Ба шурои диссертатсионии
6Д.КОА-011 назди
Донишгоҳи миллии Тоҷикистон
(734025, ш.Душанбе, хиёбони Рӯдакӣ , 17)

ТАҚРИЗИ

муқарризи расмӣ ба таҳқиқоти диссертатсионии Сиддиқзода Шаҳриёр Мулозулфон дар мавзуи "Татбиқи ҳисоби оператсионӣ дар ҳалли баъзе синфҳои муодилаҳои дифференсиалӣ ва интегро-дифференсиалӣ бо ҳосилаҳои хусусӣ" барои дарёфти дараҷаи илмии доктори фалсафа (PhD)-доктор аз рӯи ихтисоси 6D.060100-Математика: 6D.060103-Муодилаҳои дифференсиалӣ, системаҳои динамикӣ ва идоракунии оптималӣ

Назария ва амалияи муодилаҳои дифференсиалӣ ва интегро-дифференсиалӣ бо ҳосилаҳои хусусӣ, ки шарҳи риёзии масъалаҳои мураккаб ва хеле муҳими рӯйдодҳои физика, химия, биология ва техникаи муосир мебошанд дар даҳсолаи охир рушду пешрафти назаррасро касб кардаанд. Тарзҳои гуногуни масъалаҳои ибтидоӣ, ибтидои-канорӣ барои ин муодилаҳо ба таври хеле густурда коркард шудаанд. Масъалаҳои номбурда аз ҷониби муҳаққиқони кишварҳои зиёде пешниҳод карда шудаанд. Аз ҷумла методи табдилоти интегралӣ дар таҳлили масъалаҳои номбурда мавқеи алоҳида дорад. Методи табдилоти интегралии Лаплас-Карсон барои пайдо кардани ҳалли ошкори муодилаҳои дифференсиалӣ ва интегро-дифференсиалӣ, ки дар онҳо функсияи номаълум аз n-тағирёбанда вобаста мебошад, дар маркази диққати олимон қарор дорад. Дар ин самт мақолаҳо ва монографияҳои В. А. Диткин, А. П. Прудников, Р. С. Даҳия, А. Бабаханӣ, Ю. А. Брычков ба табъ расидаанд, ки дар онҳо усулҳои нави ҳисобкунии табдилоти роста ва чаппаи Лаплас-Карсон барои функсияҳои дутағирёбанда ва бисёртағирёбанда мавриди таҳқиқ қарор гирифтаанд.

Рисолаи диссертатсионии Сиддиқзода Ш.М. асосан ба таҳқиқи як қатор синфҳои муодилаҳо, аз қабили муодилаи дифференсиалии телеграф, муодилаи интегро-дифференсиалии телеграф, муодилаи Фучита бо тартиби ҳосилаи касрӣ бахшида шудааст. Барои пайдо намудани намуди ошкори ҳалли муодилаҳои номбурда зарурияти ҳисоббарории табдилоти роста ва баръакси Лаплас-Карсон ба миён меояд. Дар рисола ҳисоббарории оператсионии марбута барои функсияҳои пайдошуда ба амал баровардa шудаанд. Барои функсияҳо ва интегралҳои зарурӣ ҷадвалҳои табдилотҳои мувофиқ коркард карда шудаанд.

Дар рисолаи диссертатсионӣ масъалаҳои зерин ба таври мушаххас ҳалли худро ёфтаанд:

1. Тасвири интегралҳои намуди

$$\int_0^{\min(x,t)} e^{-as} f(x-s,t-s)g(s)ds\,;$$

$$\int_0^{\min(x,t)} \int_0^{t-s} a(t-s-\tau)\,f(x-s;\tau)e^{-a_1 s}\,dsd\tau;$$

муайян карда шудаанд.

2. Ҳалли умумии муодилаи дифференсиалии телеграф, муодилаи интегро-дифференсиалии телеграф ва муодилаҳои дифференсиалӣ бо ҳосилаҳои хусусии тартиби як ва ду муайян карда шудаанд.
3. Муодилаи интегро-дифференсиалии телеграф барои ядрои функсияи хаттӣ (графикаш хати рост) ва функсияи ғайрихаттӣ (графикаш хати кач) бо шартҳои ибтидоӣ ва канорӣ додашуда ҳал карда шудаанд.
4. Усули ҳисоби оператсионӣ дар ҳалли муодилаҳои дифференсиалӣ ва интегро-дифференсиалӣ татбиқ карда шудаанд.

