

УТВЕРЖДАЮ

Ректор Бохтарского государственного  
университета им. Н.Хусрава, доктор  
экономических наук, профессор



 Курбонзода М.Р.

17» июня 2024 г.

## О Т З Ы В

ведущей организации на диссертацию Мавлоназарова Марамбека Абдулназаровича «Решение экстремальных задач теории приближений периодических функций в  $L_2$ », представленную на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 — Вещественный, комплексный и функциональный анализ

Теория приближения функций представляет собой исследование наилучших методов приближения функций с использованием различных классов аппроксимирующих функций. В частности, рассматривается минимизация нормы разности между исходной функцией и её приближением, где норма измеряется в гильбертовом пространстве  $L_2$ . Это означает, что мы стремимся найти такое приближение, для которого интеграл от квадрата разности между функцией и её приближением будет минимален. Этот подход не только позволяет нам определить оптимальное приближение в смысле среднеквадратичного отклонения, но и имеет глубокие математические и практические последствия, охватывая широкий спектр приложений.

Экстремальные задачи в теории приближений периодических функций в пространстве  $L_2$  являются не только интересным математическим объектом, но и имеют широкий спектр практических применений, включая сигнальную обработку, обработку изображений, а также в других областях, где важно получение оптимального приближения для совокупности периодических данных.

В изучении различных экстремальных задач теории аппроксимации функций значительный вклад внесли С.Н.Бернштейн, А.Н.Колмогоров, Н.И.Ахиезер, С.М.Никольский, С.Б.Стечкин, В.К.Дзядык, Н.П.Корнейчук, В.М.Тихомиров, а также их ученики и последователи. Окончательные результаты были достигнуты на классах периодических функций, которые

связаны с нахождением точных констант в неравенствах типа Джексона – Стечкина. Здесь можно упомянуть работы С.Б.Стечкина, Н.П.Корнейчука, В.В.Арестова, В.И.Бердышева, Н.И.Черных, Л.В.Тайкова, А.А.Лигуна, В.А.Юдина, В.И.Иванова, А.Г.Бабенко, С.Б.Вакарчука, М.Ш.Шабозова и многие другие математики.

В ходе анализа экстремальных задач в теории приближения функций активно применяют различные модификации классического определения модуля непрерывности. Этот методологический подход часто приводит к обнаружению новых и интересных результатов, которые позволяют глубже проникнуть в суть исследуемых задач и расширить их сущности. Полученные в диссертационной работе результаты связаны с понятием обобщённого модуля непрерывности, введённого К.В.Руновским и Н.Н.Пустовойтовым. Хорошо известны результаты работы С.Б.Вакарчука, М.Ш.Шабозова и В.И.Забутной, где также применяется понятие обобщённого модуля непрерывности, введённое К.В.Руновским и Н.Н.Пустовойтовым, вместо обычных модулей непрерывности.

Тематика диссертационной работы представляет собой важное исследование в области теории приближений периодических функций, а именно рассматривается задача приближения периодических функций в метрике пространстве  $L_2$ , которая имеет значительное значение в различных областях математики.

Основные результаты, представленные в диссертации, позволяют глубже понять структуру и свойства периодических функций, а также методы их приближения. Диссертант Мавлоназаров М.А. обоснованно подходит к вопросу о наилучшем совместном приближении и представляет новые подходы, которые могут быть полезны как для теоретических исследований, так и для практических приложений.

Особое внимание в работе уделяется математической строгости и логической последовательности рассуждений. Использование примеров при доказательствах теорем помогает читателю лучше понять представленные методы.

В диссертации получены следующие основные результаты:

1. Найдены точные константы в неравенствах типа Джексона – Стечкина между наилучшими приближениями и обобщёнными модулями непрерывности.
2. Вычислены значения  $n$ -поперечников классов функций, задаваемых усреднёнными с весом значениями модулей непрерывности высших по-

рядков  $r$ -ых производных.

3. Вычислены верхние грани наилучших совместных приближений некоторых классов функций в пространстве  $L_2$ .

Все утверждение теоремы, выводы и рекомендации, сформулированные в диссертационной работе, а также полученные автором формулы и неравенства полностью обоснованы.

В первой главе диссертации доказывается ряд точных неравенств типа Джексона – Стечкина между величиной наилучшего приближения тригонометрическими полиномами дифференцируемых функций  $f \in L_2^{(r)}[0, 2\pi]$ , обобщённый модуль непрерывности  $m$ -го порядка её старшей производной  $f^{(r)} \in L_2$ . Из полученных в этих теоремах результатов, в частности, вытекают некоторые результаты С.Б.Вакарчука и А.Н.Щитова (Укр. матем. журнал, 2004, т.56, №11, с.1458-1466), М.Ш.Шабозова и Г.А.Юсупова (Матем. заметки, 2011, т.90, №5, с.764-775), М.Ш.Шабозова, С.Б.Вакарчука и В.И.Забутной (Укр.матем. вестник, 2014, т.11, №3, с.417-441). Также в этой главе вычислены точные значения различных  $n$ -поперечников, у которых усреднённое с весом значение обобщённый модуль непрерывности  $m$ -го порядка ограничена единицей, либо ограничена заданной мажорантой  $\Phi(t)$ , удовлетворяющей некоторым ограничениям.

