{2\pi} \left[\frac{-u \theta^* \theta_2' |_{-\infty}^{2\infty} - u \theta^* \theta_2' (0, \tau) \int_{-\infty}^0 \theta^* \theta^* \theta^* dx + (\theta^* \theta_{2x}' - \theta_2' \theta_x^*)_{-\infty}^{+\infty} d\tau \right] d\tau = \\ &= \int_0^{2\pi} \left[\frac{-u \theta^* \theta^* \theta^* \theta^* (0, \tau) |_{-\infty}^0 - \theta^* \theta^* (0, \tau) + (\theta^* \theta^* (0, \tau) + (\theta^* \theta^* (0, \tau)) \right] d\tau = \\ &= \int_0^{2\pi} \left[\frac{-u \theta^* \theta^* (0, \tau) |_{-\infty}^0 - \theta^* (0, \tau) + (\theta^* (0, \tau)) \right$$

$$= \int_{0}^{2\pi} \left[-u\alpha_{0}\theta_{2}'(0,\tau) \int_{-\infty}^{0} \theta^{*}\theta_{x}^{0}dx + \underbrace{[\theta^{*}]\theta_{2x}'(0,\tau)}_{-\infty} - \theta^{*}(0,\tau)[\theta_{2x}'] \right] d\tau + \int_{0}^{2\pi} \left[-[\theta_{x}^{*}]\theta_{2}'(0,\tau) + \underbrace{\theta_{x}^{*}(0,\tau)[\theta_{2}']}_{-\infty} \right] d\tau =$$

$$=\int_{0}^{2\pi}\left[-u\alpha_{0}\theta_{2}^{\prime}(0,\tau)\int_{-\infty}^{0}\theta^{*}\theta_{x}^{0}dx-\theta^{*}(0,\tau)(q_{2}-u\alpha_{0}\theta_{2}^{\prime}(0,\tau)-[\theta_{x}^{*}]\theta_{2}^{\prime}(0,\tau))\right]d\tau=$$

$$=-\int_{0}^{2\pi}\theta_{2}'(0,\tau)\left[\left[\theta_{x}^{*}\right]-u\alpha_{0}\theta^{*}(0,\tau)+u\alpha_{0}\int_{-\infty}^{0}\theta^{*}\theta_{x}^{0}dx\right]d\tau-\int_{0}^{2\pi}\theta^{*}(0,\tau)q_{2}d\tau.$$

В итоге имеем

$$-\int_{0}^{2\pi} \theta^{*}(0,\tau)q_{2}d\tau = \int_{0}^{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} (\theta^{*},r_{2}) \, dxd\tau,$$

что представляет собой условия ортогональности

$$\int_{0}^{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} (\theta^*, r_2) \, dx d\tau + \int_{0}^{2\pi} \theta^*(0, \tau) q_2 d\tau = 0.$$

При этом полагали выполнение уравнения (5.10.13) и условия (5.10.14).

Существуют два линейно независимых решения задачи (5.10.13), (5.10.14)

$$\theta_1^* = \begin{cases} e^{(\mu - u)x} \cos(\tau - \nu x), & x < 0, \\ e^{-\mu x} \cos(\tau + \nu x), & x > 0, \end{cases}$$
(5.10.15)

$$\theta_1^* = \begin{cases} e^{(\mu - u)x} \sin(\tau - \nu x), & x < 0, \\ e^{-\mu x} \sin(\tau + \nu x), & x > 0. \end{cases}$$
(5.10.16)

Следовательно, для каждого *k* существуют два условия, с помощью которых определяем постоянные $\alpha_{k-1}, \omega_{k-1}[156]$. Для k=2 необходимо определить α_1 и ω_1 , так как эти два неизвестные параметра входят в правую часть дифференциального уравнения относительно $\theta'_2(x,\tau)$. Чтобы составить систему из двух алгебраических уравнений относительно ω_1 и α_1 решения (5.10.15) и (5.10.16) используем в условие ортогональности (5.10.12).

$$\int_{0}^{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}(\theta^*,r_2)dxd\tau+\int_{0}^{2\pi}\theta^*(0,\tau)q_2d\tau=0.$$

Подставляем выражения r_2 и q_2 , а вместо θ^* используем решение (5.10.15) при этом учитываем, что решение имеет место в областях x < 0 и x > 0

$$\int_{0}^{2\pi} \int_{-\infty}^{0} e^{(\mu-u)x} \cos(\tau-\nu x) \cdot \left(\omega_1 \theta_{1\tau}' + u \left[\alpha_0 u \theta_1'(0,\tau) \theta_{1x}' + \alpha_1 \theta_1'(0,\tau) \theta_x^0 + \frac{\alpha_0^2}{2} \left(\theta_1'(0,\tau)\right)^2 \theta_x^0\right]\right) dx d\tau + \frac{1}{2\pi} \left(\theta_1'(0,\tau) \theta_1' + \theta_1'(0,\tau) \theta_1' + \theta_1'($$

$$+ \int_{0}^{2\pi} \int_{0}^{+\infty} e^{-\mu x} \cos(\tau + \nu x) \cdot \left(\omega_1 \theta_{1t}' + u \left[\alpha_0 u \theta_1'(0,\tau) \theta_{1x}' + \alpha_1 \theta_1'(0,\tau) \theta_x^0 + \frac{\alpha_0^2}{2} \left(\theta_1'(0,\tau) \right)^2 \theta_x^0 \right] \right) dx d\tau + \int_{0}^{2\pi} \cos(\tau) \left[-u \theta_1'(0,\tau) \left(\alpha_1 + \frac{\alpha_0^2}{2} \theta_1'(0,\tau) \right) \right] d\tau = 0.$$

Сначала разберём интегралы с членами содержащие $\theta'_1(0,\tau)$. Заметим, что $\theta'_1(0,\tau) = \cos(\tau)$, поэтому последний интеграл легко вычисляется и будет равно $-u\alpha_1$.

$$\int_{0}^{2\pi} \int_{-\infty}^{0} e^{(\mu-u)x} \cos(\tau-\nu x) \cdot u\left(\alpha_1\theta_1'(0,\tau)\theta_x^0 + \frac{\alpha_0^2}{2}\left(\theta_1'(0,\tau)\right)^2\theta_x^0\right) dxd\tau =$$

$$= \int_{0}^{2\pi} \int_{-\infty}^{0} e^{\mu x} \cos(\tau - \nu x) \cdot u \left(\alpha_1 \cos(\tau) + \frac{\alpha_0^2}{2} (\cos(\tau))^2 \right) dx d\tau = \frac{2\pi\mu}{\mu^2 + \nu^2} \alpha_1.$$

Теперь покажем, что интегралы содержащие функцию $\theta'_{1x}(x,\tau)$ будут равны нулю. Для этого вычисляем производную функции $\theta'_1(x,\tau)$ по x из (5.10.11)

$$\theta_{1x}'(x,\tau) = \begin{cases} e^{\mu x} [a\cos(\tau + \nu x) + b\sin(\tau + \nu x)] - \frac{4\omega_0}{u} e^{ux} \sin(\tau), x < 0\\ e^{(u-\mu)x} [(u-\mu)\cos(\tau + \nu x) + \nu\sin(\tau + \nu x)], & x > 0. \end{cases}$$

Далее, подставляем в интегралы, вначале в области x < 0

$$\int_{0}^{2\pi} \int_{-\infty}^{0} e^{(\mu-u)x} \cos(\tau - \nu x) \cdot \alpha_{0} u \theta_{1}'(0,\tau) \theta_{1x}' dx d\tau =$$

$$= \alpha_{0} u \int_{0}^{2\pi} \int_{-\infty}^{0} \cos(\tau - \nu x) \cos(\tau) \left\{ e^{(2\mu-u)x} [a\cos(\tau + \nu x) + b\sin(\tau + \nu x)] - \frac{4\omega_{0}}{u} e^{\mu x} \sin(\tau) \right\} dx d\tau =$$

$$= \alpha_{0} u \left\{ \int_{-\infty}^{0} e^{(2\mu-u)x} a \int_{0}^{2\pi} \cos(\tau) \frac{1}{2} (\cos(2\tau) + \cos(2\nu x)) d\tau dx - \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{0} e^{(2\mu-u)x} b \int_{0}^{2\pi} \cos(\tau) \frac{1}{2} (\sin(2\tau) + \sin(2\nu x)) d\tau dx \right\} -$$

$$- 2\omega_{0} \alpha_{0} \int_{-\infty}^{0} e^{\mu x} \int_{0}^{2\pi} (\sin(3\tau - \nu x) + \sin(\tau + \nu x)) d\tau dx = 0,$$

а затем, в область x > 0

$$\begin{aligned} \alpha_0 u \int_{0}^{2\pi + \infty} \int_{0}^{\infty} \cos(\tau + \nu x) \cos(\tau) e^{(u - 2\mu)x} [(u - \mu)\cos(\tau - \nu x) + \nu \sin(\tau - \nu x)] d\tau dx \\ &= \frac{\alpha_0 u}{2} \int_{0}^{2\pi + \infty} \int_{0}^{\infty} \cos(\tau) e^{(u - 2\mu)x} [(u - \mu)(\cos(2\tau) + \cos(2\nu x)) + \nu(\sin(2\tau) - \sin(2\nu x))] d\tau dx = 0. \end{aligned}$$

Теперь, вычисляем интегралы содержащие функцию $\theta'_{1\tau}(x,\tau)$. Для этого берем производные от функции $\theta'_1(x,\tau)$ по τ из (5.10.11)

$$\theta_{1\tau}' = \begin{cases} e^{\mu x} \left(\frac{4\omega_0}{u^2} \cos(\tau + \nu x) - \sin(\tau + \nu x) \right) - \frac{4\omega_0}{u^2} e^{ux} \cos(\tau), x < 0 \\ -e^{(u-\mu)x} \sin(\tau - \nu x), & x > 0. \end{cases}$$

Подставляем в интегралы выражения $\theta'_{1\tau}$ в областях x < 0 и x > 0 соответственно

$$\omega_1 \int_{0}^{2\pi} \int_{-\infty}^{0} e^{(\mu-u)x} \cos(\tau-\nu x) \cdot \theta'_{1\tau} dx d\tau =$$

$$=\omega_1 \int_0^{2\pi} \int_{-\infty}^0 e^{(2\mu-u)x} \cos(\tau-\nu x) \cdot \left(\frac{4\omega_0}{u^2}\cos(\tau+\nu x) - \sin(\tau+\nu x)\right) dx d\tau -$$

$$-\omega_1 \frac{4\omega_0}{u^2} \int_{0}^{2\pi} \int_{-\infty}^{0} e^{\mu x} \cos(\tau - \nu x) \cos(\tau) \, dx d\tau = \omega_1 \frac{2\pi\nu + 4\pi(2\mu - u)\omega_0}{(2\mu - u)^2 + 4\nu^2}.$$

$$\omega_1 \int_{0}^{2\pi} \int_{-\infty}^{0} e^{-\mu x} \cos(\tau + \nu x) \cdot \theta_{1\tau}' dx d\tau =$$

$$= -\omega_1 \int_{0}^{2\pi} \int_{0}^{+\infty} e^{(u-2\mu)x} \cos(\tau + \nu x) \cdot \sin(\tau - \nu x) dx d\tau =$$

$$= -\frac{1}{2} \omega_1 \int_{0}^{2\pi} \int_{0}^{+\infty} e^{(u-2\mu)x} \left(\sin(2\tau) - \sin(2\nu x) \right) dx d\tau =$$

$$= \pi \omega_1 \int_{0}^{+\infty} e^{(u-2\mu)x} \sin(2x) dx = \frac{2\pi\nu}{(2\mu - u)^2 + 4\nu^2}$$

В результате мы получили первое уравнение системы однородных линейных уравнений относительно ω_1 и α_1

$$\frac{4\pi(\nu+\omega_0(2\mu-u))}{(2\mu-u)^2+4\nu^2}\omega_1 + \left(\frac{2\pi\mu}{\mu^2+\nu^2}-u\right)\alpha_1 = 0$$

Используя второе решение (5.10.16) в условие ортогональности получим второе уравнение системы относительно ω_1 и α_1 . Поскольку системы однородных линейных уравнений имеет тривиальное решение $\omega_1 = 0$ и $\alpha_1 = 0$, то для нахождения $\theta'_2(x,\tau)$ из неоднородного дифференциального уравнения в правую часть, которой входят эти параметры, используем их нулевые значения.

Итак, дифференциальное уравнение относительно $\theta'_2(x, \tau)$ с условиями граничными и сшивками имеет определенную правую часть

$$\begin{split} -\omega_0 \theta'_{2t} - u \theta'_{2x} + \theta'_{2xx} - \alpha_0 u \theta'_2(0,\tau) \theta^0_x &= r_2, \\ r_2 &= u \left[\alpha_0 \theta'_1(0,\tau) \theta'_{1x} + \frac{\alpha_0^2}{2} \left(\theta'_1(0,\tau) \right)^2 \theta^0_x \right], \\ [\theta'_{2x}] + u \alpha_0 \theta'_2(0,\tau) &= q_2, \quad q_2 = -u \frac{\alpha_0^2}{2} \left(\theta'_1(0,\tau) \right)^2 \\ [\theta'_2] &= 0, \quad \theta'_2(-\infty,\tau) = 0, \quad \theta'_2(+\infty,\tau) < \infty, \end{split}$$

Вкратце опишем решение этого дифференциального уравнения. Общее решение ищем в виде $\theta'_2(x,\tau) = e^{\pm 2i\tau}G(x)$, тогда это уравнение переходит в обыкновенное неоднородное дифференциальное уравнение с постоянными

$$\theta_x^0 = 0, \ \theta_{1x}' = e^{(u-\mu)x}[(u-\mu)\cos(\tau-\nu x) + \nu\sin(\tau-\nu x)],$$

коэффициентами. Поскольку $\theta'_1(0, \tau) = \cos(\tau)$ и при x > 0

то имеем

$$G'' - uG' \mp 2\omega_0 iG = u\alpha_0 \cos(\tau) ((u - \mu)\cos(\tau - \nu x) + \nu \sin(\tau - \nu x)) e^{(u - \mu)x},$$

[G'] + $u\alpha_0 G(0) = -\frac{u\alpha_0^2}{2}\cos^2(\tau),$ [G] = 0, $G(-\infty, \tau) = 0,$ G(+ ∞, τ) < $\infty.$

Корни характеристического уравнения имеет вид

$$k_{1,2} = \frac{u \pm \sqrt{u^2 \pm 8\omega_0 i}}{2},$$

преобразуя имеем

$$k_1 = u - \mu_2 \mp i\nu_2, \qquad k_2 = \mu_2 \mp i\nu_2,$$
$$\mu_2 = \frac{u + \rho_2}{2}, \qquad \nu_2 = \frac{2\omega_0}{\rho_2}, \quad \rho_2 = \sqrt{\frac{\sqrt{u^4 + 64\omega_0^2 + u^2}}{2}}.$$

Следовательно, однородное решение дифференциального уравнения имеет вид

$$\theta_{2\text{OQH}}' = \begin{cases} e^{\pm 2i\tau} e^{(\mu_2 \mp i\nu_2)x}, & x < 0, \\ e^{\pm 2i\tau} e^{(u-\mu_2 \mp i\nu_2)x}, & x > 0. \end{cases}$$

Поскольку однородное дифференциальное уравнение линейное по отношению к решениям, то решение представляем в виде

$$\theta_{2\text{odh}}' = \begin{cases} e^{\mu_2 x} (A_2^- \cos(2\tau + \nu_2 x) + B_2^- \sin(2\tau + \nu_2 x)), & x < 0, \\ e^{(u - \mu_2) x} (A_2^+ \cos(2\tau - \nu_2 x) + B_2^+ \sin(2\tau - \nu_2 x)), & x > 0. \end{cases}$$

Частное решение неоднородного дифференциального уравнения

$$-\omega_0 \theta'_{2t} - u \theta'_{2x} + \theta'_{2xx} - u \alpha_0 \theta'_2(0, \tau) \theta^0_x =$$

= $u \alpha_0 \cos(\tau) \left((u - \mu) \cos(\tau - \nu x) + \nu \sin(\tau - \nu x) \right) e^{(u - \mu)x}$,

находим в виде

$$\theta'_{2^{\mathrm{Y},\mathrm{HeodH}}} = (M(\tau)\cos(\nu x) + N(\tau)\sin(\nu x))e^{(u-\mu)x}.$$

Подставляя это выражение в дифференциальное уравнение и, приравнивая коэффициенты при $\cos(vx)$ и $\sin(vx)$ получим дифференциальное уравнение относительно $M(\tau)$ и $N(\tau)$

$$M' + N = -\frac{u\alpha_0 v}{2\omega_0} \sin(2\tau) - \frac{u\alpha_0 (u - \mu)}{2\omega_0} (1 + \cos(2\tau)),$$
$$-N' + M = \frac{u\alpha_0 (u - \mu)}{2\omega_0} \sin(2\tau) - \frac{u\alpha_0 v}{2\omega_0} (1 + \cos(2\tau)).$$

Из первого уравнения находим N и подставляя во вторую имеем

$$M'' + M = -\frac{3u\alpha_0\nu}{2\omega_0}\cos(2\tau) + \frac{3u\alpha_0(u-\mu)}{2\omega_0}\sin(2\tau) - \frac{u\alpha_0\nu}{2\omega_0}.$$

Решение этого уравнения имеет вид

$$M(\tau) = \frac{u\alpha_0\nu}{2\omega_0}\cos(2\tau) - \frac{u\alpha_0(u-\mu)}{2\omega_0}\sin(2\tau) - \frac{u\alpha_0\nu}{2\omega_0},$$

тогда для *N*, получаем

$$N(\tau) = \frac{u\alpha_0(u-\mu)}{2\omega_0}\cos(2\tau) + \frac{u\alpha_0\nu}{2\omega_0}\sin(2\tau) - \frac{u\alpha_0(u-\mu)}{2\omega_0}$$