Натиҷаҳои муҳимтарини диссертатсия инҳо мебошанд:

1. Ба воситаи табдилоти Лаплас-Карсон тасвири функсияҳо ва интегралҳое, ки татбиқи васеи амалӣ доранд муайян карда шудаанд.
2. Ҳалли умумии муодилаи дифференсиалии телеграф бо шартҳои ибтидоӣ ва канории додашуда муайян карда шудааст.

3. Ҳалли умумии муодилаи интегро-дифференсиалии телеграф барои ядрои функсияи хаттӣ (графикаш хати рост) ва функсияи ғайрихаттӣ (графикаш хати кач) бо шартҳои ибтидоӣ ва канории додашуда муайян карда шудааст.
4. Ҳалли умумии муодилаҳои дифференсиалии хаттӣ бо ҳосилаҳои хусусии тартиби як ва ду бо шартҳои ибтидоӣ ва канории додашуда ва ҳалли муодилаи интегро-дифференсиалии ба муодилаи мавҷ овардашаванда муайян карда шудааст.

Диссертатсия аз муқаддима ва се боб иборат мебошад.

Боби якуми рисола (параграфҳои 1.1., 1.2.) ба маълумотҳои пешакӣ доир ба табдилоти Лаплас-Карсон барои функсияҳои бисёртағирёбанда ва ҳисоби мушаххаси табдилоти роста ва баръакс барои синфҳои функсияҳо ва интегралҳо, ки баъдан бо мақсади пайдо намудани ҳалли ошкори муодилаҳои дифференсиалӣ ва интегро-дифференсиалӣ бо ҳосилаҳои хусусӣ истифода бурда мешаванд, бахшида шудааст. Дар параграфи 1.1. маълумотҳои умумӣ оид ба функсияҳои n –тағирёбанда, ҳосила, дифференсиали онҳо пешкаш карда шуда, таърифҳо, ишораҳо ва теоремаҳои асосӣ нишон дода шудаанд. Дар параграфи 1.2. формулаҳои умумии табдилоти Лаплас барои функсияҳои n –тағирёбанда дар намуди

$$F(p_1, p_2, \dots p_n) = \int_0^\infty \int_0^\infty \dots \int_0^\infty e^{-\sum_{k=1}^{n} p_k x_k} f(x_1, x_2, \dots x_n) dx_1 dx_2 \dots dx_n$$

ворид шудааст, ки дар ин ҷо $F(p_1, p_2, \dots p_n)$ – функсияи тасвир (изображение) ва $f(x_1, x_2, \dots x_n)$ –функсияи оригинал буда, $p_1, p_2, \dots p_n$ –ададҳои комплексӣ мебошанд. Бори нахуст олими Амрико Ҷон Карсон табдилоти Лаплас-ро тадқиқ намуда табдилотеро барои ёфтани тасвири функсияҳои яктағйирбанда ва дутағйирёбанда кашф намуд, ки ин табдилот ҳоло бо номи табдилоти Лаплас-Карсон машҳур аст. Хосиятҳои асосии табдилоти Лаплас ва тасвири печидаи ду функсияи дутағйирёбанда барассӣ гардидааст.

Тавассути табдилоти Лаплас-Карсон тасвири баъзе функсияҳо ва интегралҳо ҳисоб карда шудааст. Барои мисол тасвири функсияи

$$e^{-cx}\varphi_t'(t-x)+\varphi(0)e^{-cx}\delta(t-x)$$

ки дар ин ҷо c –адади ҳақиқии ихтиёрӣ буда, $\delta(t-x)$ –функсияи Дирак ва $\varphi(t)$ –функсияи дифференсиронидашаванда мебошад ба функсияи дутағйирёбандаи комплексии тағйирёбандаҳояш p,q дар намуди

$$\frac{pq\Phi(q)}{p+q+c}$$

баробар аст, ки дар ин ҷо $\Phi(q\ )$ табдилоти Лапласи функсияи $\varphi(t)$ мебошад. Ба ҳамин монанд тасвири функсияҳои

$$e^{-bt}f(|x-t|)\quad \text{ва}\quad e^{-bt-cx}f(x+t)$$

ҳисоб карда шудаанд.

