

ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертацию Д.А.Кодирова

«Точные оценки скорости сходимости рядов Фурье по произвольной ортонормированной системе в гильбертовом пространстве», представленную на соискание ученой степени доктора философии (PhD) — доктор по специальности 6D060100 — Математика: 6D060101 — Вещественный, комплексный и функциональный анализ

В диссертационной работе исследуются задачи наилучших приближений и получения точных оценок скорости сходимости рядов Фурье по произвольной ортонормированной системе векторов в гильбертовом пространстве. Существенным вкладом является приложение полученных результатов к оценке скорости сходимости разложений по собственным функциям задачи Штурма–Лиувилля.

Отметим, что рассматриваемая задача, с точки зрения экстремальных задач теории наилучших приближений и нахождения верхних граней наилучших приближений, является сравнительно новой и находится в стадии активной разработки. Ранее в этом направлении получены лишь отдельные асимптотические результаты, в частности, в работах В.А.Абилова с учениками. В случае разложения функций по ортонормированным многочленам Чебышева первого рода в пространстве $L_2((\sqrt{1-x^2})^{-1}, [-1, 1])$ рассматриваемая задача исследовалась в работе М.Ш.Шабозова и К.Тухлиева, а для полиномов Чебышева–Эрмита — в трудах В.А.Абилова, К.Тухлиева и А.М.Туйчиева, где были получены некоторые точные оценки скорости сходимости.

Диссертация Д.А.Кодирова состоит из введения, трёх глав и список литературы из 133 наименований, общий объём работы составляет 142 страницы. Во введении подробно раскрыта структура исследования, что позволяет читателю ясно представить основные направления работы и её организацию. Такое построение способствует более полному восприятию полученных научных результатов и оценке их значимости в рамках современной теории приближения функций.

В первой главе представлено содержание обзора литературы, анализ существующих исследований и формулировка нерешенных задач, что создает основу для дальнейших исследований в данной области.

Во второй главе диссертационной работы даны точные оценки скорости сходимости (наилучших приближений) ряда Фурье по произвольной ортонормированной системе векторов в гильбертовом пространстве. Известно, что в вопросах, связанных с оценками скорости сходимости (наилучших приближений) рядов Фурье по тригонометрической системе функций, по специальным функциям математической физики, важную роль играет модуль непрерывности разлагающей в ряд Фурье функции. Он связан с «теоремами сложения» и «теоремами умножения» для специальных функций математической физики.

В первом и втором параграфах второй главы, после определения основных и вспомогательных фактов, приводятся основные результаты для произвольной полной ортонормированной системы в гильбертовом пространстве H . Вводится модуль непрерывности произвольного вектора $f \in H$ и устанавливаются прямые теоремы теории приближения, скорость приближения в которых оценивается скоростью стремления к нулю модуля непрерывности. Все полученные результаты являются точными в том смысле, что указываются конкретные векторы из рассматриваемых классов, на которых они достигаются. Приводится применение полученных результатов к конкретным дифференциальным оператором математической физики (например, оператору Бесселя и классическим ортогональным многочленам). В третьем параграфе приводится обобщение полученных во втором параграфе результатов и даётся их конкретное применение для всех классических ортогональных многочленов. В пятом параграфе второй главы вычисляются точные значения поперечников некоторых классов функций. В завершающем шестом параграфе второй главы, с целью сопоставления с общими теоремами, доказанными в предыдущих параграфах, приведены некоторые результаты о наилучшей среднеквадратической аппроксимации с весом алгебраическими многочленами.

В третьей главе диссертационной работы найдены точные значения верхних граней наилучших приближений суммами Фурье по собственным функциям задачи Штурма–Лиувилля для некоторых классов функций, характеризующихся обобщённым модулем непрерывности. Кроме того, в этой главе установлены точные неравенства типа Джексона–Стечкина, в которых величины наилучших приближений оцениваются сверху как через обобщённый модуль непрерывности, так и через \mathcal{K} -функционалы r -ых производных.

Следует особо отметить, что основной целью данной главы является применение к оператору Штурма–Лиувилля теорем, доказанных во второй главе диссертации. В частности, приведены примеры применения этих результатов к задачам наилучшего приближения функций, разложенных в соответствующих областях по классическим ортогональным полиномам (Чебышева–Лагерра, Чебышева–Эрмита, Якоби и др.).

Таким образом, можно утверждать, что диссертационная работа Д.А.Кодирова посвящена актуальной и значимой тематике современной теории аппроксимации функций. Представленные в ней научные результаты являются новыми, полностью обоснованными и имеют важное теоретическое значение, что подтверждает высокую ценность проведённого исследования. Необходимые ссылки на авторов и источники заимствования материалов в диссертации имеются.

Автореферат и диссертация оформлены на высоком уровне, что способствует ясному восприятию изложенного материала. Все основные результаты получены лично соискателем, что подчёркивает оригинальность и самостоятельный характер проведённой работы.

Однако к диссертационной работе имеются следующие замечания:

1. Приведённое на стр. 28 определение полноты и ортонормированности системы соб-

ственных векторов оператора A является излишним.

2. В примерах I–III приведённых на стр. 95–96, не указано, кем установлены явные виды функции $T(x, y; h)$ в каждом конкретном случае.

Перечисленные замечания никак не влияют на положительные результаты диссертационной работы.

Содержание диссертации соответствует выбранной специальности доктора философии (PhD) — доктор по специальности 6D060100 — Математика: 6D060101 — Вещественный, комплексный и функциональный анализ, является квалификационной работой и полностью соответствует требованиям предъявляемым ВАК при Президенте Республики Таджикистан, полно и правильно отражает основные положения диссертационной работы.

Считаю, что диссертационная работа Д.А.Кодирова на тему «Точные оценки скорости сходимости рядов Фурье по произвольной ортонормированной системе в гильбертовом пространстве» удовлетворяет всем требованиям ВАК при Президенте Республики Таджикистан к диссертациям на соискание ученой степени доктора философии (PhD) — доктор по специальности 6D060100 — Математика: 6D060101 — Вещественный комплексный и функциональный анализ.

Официальный оппонент:

член-корр. НАН Таджикистана, доктор
физико-математических наук по специальности
01.01.01 — вещественный, комплексный и
функциональный анализ, заведующий отделом
теории функций и функционального анализа
Института математики им. А.Джураева
НАН Таджикистана

С.А.Исхоков

Место работы:

734063, Республика Таджикистан, г. Душанбе, ул. Айни, 299/4,
Институт математики им. А.Джураева Национальной академии наук Таджикистана
Тел.: (992)372-25-80-89;
Веб-сайт: <http://mitas.tj>;
E-mail: mitas@mail.ru

Подпись: С.А.Исхокова заверяю.

Начальник ОК Института математики
НАН Таджикистана имени А.Джураева



М.Р.Маллаева

22 08 2025