Итак, частное решение приобретает вид

$$\theta'_{2^{\text{ч.неодH}}} = (M(\tau)\cos(\nu x) + N(\tau)\sin(\nu x))e^{(u-\mu)x} =$$

= $((f_1\cos(\nu x) + f_2\sin(\nu x))\cos(2\tau) + (-f_2\cos(\nu x) + f_1\sin(\nu x))\sin(2\tau) - f_1\cos(\nu x) - f_2\sin(\nu x))e^{(u-\mu)x}.$

Здесь

$$f_1 = \frac{u\alpha_0\nu}{2\omega_0}, \quad f_2 = \frac{u\alpha_0(u-\mu)}{2\omega_0}$$

Теперь общее решение дифференциального уравнения относительно $\theta'_2(x,\tau)$ находим в области x < 0. В этой области $\theta^0_x = u e^{ux}$, $\theta'_1(0,\tau) = \cos(\tau)$ и

$$\theta'_{1x} = e^{\mu x} (\operatorname{a} \cos(\tau + \nu x) + \operatorname{b} \sin(\tau + \nu x)) - \frac{4\omega_0}{u} e^{ux} \sin(\tau),$$

где

$$a = \mu + \frac{4\omega_0 \nu}{u^2}, \quad b = \frac{4\omega_0 \mu}{u^2} - \nu.$$

Приведём дифференциальное уравнение с явной правой частью

$$\begin{aligned} -\omega_{0}\theta_{2t}' - u\theta_{2x}' + \theta_{2xx}' - u^{2}\alpha_{0}\theta_{2}'(0,\tau)e^{ux} &= \\ &= \frac{u\alpha_{0}}{2} \big((1+a)\cos(2\tau) + b\sin(2\tau) \big)e^{\mu x} \\ &+ \bigg(\frac{u^{2}\alpha_{0}^{2}}{4} (1+\cos(2\tau) - 2\omega_{0}\alpha_{0}\sin(2\tau) \bigg)e^{ux}, \end{aligned}$$

Заметим, что однородное решение нами было получено выше. Частное решение неоднородного уравнения находим в виде

$$\theta'_{2^{\text{ч.неодH}}} = (m(\tau)\cos(\nu x) + n(\tau)\sin(\nu x) + l)e^{\mu x} + (c(\tau) + c_1 x)e^{ux}$$

В результате подстановки, относительно $m(\tau), n(\tau)$ и $c(\tau)$ получим следующие дифференциальные уравнения

$$-\omega_0 m' + \omega_0 n = \frac{u\alpha_0}{2} (a\cos(2\tau) + b\sin(2\tau) + a),$$

$$-\omega_0 n' - \omega_0 m = \frac{u\alpha_0}{2} (b\cos(2\tau) - a\sin(2\tau) + b),$$

$$-\omega_0 c' - u^2 \alpha_0 (m + c) = -2\omega_0 \alpha_0 \sin(2\tau) + \frac{u^2 \alpha_0^2}{4} \cos(2\tau) + \frac{u^2 \alpha_0^2}{4} + u^2 \alpha_0 l - u c_1.$$

Решением системы является l = 0 и

$$m = \frac{u\alpha_0 \mathbb{b}}{2\omega_0} \cos(2\tau) - \frac{u\alpha_0 \mathbb{a}}{2\omega_0} \sin(2\tau) - \frac{u\alpha_0 \mathbb{b}}{2\omega_0}$$

$$n = -\frac{u\alpha_{0}a}{2\omega_{0}}\cos(2\tau) - \frac{u\alpha_{0}b}{2\omega_{0}}\sin(2\tau) + \frac{u\alpha_{0}a}{2\omega_{0}},$$

$$c = h_{1}\cos(2\tau) + h_{2}\sin(2\tau) + h_{3},$$

$$h_{3} = \frac{u\alpha_{0}b}{2\omega_{0}} - \frac{\alpha_{0}}{4} + \frac{c_{1}}{u\alpha_{0}}, \quad h_{2} = -\frac{1}{2}\frac{u^{2}\alpha_{0}}{\omega_{0}}\left(h_{1} + \frac{u\alpha_{0}b}{2\omega_{0}} + \frac{\alpha_{0}}{4}\right),$$

$$h_{1} = -\frac{4\alpha_{0} + \frac{u^{2}\alpha_{0}}{\omega_{0}}\left(\frac{u\alpha_{0}a}{\omega_{0}} + \frac{u^{2}\alpha_{0}}{\omega_{0}}\left(\frac{u\alpha_{0}b}{2\omega_{0}} + \frac{\alpha_{0}}{4}\right)\right)}{4 + \left(\frac{u^{2}\alpha_{0}}{\omega_{0}}\right)^{2}}.$$

Окончательно, решение $\theta'_2(x,\tau)$ задачи (5.10.10) при j = 2 имеет вид

$$\theta_2'(x,\tau) = \begin{cases} C(x)\cos(2\tau) + D(x)\sin(2\tau) + MM(x), \ x < 0\\ F(x)\cos(2\tau) + G(x)\sin(2\tau) + NN(x), \ x > 0 \end{cases}$$
(5.10.17)

где

$$C(x) = [A\cos(vx) + B\sin(vx)]e^{\mu x} + [A_2^{-}\cos(v_2x) + B_2^{-}\sin(v_2x)]e^{\mu_2 x} + h_1e^{ux}$$

$$D(x) = [B\cos(vx) - A\sin(vx)]e^{\mu x} + [B_2^{-}\cos(v_2x) - A_2^{-}\sin(v_2x)]e^{\mu_2 x} + h_2e^{ux}$$

$$MM(x) = [A\cos(vx) - B\sin(vx)]e^{\mu x} + h_3e^{ux} + C_1xe^{ux}$$

$$F(x) = [f_1\cos(vx) + f_2\sin(vx)]e^{(u-\mu)x} + [A_2^{+}\cos(v_2x) - B_2^{+}\sin(v_2x)]e^{(u-\mu_2)x}$$

$$G(x) = [f_1\sin(vx) - f_2\cos(vx)]e^{(u-\mu)x} + [B_2^{+}\cos(v_2x) + A_2^{+}\sin(v_2x)]e^{(u-\mu_2)x}$$

$$NN(x) = [-f_1 cos(\nu x) - f_2 sin(\nu x)]e^{(u-\mu)x}$$

$$A = \frac{u\alpha_0 b}{2\omega_0}, \qquad B = -\frac{u\alpha_0 a}{2\omega_0}, \qquad a = \mu + \frac{4\omega_0 v}{u^2}, \qquad b = \frac{4\omega_0 \mu}{u^2} - v,$$
$$f_1 = \frac{u\alpha_0 v}{2\omega_0}, \quad f_2 = \frac{u\alpha_0(u-\mu)}{2\omega_0},$$

$$h_{1} = -\frac{4\alpha_{0} - 2B\frac{u^{2}\alpha_{0}}{\omega_{0}} + \left(A + \frac{\alpha_{0}}{4}\right)\left(\frac{u^{2}\alpha_{0}}{\omega_{0}}\right)^{2}}{4 + \left(\frac{u^{2}\alpha_{0}}{\omega_{0}}\right)^{2}},$$

$$h_2 = -\frac{u^2 \alpha_0}{2\omega_0} \Big[h_1 + A + \frac{\alpha_0}{4} \Big], \qquad h_3 = -A - \frac{\alpha_0}{4} + \frac{C_1}{u\alpha_0}.$$

Однако в решение (5.10.17) неизвестными остались коэффициенты $C_1, A_2^-, A_2^+, B_2^-, B_2^+$. Для определения которых воспользуемся условиями сшивки

$$[\theta'_2] = 0, \qquad [\theta'_{2x}] + u\alpha_0 \theta'_2(0,\tau) = -\frac{u\alpha_0^2}{2}\cos^2(\tau).$$

Вычисляя значение функции $\theta'_2(x, \tau)$ в точке x = 0

$$\theta_2'(0,\tau) = \begin{cases} C(0)\cos(2\tau) + D(0)\sin(2\tau) + MM(0), \ x < 0\\ F(0)\cos(2\tau) + G(0)\sin(2\tau) + NN(0), \ x > 0, \end{cases}$$
(5.10.17)

из первого условия сшивки (условия непрерывности функции θ_2') имеем

$$F(0) = C(0) \equiv f_1 + A_2^+ = A + A_2^- + h_1 \Rightarrow A_2^- = f_1 + A_2^+ - A - h_1,$$

$$G(0) = D(0) \equiv -f_2 + B_2^+ = B + B_2^- + h_2 \Rightarrow B_2^- = -f_2 + B_2^+ - B - h_2,$$

$$NN(0) = MM(0) \equiv -f_1 = d + h_3 \Rightarrow h_3 = -f_1 - d.$$

Для выполнения второго условия вычисляем производную функции $\theta'_2(x, \tau)$ в точке x = 0

$$\theta_{2x}'(0,\tau) = \begin{cases} C'(0)\cos(2\tau) + D'(0)\sin(2\tau) + MM'(0), & x < 0\\ F'(0)\cos(2\tau) + G'(0)\sin(2\tau) + NN'(0), & x > 0. \end{cases}$$

Тогда из второго условия получаем

$$F'(0) - C'(0) + u\alpha_0 F(0) = -\frac{u\alpha_0^2}{4},$$
$$G'(0) - D'(0) + u\alpha_0 G(0) = 0,$$

$$NN'(0) - MM'(0) + u\alpha_0 NN(0) = -\frac{u\alpha_0^2}{4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -f_2 v - f_1(u - \mu) - \left[\mu d + \frac{u\alpha_0 av}{2\omega_0} + h_3 u + C_1\right] - u\alpha_0 f_1 = -\frac{u\alpha_0^2}{4}$$

В последнее уравнение подставляем $h_3 = -f_1 - d$ и находим C_1

$$C_{1} = -f_{2}\nu - f_{1}(u - \mu) - \left[\mu d + \frac{u\alpha_{0}a\nu}{2\omega_{0}} - (f_{1} + d)u\right] - u\alpha_{0}f_{1} + \frac{u\alpha_{0}^{2}}{4} =$$
$$= -f_{2}\nu - f_{1}(-\mu + u\alpha_{0}) + (u - \mu)d - \frac{u\alpha_{0}a\nu}{2\omega_{0}} + \frac{u\alpha_{0}^{2}}{4}.$$

Подставляя выражения *d* и а окончательно имеем

$$C_{1} = -f_{2}\nu - f_{1}(-\mu + u\alpha_{0}) + (u - \mu)\frac{u\alpha_{0}}{2\omega_{0}}\left(\frac{4\omega_{0}\mu}{u^{2}} - \nu\right) - \frac{u\alpha_{0}\nu}{2\omega_{0}}\left(\mu + \frac{4\omega_{0}\nu}{u^{2}}\right) + \frac{u\alpha_{0}^{2}}{4}$$

Заметим, что для определения h_3 имеется два выражения

$$h_3 = -A - \frac{\alpha_0}{4} + \frac{C_1}{u\alpha_0}, \qquad h_3 = -f_1 - d,$$

это недостаток теории. Хотя, приравнивая их можно подобрать и.

Далее, для выполнения условия $G'(0) - D'(0) + u\alpha_0 G(0) = 0$, вычисляем

$$G(0) = -f_2 + B_2^+,$$

$$G'(0) = -f_2(u - \mu) - f_1v + (u - \mu_2)B_2^+ + A_2^+v,$$

$$D'(0) = \mu B - Av + \mu_2 B_2^- - A_2^-v_2 + h_2 u.$$

В результате подстановки получаем первое линейное уравнение относительно A_2^+ и B_2^+

$$2\nu_2 A_2^+ + (u(1+\alpha_0) - 2\mu_2)B_2^+ = C_2^+.$$

Аналогично для выполнения условия

$$F'(0) - C'(0) + u\alpha_0 F(0) = -\frac{u\alpha_0^2}{4},$$

имеем

$$F(0) = -f_1 + A_2^+,$$

$$F'(0) = f_1(u - \mu) + f_2\nu + (u - \mu_2)A_2^+ - B_2^+\nu_2,$$

$$C'(0) = \mu A - B\nu + \mu_2 A_2^- - B_2^-\nu_2 + h_1 u,$$

и находим второе уравнение

$$(u(1+\alpha_0)-2\mu_2)A_2^+-2\nu_2B_2^+=C_1^+.$$

Здесь

$$C_1^+ = f_1(\mu_2 - u\alpha_0 - u + \mu) + A(\mu - \mu_2) - (B + f_2)(\nu + \nu_2) - \frac{u\alpha_0^2}{4} + h_1(u - \mu_2) - \nu_2 h_2,$$

$$C_2^+ = f_2(u - \mu - \mu_2) + B(\mu - \mu_2) + (A - f_1)(\nu_2 - \nu) + u\alpha_0 f_1 + h_2(u - \mu_2) + \nu_2 h_1$$

В итоге

$$\begin{aligned} A_2^+ &= \frac{2\nu^2 C_2^+ + (u - 2\mu_2 + u\alpha_0)C_1^+}{4\nu_2^2 + (u - 2\mu_2 + u\alpha_0)^2}, \\ B_2^+ &= \frac{(u - 2\mu_2 + u\alpha_0)A_2^+ - C_1^+}{2\nu_2}, \\ A_2^- &= -A - h_1 + f_1 + A_2^+, \ B_2^- &= -B - h_2 - f_2 + B_2^+, \end{aligned}$$

$$\mu_2 = \frac{u + \rho_2}{2}$$
, $\nu_2 = \frac{2\omega_0}{\rho_2}$, $\rho_2 = \sqrt{\left(u^2 + \sqrt{u^4 + 64\omega_0^2}\right)/2}$

Итак, в разложение функции $\theta'(x,\tau) = \theta(x,\tau) - \theta^0(x)$ определены два члена $\theta'_1(x,\tau), \theta'_2(x,\tau)$. Для определения ω_2, α_2 воспользуемся условием ортогональности (5.10.12) при k = 3, расписанное в интегралах

$$\int_{0}^{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} (\theta_{1,2}^*, r_3) dx d\tau + \int_{0}^{2\pi} \theta_{1,2}^*(0,\tau) q_3 d\tau = 0.$$

Здесь

$$q_{3} = -u \left(\alpha_{2} \theta_{1}'(0,\tau) + \alpha_{0}^{2} \theta_{1}'(0,\tau) \theta_{2}'(0,\tau) + \frac{\alpha_{0}^{3}}{6} \left(\theta_{1}'(0,\tau) \right)^{3} \right),$$

$$r_{3} = \omega_{2} \theta_{1t}' + u \left[\alpha_{0} u \theta_{1}'(0,\tau) \theta_{2x}' + \alpha_{0} \theta_{2}'(0,\tau) \theta_{1x}' + \frac{\alpha_{0}^{2}}{2} \left(\theta_{1}'(0,\tau) \right)^{2} \theta_{1x}' \right]$$

$$+ u \theta_{x}^{0} \left[\alpha_{2} \theta_{1}'(0,\tau) + \alpha_{0}^{2} \theta_{1}'(0,\tau) \theta_{2}'(0,\tau) + \frac{\alpha_{0}^{3}}{6} \left(\theta_{1}'(0,\tau) \right)^{3} \right].$$

Функции θ_1^*, θ_2^* - приведены в (5.10.15), (5.10.16) соответственно.

Из условия ортогональности получаем систему двух линейных уравнений относительно ω_2, α_2

$$\begin{cases} A_1^* \omega_2 + B_1^* \alpha_2 = C_1^*, \\ A_2^* \omega_2 + B_2^* \alpha_2 = C_2^*, \end{cases}$$
(5.10.18)

коэффициенты $A_1^*, B_1^*, A_2^*, B_2^*, C_1^*, C_2^*$ в силу громоздкости не приводятся. Так как определитель системы (5.10.18) $A_1^*B_2^* - A_2^*B_1^* \neq 0$, то величины ω_2, α_2 определяются однозначно. Следовательно, от знака величин ω_2, α_2

$$\alpha - \alpha_0 = \varepsilon^2 \alpha_2$$
 и $\omega - \omega_0 = \varepsilon^2 \omega_2$

можно определить, в какой окрестности точки кривой устойчивости находится рассматриваемая точка.

Окончательно имеем следующие зависимости

$$\theta(x,\tau) = \theta^{0}(x) + \varepsilon \theta'_{1}(x,\tau) + \varepsilon^{2} \theta'_{2}(x,\tau) + O(\varepsilon^{2})$$

$$\alpha = \alpha_{0} + \varepsilon^{2} \alpha_{2} + O(\varepsilon^{2})$$

$$\omega = \omega_{0} + \varepsilon^{2} \omega_{2} + O(\varepsilon^{2})$$
(5.10.19)

Скорость пульсирующего фронта пламени определяется по формуле

$$\phi'(\tau) = -e^{\alpha(\theta(0,\tau)-1)}.$$
(5.10.20)

Используя разложение экспонента, и проводя осреднение по периоду колебания, приближённо получим

$$\overline{\phi'(\tau) + 1} = \varepsilon^2 N(0) \alpha_0, \quad N(0) = -\frac{a_4}{\omega_0} + b_5$$
 (5.10.21)

Поскольку возмущения разного масштаба задаётся значением малого параметра ε , то отставание пульсирующего фронта от нормального распространения определяется знаком функции N(0). Последнее является функцией параметров α_0 и u. Эти параметры характеризуют безразмерной энергии активации и скорости подачи смеси газов. В этом приближение N(0) = 0, означает отсутствие среднего отклонения скорости фронта пламени от нормальной скорости. Разрешая это уравнение, относительно u при значениях $\alpha = \alpha_0 = 2 + \sqrt{5}$ и $\omega = \omega_0 = \omega_0(\alpha_0)$, находим критическое значение $u = u_{\rm kp} \approx 0,622$.

$$a_4 = \frac{u\alpha_0\nu_1}{2}; \ b_5 = \frac{1}{u} \left[\left(\mu_1 - u(1+\alpha_0) \right) \frac{a_2}{\omega_0} + \alpha_0 b_3 + \frac{\mu_1 a_4}{\omega_0} + \frac{a_1 + a_3}{\omega_0} \nu_1 - \frac{u\alpha_0^2}{4} \right];$$

$$a_{1} = \frac{u\alpha_{0}}{2} \left(\mu_{1} + \frac{4\omega_{0}\nu_{1}}{u^{2}} \right); \quad a_{2} = \frac{u\alpha_{0}}{2} \left(\frac{4\omega_{0}\mu_{1}}{u^{2}} - \nu_{1} \right);$$
$$a_{3} = \frac{u\alpha_{0}(u - \mu_{1})}{2}; \qquad b_{3} = \frac{a_{2}}{\omega_{0}} - \alpha_{0}.$$

Из условии $u > u_{\text{кр}}$, следует, что N(0) > 0, а это значит, что происходит отставание пульсирующего фронта пламени от стационарного решения. В случае $u < u_{\text{кр}}$, N(0) < 0, пульсирующий фронт пламени распространяется с большей скоростью, чем нормальное распространение.

