ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертацию Мухсинова Едгора Мирзоевича "О разрешимости задач преследования и убегания в дифференциальных играх", представленную на соискание учёной степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.02- Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Актуальность темы. Конфликтно управляемые процессы, описываемые дифференциальными уравнениями, называются дифференциальными играми. Настоящий термин был введен американским математиком Р. Айзексом, одним из основоположников теории дифференциальных игр.

Становление и систематическое развитие теории дифференциальных игр началось в конце 50-х и начале 60-х гг. XX столетия. Оно стимулировалось потребностями практики, большими успехами математической теории управления, теории игр и исследования операций. Прогресс теории дифференциальных игр связан, прежде всего, с именами советских и зарубежных математиков Л.С. Понтрягина, Н.Н. Красовского, Е.Ф.Мищенко, Р. Айзекса, У. Флеминга. Крупный вклад в развитие теории дифференциальных игр внесли Ю.С. Осипов, Р.В. Гамкрелидзе, А.И. Субботин, А.Б. Куржанский, А.В. Кряжимский, Ф.Л. Черноусько, В.Н. Ушаков, Н.Ю. Лукоянов, Б.Н. Пшеничный, Н.Ю. Сатимов, А.А. Азамов, А.Г. Ченцов, В.Е.Третьяков, Л.А. Петросян, М.С. Никольский, В.И. Максимов, Н.Н. Субботина, П.Б. Гусятников, Н.Л. Григоренко, В.И. Ухоботов, А.А.Чикрий и другие математики.

В области теории дифференциальных игр, когда игра задается в конечномерном пространстве, фундаментальные работы выполнили академики Л.С. Понтрягин и Н.Н. Красовский. Работы Н.Н. Красовского и его учеников посвящены в основном позиционным играм. А в работах Л.С. Понтрягина и его учеников дифференциальная игра рассматривается отдельно с точки зрения преследующего и с точки зрения убегающего, что неизбежно связывает дифференциальную игру с двумя различными задачами. В дальнейшем актуально исследовать игры в бесконечномерных пространствах, ибо многие важные задачи об оптимальном управлении, в условиях конфликта или неопределенности, управляемые распределенными системами, движение которых описывается интегро-дифференциальными уравнениями и дифференциальными уравнениями в частных производных, могут быть сформулированы и изучены как дифференциальные игры в подходящих банаховых пространствах.

Данная работа посвящена дифференциальным играм преследования и убегания в бесконечномерных банаховых пространствах, когда динамика игры описывается обыкновенным дифференциальным уравнением, дифференциальным уравнением с запаздывающим аргументом, дифференциальным уравне-

нием нейтрального типа и дифференциальным уравнением дробного порядка. При этом задачи преследования и убегания понимаются в смысле Л.С. Понтрягина.

Структура и содержание работы.

Диссертационная работа состоит из перечня сокращений и условных обозначении, введения, пяти глав, обсуждения полученных результатов, выводов и списка литературы. Полный объём диссертации составляет 306 страниц машинописного текста набранного в редакторе WORD, библиография включает 355 наименований.

Во **введении** приведены актуальность темы исследования, степень научной разработанности изучаемой проблемы и связь работы с перспективными темами.

В части **общая характеристика работы** приводятся цель и задачи исследования, объект и предмет исследования, научная новизна, теоретическая и практическая значимость исследования, основные положения, выносимые на защиту, степень достоверности результатов, соответствие диссертации паспорту специальности, личный вклад автора в исследование, апробация полученных результатов, публикации по теме диссертации, структура диссертации.

Первая глава, состоящая из четерёх параграфов, посвящена анализу литературы по дифференциальным играм, приведены некоторые вспомогательные понятия и результаты. В **первом** параграфе даются некоторые подходы к дифференциальным играм преследования и убегания. Во **втором** параграфе приводится подход академика Л.С. Понтрягина к дифференциальным играм преследования и убегания. **В третьем** параграфе перечисляются некоторые известные результаты по дифференциальным играм преследования и убегания. В **последнем** параграфе первой главы приведены вспомогательные понятия и результаты.

