ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертацию Садикова Маъруфжона Обидовича «Исследование задач о полиномиальных решениях уравнений с частными производными», представленную на соискание учёной степени доктора философии (PhD) - доктор по специальности 6D060100 – Математика: 6D060102 – Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Диссертационная работа Садикова М.О. посвящена исследованию задач о решениях систем четырёх линейных вещественных уравнений с частными производными и эллиптических систем второго порядка с одной комплексной переменной, определенных на всей плоскости и удовлетворяющих условиям ограниченности или не выше степенного роста на бесконечности. Задачи о решениях эллиптических уравнений и систем, принадлежащих конкретным пространствам функций, определённых во всей плоскости, были исследованы в трудах И.Н. Векуа, В.С. Виноградова, Э.Мухамадиева, В.П. Паламодова, Н.Е. Товмасяна, С. Байзаева, Д. Сафарова и др.

Диссертация Садикова М.О. состоит из введения, четырех глав, выводов и библиографии, включающей 123 наименований.

В диссертационной работе исследуются два класса задач.

А) Разрешимость систем четырёх линейных уравнений первого порядка, записанных в векторной форме

$$u_x + Au_y + Bu = 0, \qquad (1)$$

в пространствах функций, определённых на всей плоскости и имеющих рост на бесконечности не выше степенного. Такая задача для эллиптического случая двух уравнений, а также в случае более двух уравнений при условии перестановочности матриц A и B, была изучена в работах С. Байзаева и Д.А. Воситовой; в этих работах предложена схема нахождения указанных решений и установлено, что при фиксации роста решения на бесконечности, пространство таких решений в эллиптическом случае конечномерное, а в гипер-

болическом случае может быть и бесконечномерным. В рассматриваемом в диссертации случае тип системы может быть эллиптическим, гиперболическим или составным, причем перестановочность матриц A и B не предполагается.

В) Задача нормальной разрешимости с конечномерным ядром или коядром эллиптических уравнений второго порядка с одной комплексной переменной вида

$$Lw \equiv \alpha w_{\bar{z}\bar{z}} + \beta w_{\bar{z}z} + \gamma w_{zz} + a_1(z)w_{\bar{z}} + a_2(z)w_z + a_3(z)\overline{w}_{\bar{z}} + a_4(z)w + a_5(z)\overline{w} = 0, \quad (2)$$

где α, β, γ – постоянные, одновременно не равные нулю, в гёльдеровом пространстве C_α^2.

Глава 1, состоящая из двух параграфов, посвящена обзору и анализу литературы, близкие к исследуемой в диссертации теме. Приведен аналитический обзор работ отечественных и зарубежных авторов.

Глава 2 посвящена группе задач А). В параграфе 2.2 для модельной эллиптической системы, когда

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -E_2 \\ E_2 & 0 \end{pmatrix}, \; B = \begin{pmatrix} 0 & B_1 \\ -B_1 & 0 \end{pmatrix}, \; B_1 = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix},$$

изложена схема нахождения носителя решения из пространства S' и установлена теорема 2.3 о представлении решений этой системы из пространства S'. В параграфе 2.3 для модельной гиперболической системы, когда

$$A = \begin{pmatrix} 0 & A_1 \\ -A_1 & 0 \end{pmatrix}, \; A_1 = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

построены решения из пространства S' в виде квазимногочленов, коэффициенты которых определяются через элементы матрицы B.

В параграфе 2.4 система вида (1) исследована в общем случае. В этом случае составлен алгоритм нахождения носителя образов Фурье решений системы из пространства S', определяя которых можно найти соответствую-

щие решения. На основе теоретического анализа и компютерного моделирования показано, что носитель умеренно растущего решения системы (1) может быть пустым, состоять из одной или нескольких точек, может быть замкнутой или неограниченной кривой. В работе установлено, что для четырёхмерных систем вида (1) эллиптического типа, в отличие от двумерных систем, пространство решений, растущих на бесконечности не быстрее чем $(|x|+|y|)^N$, N – целое неотрицательное число, может быть бесконечномерным. Построен класс систем вида (1) с указанным свойством (теорема 2.4).

