«УТВЕРЖДАЮ»

Ректор Международного университета
туризма и предпринимательства
Таджикистана

_____д.э.н. У.С. Асрорзода

«06» _____06_____ 2023 г.

ОТЗЫВ

ведущей организации на диссертацию

Садикова Маруфджона Обидовича «Исследование задач о полиномиальных решениях уравнений с частными производными», представленную на соискание учёной степени доктора философии (PhD) - доктор по специальности 6D060100 – Математика: 6D060102 – Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Диссертационная работа Садикова М.О. посвящена исследованию задач о решениях систем четырёх линейных вещественных уравнений с частными производными и эллиптических систем второго порядка с одной комплексной переменной в пространствах функций, определенных на всей плоскости и удовлетворяющих условиям ограниченности или роста на бесконечности не выше степенного. Актуальность исследования таких задач обосновывается тем, что ядра соответствующих однородных задач могут быть бесконечномерными и выявление условий конечно мерности ядра этих задач представляет большой научный интерес. Подобные задачи для других классов систем уравнений с частными производными изучались в научных работах Э. Мухамадиева, С. Байзаева, С.В. Виноградова, Д. Сафарова, Н.Е.Товмасяна и их учеников.

Рецензируемая диссертация состоит из введения и четырех глав. В ней исследованы следующие проблемы:

– Разрешимость систем вещественных уравнений с частными производными первого порядка вида

$$u_x + Au_y + Bu = 0, \tag{1}$$

где $u = (u_1, u_2, u_3, u_4)^T$, $A, B -$ постоянные матрицы четвертого порядка, в пространствах функций, определенных на всей плоскости и удовлетворяющих условиям ограниченности или роста на бесконечности не выше степенного.

– Получение формул для решений рассматриваемых задач и размерности пространства соответствующих решений.

– Исследование эллиптических систем уравнений второго порядка с одной комплексной переменной вида

$$\begin{gathered} Lw \equiv \alpha w_{\bar{z}\bar{z}} + \beta w_{\bar{z}z} + \gamma w_{zz} + a_1(z) w_{\bar{z}} + a_2(z) w_z + a_3(z) \overline{w}_{\bar{z}} + \\ + a_4(z) w + a_5(z) \overline{w} = 0, \end{gathered} \tag{2}$$

где $\alpha, \beta, \gamma -$ постоянные, одновременно не равные нулю, в функциональных пространствах Гёльдера C_α^2 на всей плоскости с дополнительными условиями типа ограниченности или в пространствах функций, имеющих рост на бесконечности не выше степенного.

– Нахождение условий *n*-нормальности – замкнутости образа и конечно мерности ядра дифференциального оператора $L : C_\alpha^2 \to C_\alpha$.

– Нахождение условий *d*-нормальности – замкнутости образа и конечно мерности коядра оператора $L : C_\alpha^2 \to C_\alpha$.

Введение диссертации составлено согласно требованиям Инструкции ВАК при Президенте Республики Таджикистан.

Первая глава диссертации, состоящая из двух параграфов, посвящена обзору и анализу литературы, близкие к исследуемой теме. Следует отметить, что приведенный аналитический обзор охватывает как работы отечественных авторов, так и работы зарубежных авторов. Особенно подробно изложены результаты исследований математиков Таджикистана в области систем уравнений в частных производных, подобные системам видов (1) и (2).

Вторая глава диссертации, состоящая из четырех параграфов, посвящена исследованию проблем 1 и 2. Первый параграф носит вспомогательный характер. Во втором и третьем параграфах в случаях эллиптичности и гиперболичности соответственно система (1) исследована в пространстве умеренно растущих функций S'. Установлены теоремы 2.1 – 2.3 и получены соответствующие решения. В четвертом параграфе общая система (1) рассмотрена в пространстве S'. В этом случае составлен алгоритм нахождения носителя образов Фурье решений системы и произведена классификация этих носителей. Приведен пример системы вида (1) эллиптического типа, обнаруженный при помощи компьютерного моделирования, для которой в отличие от двумерных систем, пространство решений степенного роста является бесконечномерным.

В этой главе в основном применятся методы математической физики, теории функций и теории матриц.

Третья глава диссертации, состоящая из трёх параграфов, посвящена проблемам 3 – 5. В первом параграфе изучена эллиптическая система, обобщающая уравнение мета аналитических функций. Установлена теорема 3.5 о решениях этой системы в пространстве S'. Во втором параграфе исследована система вида (2) с оператором Бицадзе в главной части. В общем случае получены необходимые и достаточные условия n-нормальности оператора $L: C_\alpha^1 \to C_\alpha$ (теорема 3.6) и достаточные условия d-нормальности этого оператора (теорема 3.7), а в случае слабо осциллирующийся на бесконечности коэффициентов установлена теорема 3.8 о достаточных условиях d-нормальности этого оператора, которые выписываются через коэффициенты системы. В третьем параграфе система (2) исследована в случаях, когда главная часть является оператором Лапласа или оператором w_{zz}. Здесь установлены теоремы 3.9 – 3.14, из которых теоремы 3.9 – 3.11 являются аналогами теорем 3.6 – 3.8 для случая с оператором Лапласа, а теоремы 3.12 – 3.14 – аналоги указанных теорем для случая с оператором w_{zz}.