Легко убедиться, что среднее отклонение температуры горения от равновесной температуры *T_e* на фронте определяется по формуле

$$\overline{\theta(0,\tau)-1} = \varepsilon^2 \left(-\frac{a_4}{\omega_0} + b_5 \right). \tag{5.10.22}$$

Соотношение (5.10.22) подтверждает соответствие того, что чем больше тепловыделение, тем больше скорость распространения[203].

ОБСУЖДЕНИЯ ПОЛУЧЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

1. Приведены основные нестационарные уравнения ФГГ в деформируемой инертной пористой среде.

2. Получены первые интегралы уравнений сохранения массы, импульса и энергии фаз, в частности, зависимость упругой составляющей внутренней энергии пористой среды от характеристик деформируемой среды и исходного давления в порах.

3. Впервые в теории ФГГ, в однотемпературной модели, применен существующий в теории горения подход определения зависимости между градиентом температуры и концентрации реагирующего компонента газа и, в результате, найдено уравнение для скорости волны ФГГ (околоравновесная температура).

4. Впервые в двухтемпературной модели ФГГ, получено аналитическая зависимость между градиентом температуры твердой фазы и концентрации компонента смеси и, в результате использования реагирующего этой зависимости при интегрировании уравнения энергии получено трансендентное ΦΓΓ уравнение определения скорости волны (околоравновесная для температура).

5. Построена аналитически приближенная модель структуры стационарной волны ФГГ.

6. Модельная система дифференциальных уравнений исследована для случая затухающей химической реакции и получено условие для реализации распределения температуры газовой фазы с локальным пиком.

7. Впервые получены условия подобия профилей концентрации компонентов и температуры среды и их линейные зависимости при ФГГ.

8. Впервые предложен метод учета коэффициентов диффузии компонентов в определении характеристик волны ФГГ (скорости волны и равновесной температуры).

9. При относительно малых концентрациях водорода в смеси, возможен переход от режима низких скоростей к РНС2, при этом уменьшается диапазон изменения число Льюиса.

10. Получены формула температуры воспламенения смеси, и функции температуры пористой среды и доли недостающего компонента от координат и времени.

11. Впервые в теории ФГГ получено условие инициирования волны химической реакции, как критерии подобия характерных времён химической реакции и теплоотдачи в окружающее пространство.

Анализ численной реализации профилей температур фаз показывает:

12. Волна горения распространяется навстречу потоку при скоростях подачи водородо-воздушной смеси газов до 2 м/сек., и диаметре твёрдых частиц от 1 мм до 6 мм, причём наблюдается уменьшение скорости волны, увеличении равновесной и максимальной (газа) температур, толщины фронта и зоны прогрева с увеличением размера частиц.

13. Волна горения движется навстречу потоку с относительно большей скоростью, в тех составах смеси газов, в которых содержания водорода относительно меньше (при скоростях подачи смеси до 2 м/сек).

14. Скорость подачи смеси соответствующая к стоячей волне горения уменьшается с увеличением размера частиц.

15. При отсутствии подачи смеси и давления смеси в порах, порядка тысячи атмосфер существуют две структуры волны ФГГ: с локальным пиком в распределении температуры газовой фазы и без него.

16. При горении метановоздушной смеси в инертной пористой среде, наблюдается увеличение скорости волны навстречу потока по мере увеличения коэффициента теплопроводности пористой среды.

17. Ширина участки подогрева увеличивается с увеличением диаметра частиц твёрдой фазы и теплопроводности пористой среды при фиксированной скорости подачи смеси и уменьшается с увеличением скорости подачи и уменьшения процентного содержания топлива (метановоздушная смесь). Диапазон изменения ширины участка подогрева смещается вправо с увеличением теплопроводности пористой среды и фиксированном значении диаметра твердой частицы (метановоздушная смесь).

18. Ширина участки горения изменяется в пределах от 0,2мм до 0,55мм при варьировании скорости подачи смеси от 1м/с до 6м/с (водородо-воздушная смесь). Для метановоздушной смеси увеличение ширины участки горения происходит при уменьшении процентного содержания метана в смеси (от 0,25мм(0,214 м/с) до 0,018мм(0,535 м/с) для 9%-го и от 0,36мм(0,214 м/с) до 0,1мм(0,535 м/с) для 8,5% состава). Кроме того, ширина участки горения уменьшается с увеличением скорости подачи смеси при фиксированных значениях диаметра частиц (5мм или 6мм) и коэффициента теплопроводности $\lambda_2 = \{0.3; 0.5; 0.9 Bm/(mK)\}$

19. Ширина участки внутренней релаксации уменьшается от 2,8мм до 1,4мм соответственно при варьировании скорости подачи от 1м/с до 6м/с (водородовоздушная смесь). В метановоздушной смеси ширина участки внутренней релаксации, также уменьшается с увеличением скорости подачи газа $v_{10} = (0,214; 0,374; 0,535 \text{м/c})$ при фиксированных значениях диаметра частиц (5 или 6 мм) и коэффициента теплопроводности $\lambda_2 = \{0.3; 0.5; 0.9 Bm/(mK)\}$. С увеличением коэффициента теплопроводности пористой среды и фиксированных значениях других параметров она увеличивается.

20. В неадиабатическом режиме температуры газа и пористой среды достигают максимальные значения не на одной координатной точке. Пористая среда своё максимальное значение достигает на участке внутренней релаксации, то есть за координатной точкой максимальной температуры газа. Расстояние между этими координатами увеличивается при относительно больших диаметрах частиц.

21. Расхождение расчётной максимальной температуры пористой среды от её теоретически обоснованного значения на участке горения, наблюдается на вариантах распределения температур, где диаметр частиц больше 3 мм.

22. Сравнение расчётных характеристик (скорости волны, координаты равенство температур фаз перед зоной горения, координаты максимальной температуры газовой фазы, координаты равновесной температуры) стационарной волны в моделях с постоянной и переменной плотности смеси газов показывают, что значения всех характеристик в модели переменной плотности всегда меньше их значений для постоянной плотности.

23. Впервые составлена и обоснована математическая модель ФГГ, в частности, идентичная с моделями горения других сред.

24. Условие продольной устойчивости волны ФГГ, в частном случае, является условием пульсирующего горения конденсированных сред.

25. Впервые получена формула максимальной температуры пористой среды учитывающая коэффициент теплоотвода в окружающее пространство.

26. Получено дисперсионное уравнение для продольной устойчивости волны ФГГ в неадиабатическом режиме, в частности, идентичны с уравнением для устойчивости горения конденсированных сред.

27. Найдено условие для параметров на границе колебательной и экспоненциальной неустойчивости волны ФГГ.

28. Теоретически подтверждён экспериментальный результат, что выше некоторого критического значения коэффициента теплоотдачи в окружающее пространство решение стационарной задачи не существует, а ниже этого

значения, имеется два решения, причём первая неустойчивая, а вторая устойчивая.

29. Обоснован подход Г.И.Баренблатта, Я.Б.Зельдовича, А.Г.Истратова по исследованию закономерностей диффузионно-тепловой устойчивости стационарной волны ФГГ.

30. Получено уравнение относительно волнового числа на пределе распространения волны $\Phi\Gamma\Gamma$, в частности (k=0), переходящее в условие продольной устойчивости волны.

31. Обоснован подход В.С.Бермана, В.Н.Курдюмова (аппроксимация скорости химической реакции ступенчатой функции) по исследованию закономерностей пространственной устойчивости стационарной волны ФГГ.

32. Условие пространственной устойчивости стационарной волны ФГГ при теплопотерях получено при пренебрежении диффузии недостающего компонента, в частности, идентичной с условием устойчивости горения конденсированных сред.

33. Обосновано применение преобразования Фурье и Лапласа к обобщённому линеаризованному уравнению баланса тепла при фильтрационном горении газов. 34. Исходя из аналогии высказывания Я.Б.Зельдовича, что максимальная температура при предельном значении теплоотвода должна отличаться от адиабатической температуры на один характерный интервал, получено взаимозависимость параметров системы на пределе горения.

35. На основе бифуркационного анализа фронта горения, относительно осреднённых значений скорости волны, температуры горения получены формулы, по которым можно определить отклонение этих величин от стационарного состояния.

РЕКОМЕДАЦИИ ПО ПРАКТИЧЕСКОМУ ИСПОЛЬЗОВАНИЮ РЕЗУЛЬТАТОВ

Следующие нижеприводимые результаты могут быть использованы как темы специального курса по фильтрационному горению газов:

- нахождение зависимостей градиента температуры с концентрацией реагирующего компонента газа;
- нахождение условий симметричности профилей температуры и концентрации компонентов газа и их связи;
- нахождение аналитических зависимостей температуры инициирования химической реакции от коэффициента межфазного теплообмена и других параметров;
- нахождение аналитических решений модельной задачи ФГГ вдоль характеристик;
- нахождение критерия инициирования химической реакции при теплоотводе из зоны горения;
- нахождение условий продольной устойчивости фронта фильтрационного горения газов, в частности, аппроксимирующего пульсирующий режим горения конденсированных сред;
- нахождение условий диффузионно-пространственной устойчивости фронта фильтрационного горения газов.

Кроме того ценность работы определяется тем, что полученные результаты необходимы и будут использованы при формулировке способов повышения надежности огнепреградителей и рекомендации об устойчивости фронтов фильтрационного горения газов, конденсированных сред и горения смеси газов без пористой среды.

выводы

Проведено математическое моделирование стационарной волны ФГГ, её устойчивости и реализован эффективный численный метод расчёта структуры волны, её характеристик и в итоге сделаны следующие выводы и заключения:

- показана применимость существующих подходов определения соотношений для скорости волны ФГГ (Б.В.Новожилова; А.П.Алдушина и А.Г.Мержанова) и разработан собственный подход определение соотношения, включающее коэффициент межфазного теплообмена;
- обоснован эффективный численный метод решения задачи о структуре стационарной волны ФГГ. Это метод Рунге-Кутта четвёртого порядка точности;
- обосновано приближённо-аналитическое описание структуры стационарной волны ФГГ в соответствии, с которой аппроксимируются профили температур пористой среды и газа, а также концентрации недостающего компонента газа экспоненциальными и полиномиальными функциями на участках подогрева, горения и внутренней релаксации;
- предложена и обоснована новая однотемпературная математическая модель
 ФГГ, в частности, описывающая горение конденсированного вещества и теплодиффузионное горение газа без пористой среды;
- впервые разработан метод учёта диффузии компонентов смеси в нахождении стационарной скорости волны ФГГ;
- впервые аналитическим способом найдена функциональная зависимость температуры инициирования химической реакции от коэффициента межфазного теплообмена и других параметров;
- впервые получено аналитическое решение модельной задачи ФГГ вдоль характеристик;

- для ФГГ подтверждена идея о критерии воспламенения, что температура воспламенения зависит от отношения характерных времён химической реакции и теплоотдачи в окружающую среду;
- аналитическим способом подтверждено условие пульсирующего горения конденсированных сред (полученное численным методом) и этот результат обобщён для ФГГ;
- обоснован подход Г.И.Баренблатта, Я.Б.Зельдовича, А.Г.Истратова по исследованию закономерностей диффузионно-тепловой устойчивости стационарной волны ФГГ;
- обоснована применимость подхода В.С.Бермана, В.Н.Курдюмова (замена скорости химической реакции кусочно-постоянной функцией) по исследованию пространственной устойчивости стационарной волны ФГГ;
- обоснована применимость метода малых возмущений по исследованию закономерностей пространственной устойчивости стационарной волны ФГГ при наличии теплопотерь;
- впервые получена формула максимальной температуры пористой среды при наличии теплопотерь в окружающее пространство и скорости вдува смеси в пористый блок;
- обосновано применение преобразования Фурье и Лапласа в задачах устойчивости стационарной волны ФГГ;
- обосновано применение теории бифуркации к пульсирующему фронту ФГГ;
 Проведённые исследования дополняют теорию стационарных волн ФГГ в режимах низких скоростей.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Бабкин В.С. Распространение пламени в пористых инертных средах /В.С.Бабкин, В.А.Бунев, А.А.Коржавин//Горение газов и натуральных топлив. – Черноголовка. –1980. – С. 87-89.
- [2] Коржавин А.А. О зоне пламени при горении газа в инертной пористой среде/А.А.Коржавин, В.А.Бунев, Р.ХАбдуллин., В.С.Бабкин// Физика горения и взрыва. – 1982. –Т.18. – №16. – С. 20-23.
- [3] Бабкин В.С. О механизме распространения волн горения в пористой среде при фильтрации газа/В.С.Бабкин, В.И.Дробышевич, Ю.М.Лаевский, С.И. Потытняков // Доклады Академии наук СССР. –1982. –Т. 265. – №5. – С. 1157-1161.
- [4] Бабкин В.С. Фильтрационное горение газов/В.С.Бабкин, В.И.Дробышевич,
 Ю.М.Лаевский, С.И Потытняков// Физика горения и взрыва. 1983. –Т. 19.
 № 2. С. 17-26.
- [5] Лаевский Ю.М. О распространении фронта пламени в пористых инертных средах/Ю.М.Лаевский. –Препринт вычис. центр СО АН СССР. – Новосибирск. – 1981. – №299. – 36 с.
- [6] Лаевский Ю.М. О существовании решения системы уравнений, описывающих фильтрационное горение газов/Ю.М.Лаевский// Журнал Прикладной математики и теоретической физики. – 1983. – №6. –С. 67-71.
- [7] Бабкин В.С. Структура и свойства пламени с избытком энтальпии/ В.С. Бабкин, В.И. Дробышевич, Ю.М. Лаевский, С.И. Потытняков. –Структура газофазных пламен. –Новосибирск. 1984. –Ч.2. –С. 266-278.
- [8] Потытняков С.И. Влияние теплопотерь на распространение стационарных волн при фильтрационном горении газов/С.И.Потытняков, Ю.М.Лаевский, В.С.Бабкин// Физика горения и взрыва. – 1984. – Т. 20. – №1. – С.19-26.

- [9] Лаевский Ю.М. К теории фильтрационного горения газов/Ю.М.Лаевский,
 В.С.Бабкин, В.И.Дробышевич, С.И.Потытняков //Физика горения и взрыва.
 –1984. –Т.20. №6. –С. 3-13.
- [10] Потытняков С.И. Исследование тепловой структуры волны фильтрационного горения газов/В.С.Бабкин, Ю.М.Лаевский, В.И.Дробышевич//Физика горения и взрыва. –1985. –Т. 21, №2. –С. 19-26.
- [11] Бабкин В.С. Горения газа в сосуде с высокопористой инертной средой/В.С.Бабкин, В.А.Бунев, А.А.Коржавин//Физика горения и взрыва. – 1985. –Т. 21, №5. –С. 17-22.
- [12] Равич М.Б. Поверхностное беспламенное горение/М.Б.Равич– М.; Л.: Изд. АН СССР. –1949. – 354с.
- [13] Weinberg F.J. Combustion temperature: the future/F.J.Weinberg// Nature. –1971.
 –V. 233. p. 239-241.
- [14] Weinberg F.J. The fist half million gears of combustion research and today s burning problems/F.J.Weinberg//The Intern. Symp. On Combustion. –Pittsburg: The Combustion Institute. – 1975. – p. 1-17.
- [15] Jons A. R. Combustion in heat exchangers/ A. R. Jons, S.A. Lloyd, F.J. Weinberg //Proc.Soc. -1978. -V. 1860. - p. 97-115.
- [16] [16].Takeno T. An excess enthalpy flame theory/T.Takeno, K.A.Sato//Comb.Sci. Tech. – 1979. –V.20. –p. 73-84.
- [17] Takeno T. A theoretical and experimental study on an excess enthalpy flame/T.Takeno, K.A.Sato//Progress in Astronautics. –1981. –V. 76. – p. 596-607.
- [18] Kotoni Y. An experimental study on stability and Combustion characteristics of on excess enthalpy flame/Y.Kotoni, T.Takeno// 19th Intern. Symp. On Combus. – Pittsburg: The Combustion Institute. –1982. – p. 1503-1509.