Вторая глава диссертации посвящена экстремальным задачам, связанным с наилучшим совместным приближением периодических функций и их последовательных производных тригонометрическими полиномами в пространстве  $L_2[0, 2\pi]$ . Здесь рассматривается задача совместного приближения функций и их последовательных производных в метрике пространства  $L_2$ , где характеристики гладкости определяется обобщённым модулем непрерывности  $m$ -го порядка  $\Omega_m(f^{(r)}, h)$ .

В целом автореферат и диссертационная работа оформлены хорошо, однако имеется несколько замечаний. Перечислим некоторые из них:

1. Так, например, в формуле (1.3.16) на стр. 44 вторая строка снизу пропущено знак неравенство.
2. Приведённая в диссертационной работе теорема 1.2.1 также обобщает результат «М.Ш.Шабозова, К.К.Палавонова. Неравенства типа Джексона – Стечкина и значение поперечников некоторых классов функций в  $L_2$  // Дальневосточный математический журнал. 2022, т.22, №1, с.125-137, но эта статья в диссертации не приведена.

Нужно подчеркнуть, что данные замечания не снижают важности и ценности диссертации, легко устранимы, имеют только редакционный характер и ни как не влияют на правильность представленных в работе результатов, а, напротив, могут служить дополнительным стимулом для её улучшения и развития.

Диссертационная работа написана в соответствии со стандартными требованиями, предъявляемым к математическим текстам, а полученные в диссертационной работе результаты являются новыми и имеют важное теоретическое значение. Тема работы является перспективной и актуальной.

В целом, диссертация представляет собой значимый вклад в теорию приближений, и развитие в ней новые методы могут быть применимы в случае периодических функций двух или более переменных.

В автореферате неточности не обнаружены. Автореферат соответствует требованиям ВАК при Президенте Республики Таджикистан, полно и правильно отражает основные положения диссертационной работы.

Диссертация Мавлоназарова М.А. соответствует критериям, установленным «Положением о присуждении учёных степеней» по пунктам 10,11 и 14.

Диссертационная работа Мавлоназарова Марамбека Абдулназаровича «Решение экстремальных задач теории приближений периодических функций в  $L_2$ », представленная на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук является научно-квалификационной работой, в которой содержатся решения задач, имеющих существенное значение для теории приближения функций, и полностью соответствует требованиям ВАК при Президенте Республики Таджикистан и П.9 «Положения о порядке присуждения учёных степеней», предъявляемым к диссертациям на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук, а её автор заслуживает присуждения учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 — Вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Результаты диссертационной работы М.А.Мавлоназарова заслушаны на специальном семинаре кафедры «Математического анализа и дифференциальных уравнений» Бохтарского государственного университета имени Н.Хусрава 12 июня 2024 г. В семинаре присутствовали доктора физико-математических наук Дж.Сафаров и Ф.Шамсиддинов.

Отзыв составил кандидат физико-математических наук по специаль-



ности 01.01.01 – Вещественный, комплексный и функциональный анализ, К.Махкамов. Отзыв обсужден и утвержден на заседании кафедры «Математического анализа и дифференциальных уравнений» Бохтарского государственного университета им. Н.Хусрава (протокол №10 от 12 июня 2024 г.).

Председатель семинара,  
кандидат физ.-мат. наук по специальности  
01.01.01 – Вещественный, комплексный и  
функциональный анализ, доцент

К.Махкамов

Председатель заседания,  
зав. кафедрой «Математического анализа и  
дифференциальных уравнений» Бохтарского  
государственного университета им. Н.Хусрава,  
доктор PhD по специальности 01.01.02 –  
Дифференциальные уравнения, динамические  
системы и оптимальное управление

О.Абдулвохиди

Секретарь заседания, кандидат физ.-мат. наук

О.Неъматуллоев

Адрес: Бохтарский государственный университет  
им. Н. Хусрава, 735140, Таджикистан, г. Бохтар, улица Айни, 67.

Сайт: [www.btsu.tj](http://www.btsu.tj); e-mail: [bgu-1978@mail.ru](mailto:bgu-1978@mail.ru)

Тел. рабочий: +992(32) 222-54-81; +992(32) 222-22-53

Подписи К.Махкамова, О.Абдулвохиди и О.Неъматуллоева заверяю.

Начальник

ОК БГУ им. Н.Хусрава

Дж.А.Шукурзод