Следует отметить, что для каждого случая рассматриваемых систем уравнений с частными комплексными производными приведены соответствующие

примеры, имеющие бесконечное число линейно независимых решений, ограниченных на всей плоскости. Также установлены утверждения, в которых даются условия, записываемые через коэффициенты системы, обеспечивающие тривиальную разрешимость этой системы в пространстве S'. Эти утверждения используются при доказательствах теорем о n-нормальности и d-нормальности рассматриваемых операторов.

В этой главе в основном применятся методы математической физики, функционального и комплексного анализа.

Четвертая глава посвящена обсуждению полученных результатов и возможных дальнейших исследований темы.

В качестве замечаний отметим следующее:

- на странице 42 на третьей строке снизу вместо символа E должен быть символ E_4;

- на странице 96 на пятой строке снизу вместо ссылки [42] должна быть ссылка [47].

Подобного рода замечания несущественные и не влияют на научную ценность диссертации.

Подведя итоги, отметим следующие моменты:

- содержание диссертации соответствует специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление;

- полученные в диссертации результаты являются важными для теории систем уравнений в частных производных с двумя независимыми переменными и свидетельствуют о весомом научном вкладе соискателя в решении актуальных проблем этой теории;

- научные результаты диссертации, а именно утверждения о существовании решений большого класса систем четырех уравнений первого порядка в частных производных и эллиптических систем второго порядка с одной комплексной переменной в пространствах функций на всей плоскости и формулы соответствующих решений, являются новыми и имеют огромное

значение для конструктивной и качественной теории указанных систем;

- основные научные результаты диссертации опубликованы в 12 работах, из них 4 в рецензируемых научных изданиях, рекомендованных ВАК при Президенте Республики Таджикистан и прошли апробацию на ряде международных и республиканских конференций;

- ссылки на авторов и источников заимствования материалов и отдельных результатов в диссертации имеются;

- полученные результаты могут быть использованы в научных исследованиях проводимых в Таджикском национальном университете, Институте математики имени А. Джураева Национальной академии наук Таджикистана, в Таджикском государственном педагогическом университете имени С. Айни, в Международном университете туризма и предпринимательства Таджикистана, в Худжандском государственном университете имени Б. Гафурова, а также при чтении специальных курсов студентам и магистрам высших учебных заведений.

В связи с выше изложенным считаем, что рецензируемая диссертация «Исследование задач о полиномиальных решениях уравнений с частными производными» является завершенной квалификационной работой и соответствует основным пунктам «Порядка присуждения ученых степеней», Приложение 2 к постановлению Правительства Республики Таджикистан «О Положении о диссертационном совете, Порядке присуждения ученых степеней, Порядке присвоения ученых званий и Порядке государственной регистрации защищённых диссертаций» от 30 июня 2021 года, № 267 и автор Садиков Маруфджон Обидович заслуживает присуждения ему учёной степени доктора философии (PhD) - доктор по специальности 6D060100 – Математика: 6D060102 – Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Отзыв подготовлен экспертом, доктором физико-математических наук, профессором кафедры математика в экономике Исмати М.

Отзыв заслушан и обсужден на заседании кафедры математика в экономике Международного университета туризма и предпринимательства Таджикистана (протокол №10 от 1-06-2023 г.).

Председатель, зав. кафедрой
математика в экономике,
кандидат физико-математических наук Г. Козиев

Эксперт, доктор физико-
математических наук по специальности
01.01.02 – дифференциальные уравнения,
динамические системы и оптимальное
управление, профессор кафедры
математика в экономике М. Исмати

Секретарь заседания
кандидат физико-математических наук,
доцент кафедры математика в экономике Р. Азизов

Подписи Г. Козиева, М. Исмати
и Р. Азизова заверяю
Начальник УК и СР
Международного университета туризма
и предпринимательства Таджикистана Ш.Н. Джураев

Адрес организации: Республика Таджикистан, 734055, г. Душанбе, проспект Борбад 48/5 Международный университет туризма и предпринимательства Таджикистана,
Сайт: www dsx.tj; e-mail: gulnazar88@mail.ru
Тел. рабочий: +372348802; тел. моб. +992 938030988.