- [19] Takeno T.A. Theoretical and expertimental study on na excess enthalpy flame/T.Takeno//Proceedings of work shop on the gas flame structure. – Novosibirsk. 1984. – Part. 2. – p. 237-265.
- [20] Алдушин А.П. Режимы послойного фильтрационного горения пористых металлов/А.П.Алдушин, А.Г.Мержанов, Б.И.Хайкин// ДАН СССР. –1974. – Т. 215. – №3. – С. 612-615.
- [21] Алдушин А.П. Распространение фронта горения в пористых металлических образцах при фильтрации окислителя/А.П.Алдушин, Т.П.Ивлева, А.Г.Мержанов, Б.И.Хайкин//Процессы горения в химической технологии и металлургии. Черноголовка. – 1975. – С. 245-252.
- [22] Алдушин А.П. К теории фильтрационного горения металлов/А.П.Алдушин, А.Г.Мержанов, Б.С.Сеплярский//Физика горения и взрыва. – 1976. – Т. 12. – №3. – С. 323-332.
- [23] Алдушин А.П. К теории фильтрационного горения/А.П.Алдушин, Б.С.Сеплярский, К.Г.Шкадинский. – Препринт ОИХФ АН СССР. – Черноголовка, 1979. -13с.; Физика горения и взрыва. – 1980. –Т. 16 – №1. – С. 36-45.
- [24] Лебедев А.Д. Об устойчивости фильтрационного горения/А.Д.Лебедев, Г.С.Сухов, Л.П.Ярин//Физика горения и взрыва. –1976. –Т.12. – №6. –С.879-885.
- [25] Сухов Г.С. Стационарные режимы фильтрационного горения /Г.С.Сухов, Л.П.Ярин//Физика горения и взрыва. –1979. –Т. 15. – №1 –С. 3-11.
- [26] Боресков Г.К., Киселев О.В., Матрос Ю.Ш. Оценки основных характеристик фронта экзотермической реакции в неподвижном слое катализатора/Г.К.Боресков, О.В.Киселев, Ю.Ш.Матрос//ДАН СССР. –1979. –Т. 248. –С. 406-408.

- [27] Киселев О.В. Распространение фронта горения газовой смеси в зернистом слое катализатора/О.В.Киселев, Ю.Ш.Матрос//Физика горения и взрыва. -1980. – Т. 16, №2. – С. 25-30.
- [28] Рабинович О.С. Закономерности управляемого низкомпературного синтеза на основе фильтрационного горения пористых конденсированных систем/О.С.Рабинович, И.Г.Гуревич. – Препринт ИТМО АН БССР. – №21. – Минск. – 1982. –53с.
- [29] Рабинович О.С. Закономерности распространения встречной стационарной волны экзотермической реакции при вынужденной фильтрации газаокислителя через пористый материал/О.С.Рабинович, И.Г.Гуревич//Инженерно физический журнал. –Т. 44. – №1. –С. 75-80.
- [30] Рабинович О.С. Влияние теплопотерь на распространение стационарных низкотемпературных волн фильтрационного горения при вынужденной фильтрации газа–окислителя/О.С.Рабинович, И.Г. Гуревич//Физика горения и взрыва. –1984. –Т. 20. – №1. – С. 75-80.
- O.C. [31] Рабинович Режимы фильтрационного горения пористых конденсированных систем с многократным прохождением волны реакции/О.С.Рабинович, С.Н.Красильщиков, И.Г.Гуревич// Инженерно физический журнал. – 1984. –Т. 46. – №1. –С. 71-77.
- [32] Сухов Г.С. К теории фильтрационных реакторов вытеснения /Г.С.Сухов, Л.П.Ярин//ДАН СССР. –1978. –Т. 243. №6.–С. 1442-1444.
- [33] Столярова Н.Н. К теории фильтрационного реактора со стабилизированным фронтом горения/Н.Н.Столярова, Г.С.Сухов, Л.П.Ярин//Физика горения и взрыва. –1980. –Т. 16, №2. –С. 50-56.
- [34] Столярова Н.Н. Стационарные режимы фильтрационного реактора/ Н.Н.Столярова, Г.С.Сухов, Л.П.Ярин//Физика горения и взрыва.. -1981 – Т. 17. – №6. – С. 68-72.

- [35] Столярова Н.Н. Нелинейные эффекты в высокотемпературных реакторах вытеснения/Н.Н.Столярова, Г.С.Сухов, Л.П.Ярин. – Проблемы технологического горения. – Черноголовка. – 1981. – Т.2. – С. 141-146.
- [36] Фатеев Г.А. Автомодельный температурный профиль в слое агломерационной шихты/Г.А.Фатеев. – Исследование нестационарного тепло-и массообмена. – Минск: Наука и техника. –1966. – С 97-103.
- [37] Фатеев Г.А. Перенос тепла в реагирующем пористом теле при наличии фильтрации газа/Г.А. Фатеев. – Тепло-и массообмен при фазовых и химических превращениях. – Минск: Наука и техника. – 1968. – С. 100-113.
- [38] Мержанов А.Г. Самораспространяющийся высокотемпературный синтез тугоплавких неорганических соединений/А.Г.Мержанов, И.П.Боровинская//ДАН СССР. –1972. –Т. 204, № 2, -С. 366-369.
- [39] Мержанов А.Г. Проблемы горения в химической технологии и металлургии/А.Г.Мержанов//Успехи химии. –1976. –Т. 65. – Вып. 5. – С. 827-848.
- [40] Мержанов А.Г. О механизме горения пористых металлических образцов в азоте/А.Г.Мержанов, И.П.Боровинская, Ю.Е.Володин //ДАН СССР. –1972.
 –Т. 2006. № 4. –С. 905-908.
- [41] Франк-Каменецкий Д.А. Диффузия и теплопередача в химической кинетике/Д.А.Франк-Каменецкий. 2-ое издание. –М.: Наука. 1967 497с.
- [42] Зельдович Я.Б. Математическая теория горения и взрыва/Я.Б. Зельдович и др. М.: Наука. 1980. –478 с.
- [43] Babkin V.S. Filtrational combustion of gases. Present state of affair and prospect/V.S.Babkin//Pure and Appl. Chem. –1993. –V.65. –N2. –P.335-344.
- [44] Пинаев А.В. Основные закономерности дозвукового и детонационного горения газов в инертных пористых средах /А.В.Пинаев, Г.А.Лямин//Физика горения и взрыва. – 1989. –Т.25. – №4. – С.75-85.

- [45] Добрега К.В. Физика фильтрационного горения газов/К.В.Добрега, С.А.Жданок. – Мн.: Инт.-тепло-и массообмена им. А.В. Лыкова НАНБ, 2002. – 203 с.
- [46] Зельдович Я.Б. Теория теплового распространения пламени /Я.Б.Зельдович, Д.А.Франк-Каменецкий//Журнал физической химии. – 1938. –Т. 12. – вып. І. –С. 100-105.
- [47] Новожилов Б.В. Скорость распространения фронта экзотермической реакции в конденсированной фазе/Б.В.Новожилов//Докл. АН СССР. – 1961. – Т.141. – №1. – С.151-153.
- [48] Алдушин А.П. Мержанов А.Г. Теория фильтрационного горения: Общие представления и состояние исследований/А.П.Алдушин, А.Г.Мержанов. – Распространение тепловых волн в гетерогенных средах. –Новосибирск: Наука. Сиб. Отд. – 1988. – С 9-52.
- [49] Мержанов А.Г. О тепловом самовоспламенении гомогенной газовой смеси в потоке/А.Г.Мержанов, А.К.Филоненко//ДАН СССР. – 1963. –Т. 152. – № 1. – С. 143-146
- [50] Нигматуллин Р.И. Динамика многофазных сред/Р.И. Нигматуллин. –М.: Наука. – 1987. – Ч.1. – 464с.
- [51] Смирнов Н.Н. Гетерогенное горение/Н.Н.Смирнов, И.Н.Зверев. –М.:Изд-во МГУ. – 1992. – 446с.
- [52] Зельдович Я.Б. Теория зажигания накаленной поверхностью /Я.Б.Зельдович//ЖЭТФ. – 1939. – Т.9. – №12. – С.1530-1534.
- [53] Сеначин П.К. Некоторые вопросы моделирования процессов самовоспламенения и горения в ограниченных объемах и двигателях внутренного сгорания/П.К.Сеначин//elib.altstu.ru/elib /books/Files/va2000_2/pages/07/07.htm

- [54] Бабенко Ю.И. Неполнота превращения в бегущей волне полимеризации при наличии теплоотвода/Ю.И.Бабенко//Физика горения и взрыва. – 2007. – Т.43. – №6. – С.75-77.
- [55] Бабушок В.И. Тепловое воспламенение в инертной пористой среде /В.И.Бабушок, В.М.Гольдштейн, А.С.Романов, В.С.Бабкин//Физика горения и взрыва. – 1992. – Т.11. – №4. – С.3-9.
- [56] Баренблатт Г.И. О диффузионно–тепловой устойчивости ламинарного пламени/Г.И.Баренблатт, Я.Б.Зельдович, А.Г.Истратов// Журнал прикладной механики и технической физики. – 1962. – №4. – С.21-26.
- [57] Махвиладзе Г.М. Двумерная устойчивость горения конденсирован-ных систем/Г.М.Махвиладзе, Б.В.Новожилов//Журнал прикладной механики и технической физики. – 1971. – №5. – С.51-59.
- [58] Алдушин А.П. О теплодиффузионной неустойчивости фронта горения/А.П.Алдушин, С.Г.Каспарян//Доклады АН СССР. – 1978. – Т.244. – №1. – С.67-70.
- [59] Шкадинский К.Г. Влияние теплопотерь на распространение фронта экзотермической реакции в конденсированной фазе /К.Г.Шкадинский, Б.И.Хайкин//В сб. Горение и взрыв. – М.:Наука. – 1972. – С.104-109.
- [60] Шкадинский К.Г. Распространение пульсирующего фронта экзотермической реакции в конденсированной фазе /К.Г.Шкадинский, Б.И.Хайкин, А.Г.Мержанов//Физика горения и взрыва. –1971. –Т.7. №1. –С. 19-28.
- [61] Берман В.С. Об устойчивости стационарного фронта экзотермической реакции в конденсированной фазе/В.С.Берман, В.Н.Курдюмов// Механика жидкости и газа. –1986. – №4. –С.164-167.
- [62] Matkowsky B.J. Propagation of pulsation front in solid fuel combustion /B.J.Matkowsky, G.I.Sivashinsky//SIAM Journal Appl.Math. -1978.-V. 35. №3. p. 465-478.
- [63] Лаевский Ю.М. Фильтрационное горение газов/Ю.М.Лаевский, В.С.Бабкин. –Распространение тепловых волн в гетерогенных средах. –Новосибирск: Наука. Сиб. Отд. –1988. – С. 108-145.
- [64] Жижин Г.В. Автоволновые процессы распространения химических реакций в дисперсных средах/Г.В.Жижин//Журнал прикладной механики и технической физики. –1988. –№6. – С. 35-43.
- [65] Сухов Г.С. Волны горения в пузырьковых средах/Г.С.Сухов, Л.П.Ярин//ДАН СССР. –1981. –Т.256. №3. С.376-380.
- [66] Гусика П.Л. О существовании и единственности стационарного решения уравнений задачи распространения экзотермической волны в двухфазной среде/П.Л.Гусика//Физика горения и взрыва. – 1982. – Т.18. – №6. – С. 90-96.
- [67] Худяев С.И. Асимптотическое поведение стационарной неадиабати-ческой волны горения/С.И.Худяев//Химическая физика. – 1991. – Т.10. – №6 –. С.838-847.
- [68] [68-А] Вайнштейн П.Б. К теории фильтрационного горения газов в пористых средах/П.Б.Вайнштейн, М.М.Кабилов//Известия АН Таджикской ССР. Отделение физ.мат. и хим.-геол. Наук. – 1992. – №3. – С. 55-59.
- [69] Богданов И.И. Термогидродинамика процесса внутрипластового горения как средства интенсификации добычи нефти/И.И.Богданов, А.А.Боксерман, В.М.Ентов, В.Б.Либрович, В.П.Степанова. – В кн.: Распространение тепловых волн в гетерогенных средах. Новосибирск: Наука. – 1988. – С.246-263.
- [70] Дробышевич В.И. Эффективный алгоритм расчета нестационарных режимов в каталитическом реакторе/В.И.Дробышевич. – В кн.: Распространение тепловых волн в гетерогенных средах. Новосибирск: Наука. – 1988. – С. 275-285.
- [71] Шабуня С.И. Двумерное моделирование фильтрационного горения в пористых засыпках в однотемпературном приближении /С.И.Шабуня,

В.В.Мартыненко//Инженерно физический журнал. – 1998. – Т.71. – №6. – С. 963-970.

- [72] Martynenko V.V. Two-temperature model of filtration combustion. 2D approach/V.V.Martynenko, S.I.Shabunya//27thSymp. (int.) on Combustion: Abst. Work-in- Progress Pittsburg, PA. The Combustion Institute. 1998. P.408.
- [73] Рычков А.Д. Математические модели фильтрационного горения и их приложения/А.Д.Рычков, Н.Ю.Шокина//Вычислительные технологии. – 2003. – Т.8. Спецвыпуск Ч.2. – С.124-144.
- [74] Лаевский Ю.М. Численное моделирование фильтрационного горения газа на основе двухуровневых полунеявных разностных схем/Ю.М.Лаевский, Л.В.Яушева//Вычислительные технологии. –2007. – Т.12. – №2. – С. 90-102.
- [75] Какуткина Н.А.Закономерности распространения пламени через насадку коммуникационных огнепреградителей/Н.А.Какуткина, А.А.Коржавин, И.Г.Намятов, Д.А.Рычков//Физика горения и взрыва. – 2007. – Т.43. – №4. – С. 23-37.
- [76] Какуткина Н.А. Особенности прогорания засыпных и канальных огнепреградителей/Н.А.Какуткина, А.А.Коржавин, Д.А.Рычков, П.К.Сеначин//Ползуновский вестник. – 2007. – №4. – С. 33-38.
- [77] Какуткина Н.А. Закономерности прогорания пористых огнепреградителей с канальным пламегасящим элементом /Н.А.Какуткина, А.А.Коржавин, Д.А.Рычков//Физика горения и взрыва. – 2009. –Т.45. – №3. – С.35-43.
- [78] Какуткина Н.А. Моделирование нестационарных процессов фильтрационного горения газа/Н.А.Какуткина, Д.А.Рычков// Физика горения и взрыва. – 2010. – Т.46. – №3. – С.44-51.
- [79] Какуткина Н.А. Экспериментальное и теоретическое исследование процесса прогорания засыпных огнепреградителей/Н.А.Какуткина, А.А.Коржавин, И.Г.Намятов, Д.А.Рычков//Пожарная безопасность 2006. – №5. – С. 59-72.

- [80] Матрос Ю.Ш. Моделирование химических процессов и реакторов /Ю.Ш.Матрос, В.А.Кириллов, М.Г.Слинько. –Новосибирск. – 1972. – Т.3. – С. 62-75.
- [81] Матрос Ю.Ш. Нестационарные процессы в каталитических реакторах/Ю.Ш.Матрос. –Новосибирск. 1982. 258 с.
- [82] Lewis B. On the theory of flame propagation/B.Lewis, G.Elbe //J. Chem. Phys. 1934. – V.2. – No.8. – р. 537-546: Горения, плазма и взрывы в газах. ИЛ, М. – 1947.
- [83] Какуткина Н.А. Особенности фильтрационного горения водородо-, пропано- и метановоздушных смесей в инертных пористых средах /Н.А.Какуткина, А.А.Коржавин, М.Мбрава//Физика горения и взрыва. – 2006. – Т.42. – №4. – С.8-20.
- [84] Коржавин А.А. Эффекты селективной диффузии при распространении и гашении пламени в пористой среде /А.А.Коржавин, В.А.Бунев, В.С.Бабкин, А.С.Клименко//Физика горения и взрыва. – 2005. – Т.41. – №4. – С.50-59.
- [85] Вант-Гофф Я.Г. Очерки по химической динамике/Я.Г. Вант-Гофф. М.: ОНТИ. – 1936. – 316 с.
- [86] Jouguet E. Mechanique des explosifs/E.Jouguet. Encyclopedie Scientifique.– Paris. Donis et fils. – 1917.
- [87] Семенов Н.Н. Zeinscher/ Н.Н.Семенов//Phys. Chemie. 1928. –48. 571.
- [88] Тодес О.М. К теории теплового взрыва/О.М.Тодес//Журнал физической химии. 1933. Т.4. Вып. 1. С. 78-80.
- [89] Rice O.K. Journ. Amer. Chem. Soc. -1935. -V.57. -P.310-318.
- [90] Франк-Каменецкий Д.А. Распределение температур в реакционном сосуде и стационарная теория теплового взрыва/Д.А.Франк-Каменецкий//Журнал физической химии. – 1939. –Т.13. – Вып.6. – С. 738-755.
- [91] Семенов Н.Н. Цепные реакции/ Н.Н.Семенов. –Л,: ОНТИ. 1934. 274 с.

- [92] Вилюнов В.Н. Теория зажигания конденсированных веществ /В.Н.Вилюнов. – Новосибирск: Наука. – 1984. – 190 с.
- [93] Семенов Н.Н. К теории процессов горения. Сообщение 1 /Н.Н.Семенов//Журнал Русск. физ.-хим. о-ва. – 1928. – Т. 60. – № 3. – С. 247-250.
- [94] Семенов Н.Н. О некоторых проблемах химической кинетики и реакционной способности/Н.Н.Семенов. М.: Изд-во АН СССР. 1958. 418 с.
- [95] Семенов Н.Н. Тепловая теория горения и взрывов/Н.Н.Семенов// УФН. 1940. – Т. 23. – № 3. – С. 251-292.
- [96] Ассовский И.Г. Физика горения и внутренняя баллистика. Ин-т химической физики им. Н.Н.Семенова. М.: Наука, 2005. 357 с.
- [97] Ассовский И.Г., Мержанов А.Г. Об адекватности экспериментального и теоретического моделирования горения высокоэнергетических материалов/И.Г.Ассовский, А.Г.Мержанов//Физика горения и взрыва. – 2013. – Т.49. – №3. – С. 11-21.
- [98] Шебеко, А.Ю. Исследование закономерностей поведения верхних ветвей кривых флегматизации при горении смесей «горючий газ – воздух – разбавитель» / А.Ю. Шебеко [и др.] // Пожарная безопасность. – 2005. – № 4. – С. 65–75.
- [99] Шебеко, А.Ю. Влияние содержания кислорода в окислительной среде на эффективность ингибирования горения водорода /А.Ю. Шебеко [и др.] // Пожарная безопасность. – 2006. – № 4. – С. 65–72.
- [100] Азатян, В.В. Роль самоингибирования в процессах горения /В.В. Азатян [и др.] // Журнал физической химии. 2006. № 4. С. 634–639.
- [101] Azatyan, V.V. The Role Played by Self Inhibition in Combustion Processes / V.V. Azatyan [et al.] // Russian Journal of Physical Chemistry. 2006. V. 80. No 4. P. 541–545.