Вторая глава диссертационной работы, состоящая из шести параграфов, посвящена линейным и квазилинейным дифференциальным играм преследования в банаховом пространстве. В **первом** параграфе второй главы приведена постановка задачи преследования и задачи убегания в смысле Л.С. Понтрягина. Во **втором** параграфе для квазилинейной дифференциальных игр с линейным замкнутым оператором решена задача преследования и приведены условия, при которых время преследования будет оптимальным. В **третьем** параграфе найдено множество начальных положений, из которых возможно завершение преследования в дифференциальных играх запаздывающего типа. В **четвертом** параграфе разрешена задача преследования для дифференциальных игры нейтрального типа в банаховом пространстве. В **пятом** параграфе решены задачи преследования для игры нейтрального типа в гильбертовом пространстве. В шестом параграфе второй главы исследованы примеры о раз-

решимости задачи преследования. Найдено время преследования, и для каждого допустимого управления убегающего указан закон выбора допустимого управления преследования.

В **третьей** главе исследуется разрешимость задачи преследования для дифференциальных игр, когда на управление игроков наложены интегральные ограничения, а динамика игры описывается различными дифференциальными уравнениями. В **первом** параграфе решены задачи преследования для линейной дифференциальной игры. Во **втором** параграфе решены задачи преследования для дифференциальной игры запаздывающего типа. В **третьем** параграфе решена задача преследования для дифференциальной игры нейтрального типа. В **четвертом** параграфе исследован ряд примеров о разрешимости задачи преследования и найдено время преследования, указан закон выбора управления преследования.

Четвертая глава диссертационной работы, состоящая из пяти параграфов, посвящена нелинейным дифференциальным играм преследования и убегания. В **первом** параграфе решаются задачи убегания в нелинейной дифференциальной игре нейтрального типа, когда терминальное множество M инвариантно относительно полугруппы $S(t)$. Во **втором** параграфе решается задача убегания в нелинейной дифференциальной игре нейтрального типа. В **третьем** и **четвертом** параграфах данной главы с помощью теории дифференциальных неравенств решается задача убегания в нелинейной дифференциальной игре с запаздывающим аргументом в банаховом пространстве. В **пятом** параграфе исследованы примеры о разрешимости задачи убегания, когда динамика игры описывается интегро-дифференциальными уравнениями.

Пятая глава диссертационной работы, состоящая из семи параграфов, посвящена бесконечномерным играм дробного порядка с геометрическими или с интегральными ограничениями. В **первом** параграфе решается задача преследования в квазилинейной дифференциальной игре порядка α, $m-1<\alpha<m, m=1,2,...$, когда на управление игроков наложены интегральные ограничения. Во **втором** параграфе решаются задачи преследования, когда игра описывается дифференциальным уравнением дробного порядка α, $1\leq\alpha<2$. В **третьем** параграфе решается задача преследования для квазилинейной дифференциальной игры дробного порядка с геометрическими ограничениями. В **четвертом** параграфе решаются задачи преследования для одной дифференциальной игры, когда игры описываются интегро-дифференциальным уравнением дробного порядка с геометрическими ограничениями на управление игроков. В **пятом** параграфе решается задача преследования для дифференциальной игры, когда на управление игроков наложены интегральные ограничения, а динамика игры описывается интегро-дифференциальными уравнениями дробного порядка. В **шестом** параграфе решается задача преследования

для квазилинейной дифференциальной игры в банаховом пространстве, когда динамика игры задаются дифференциальным уравнением с несколькими дробными производными Герасимова-Капуто. В **седьмом** параграфе исследованы примеры о разрешимости задачи преследования, когда динамика игры описывается линейным дифференциальным уравнением дробного порядка.

Степень достоверности результатов проведенных исследований. Научные положения, выводы, сформулированные в диссертации Мухсинова Е. М., не вызывает сомнения, подтверждаются с помощью строгих математических доказательств. Все утверждения диссертационной работы являются обоснованными.

Новизна и практическая значимость, ценность научных работ соискателя. Основные научные результаты, полученные в диссертационной работе, являются новыми и являются следующимы:

- в банаховом пространстве для квазилинейной дифференциальной игры с линейным замкнутым оператором найдены условия, позволяющие обеспечить возможность завершения преследования с оптимальным временем;
- в банаховом пространстве найдено множество начальных положений, из которых возможно завершение преследования с оптимальным временем в дифференциальных играх запаздывающего типа;
- в банаховом пространстве доказана разрешимость задач преследования для дифференциальных игр, когда динамика игры описывается уравнением нейтрального типа;
- в гильбертовом пространстве доказана разрешимость задач преследования для линейных дифференциальных игр с интегральными ограничениями на управления игроков;
- в гильбертовом пространстве доказана разрешимость задач преследования для дифференциальных игр запаздывающего типа с интегральными ограничениями;
- в гильбертовом пространстве найдено множество начальных положений, из которых возможно завершение преследования в квазилинейных дифференциальных играх нейтрального типа, когда на управление игроков наложены интегральные ограничения;
- в гильбертовом пространстве найдены условия о разрешимости задач убегания в нелинейной дифференциальной игре нейтрального типа;
- в банаховом пространстве доказаны теоремы о разрешимости задач преследования и задач убегания для нелинейной дифференциальной игры запаздывающего типа;

- в дифференциальных играх дробного порядка с геометрическими или с интегральными ограничениями найдено множество начальных положений, из которых возможно завершение преследования;
- в интегро-дифференциальных играх дробного порядка с геометрическими или с интегральными ограничениями на управления игроков доказаны теоремы о разрешимости задач преследования;
- в дифференциальных играх с несколькими дробными производными доказаны теоремы о разрешимости задач преследования.

Полнота изложения материалов диссертации в работах, опубликованных соискателем. По теме диссертации опубликованы 40 научных работ, Первые 17 статьей входят в перечень ВАК при Президенте Республики Таджикистан. 4 статьи входят в международные библиографические и реферативные базы данных Web of Science и Scopus. Основные результаты диссертационной работы достаточно полно отражены в этих публикациях.

Достоинства и недостатки в содержании и оформлении диссертации. Диссертация Мухсинова Едгора Мирзоевича на тему "О разрешимости задач преследования и убегания в дифференциальных играх" является достойным продолжением и развитием работ в теории дифференциальных игр. Это высококвалифицированное, цельное и завершенное исследование, выполненное на достойном теоретическом уровне, объем которого соответствует требованиям, предъявляемым к докторским диссертациям. В ней решён ряд актуальных задач и диссертация содержит новые научные результаты по теории дифференциальных игр. Все это свидетельствует о высокой научной квалификации Мухсинова Е.М. Но имеется незначительное количество опечаток и некоторые погрешности редакционного характера, например:

1. В диссертации (страница 67, строки 14 и 15, страница 105, строки 7 и 8, страница 130, строка 11 и 12) при переносе формулы на другую строку пропущены знаки $+$ и $\leq$;

2. В списке литературы диссертации литературные источники автора пронумерованы двояко, что не общепринято.

3. В диссертации на страница 129, опущен номер теоремы;

4. В диссертации (страница 141, последняя строка) вместо

$$+\int_0^{\tau} \|L(s)\nu(J(\tau)-J(s))J'(s)\|^2 ds$$

должно быть

$$+\int_0^{\tau} \|L(s)\nu(J(\tau)-J(s))J'(s)\|^2 ds$$

и т.д.

Выявленные недостатки не влияют на общую положительную оценку работы.

Соответствие автореферата основному содержанию диссертации. Автореферат соответствует требованиям ВАК при Президенте Республики Таджикистан. Содержание автореферата и его основные положения, выносимые на защиту, соответствуют основному содержанию самой диссертации. Научные публикации автора, отражают основные положения и выводы диссертации.

Заключение о соответствии диссертации критериям, установленным Положением о присуждении уччных степеней. Диссертационная работа Мухсинова Едгора Мирзосвича "О разрешимости задач преследования и убегания в дифференциальных играх" и полученные научные результаты соответствуют критериям Положения о порядке присуждения учёных степеней ВАК при Президенте Республики Таджикистан, предъявляемым к диссертациям на соискание учёной степени доктора физико-математических наук, а её автор заслуживает присуждения искомой учёной степени по специальности 01.01.02- Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Официальный оппонент,
доктор физико-математических наук
по специальности 01.01.01 - Вещественный,
комплексный и функциональный анализ,
заведующий отделом теории функций и
функционального анализа
Института математики им. А.Джураева
Национальной академии наук Таджикистана Каримов О.Х.

734063, Республика Таджикистан,
г. Душанбе, ул. Айни, 299/4
Веб-сайт: https://www.mintas.tj
Тел.: +992(200)709854.

Подпись Каримова О.Х. заверяю
Начальник ОК ИМ НАНТ Маллаева М.
13.04.20