

ОТЗЫВ

научного руководителя на диссертационную работу Д.А.Кодирова
«Точные оценки скорости сходимости рядов Фурье по
произвольной ортонормированной системе в гильбертовом
пространстве», представленную на соискание ученой степени
доктора философии (PhD) – доктор по специальности 6D060100 –
Математика: 6D060101 – Вещественный, комплексный и
функциональный анализ

В задачах приближения периодических функций тригонометрическими полиномами в банаховых пространствах важной характеристикой гладкости функции служит модуль непрерывности самой функции или её производной заданного порядка. При изучении скорости сходимости (или наилучших приближений) рядов Фурье по произвольной ортонормированной системе векторов, особенно в гильбертовых пространствах, значительную роль играет обобщённый модуль непрерывности, связанный с теоремами типа сложения и умножения. Однако в общем случае таких теорем не существуют. В диссертации Кодирова Далера Абдушукуровича удалось построить обобщённый модуль непрерывности, позволивший получить точные оценки скорости сходимости рядов Фурье по собственным функциям задачи Штурма–Лиувилля и по специальным функциям математической физики – таких как функции Бесселя, многочлены Лежандра, Чебышева–Эрмита, Чебышева–Лагерра, Якоби и другие.

Для решения соответствующих экстремальных задач в произвольном гильбертовом пространстве в работе введён оператор сдвига и на его основе построен обобщённый модуль непрерывности вектора, позволяющий получить точные верхние оценки скорости сходимости рядов Фурье. Установлена зависимость между гладкостью вектора и его приближаемостью, что подтверждает важность применения данного подхода.

Отметим, что ранее, в задачах для 2π -периодических функций, использовался оператор Стеклова (в работах В.А. Абилова, С.Б. Вакарчука, М.Ш. Шабозова и др.). Также в исследованиях Селимханова Э.В. и Абилова Ф.В. рассматривались оценки сходимости и доказывались прямые и обратные теоремы приближения. В отличие от этих работ, настоящая диссертация охватывает более общий случай и даёт точные оценки наилучших приближений широких классов векторов в гильбертовых пространствах, а также их применение к рядам Фурье по собственным функциям задачи Штурма–Лиувилля

и классическим ортогональным полиномам.

Диссертация состоит из введения, трёх глав и списка цитируемой литературы. Во введении приведен перечень исследуемых обозначений и дана развёрнутая историческая справка об исследованиях, связанных с отысканием точного значения верхней грани наилучшего приближения суммами Фурье по произвольной ортогональной системе векторов в гильбертовом пространстве и их приложение к рядам Фурье по собственным функциям задачи Штурма–Лиувилля.

В первой главе диссертации приведено анализ литературных источников.

Во второй главе диссертации представлены точные оценки скорости сходимости (наилучших приближений) рядов Фурье, разложенных по собственным векторам некоторого симметричного оператора в гильбертовом пространстве. Опираясь на известные факты, в этой главе построен обобщённый модуль непрерывности для произвольного вектора гильбертова пространства, что позволило получить точные оценки скорости сходимости рядов Фурье по произвольным ортогональным системам векторов. При помощи симметричного оператора в гильбертовом пространстве введены аналоги классов дифференцируемых функций, которые характеризуются обобщённым модулем непрерывности. Для этих классов функций установлены точные оценки скорости сходимости (величины наилучших приближений) рядов Фурье по собственным векторам данного оператора. Результаты уточняются на примерах разложения функций в ряды Фурье по ортонормированным системам полиномов Чебышева–Эрмита, Чебышева–Лагерра, Якоби, функциям Бесселя и другим. В заключительном параграфе второй главы найдены точные значения различных n -поперечников рассматриваемых классов векторов в гильбертовом пространстве.

В третьей главе получены точные верхние оценки наилучших приближений суммами Фурье, построенными по собственным функциям задачи Штурма–Лиувилля, для некоторых классов функций, характеризуемых обобщённым модулем непрерывности. Также в этой главе доказаны точные неравенства типа Джексона–Стечкина, где величины наилучших приближений ограничены сверху как через обобщённый модуль непрерывности, так и через $\mathcal{H}$ -функционалы производных r -го порядка.

Главной задачей третьей главы является применение теорем, установленных во второй главе, к оператору Штурма–Лиувилля, а также использование этих результатов для анализа наилучшего приближения функций,

разложенных в соответствующих областях по классическим ортогональным полиномам (Чебышева–Лагерра, Чебышева–Эрмита, Якоби и др.).

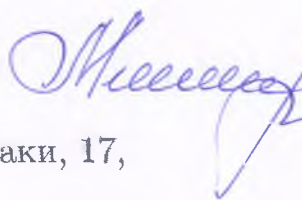
Полученные в обеих главах диссертации теоремы являются наиболее общими и обобщают все ранее известные результаты в этом направлении, установленные Э.В.Селимхановым, Ф.В.Абиловой, С.Б.Вакарчуком, М.Ш.Шабозовым и К.Тухлиевым.

В ходе работы над диссертацией соискатель проявил умение решать сложные математические задачи из области теории приближения функций.

Считаю, что Д.А.Кодиров своими результатами внёс определённый научный вклад в теории аппроксимации функций и её применение в вычислительной математике.

Диссертационная работа Д.А.Кодиров «Точные оценки скорости сходимости рядов Фурье по произвольной ортонормированной системе в гильбертовом пространстве» удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым ВАК при Президенте Республики Таджикистана к диссертационным работам по (PhD), а её автор заслуживает присуждения ему ученой степени доктора философии (PhD) – доктор по специальности 6D060100 – Математика: 6D060101 – Вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Научный руководитель,
академик НАН Таджикистана,
доктор физико-математических наук
по специальности 01.01.01 — вещественный,
комплексный и функциональный анализ,
профессор кафедры функционального
анализа и дифференциальных уравнений

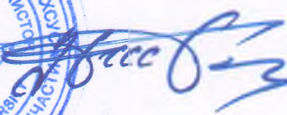
 М.Ш.Шабозов

Место работы: 734025, г. Душанбе, пр. Рудаки, 17,
Таджикский национальный университет
Тел.: (+992) 93-500-86-52. E-mail: shabozov@mail.ru

Подпись М.Ш. Шабозова подтверждаю.

Начальник УК и СР ТНУ





Э. Тавкиев

19.03.2025