- [102] Азатян, В.В. Исследование эффекта самоингибирования при распространении пламени в газовых смесях горючий газ – воздух – разбавитель / В.В. Азатян [и др.] // Химическая физика. – 2006. – № 10. – С. 4–12.
- [103] Азатян, В.В. Характеристики горения околопредельных богатых смесей водород – окислительная среда – флегматизатор в замкнутом сосуде при различном содержании кислорода в окислительной среде / В.В. Азатян [и др.] // Пожарная безопасность. – 2006. – №1. – С. 21–28.
- [104] Азатян, В.В. Влияние ингибиторов на нормальную скорость горения богатых околопредельных смесей водород – окислительная среда – ингибитор/ В.В. Азатян [и др.] // Пожарная безопасность. – 2007. – № 2. – С. 82–90.
- [105] Шебеко, А.Ю. Расчетная оценка горючести газовых смесей сложного состава / А.Ю. Шебеко // Пожарная безопасность. – 2007. – № 2. – С. 91–102.
- [106] Азатян, В.В. О правиле Ле Шателье для концентрационных пределов распространения пламени и минимальных огнетушащих концентраций /В.В. Азатян [и др.] // Пожарная безопасность. – 2007. – № 3. – С. 12–21.
- [107] Azatyan, V.V. An influence of oxygen content in an oxidizing atmosphere on inhibitive action of fluorinated agents on a hydrogen flame / V.V. Azatyan [et al.]
 // Journal of Loss Prevention in the Process Industries. 2007. V. 20. No 4 6. P. 494–500.
- [108] Azatyan, V.V. Effect of self inhibition at a flame propagation in rich gaseous mixtures of combustible – air – diluent / V.V. Azatyan [et al.] //Journal of Loss Prevention in the Process Industries. – 2007. – V. 20. – No 4 – 6. – P. 486–493.
- [109] Азатян, В.В. Предельные концентрации флегматизаторов при их одновременной подаче с горючим и окислителем для гашения

диффузионного факела / В.В. Азатян [и др.] // Пожарная безопасность. – 2008. – №1. – С. 54–62.

- [110] Азатян, В.В. Численное моделирование влияния добавок метана и химически инертных газов на нормальную скорость горения водородовоздушных смесей / В.В. Азатян [и др.] // Пожарная безопасность. – 2008. – № 2. – С. 41–49.
- [111] Азатян, В.В. Концентрационные пределы распространения пламени в смесях H2 – O2 – N2 – ингибитор / В.В. Азатян [и др.] // Химическая физика. – 2008. – №7. – С. 72–78.
- [112] Азатян, В.В. Двойственная роль фторированных углеводородов как флегматизаторов и промоторов горения газовых смесей / В.В. Азатян [и др.] // Пожарная безопасность. – 2008. – № 3. – С. 40–51.
- [113] Болодьян, И.А. Влияние ингибиторов на нормальную скорость горения богатых околопредельных водородсодержащих смесей /И.А. Болодьян [и др.] // Журнал физической химии. – 2009. – №4. – С. 719–725.
- [114] Bolod'yan, I.A. The influence of inhibitors on the normal rate of combustion of rich near-limit hydrogen-containing mixtures / I.A. Bolod'yan [et al.] // Russian Journal of Physical Chemistry. – 2009. – V. 83. – No 4. – P. 618–623.
- [115] Azatyan, V.V. A numerical modeling of an influence of CH4, N2, CO2 and steam on a laminar burning velocity of hydrogen in air / V.V. Azatyan, Yu.N. Shebeko, A.Yu. Shebeko // Journal of Loss Prevention in the Process Industries. – 2010. – V. 23. – P. 331–336.
- [116] Азатян, В.В. О промотировании и ингибировании фторированными углеводородами горения метана в окислительных средах с различным содержанием кислорода / В.В. Азатян [и др.] // Химическая физика. – 2010. – № 9. – С. 42–51.

- [117] Азатян, В.В. Численное моделирование самовоспламенения водородовоздушных смесей в присутствии флегматизаторов /В.В. Азатян [и др.] // Пожарная безопасность. – 2010. – № 3. – С. 78–87.
- [118] Шебеко, А.Ю. Огнетушащие концентрации газовых средств тушения по отношению к факелу водорода при их одновременной подаче в горючее и окислитель/ А.Ю. Шебеко [и др.] // Пожарная безопасность. – 2010. – № 3. – С. 88–95.
- [119] Шебеко, А.Ю. Характеристики горения околопредельных смесей метана и закиси азота в замкнутом сосуде / А.Ю. Шебеко [и др.] // Пожарная безопасность. – 2011. – No 1. – С. 90–99.
- [120] Шебеко, А.Ю. Влияние бромистого водорода на нормальную скорость горения смесей водорода и метана с закисью азота и азотнокислородными составами/ А.Ю.Шебеко, Ю.Н.Шебеко, А.В.Зубань// Пожарная безопасность. – 2011. – № 2. – С. 25–35.
- [121] Шебеко, А.Ю. Экспериментальное исследование влияния трифторметана на характеристики горения смесей метана с закисью азота вблизи концентрационных пределов распространения пламени/А.Ю.Шебеко [и др.] // Пожарная безопасность. – 2011. – No 3. – C. 28–35.
- [122] Шебеко, А.Ю. Нарушение эмпирического правила постоянства адиабатической температуры горения на пределах распространения пламени / А.Ю. Шебеко, Ю.Н. Шебеко, А.В. Зубань // Пожарная безопасность. – 2011. – № 4. – С. 61–69.
- [123] Shebeko, A.Yu. An extinguishing of a hydrogen jet flame by a supply of a gaseous suppressant into fuel and oxidizer [Text] / A.Yu. Shebeko [et al.] // Science and Technology of Energetic Materials. 2011. V. 72. No 3. P.1–5.
- [124] Azatyan, V.V. Kinetic aspects of chemical control over flame propagation in combustible gases / V.V. Azatyan [et al.] // Kinetics and Catalysis. – 2011. – V. 52. – P. 637–646.

- [125] Шебеко, А.Ю. Влияние фторированных углеводородов на динамику сгорания смесей метана с закисью азота в замкнутом сосуде/А.Ю. Шебеко [и др.] // Пожарная безопасность. – 2012. – № 1. – С. 30–34.
- [126] Шебеко, А.Ю. Экспериментальное исследование влияния фторированных углеводородов на горение околопредельных смесей водорода с закисью азота / А.Ю. Шебеко [и др.] // Пожарная безопасность. – 2012. – № 3. – С. 54–60.
- [127] Азатян, В.В. Роль реализации цепной лавины в критических условиях распространения пламени в газах / В.В. Азатян [и др.] // Пожарная безопасность. – 2012. – № 3. – С. 61–65.
- [128] Азатян, В.В. Особенности зависимости скорости газофазных реакций горения от температуры и состава смеси / В.В. Азатян [и др.] //Пожарная безопасность. – 2012. – № 4. – С. 40–47.
- [129] Shebeko, A.Yu. An experimental investigation of an inertization effectiveness of fluorinated hydrocarbons in relation to premixed H2 – N2O and CH4 – N2O flames / A.Yu. Shebeko [et al.] // Journal of Loss Prevention in the Process Industries. – 2013. – V. 26. – P. 1639–1645.
- [130] Шебеко, А.Ю. Влияние фторированных углеводородов на концентрационные пределы распространения пламени в смесях H2 – N2O и CH4 – N2O / А.Ю. Шебеко [и др.] // Химическая физика. – 2014. – № 1. – С. 37–43.
- [131] Shebeko, A.Yu. Influence on Fluorocarbons Flammability Limits in the Mixtures of H2 – N2O and CH4 – N2O / A.Yu. Shebeko [et al.] // Russian Journal of Physical Chemistry. – 2014. – V. 8. – No 1. – P. 65–70.
- [132] Шебеко, А.Ю. О постоянстве нормальной скорости горения газовых смесей вблизи концентрационных пределов распространения пламени в газах / А.Ю. Шебеко, Ю.Н. Шебеко // Пожарная безопасность. – 2014. – № 1. – С. 106–110.

- [133] Шебеко, А.Ю. Влияние фторированных углеводородов на характеристики горения околостехиометрических водородовоздушных и метановоздушных смесей в замкнутом сосуде / А.Ю. Шебеко [и др.] //Пожарная безопасность. – 2015. – № 4. – С. 70–75.
- [134] Азатян, В.В. Роль температурной зависимости скорости реакции горения в химическом управлении процессом / В.В. Азатян [и др.] //Пожарная безопасность. – 2016. – № 1. – С. 28–31.
- [135] Шебеко, А.Ю. Влияние содержания кислорода в окислительной среде на горение околостехиометрических смесей CH4 – (O2 + N2) – фторированный углеводород / А.Ю. Шебеко [и др.] // Пожарная безопасность. – 2016. – №1. – С. 32–37.
- [136] Шебеко, А.Ю. Показатели пожарной опасности околостехиометрических смесей водород – окислительная среда – фторированный углеводород при различных содержаниях кислорода в окислительной среде/А.Ю. Шебеко [и др.] // Пожарная безопасность. – 2016. – № 1. – С. 54–58.
- [137] Шебеко, А.Ю. Влияние содержания кислорода в окислительной среде на горение околостехиометрических смесей вида горючее – окислительная среда – фторированный углеводород / А.Ю. Шебеко [и др.] //Химическая физика. – 2016. – Т. 35. – №11. – С. 62–67.
- [138] Shebeko, A.Yu. An investigation of an ignition of flammable gaseous mixtures with mechanical sparks / A.Yu. Shebeko [et al.] // Fire Safety Journal. – 2015. – V. 78. – P. 122–129.
- [139] Shebeko, A.Yu. Influence of the Oxygen Content in the Oxidizing Medium on the Combustion of Fuel–Oxidizing Medium–Hydrofluorocarbon Near-Stoichiometric Mixtures/A.Yu. Shebeko [et al.] // Russian Journal of Physical Chemistry B. – 2016. – V. 10. – No 6. – P. 991–996.
- [140] Shebeko, A.Yu. Characteristics of a combustion of near stoichiometric gaseous mixtures of flammable gas oxidizer fluorinated hydrocarbon at various oxygen

concentrations in the oxidizer/ A.Yu. Shebeko [et al.] // Journal of Loss Prevention in the Process Industries. -2017. - V.46. - P.195-199.

- [141] Шебеко А.Ю. Тушение диффузионного пламени метана в воздухе при одновременной подаче газовых огнетушащих агентов в горючее и окислитель [Электронный ресурс] / А.Ю. Шебеко // Вопросы безопасности. – 2019. – № 1. – С. 1 - 8. DOI: 10.25136/2409-7543.2019.1.28552 URL: https://nbpublish.com/ library_read_ article.php?id=28552
- [142] Шебеко, А.Ю. Влияние фторированных углеводородов на показатели пожарной опасности стехиометрических смесей горючий газ – окислитель/ А.Ю. Шебеко // Международный технико-экономический журнал. – 2018. – №5. – С. 95–101.
- [143] Шебеко, А.Ю. О возможности снижения взрывоопасности газовых смесей путем применения фторированных флегматизаторов /А.Ю.Шебеко // Безопасность труда в промышленности. – 2019. – № 2. – С. 20–24.
- [144] Шебеко, А.Ю. Методы оценки фрикционной искробезопасности конструкционных материалов / А.Ю. Шебеко // Международный техникоэкономический журнал. – 2018. – No 6. – С. 90–95.
- [145] Зельдович Я.Б., Компанеец А.С. Теория детонации. Москва: Гостехиздат, 1955.
- [146] Щелкин К.И., Трошин Я.К. Газодинамика горения. М.: из-во АН СССР, 1963. 256 с.
- [147] Войцеховский Б.В., Митрофанов В.В., Топчиян М.Е. Структура фронта детонации в газах. – Новосибирск: из-во СО АН СССР, 1963. – 168 с.
- [148] Физика взрыва /под ред. Л.П.Орленко. М.: Физматлит, 2002. 832 с.
- [149] Льюис Б., Эльбе Г. Горение, пламя и взрывы в газах. М.: Мир, 1984. 448 с
- [150] Бунев В.А. Анализ влияния различных факторов на характеристики взрывоопасности метана/ В.А.Бунев, А.А. Коржавин, П.К. Сеначин // Ползуновский вестник. – 2012. – № 3/1. – с. 5-16.

- [151] Сысоева М.О. Численное исследование горения метана в лабораторной трубе/ М.О. Сысоева [и др.]// Ползуновский вестник – 2018. – № 1. – С.94– 99.
- [152] Законы горения / Под ред. Ю.В. Полежаева. М.: УНПЦ «Энергомаш», 2006. 351 с.
- [153] Лисаков С.А. Компьютерное моделирование горения метано-воздушных смесей на начальной стадии развития / С.А.Лисаков [и др.]// Вестник научного центра по безопасности работ в угольной промышленности. – 2016. – № 3. – С. 32-41.
- [154] Ландау Л.Д. К теории медленного горения/Л.Д.Ландау//Журнал экспериментальной и теоретической физики. – 1944. –Т.14. – №6. –С. 240-244.
- [155] Нестационарное распространение пламени (под ред. Г.Маркштейна). –М.: Мир. – 1968. – 437 с.
- [156] Зельдович Я.Б. Диффузионные явления у пределов распространения пламени. Экспериментальное исследование флегматизации взрывчатых смесей окиси углерода/Я.Б.Зельдович, Н.П.Дроздов//Журнал физической химии. – 1943. –Т.17. – Вып.3. – С. 134-144.
- [157] Зельдович Я.Б. Теория горения и детонации газов/Я.Б.Зельдович. –М.; Л: Изд.АН СССР. – 1944. – 71 с.
- [158] Баренблатт Г.И. О диффузионно-тепловой устойчивости ламинарного пламени/Г.И.Баренблатт, Я.Б., Зельдович, А.Г. Истратов// Журнал прикладной механики и технической физики. – 1962. №4. – С. 21-26.
- [159] Авдеев П.А. Исследование устойчивости стационарного фронта экзотермической реакции в конденсированной фазе/П.А.Авдеев// Механика жидкости и газа. – 1985. – №1. – С.115-118.
- [160] Новожилов Б.В. Нестационарное горение твердых ракетных топлив /Новожилов Б.В. –М.: Наука. 1973. 176 с.

- [161] Берман В.С. Об устойчивости стационарного фронта экзотермической реакции в конденсированной фазе/В.С.Берман. В.Н.Курдюмов //Механика жидкости и газа. – 1986. – №4. – С. 164-167.
- [162] Берман В.С. Об устойчивости стационарного фронта экзотермической реакции в газовой фазе/В.С.Берман. В.Н.Курдюмов, Ю.С. Рязанцев// Механика жидкости и газа. –1987. –№4. – С.14-16.
- [163] Зельдович Я.Б. Теория распространения фронта пламени /Я.Б.Зельдович// Прикладная математика и механика. -1966. -№1. – С. 102-104.
- [164] Sivashinsky G.I., Michlson J.M. –Astrondut. 1977. No.4 P. 1177-1171., 1207-1213
- [165] Алдушин А.П. Образование двумерной ячеистой структуры в теплодиффузионном пламени/А.П.Алдушин, С.Г.Каспарян, К.Г.Шкадинский//Доклады АН СССР. –1979. –Т.247. – №5. –С. 1112-1115.
- [166] Филоненко А.К. Закономерности спинового горения титана в азоте /А.К.Филоненко, В.И.Вершинников//Физика горения и взрыва. – 1975. –Т. 11. – №3. – С.353-362.
- [167] Мержанов А.Г. Новые явления при горении конденсированных систем/А.Г.Мержанов, А.К.Филоненко, И.П.Боровинская// Доклады АН СССР. –1979. –Т. 208. – №4. – С.892-894.
- [168] Алдушин А.П. Теория фильтрационного горения: Автореф. дисс докт.физ.-мат.наук. Черноголовка, ОИХФ АН СССР. 1982. 36 с.
- [169] Сухов Г.С. Двумерная неустойчивость горения пористых веществ в газообразном окислителе/Г.С.Сухов, Л.П.Ярин//Физика горения и взрыва. – 1980. – Т.16. – №3. – С. 34-40.
- [170] Ивлева Т.П. О закономерностях спинового режима распространения фронта горения/Т.П.Ивлева, А.Г.Мержанов, К.Г.Шкадинский//Физика горения взрыва. – 1980. –Т.16. – №2. – С. 3-10.

- [171] Вольперт В.А. Применение теории бифуркации к исследованию нестационарных режимов горения/В.А.Вольперт, А.И.Вольперт, А.Г.Мержанов//Физика горения и взрыва. –1983. –Т.19. – №4. – С. 69-72.
- [172] Алдушин А.П. К феноменологической теории спинового горения /А.П.Алдушин, Я.Б.Зельдович, Б.А.Маломед//Доклады АН СССР. – 1980. – Т.251, №5. – С. 1102-1106. [113].
- [173] Сухов Г.С. Двумерная неустойчивость горения пористых веществ в газообразном окислителе/Г.С.Сухов, Л.П.Ярин//Физика горения и взрыва. – 1980. – Т.16. – №3. –С. 34-40.
- [174] Ивлева Т.П. Поверхностное горение пористых конденсированных веществ с конденсированными продуктами/Т.П.Ивлева, А.Г.Мержанов, К.Г.Шкадинский. –Химическая физика процессов горения и взрыва. Горение конденсированных и гетерогенных систем. – Черноголовка. – 1980. – С. 99-103
- [175] Богопольский А.О. О движении фронта горения нефти в пористой среде/А.О.Богопольский, Я.А.Шарифов//Физика горения и взрыва. –1976. – Т.12. – №1. – С. 9-18.
- [176] Богопольский А.О. Нелинейные эффекты внутрипластового горения нефти/А.О.Богопольский//Азер.нефтяное хозяйство. –Баку. – 1978. – №9. – С. 29-32
- [177] Федотов С.П. Неустойчивость стационарного режима горения нефти в пористой среде/С.П.Федотов, Н.А.Михайлова//Инженерно физический журнал. –1988. – №5. – С. 767-775.
- [178] Kennedy L.A. Superadiabatic Combustion in Porous Media: Wave Propagation, Instabilities, New type of Chemical Reactor/L.A.Kennedy, A.A.Fridman, A.V.Saveliev//J.Fluid Mech. Research. – 1996. – Vol. 22. – N. 2. – P. 1-26.
- [179] Вайнштейн П.Б. Об устойчивости газового пламени в пористых средах/П.Б.Вайнштейн//Физика горения и взрыва. –1992. №1. С. 28-34.