Глава 3 посвящена комплексным эллиптическим системам уравнений в частных производных второго порядка вида (2). В параграфе 3.1 система (2) исследована в случае, когда $\alpha = 1$, $\beta = \gamma = a_2 = a_3 = 0$. Установлена теорема 3.5, в которой даются формулы решения системы в зависимости от коэффициентов. В параграфе 3.2 система (2) исследована в пространствах S' и C^2_α, в случае, когда $\alpha = 1$, $\beta = \gamma = 0$. Установлены лемма 3.5 об условиях тривиальности решения системы из пространства S' в случае постоянных коэффициентов, теоремы 3.6, 3.7 и 3.8 о нормальной разрешимости с конечномерным ядром или коядром системы. В параграфе 3.3 система (2) исследована в пространствах S' и C^2_α, в случаях, когда $\alpha = 0$, $\beta = 1$, $\gamma = 0$ и $\alpha = \beta = 0$, $\gamma = 1$. Установлены леммы 3.6 и 3.7 об условиях тривиальности решения системы из пространства S' в случае постоянных коэффициентов, теоремы 3.9 - 3.14 о нормальной разрешимости с конечномерным ядром или коядром рассматриваемых систем.

Глава 4 посвящена обсуждению и сравнению полученных в диссертации результатов.

По диссертации имеются некоторые замечания:

- в список используемых обозначений нужно было включить СЛАУ;

- на странице 84 на пятой строке снизу вместо ссылки [102] должна быть ссылка [98].

Замечания несущественные и не уменьшают научную ценность диссертации.

Подведя итоги, отметим, что:

- диссертация Садикова М.О. является завершенным научно-квалификационным исследованием;

- содержание диссертации соответствует специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление;

- полученные в диссертации результаты являются новыми и свидетельствуют о весомом научном вкладе соискателя в исследовании актуальных задач нелокальной теории уравнений с частными производными;

- основные научные результаты диссертации опубликованы в 12 работах, из них 4 в рецензируемых научных изданиях, рекомендованных ВАК при Президенте Республики Таджикистан и прошли апробацию на ряде международных и республиканских конференций;

- ссылки на авторов и источников заимствования материалов и отдельных результатов в диссертации имеются;

- полученные результаты могут быть использованы в научных исследованиях проводимых в Таджикском национальном университете, Институте математики имени А. Джураева Национальной академии наук Таджикистана, в Бохтарском государственном университете имени Носира Хусрава, в Худжандском государственном университете имени Б.Гафурова.

Оформление диссертации соответствует требованиям ВАК, изложение грамотное и ясное.

Автореферат правильно отражает содержание диссертации.

В связи с выше изложенным считаю, что рецензируемая диссертация «Исследование задач о полиномиальных решениях уравнений с частными производными» является завершенной квалификационной работой и соответствует основным пунктам «Порядка присуждения ученых степеней», Приложение 2 к постановлению Правительства Республики Таджикистан «О

Положении о диссертационном совете, Порядке присуждения ученых степеней, Порядке присвоения ученых званий и Порядке государственной регистрации защищённых диссертаций» от 30 июня 2021 года, № 267 и автор Садиков Маъруфжон Обидович заслуживает присуждения ему учёной степени доктора философии (PhD) - доктор по специальности 6D060100 – Математика: 6D060102 – Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Доктор физико-математических наук,
01.01.02 – дифференциальные уравнения,
динамические системы и оптимальное управление,
доцент кафедры математического анализа и
дифференциальных уравнений Бохтарского
государственного университета имени
Носира Хусрава Шамсудинов Файзулло Мамадуллоевич

22.08.2023

Адрес: 735140, Республика Таджикистан, г. Бохтар, ул. Айни, 67

Тел.: моб. (+992) 918-66-70-65; e-mail: faizullo100@yahoo.com

Подпись Ф.М. Шамсудинова заверяю:

Начальник ОК и СЧ Бохтарского
государственного университета
им. Носира Хусрава Шукурзод Дж.А.