- [180] Минаев С.С. О неустойчивости фронта пламени при фильтрационном горении газов/С.С.Минаев, С.И.Потытняков, В.С.Бабкин//Физика горения и взрыва. –1994. –№1. – С. 9-54.
- [181] Князева А.Г. Численное исследование режимов горения газа в пористой цилиндрической горелке с низкой теплопроводностью каркаса / А.Г. Князева, В.П. Немытов // Изв. ТПУ. – 2006. – Т. 309. – № 3. – С.126-130.
- [182] Хачикян А.А. Численное исследование процессов самовоспламенения и распространения ламинарного пламени в богатых смесях этанола с воздухом / А.А. Хачикян, Т.А. Большова, В.А. Бунев, В.С. Бабкин // Вестник НГУ. Серия: Физика. –2013. –Т. 8. –№ 4. –С. 93-102.
- [183] Зоткевич А.А. Численное моделирование распространения ламинарного пламени на основе двухуровневых явных разностных схем / А.А. Зоткевич, Ю.М. Лаевский // Вычисл. технологии. – 2006. – Т. 11. – № 6. – С. 31–43.
- [184] Дробышевич В.И. Математическое моделирование процесса формирования гибридной волны горения / В.И. Дробышевич // Тепло- и массообмен в капиллярно-пористых телах. Минск: ИТМО, – 1996. – Т. 7. – С. 146–150.
- [185] Drobyshevich V.I. Mathematical modeling of non-stationary hybrid combustion wave / V.I. Drobyshevich // Advanced Comp. and Analysis of Combustion / Eds G.D. Roy, S.M. Frolov, P. Givi. M.: ENAS Publ., – 1997. – P. 114–121.
- [186] Рычков А.Д. Математические модели фильтрационного горения и их приложения / А.Д. Рычков, Н.Ю. Шокина // Вычисл. технологии. – 2003. Спецвыпуск. Ч. 2. – Т. 8. – С. 124–144.
- [187] Шкадинский К.Г. О разностном счете задач зажигания и горения с учетом диффузии и гидродинамики / К.Г. Шкадинский // Физика горения и взрыва. – 1969. – Т.5. – № 2. – С. 264–272.
- [188] Мержанов А.Г. Установление стационарного распространения пламени при зажигании газа накаленной поверхностью / А.Г. Мержанов, Б.И.

Хайкин, К.Г. Шкадинский // Прикл. механика итехн. физика. – 1969. – № 5. – С. 42–48.

- [189] Лаевский Ю.М. Составные явные схемы / Ю.М. Лаевский, П.В. Банушкина // Сиб. журн. вычисл. математики. –2000. –Т. 3. –№ 2. –С. 165–180.
- [190] Зоткевич А.А. Об одном классе двухуровневых явных схем / А.А. Зоткевич, Ю.М. Лаевский // Сибир. журн. вычисл. математики. – 2002. – Т. 5. – № 2. – С. 163–173.
- [191] Banushkina P.V. On local conditions of stability for multi-level difference schemes / P.V. Banushkina, Yu.M. Laevsky, A.A. Zotkevich // Proc. Intern. Conf. Comp. Math. Pt 2 / Ed. G.A. Mikhailov, V. P. Il'in, Yu.M. Laevsky. Novosibirsk, – 2002. – P. 334–339.
- [192] Rabinovich O. S. Modeling of premixed gas combustion in porous media, composed of coarse-sized particles: 1-D description with discrete solid phase / O. S. Rabinovich, A. V. Fefelov, N. V. Pavlyukevich // 26 Intern. Symp. on Combustion. Pittsburgh: The Combustion Inst. 1996. P. 3383–3389.
- [193] Brenner G. Numerical and experimental investigation of matrix-stabilized metan/air combustion in porous inert media//Combustion and Flame. 2000. – V.123. – Issue 1-2. P.201-203.
- [194] Abdul Mujeebu M. Combustion in porous media its applications A comprehensive survey/Mujeebu M.Abdul [et al.] // J. Environment Management. - 2009. – V. 90. – P.2287-2312.
- [195] Кандрюкова Т.А. О численном моделировании фильтрационного горения газов на многоядерных вычислительных системах / Т.А. Кандрюкова, Ю.М. Лаевский// Сибирский журнал индустральной математики. – 2014. – Т.17. – № 1. – С. 55–64.
- [196] Лаевский Ю.М. Моделирование процессов фильтрационного горения газа в неоднородных пористых средах / Ю.М. Лаевский, Л.В. Яушева //

Сибирский журнал вычислительной математики. – 2009. – Т.12. – № 2. – С. 171–187.

- [197] Носова Т.А. Вычислительные модели фильтрационного горения газа в режиме низких скоростей / Т.А. Носова //: дис... канд. физико-матем. наук: 05.13.18. – Инс. выч. мат. и мат. геофизики СО РАН, Новосибирск, 2018 – 102 с.
- [198] Дробышевич В.И. Численное исследование процессов горения в цилиндрической пористой горелке/ В.И.Дробышевич// Физика горения и взрыва. – 2008. – Т.44. – № 3. – С. 17–21.
- [199] Морозова Л.Е. Математическое моделирование процесса фильтрационного горения малогазовых сред. // Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата физико – математических наук по специальность 01.01.07- вычеслительная математика. Ленинград.–1990.–15 с.
- [200] Прокофьев В.Г. Нестационарное горение газа в инертном пористом слое/В.Г.Прокофьев [и др.]// Физика горения и взрыва. – 2010. – Т.46. – № 6. – С. 32–38.
- [201] ГришинА.М., Фомин В.М. Сопряженные и нестационарные задачи механики реагирующих сред. Новосибирск, Наука. 1984. 320 с.
- [202] Какуткина Н.А. Характеристики стационарных сферических волн горения газа в инертных пористых средах/Н.А.Какуткина, В.С.Бабкин//Физика горения и взрыва. –1998. – Т.34. – №2. – С. 9-19.
- [203] Zhdanok S.A. Report in research and development services agreement dated January 1, 1996; Part 1./S.A.Zhdanok, S.I.Shabunia, K.V.Dobrego. – Research and Development Enterprise Chemical Physics Technologies. Minsk. – 1996.
- [204] Добрего К.В. Термогидродинамическая неустойчивость при фильтрационном горении газов/К.В.Добрего, С.А.Жданок. –Препринт/ АНК ИТМО НАНБ, №6.– Мн. – 1998.

- [205] Добрего К.В., Жданок С.А. Метод конкуренции потоков в анализе термогидродинамической неустойчивости фильтрационного горения/К.В.Добрего, С.А.Жданок//Тепло- и массоперенос-98/99. Мн.:АНК ИТМО НАНБ. – 1999. – С.116-121.
- [206] Добрего К.В. Исследование устойчивости фильтрационного горения в цилиндрическом радиационном нагревателе с пористым рабочим телом/К.В.Добрего, С.А.Жданок, А.В.Крауклис, Э.И.Ханевич., А.И.Заруба//Инженерно физический журнал. – 1999. – Т.72. – №4. – С. 617-623.
- [207] Dobrego K.V.Analisys de lainestabilidad termica e hidrodinamica del frente de combustion del gas en medios porosos/K.V.Dobrego, V.I.Bubnovich, S.M.Rosas, S.A.Zhdanok//IV CONGRESO IBEROAMERICANO DCE INGENIERIA MECANICA (Santiago, Nov.23-26, 1999). –Santiago, Chile.
- [208] Dobrego K.V. Investigation of gas filtration combustion inclination instability/K.V.Dobrego, A.I. Zaruba, V.I.Bubnovich//Proc.of the 5th Int.Schoolseminar "Nonequilibrium processes and their applications" (Minsk, Sept. 1-6, 2000). –Minsk. P.109-113.
- [209] Добрего К.В. К теории термогидродинамической неустойчивости фронта фильтрационного горения газа/К.В.Добрего, С.А.Жданок// Физика горения и взрыва. – 1999. – Т.35. – №5. – С. 14-20.
- [210] Футко С.И. Приближенное аналитическое решение для сверхадиабатической волны горения/С.И.Футко, С.И.Шабуня, С.А.Жданок//Инженерно физический журнал. –1998. – Т.71. – №1. – С. 41-45.
- [211] Фролов С.М. Наука о горении и проблемы современной энергетики/С.М.Фролов//Российский химический журнал. - 2008. - Т.52. -№6. – С.129-134.

- [212] Бабкин В.С., Лаевский Ю.М. Фильтрационное горение газов /В.С.Бабкин, Ю.М.Лаевский//Физика горения и взрыва. –1987. –Т. 23., №5. –С. 27-44.
- [213] Добрего К.В., Жданок С.А. Физика фильтрационного горения газов/К.В.Добрего, С.А.Жданок. Мн.: Институт тепло- и массообмена им.А.В.Лыкова НАНБ, 2002. – 203 с.
- [214] Футько С.И. Локализация фронта горения в фильтрационном нагревателе дискового типа в условиях интенсивной внешней теплоотдачи/С.И.Футко, К.В.Добрего, С.А.Жданок, Э.И.Ханевич// Физика горения и взрыва. – 2000. – Т.36. – № 3. – С. 17-24.
- [215] Зельдович Я.Б. Теория пределов распространения тихого пламени /Я.Б.Зельдович//Журнал экспериментальной и технической физики. – 1941. – Т.11. – С.159-169.
- [216] [216-А]Кабилов М.М. Влияние теплопотерь на устойчивость стационарных волн при фильтрационном горении газов /М.М.Кабилов// Доклады Академии наук Республики Таджикистан. – 1997. – Т.40. – № 9-10. – С. 82-88.
- [217] [217-А]Кабилов М.М. Определение условия устойчивого распространения фронта пламени при фильтрации смеси газов/М.М.Кабилов, Ф.Х.Хакимов// Доклады Академии наук Республики Таджикистан. – 1994. – Т.37. – №2. – С. 14-16.
- [218] [218-А]Кабилов М.М. Об устойчивости стационарного фронта горения в инертной пористой среде при фильтрации смеси газов /М.М.Кабилов// Доклады Академии наук Республики Таджикистан. – 1999. – Т.42. – №4. – С.82-87.
- [219] [219-А]Кабилов М.М. Исследование математических моделей процесса фильтрационного горения газов. Диссертация на соискание учёной степени к.ф.-м.н. Душанбе. 1999. 107с.

- [220] Корн Г. Справочник по математике для научных работников и инженеров/Г.Корн, Т.Корн. М.:Наука, 1974. 832 с.
- [221] [221-А]Кабилов М.М. Фильтрационное горение газов в инертной пористой среде при диффузии компонентов газовой смеси /М.М.Кабилов, Б.Дж.Гулбоев//Материалы третьей конференции по фильтрационному горению, Черноголовка. – С 18 по 21 июня 2013. – С. 92-96.
- [222] [222-А]Кабилов М.М. Влияние теплопотерь на распространение фронта пламени/М.М.Кабилов//VIII Всероссийский съезд по теоретической и прикладной механике. Пермь. –23-29 август 2001.
- [223] [223-А]Кабилов М.М. Установление устойчивости стационарного горения с использованием преобразования Фурье и Лапласа /М.М.Кабилов// Доклады Академии наук Республики Таджикистан.– 2002. – Т.45. – №10. – С. 102-107.
- [224] [224-А]Хакимов Ф.Х. Применение теории бифуркаций к пульсирующему распространению фильтрационного горения газов/Ф.Х.Хакимов, М.М.Кабилов, Б.К.Шокиров//Доклады Академии наук Республики Таджикистан.– 2006. – Т.49. – № 2. – С. 131-137.
- [225] [225-А]Кабилов М.М. Фильтрационное горение газов в инертной деформируемой пористой среде/М.М.Кабилов// Известия Академии наук Республики Таджикистан. – 2007. – №3(128). – С. 22-28.
- [226] [226-А].Кабилов М.М. К теории фильтрационного горения газов /М.М.Кабилов//Материалы республиканской научно-практической конференции молодых ученных и специалистов Таджикистана. –Тезисы докладов. Ленинабад, 1990. – С.171-173.
- [227] [227-А].Кабилов М.М. Исследование особых точек системы дифференциальных уравнений/М.М.Кабилов//Тезисы докладов республиканской научной конференции "Дифференциальные уравнения и их приложения". Куляб. – 1991. – С. 80-81.

- [228] [228-А].Кабилов М.М. Определение скорости распространения волны горения в инертных пористых средах/М.М.Кабилов.–Деп. в ТаджНИНИТИ.
 №7(796) –Та92. Вып. 2. 7 с.
- [229] [229-А]Кабилов М.М. Параметрическая зависимость скорости распространения волны горения и скорости вынужденной фильтрации смеси газов в инертных средах/М.М.Кабилов, Ф.Х.Хакимов//ДАН Тадж.СССР. – 1993. –Т.36 – №3. – С. 177-181.
- [230] [230-А].Кабилов М.М. О пространственной устойчивости стационарного режима фильтрационного горения газов/М.М.Кабилов, П.Б.Садриддинов, Б.К.Шокиров//Материалы международной научной конференции «Актуальные вопросы математического анализа, дифференциальных уравнений и информатики» посвященной 70-летию академика Академии наук Республики Таджикистан Усманова Зафара Джураевича. Душанбе. – 24-25 августа 2007. – С.47-49.
- [231] [231-А]Кабилов М.М. Пространственная устойчивость волн ФГГ при замене скорости химической реакции ступенчатой функции /М.М.Кабилов//Вторая конференция по фильтрационному горению. Черноголовка. – 11-15 октября 2010. - С. 69-72.
- [232] [232-А]Кабилов М.М. Параметры волн ФГГ на границе устойчивости /М.М.Кабилов, П.Б.Садриддинов, Н.Фатхуллоев//Материалы международной конференции «Современные проблемы газовой и волновой динамики», посвященной памяти академика Х.А.Рахматулина в связи со 100-летием дня его рождения. – Москва. – 2009. – С. 45-46.
- [233] [233-А]Хакимов Ф.Х. Применение теории бифуркаций к пульсирующему распространению фильтрационного горения газов/Ф.Х.Хакимов, Х.Х.Муминов, М.М.Кабилов, Б.К.Шокиров//Ш Международная конференция «Фундаментальные вопросы физики». – Казань 13-18 июня 2005. – С. 51-52.

- [234] [234-А]Кабилов М.М. Скорость распространения фронта горения смеси газов в инертной пористой среде/М.М.Кабилов, П.Б.Садриддинов// Доклады Академии наук Республики Таджикистан.– 2009. – Т.52. – №6. – С. 443-448.
- [235] [235-А]Кабилов М.М. Пространственная устойчивость неадиабатических волн фильтрационного горения газов/М.М.Кабилов//В сб. «Современные проблемы химической и радиационной физики» Москва, Черноголовка. – 2009. – С. 157-160.
- [236] [236-А]Кабилов М.М. Скорость распространения фронта ФГГ в инертной пористой среде/Ф.Х.Хакимов, М.М.Кабилов//В сб. «Современные проблемы химической и радиационной физики» Москва, Черноголовка. – 2009. – С. 165-168.
- [237] [237-А]Хакимов Ф.Х. Скорость фронта ФГГ в модели воспламенения /Ф.Х.Хакимов, М.М.Кабилов, П.Б.Садриддинов//В сб. «Трансформация волн, когерентные структуры и турбулентность» посвящённой памяти академика Моисеева. – Москва, ИКИ. – 23.11.2009. – С. 462-467.
- [238] [238-А]Кабилов М.М. Структура волны фильтрационного горения газа/М.М.Кабилов, несжимаемого П.Б.Садриддинов, И.Х.Халимов международной конференции «Современные проблемы //Материалы математического анализа и их приложений» посвященной 60-летию Республики Таджикистан Бойматова Академии наук академика Камолиддина Хамроевича. – 21.06.2010.
- [239] [239-А]Кабилов М.М. Тепловое воспламенение смеси газов в инертной пористой среде/М.М.Кабилов, И.Х.Халимов// Материалы третьей конференции по фильтрационному горению, Черноголовка. – С 18 по 21 июня 2013. – С. 97-99.
- [240] [240-А]Кабилов М.М. Исследование процесса распространения фронта фильтрационного горения газов/М.М.Кабилов, П.Б. Садриддинов// Доклады Академии наук Республики Таджикистан.– 2010. – Т.53. – №4. – С. 272-278.

- [241] [241-А]Кабилов М.М. Численное определение структуры и характеристики стационарной волны фильтрационного горения газов/М.М.Кабилов, П.Б.Садриддинов, И.Х.Халимов// Известия Академии наук Республики Таджикистан. Отд. физ.-мат., хим., геол. и тех. наук. – 2011. – №1(142). – С. 47-54.
- [242] [242-А]Кабилов М.М. Исследование диффузионно- тепловой устойчивости волн фильтрационного горения газов в инертной пористой среде /М.М. Кабилов//Физика горения и взрыва. – 2012. – Т.48. – № 1. – С. 14- 20.1
- [243] [243-А]Кабилов М.М. О неустойчивости фронта фильтрационного горения газов в неадиабатическом режиме/М.М.Кабилов//Физика горения и взрыва. – 2012. – Т.48. – № 2. – С. 15-23.
- [244] [244-А]Кабилов М.М. Структура стационарных волн фильтрационного горения газов в инертной пористой среде/М.М.Кабилов// Доклады Академии наук Республики Таджикистан.– 2014. – Т. 57. – №2. – С. 109-115.
- [245] [245-А]Кабилов М.М. Влияние теплопотерь и диффузии компонентов газовой смеси на распространение волны горения в инертной пористой среде/М.М.Кабилов, Б.Дж.Гулбоев//Известия Академии наук Республики Таджикистан. –2014. – №4(157). – С. 59-67.
- [246] [246-А]Кабилов М.М. Фильтрационное горение газов при симметричности профилей температуры пористой среды и концентрации компонентов газовой смеси/М.М.Кабилов, Б.Дж. Гулбоев// Доклады Академии наук Республики Таджикистан.– 2013. – Т. 56. – №1. – С. 35-43.
- [247] [247-А]Кабилов М.М. Численное моделирование фильтрационного горения газов при симметричности профилей температуры и концентрации компонентов/М.М.Кабилов, Б.Дж.Гулбоев, П.Б.Садриддинов, И.Х.Халимов// Известия Академии наук Республики Таджикистан. – 2013. – №1(150). – С. 67-75.

- [248] [248-А]Кабилов М.М. Численное исследование стационарной структуры волны фильтрационного горения газов при наличии теплопотерь /М.М.Кабилов, И.Х.Халимов// Доклады Академии наук Республики Таджикистан.– 2013. – Т. 56. – №4. – С. 297-304.
- [249] [249-А]Кабилов М.М. Тепловое инициирование химической реакции в инертной пористой среде/М.М.Кабилов, И.Х.Халимов// Доклады Академии наук Республики Таджикистан.– 2013. Т. 56. №5. С. 376-380.
- [250] [250-А]Кабилов М.М. Температура инициирования химической реакции в волне фильтрационного горения газов при наличии теплоотвода/М.М.Кабилов, И.Х.Халимов// Доклады Академии наук Республики Таджикистан.– 2013. – Т.56. – №6. – С. 445-449.
- [251] [251-А]Кабилов М.М. Горение метановоздушной смеси в инертной пористой среде/М.М.Кабилов. Б.Дж.Гулбоев// Вестник Таджикского национального университета. Серия естественных наук. – 2013. – №1/1(102). – С. 92-96.
- [252] [252-А]Кабилов М.М. Численный расчет характеристик стационарной волны фильтрационного горения метановоздушной смеси /М.М.Кабилов, И.Х.Халимов, Б.Дж.Гулбоев// Вестник Таджикского национального университета. Серия естественных наук. – 2013. – №1/2(106). – С. 116-122.
- [253] [253-A]Kabilov M.M. Influence of heat losses for speed wave of filtration combustion of gases under symmetric profiles of temperature and concentrations of the components/M.M.Kabilov//Международная конференция «Мемориал Я.Б.Зельдовича» посвящённая 100 - летию со дня рождения академика Я.Б.Зельдовича. Москва. ИХФ, 27-31 октября 2014. – С. 104-105.
- [254] [254-А]Кабилов М.М. Скорость волны и максимальная температура при горении водородо-воздушной смеси газов в инертной пористой среде/ М.М.Кабилов, Б.Дж Гулбоев//Учёные записки. Современные проблемы

математики и её преподавания. Худжанд. – 2014 – №2(29) – Ч.1. – С. 348-351.

- [255] [255-А]Кабилов М.М. Об аналитическом решении нестационарной задачи фильтрационного горения газов/ М.М.Кабилов, П.Б.Садриддинов, Б.Дж. Гулбоев, И.И Халимов.//Вестник Таджикского национального университета. – 2017. – №1/4. – С. 94-99.
- [256] [256-А]Кабилов М.М. Скорость стационарной волны фильтрационного горения газов при подобии полей температуры и концентрации/ М.М.Кабилов, П.Б. Садриддинов, Б.Дж.Гулбоев, О.А.Холов //Труды Института механики им. М.М. Мавлютова. Уфимский центр РАН, Уфа. – 2017. – Том 12. – № 1. – С. 27–32.
- [257] [257-A]Maruf M.Kabilov. Analitical solution of the nonstationary problem of filtration combustion of gases/Parviz B.Sadriddinov, Bakhtiere J.Gulboev, Ilhom I.Khalimov //IX International Voevodsky Conference Physics Chemistry of Elementary Chemical Processes, June 25-30, 2017, Akademgorodok, Novosibirsk, Russia, P.67-68.
- [258] [258-А]Кабилов М.М. Математическая модель фильтрационного горения газов при подобии распределения температуры и концентрации/ М.М.Кабилов, П.Б.Садриддинов, Б.Дж. Гулбоев, О.А. Холов // Доклады Академии наук Республики Таджикистан. – 2017. – Том 60. – №9. – С. 402-409.
- [259] [259-А]Кабилов М.М. Применение классической теории горения газов к определению скорости стационарной волны фильтрационного горения газов/М.М.Кабилов, П.Б.Садриддинов, Б.Дж. Гулбоев, О.А. Холов// Вестник Таджикского национального университета. Серия естественных наук. – 2017. – №1/5. – С. 78-83.
- [260] [260-А]Кабилов М.М. Фильтрационное горение водородо-и метановоздушных смесей с учётом значений коэффициентов диффузии

компонентов/ М.М.Кабилов, П.Б.Садриддинов, Б.Дж. Гулбоев, А.С.Баротов // Вестник Таджикского национального университета. Серия естественных наук. – 2017. – №1/5. – С. 226-229.

- [261] [261-А]Кабилов М.М. Приближенно-аналитическое решение модельной задачи фильтрационного горения газов/М.М.Кабилов, О.А.Холов// Доклады Академии наук Республики Таджикистан. – 2018. – Т.61. – №2. – С. 134-139.
- [262] [262-А]Кабилов М.М. Сверхадиабатический режим горения водородовоздушной смеси в инертной пористой среде/ М.М.Кабилов, И.И. Халимов// Доклады Академии наук Республики Таджикистан. –2018. – Т.61. – №3. – С. 241-249.
- [263] [263-А]Кабилов М.М., Частное решение модельной задачи фильтрационного горения газов при произвольном числе Льюиса/ М.М.Кабилов, О.А.Холов //Второй всероссийской школы конференции «Физико-химическая гидродинамика: модели и приложения» 25-30 июня 2018 г., с.52.
- [264] [264-А]Кабилов М.М. «Околостационарное решение эквивалентной модели процесса фильтрационного горения газов». Международная научная конференция "Современные проблемы математики и её приложений" посвященной 70-летию со дня рождения академика Академии наук Республики Таджикистан, доктора физико-математических наук, профессора Илолова Мамадшо Илоловича (Душанбе, 14-15 марта, 2018 г.). С.165-166.
- [265] [265-А]Кабилов М.М. Сверхадиабатический режим фильтрационного горения водородо-воздушной смеси/ М.М.Кабилов, И.И.Халимов //Международная конференция «Дифференциальные уравнения и смежные проблемы» 25 – 29 июня 2018 г., г. Стерлитамак, Республика Башкортостан. С.93-96.

- [266] [266-А]Кабилов М.М. Аналитическое решение модельной задачи фильтрационного горения газов/М.М.Кабилов, О.А.Холов// Доклады Академии наук Республики Таджикистан. - 2019. – Т.62. – №1-2. – С .31-36.
- [267] [267-А]Кабилов М.М. Особенности сверхадиабатического режима горения метано-воздушной смеси в инертной пористой среде/ М.М.Кабилов, И.И. Халимов // Доклады Академии наук Республики Таджикистан. – 2019. – Т.62. – №3-4. – С. 159-165.
- [268] [268-А]Кабилов М.М. Основные характеристики волны горения пропановоздушной смеси в моделях фильтрационного горения газов / М.М.Кабилов, А.С.Баротов // Доклады Академии наук Республики Таджикистан. – 2019. Т.62. – №7-8. – С. 418-424.
- [269] [269-А]Кабилов М.М. Численное исследование фильтрационного горения газов при обобщённом числе Льюиса/ М.М.Кабилов, О.А.Холов// - Доклады Академии наук Республики Таджикистан. – 2020. –Т. 63. – №5-6. – С. 24-27.
- [270] [270-А]Кабилов М.М. Численное решение модельной задачи фильтрационного горения газов при обобщённом числе Льюиса/ М.М. Кабилов, О.А.Холов // Журнал«Многофазные системы»,УФА.2020.№1-2. DOI:10.21662 / mfs 2020.1
- [271] [271-А]Кабилов М.М. Волна фильтрационного горения газов при диффузии компонентов в зоне горения/М.М.Кабилов, Б.Дж.Гулбоев // Журнал «Многофазные системы», УФА. 2020. №1-2. DOI:10.21662/mfs2020.1
- [272] [272-А]Кабилов М.М. Исследование модельной задачи ФГГ классическим методом/М.М.Кабилов, О.А.Холов// XII Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики. Уфа, Республика Башкортостан, Россия, 19-24 август 2019 г. Секция II-4. С.218-220.

- [273] [273-А]Кабилов М.М. Режимы ФГГ в эквивалентной модели/М.М.Кабилов, И.И. Халимов//ХІІ Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики. Уфа, Республика Башкортостан, Россия, 19-24 август 2019 г. Секция II-4. С.80-82.
- [274] [274-А]Кабилов М.М. Численный расчёт структуры нестационарной волны фильтрационного горения газовоздушной смеси/М.М. Кабилов// Материалы международной конференции «Современные проблемы и приложения алгебры, теории чисел и математического анализа». Душанбе, ИМ АН РТ, 2019. С.130-135.
- [275] [275-А]Кабилов М.М. Фильтрационное горение метанокислородной смеси/ М.М.Кабилов, И.И. Халимов//Материалы международной научной конференции «Физика конденсированного состояния и смежные проблемы» Республика Башкортостан, Россия, г. Стерлитамак, 2 октября 2019 г. С.170-173.
- [276] [276-А]Кабилов М.М. Стабилизация волны фильтрационного горения газов в инертной пористой среде// Материалы международной научной конференции «Сингулярные интегральные уравнения и дифференциальные уравнения с сингулярными коэффициентами» Таджикистан, Душанбе, 30-31 января 2020 г. С.150-154.
- [277] [277-А]Кабилов М.М. Горение пропановоздушной смеси в эквивалентной фильтрационного газов//Материалы модели горения международной научной конференции «Сингулярные интегральные уравнения И коэффициентами» дифференциальные уравнения с сингулярными Таджикистан, Душанбе, 30-31 января 2020 г. С.154-158.
- [278] [278-А]Кабилов М.М. Воспламенение смеси газов в инертной пористой среде/ М.М.Кабилов, А.С.Баротов//Материалы республиканской научнопрактической конференции, посвящённой двадцатилетию изучения и развития естественных, точных и математических наук «Актуальные

вопросы естественных наук и технологий». РТСУ. Душанбе, 28 октября 2020г. С 136-138.

- [279] [279-А]Кабилов М.М. Тепловое воспламенение смеси газов в инертной пористой среде/М.М.Кабилов//Доклады Академии наук Республики Таджикистан. – 2022. – Т. 65. – №1-2. – С. 24-27.
- [280] [280-А]Кабилов М.М. Аналитическое решение математической модели теплового воспламенения смеси газов в инертной пористой среде/М.М.Кабилов// Доклады Академии наук Республики Таджикистан. – 2022. – Т. 65. – №2. – С. 57-62.
- [281] [281-А]Кабилов М.М. Сравнительный анализ основных параметров волны горения пропано-воздушной смеси в двух моделях фильтрационного горения газов /М.М.Кабилов, П.Б.Садриддинов, А.С.Баротов//Доклады Академии наук Республики Таджикистан. – 2022. – Т. 65. – №2. – С. 57-62.
- [282] [282-А]Кабилов М.М. Влияние температурной зависимости коэффициентов переноса на параметры волны горения в двух моделях фильтрационного горения газов /М.М.Кабилов., А.С.Баротов//Известия Академии наук Республики Таджикистан, Отделение физикоматематических, химических и технических наук. – 2022. – №3(189). – С. 88-92.
- [283] [283-А]Кабилов М.М. Программный комплекс для сравнения основных параметров фильтрационного горения пропано-воздушной смеси /М.М.Кабилов, И.И.Халимов, О.А.Холов, А.С.Баротов//Материалы IV международной научно-практической конференции "Современное программирование". Россия, г.Нижневартовск, 08.12.2021 г. С.
- [284] [284-А]Кабилов М.М. Компьютерное моделирование фильтрационного горения газов/М.М. Кабилов, И.И. Халимов, З.Б. Шерматова//Материалы Международной научно-практической конференции посвящённой 30-летию независимости РТ и 25-летию РТСУ «Роль Российско-Таджикского

(Славянского) университета в становлении и развитии науки и инновационного образования в Республике Таджикистан» Часть I, Душанбе, 15-16 октября 2021 г. С. 46-52.

- [285] Массель Л.В. Моделирование и разработка современных программных комплексов для исследований энергетики. / Л.В. Массель, Е.А. Болдырев // Вычислительные технологии. –2002. –Т. 7. –№ 2. –С. 59–70.
- [286] Юнуси М.К. Компьютерный инструмент на VB для прогнозирования численности трудовых ресурсов/ М.К. Юнуси, М.М. Юнуси, Ф.М. Юнуси// Вестник Таджикского национального университета. Серия естественных наук. –2017. –№ ¹/4. – С. 52-56.
- [287] Архангельский А.Я. Программирование в Delphi7 / А.Я. Архангельский // М.:ООО «Бином-Пресс», –2003. С. 1152.
- [288] Культин Н.Б. Delphi в задачах и примерах 3-е изд. / Н.Б. Культин // СПб.: БХВ-Петербург. –2012. С. 288.
- [289] [289-A] Kabilov M. M. Diffusion-thermal stability of gas filtration combustion waves in an inert porous medium/M. M.Kabilov//Combustion, Explosion, and Shock Waves. – 2012. – V.48. – N. 1. – P. 10–16.
- [290] [290-A]Kabilov M. M. Instability of the front of filtration combustion of gases in the nonadiabatic regime/M. M.Kabilov//Combustion, Explosion, and Shock Waves. - 2012. - V.48. - N. 3. - P. 136–143.
- [291] Ахмедзянов, Д. А. Численное термогазодинамическое моделирование процесса горения /Д.А.Ахмедзянов, А. Б. Михайлова, А. Е. Кишалов, Д. Х. Шарафутдинов// Молодой ученый. — 2009. — № 12 (12). — С. 36-40. — URL: https://moluch.ru/archive/12/943/ (дата обращения: 11.04.2022).
- [292] Ju Y. Microscale combustion: Technology development and fundamental research /Y. Ju, K. Maruta// Progress in Energy and Combustion Science. 2011. V. 37, № 6. P.669–715.

- [293] Fan A. Regime diagrams and characteristics of flame patterns in radial microchannels with temperature gradients/A. Fan, S. Minaev, S. Kumar, W. Liu. // Combustion and Flame. 2008. V. 152, № 4. P. 479–489.
- [294] Fan A. Experimental and numerical investigations of flame pattern formations in a radial microchannel/A. Fan, S. Minaev, E. Sereshchenko, R. Fursenko, S. Kumar, W. Liu, K. Maruta. // Proceedings of the Combustion Institute. 2009. V. 32, № 2. P. 3059–3066.
- [295] Minaev S. Oscillating and rotating flame patterns in radial microchannels /S. Minaev, R. Fursenko, E. Sereshchenko, A. Fan, S. Kumar// Proceedings of the Combustion Institute. 2013. V. 34. № 2. P. 3427–3434.
- [296] Замащиков В.В. Газовые вращающиеся пламена /В.В. Замащиков// Физика горения и взрыва. 2003. Т. 39. № 2. с. 9–10.
- [297] Замащиков В.В. Спиновое газовое горение в узкой щели /В.В. Замащиков// Физика горения и взрыва. 2006. Т. 42. № 3. с. 23–26.
- [298] Борисов В.Е., Якуш С.Е. Численное моделирование распространения метанового пламени в зазоре между параллельными пластинами // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2019. № 4. 20 с. doi:10.20948/prepr-2019-4 URL: http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2019-4
- [299] Аскарова А.С. Моделирование процессов тепломассопереноса в топочных камерах ТЭЦ: монография / А.С. Аскарова, С.А. Болегенова, З.Х. Габитова.
 Алматы: Қазақ университеті, 2019. 166 с.
- [300] Козначеев И. А. Одномерное моделирование фронта внутрипластового горения нефти с учетом подвижной и неподвижной горючих компонент/И.А.Козначеев, К.В.Добрего//Энергетика. Известия высших учебных заведений и энергетических объединений СНГ. – 2019. - Т. 62. - № 1. - С. 47–60.

- [301] Футько С.И. Учёт турбулентности пламени в моделях фильтрационного горения газов/С.И.Футько//Физика горения и взрыва. – 2002. – Т.38. - №6. – С. 30-36.
- [302] Babkin V.S. Propagation of premixed gaseous explosion flame in porous media
 /V.S. Babkin, A.A.Korzhavin, V.A. Bunev//Combustion Flame. 1991. V.87. –
 No.2. P. 182-190.

СПИСОК ИЛЛЮСТРАЦИЙ

Рис.2.5.1. Кривая зависимости скорости фронта ФГГ U (м/сек) от	
безразмерного параметра, характеризующего отношения объёмных	
теплоёмкостей фаз $\varphi = \rho_2 c_2 / \rho_{10} c_p$	55
Рис.2.5.2. Кривая зависимости скорости фронта U (м/сек) ФГГ от	
скорости подачи смеси газов v_0 (м/сек): 1- нулевой порядок реакции; 2-	
первый	55
Рис.2.5.3. Кривая зависимости скорости вдува v_0 (м/сек) от	
безразмерного параметра - $\varphi = \rho_2 c_2 / \rho_{10} c_p$	56
Рис.2.6.1. Кривой зависимости скорости волны U от безразмерного	
параметра <i>\varphi</i> при изменении первоначальной плотности газа в порах Рис.2.6.2. Кривой зависимости скорости волны <i>U</i> (м/сек) от скорости	60
подачи смеси газов v ₀ (м/сек) Рис.2.6.3. Кривой зависимости скорости подачи газа v ₀ (м/сек) от	60
безразмерного параметра φ при U=0	61
Рис. 3.3.1. Зависимость $U(v_{10})$ при разных составах смеси:1-65%H2	
+воздух, 2- 55%H2 +воздух, 3- 33%H2 +воздух	76
Рис. 3.3.2. Зависимость U(Le) при содержаниях водорода в смеси:	
1-65%Н2 +воздух, 2- 55%Н2 +воздух, 3- 33%Н2 +воздух	77
Рис. 3.3.3. Кривые зависимости T _e (Le) при различных содержаниях	
водорода в смеси: 1-65%H2 +воздух, 2- 55%H2 +воздух, 3- 33%H2	78
Рис. 3.3.4. Зависимость $U(\gamma)$ при разных содержаниях водорода в смеси:	
1-65%Н2 +воздух, 2- 55%Н2 +воздух, 3- 33%Н2 +воздух	78
Рис.3.6.1. Кривые зависимости $T_{2in}(v_{10})$ при содержании водорода в	
смеси: $65\%H_2$ +воздух, $55\%H_2$ +воздух, $23\%H_2$ +воздух и $d = 0.001$ м Рис.3.6.2. Кривая зависимости коэффициента межфазного теплообмена	90
α (Дж/м ³ <i>cK</i>) от скорости подачи газа v_{10} (м/сек) при $\eta_0 = 0.077$ и $d = 0.001$	90

Рис.3.6.3. Кривые зависимости температуры инициирования $T_{2in}(v_{10})$	
при диаметрах частиц 1 мм, 5 мм и $\eta_0 = 0.077$ Рис.3.6.4. Кривые зависимости $T_{1in}(v_{10})$ при разном составе водородо-	91
воздушной смеси: 1-65% H_2 +воздух, 2-55% H_2 +воздух, 3-23% H_2 +воздух и	
d = 0.00 м Рис.3.6.5. Зависимость $T_{1_{max}}(\upsilon_{10})$ при разном составе водородо-воздушной	92
смеси: $65\%H_2$ +воздух, $55\%H_2$ +воздух, $23\%H_2$ +воздух и $d = 0.001$ м	92
Рис.3.6.6. Зависимости максимальной температуры газа $T_{1max}(K)$ от	
скорости подачи смеси v_{10} (м/сек при диаметрах частиц $d(M)$: 1–0.001,	
2-0.005 и $\eta_0 = 0.099$	92
Рис.3.6.7. Зависимость температуры $T_{1in}(K)$ от скорости подачи газа	
v_{10} (м/сек) при коэффициенте теплопроводности пористой среды	
$\lambda_2(\text{Bm/mK})$: 1–0.1, 2–1, 3–10 и $\eta_0 = 0.077$, $d = 0.001$ м	93
Рис.3.6.8. Зависимости температуры $T_{2in}(K)$ от скорости подачи смеси	
v_{10} (м/сек) при коэффициенте теплопроводности пористой среды	
$\lambda_2(Bm/MK)$: 1- 0.1; 2- 1; 3- 10 и $\eta_0 = 0.077$, $d = 0.001$ м Рис.3.6.9. Зависимости максимальной температуры газа $T_{1max}(K)$ от	94
скорости подачи смеси $v_{10}(M/c)$ при коэффициенте теплопроводности	
пористой среды λ_2 (Вт/мК): 1–0.1, 2–1, 3–10 и $\eta_0 = 0.077$, $d = 0.00$ Ім	
	94
Рис.4.1. Кривые зависимости температуры пористой среды и газа от	
безразмерной координаты, 1 – температура пористой среды, 2-	
температура газа, $U = -0.000115 m/c$, $v_{10} = 1 m/c$, $\alpha_1 = 0.5$, $d = 3 mm$	99
Рис. 4.1.1. Кривые зависимости скорости волны ФГГ от скорости подачи	
газа для диаметров частиц (1-1мм, 2-2мм, 3 – 5мм) и концентрации	
кислорода в смеси $\eta_0 = 0.077$ (сплошная линия), $\eta_0 = 0.099$ (пунктирная)	100
Рис. 4.1.2. Расчётные значения скорости волны от диаметра частиц при	
скоростях вдува смеси: 1-1, 2-2, 3-3, 4-4, 5-5, 6-6 м/с	101

Рис 4.1.3. Расчётные значения скорости волны от скорости вдува смеси	
при следующих диаметрах частиц: снизу вверх 1, 2, 3, 4, 5, 6 мм Рис.4.1.4. Расчётная кривая зависимости скорости подачи газа от размера	102
частиц для стоячих волн горения, смесь 65%Н2+воздух	103
Рис. 4.1.5. Расчётные кривые зависимости толщины зон подогрева от	
размера частиц. Кривые соответствуют скоростям подачи смеси сверху	
вниз: 1, 2, 3, 4, 5, 6 м/с	104
Рис.4.1.6. Расчётные кривые зависимости средней толщины зон горения	
(пунктирная линия) и релаксации (сплошная линия) от скорости подачи	
смеси газов	105
Рис.4.2.1. Кривые зависимости скорости волны (м/с) от безразмерного	
параметра при отсутствии подачи смеси газов, расссчитанные по	
формуле (2.3.10) (кр.1) и численно (кр.2)	106
Рис.4.3.1. Расчётные кривые зависимости скорости волны от скорости	
подачи смеси $U(v_{10})$ при размере частиц (d =3 мм (1, 3), d =5 мм (2)) и	
коэффициенте теплопроводности ($\lambda_2 = 0.3$ Bt/(мК) (1,2), $\lambda_2 =$	
0.9Вт/(мК) (3)) Рис.4.3.2. Профили температур смеси газов и пористой среды на волне	108
горения. Внизу выделены участки подогрева (1), горения (2), внутренней	
(3) и внешней (4) релаксации	112
Рис.4.4.1. Зависимости скорости волны от скорости подачи смеси в	
случаях постоянной (сплошные линии) и переменной (пунктирные	
линии) плотности и скорости подачи газа при размерах частиц твердой	
фазы 1мм (1) и 6мм(2) Рис.4.4.2. Зависимости скорости волны от размера частиц твердой фазы в	114
случаях постоянной (сплошные линии) и переменной (пунктирные	
линии) плотности при скоростях подачи смеси: 3 м/с (1), 5 м/с (2).	114

Рис.4.4.3. Зависимости координаты равенства температур фаз перед	
зоной горения от скорости подачи газа в случаях постоянной (сплошные	
линии) и переменной (пунктирные линии) плотности и скорости подачи	
газа при размерах частиц твердой фазы: 1мм (1), 4мм (2)	115
Рис.4.4. Зависимости координаты равенства температур фаз от	
диаметра частиц в случаях постоянной (сплошные линии) и переменной	
(пунктирные линии) плотности при скоростях подачи смеси: 6м/с (1),	
1м/с (2) Рис.4.4.5. Зависимости координаты максимальной температуры газа от	115
скорости подачи в случаях постоянной (сплошные линии) и переменной	
(пунктирные линии) плотности и скорости подачи газа при размерах	
частиц твердой фазы: 1мм (1), 4мм (2)	116
Рис.4.4.6. Зависимости координаты максимальной температуры газовой	
фазы от размера частиц твердой фазы в случаях постоянной (сплошные	
линии) и переменной (пунктирные линии) плотности при скоростях	
подачи смеси: 1м/с (1), 4м/с (2)	116
Рис.4.4.7. Зависимости координаты равновесной температуры фаз от	
скорости подачи газа в случаях постоянной (сплошные линии) и	
переменной (пунктирные линии) плотности и скорости подачи газа при	
размерах частиц твердой фазы: 1мм (1), 6мм (2)	117
Рис.4.4.8. Зависимости координаты равновесной температуры фаз от	
диаметра частиц твердой фазы в случаях постоянной (сплошные линии)	
и переменной (пунктирные линии) плотности при скорости подачи газа:	
1м/с (1), 5 м/с (2)	117
Рис.4.4.9. Зависимости средней толщины зон горения и внутренней	
релаксации (по диаметрам частиц твердой фазы) в моделях с	
постоянными (сплошные линии) и переменными (пунктирные линии)	
плотностями от скорости подачи смеси	118

Рис.4.4.10. Зависимости средней толщины зон горения и внутренней релаксации по скоростям подачи в моделях с постоянными (сплошные линии) и переменными (пунктирные линии) плотностями от размера частиц твердой фазы..... 118 Рис.4.5.11. Интерфейс комплексы программ 120 Рис.5.2.1. Граница устойчивости фронта ФГГ, определённые аналитическими (1) и численными (2) методами..... 127 Рис.5.4.1. Кривые зависимости коэффициента теплоотвода стенки от скорости подачи смеси газов в пористую среду на пределе горения: - $R_w = 0,09$ м; $\blacktriangle - R_w = 0,07$ м 134 Рис.5.4.2. Кривая зависимости осредненной скорости фронта горения от скорости подачи смеси газов..... 135 Рис.5.4.3. Кривая зависимости периода колебания фронта горения от скорости подачи смеси газов..... 135 Рис.5.4.4. Кривая зависимости скорости стационарного фронта горения в зависимости от скорости подачи смеси газов..... 136 Рис.5.4.5. Кривая зависимости безразмерной частоты от скорости подачи смеси на пределе горения..... 136 Рис.5.5.1. Кривые зависимости безразмерной энергии активации (α) от коэффициента расширения газа (β): 1–Re ω =0, продольные возмущения; 2 – $\omega_1 = -3k_*^2$, $\omega_{2,3} = \pm i\sqrt{3k_*^4 + u_{\omega}^4g_1/g_3}$, пространственные возмущения; 3пульсирующий режим горения; $4-3g_3g_1-g_2^2=0$ - волновые числа формуле (13); 5 $-2g_2^3 - 9g_3g_2g_1 + 27g_0g_3^2 = 0$, вычисляются по колебательная граница, (волновое число определяется неоднозначно) 147
Рис.5.5.2. Кривые зависимости волнового числа (κ^2) от коэффициента расширения газов (*β*) на границах устойчивости: обозначения соответствуют кривым на рисунке 7.1.1..... 148 Рис.5.5.3. Кривые зависимости частоты возмущения (*w*) от коэффициента расширения газа (β), обозначения те же, что и на рисунке 7.1.1.... 148 Рис.5.5.4. Кривая зависимости число Льюиса ($Le = D/\kappa$) от коэффициента расширения газа (*β*) вдоль кривой 4 рисунок 7.1.1..... 149 Рис.5.6.1. Зависимости параметра μ от квадрата волнового числа - k^2 при относительной скорости вдува смеси газов: $\blacksquare -u_0 = 0, \blacktriangle -u_0 = 0, 3 \dots$ 156 Рис.5.6.2. Зависимости скорости стационарного фронта от квадрата волнового числа при относительной скорости вдува смеси газов: ■ - *u*₀ = 0 , $\triangle - u_0 = 0.3$ 157 Рис.5.7.1. Кривые зависимости коэффициента теплоотдачи трубки от скорости волны горения на границе неустойчивости при значениях скорости подачи газа (м/с): 0,2; 0,24; 0,3; 0,4; 0,5; 0,6, данные соответствуют кривым снизу вверх..... 167 Рис.5.7.2. Зависимости скорости волны горения стехиометрической метановоздушной смеси от скорости вдува газа при максимальнопредельных значениях коэффициента теплопотока трубки..... 167 Рис.5.7.3. Зависимость критических значений коэффициента теплоотдачи трубки от скорости вдува газа при горении стехиометрической метановоздушной смеси в пористой среде 168 Рис.5.7.4. Зависимость критических значений радиуса трубки от скорости вдува газа при горении стехиометрической метановоздушной смеси в пористой среде..... 168

ПРИЛОЖЕНИЯ А

Распределение температур газа и пористой среды при горении водородо-воздушной смеси. Случай $\alpha_{0,e} = 0$. На всех графиках $X(M)=X(6езразм.)*1000*0.1*2\cdot10^{-6}$. Встречный поток.







	TChart
JU=505.897505806321	2 000
,	
IEL=U	
I=2E-6	1 /00
=0,1	1600
S=80000	
 H-1000	1 400
11-1000	1 200
0=5	1 400
=-3E-6	
E=1462,80389966008	000
LO=0	800
L=1925062,65784031	700
=0,005	600
=15131250	500
U=127 318958851872	400
	300
	200
	100

приложения б

Распределение температур газа и пористой среды при горении водородо-воздушной смеси. Случай $\alpha_{0,e} \neq 0$. На всех графиках X(м)=X(безразм.)*1000*0.1*2·10⁻⁶.Встречный поток.



 $\alpha = 1412570.74Bm/m^{3}$ К, $\alpha_{e} = 22222.22Bm/m^{3}$ К, $\alpha_{w} = 1000Bm/m^{2}$ К, $\eta_{0} = 0.077, \lambda_{2} = 4Bm/m$ К, Nu = 93.424, L = 0.1, Q = 15131250Дж/кг









ПРИЛОЖЕНИЯ В

Распределение температур газа и пористой среды при горении метановоздушной смеси. На всех графиках X(м)=X(безразм.)*1000*0.1*2·10⁻⁶. Спутный поток.



 $\eta_0 = 0.09, \lambda_2 = 0.5Bm/$ мК, Nu = 20.835, L = 0.1, Q = 22222222Дж/кг







 $\eta_0 = 0.09, \lambda_2 = 0.5Bm/мК, Nu = 5.194, L = 0.1, Q = 222222222.2Дж/кг. Встречный поток.$

ПРИЛОЖЕНИЯ Г

Основные характеристики стационарной волны ФГГ в зависимости от расхода водородо-воздушной смеси газов и эффективного коэффициента теплопроводности пористой среды



Рис.Г.1. Кривые зависимости максимальной температуры от расхода смеси газов при различных коэффициентах теплопроводности пористой среды, кривые соответствуют данным сверху вниз (самая нижняя кривая – 4).



Рис.Г.2. Кривые зависимости равновесной температуры от расхода смеси газов при различных коэффициентах теплопроводности пористой среды, кривые соответствуют данным сверху вниз (самая нижняя кривая – 4).



Рис.Г.3. Кривые зависимости равенство температур фаз перед фронтом горения от расхода смеси газов при различных коэффициентах теплопроводности пористой среды, кривые соответствуют данным сверху вниз (самая нижняя кривая – 4).



Рис.Г.4. Кривые зависимости координаты максимальной температуры газа от расхода смеси газов при различных коэффициентах теплопроводности пористой среды, кривые соответствуют данным снизу вверх (самая нижняя кривая – 0.3).



Рис.Г.5. Кривые зависимости координаты равенство температур фаз перед фронтом горения от расхода смеси газов при различных коэффициентах теплопроводности пористой среды, кривые соответствуют данным снизу вверх (самая нижняя кривая – 0.3).



Рис.Г.6. Кривые зависимости толщины зоны горения от расхода смеси газов при различных коэффициентах теплопроводности пористой среды, кривые соответствуют данным снизу вверх (самая нижняя кривая – 0.3).



Рис.Г.7. Кривые зависимости скорости волны от коэффициента теплопроводности пористой среды при различных скоростях вдува газа (м/с): 1; 2; 3; 4; 5; 6, кривые соответствуют данным снизу вверх (на оси ординат), случай переменной плотности и скорости вдува.



Рис.Г.8. Кривые зависимости скорости волны от скорости вдува при различных коэффициентах теплопроводности пористой среды (Вт/м К): 0,3; 1; 2; 3; 4, кривые соответствуют данным сверху вниз, случай переменной плотности и скорости вдува.

приложния д

Сравнение зависимостей характеристик волны ФГГ от параметров системы в моделях с переменной и постоянной плотности и скорости вдува для водородо – воздушной смеси газов.



Рис.Д.1. Сравнение зависимостей координаты равенства температур фаз от диаметра частиц твердой фазы при различных значениях скорости вдува газа в м/с, кривые соответствуют данным сверху вниз:1; 2; 3; 4; 5; 6 в случаях переменной (а) и постоянной (б) плотности и скорости.



Рис.Д.2. Сравнение зависимостей координаты равенства температур фаз от диаметра частиц твердой фазы при различных значениях скорости вдува газа в м/с, кривые соответствуют данным сверху вниз: 1; 2; 3; 4; 5; 6 в случаях переменной (а) и постоянной (б) плотности и скорости.



Рис.Д.3. Сравнение зависимостей координаты максимальной температуры газовой фазы от диаметра частиц при разных скоростях вдува (м/с): 1; 2; 3; 4; 5; 6, кривые соответствуют данным сверху вниз, в случаях переменной (а) и постоянной (б) плотности и скорости.



Рис.Д.4. Сравнение зависимостей координаты максимальной температуры газовой фазы от скорости вдува при разных диаметрах частиц (мм): 1; 2; 3; 4; 5; 6., кривые соответствуют данным снизу вверх в случаях переменной (а) и постоянной (б) плотности и скорости.



Рис.Д.5. Сравнение зависимостей координаты равновесной температуры фаз от диаметра частиц при разных скоростях вдува газа (мм): 1; 2; 3; 4; 5, кривые соответствуют данным снизу вверх в случаях переменной (а) и постоянной (б) плотности и скорости.



Рис.Д.6. Сравнение зависимостей координаты равновесной температуры фаз от скорости вдува газа при разных диаметрах частиц (мм): 1; 2; 3; 4; 5, кривые соответствуют данным снизу вверх в случаях переменной (а) и постоянной (б) плотности и скорости.

273



Рис.Д.7. Сравнение зависимостей скорости волны от коэффициента теплопроводности пористой среды в случаях переменной (б) и постоянной (а) плотности и скорости вдува при начальной скорости вдува газа (м/с): 1; 2; 3; 4; 5; 6, кривые соответствуют данным снизу вверх (на оси ординат).