Теоремаҳои 1.2.1, 1.2.2, 1.2.3, 1.2.4 мувофиқан ба ҳисобкунии тасвири баъзе интегралҳои намуди

$$\int_0^{\min(x,t)}\int_0^{t-s} a(t-s-\tau)\,f(x-s;\tau)e^{-a_1 s}\,dsd\tau$$

$$\int_0^{\min(x,t)} e^{-a_0(t-s)}\cdot e^{-a_1 s}\cdot f(x-s;t-s)ds$$

$$\int_0^{\min(x,t)} e^{-as}f(x-s,t-s)g(s)ds$$

бахшида шудаанд. Исботи теоремаҳо дар асоси методи ҳисоббарориҳои оператсионӣ ва интегралҳои ғайрихос гузаронида шуда, дар он аз таҳқиқотҳои классикии В. А. Диткин ва Г. Дёч истифода шудааст.

Боби дуюми рисола таҳти унвони "Муодилаҳои дифференсиали бо ҳосилаҳои хусусӣ" ба татбиқи табдилоти Лаплас-Карсон дар ҳалли муодилаҳои дифференсиалӣ бо ҳосилаҳои хусусии тартиби як ва ду бахшида шудааст. Дар параграфи 2.1. мафҳумҳо ва натиҷаҳои асосӣ оид ба муодилаҳои дифференсиалӣ бо ҳосилаҳои хусусии тартиби як ва ду гирд оварда шудаанд.

Аз ҷумла таснифи муодилаҳо бо ҳосилаҳои хусусии тартиби ду хотирасон шудааст ва таърифи муодилаҳои намуди элиптикӣ, гиперболикӣ ва параболикӣ низ ёдрас гардидааст.

Дар параграфи 2.2. муодилаи наклиёт бо манбаи хаттӣ ва бо шартҳои ибтидоӣ ва канории ғайриякҷинса мавриди таҳқиқ қарор гирифтааст. Масъалаи номбурда бо ёрии табдилоти интегралии Лаплас-Карсон ҳал карда шудааст. Ғайр аз ин дар ин параграф муодилаи намуди

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + 2\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t} + a\frac{\partial u}{\partial x} + a\frac{\partial u}{\partial t} + bu = f(x,t) \qquad (1)$$

бо шартҳои ибтидоии

$$\begin{cases} u(x,0) = u_0(x) \\ u'_t(x,0) = u_1(x) \end{cases} \qquad (2)$$

ва шартҳои канории

$$\begin{cases} u(0,t) = \varphi_1(t) \\ u'_x(0,t) = \varphi_2(t) \end{cases} \qquad (3)$$

омӯхта шудааст. Қайд мекунем, ки масъалаи (1)-(3) ҳангоми $a = 0, b = 1$,

$f(x,t) = \sqrt{x+t}$ ва бо шарти $u(x,0) = u'_t(x,0) = u'_x(0,t) = u(0,t) = 0$

аз тарафи олими Амрико Р. С. Даҳия ва олими Эрон Ҷ. Собирӣ бо истифода аз табдилоти дутағирёбандаи Лаплас таҳқиқ карда шудааст. Дар параграфи 2.2. –и рисола ҳалли умумии муодилаи (1) бо шартҳои ибтидоӣ ва канорӣ (2)-(3) барои дилхоҳ ададҳои мусбати a, b ва дилхоҳ функсияи бефосила ва дифференсиронидашавандаи $f(x,t)$, ки шартҳои табдилоти Лапласро қаноат мекунад бо истифода аз татбиқи табдилоти Лаплас-Карсон ҳал карда шудааст.

Дар параграфи 2.3. муодилаи дифференсиалии телеграф мавриди таҳқиқ қарор гирифтааст. Муодила намуди зеринро дорад:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \alpha\frac{\partial u}{\partial t} + \beta u = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + f(t) \tag{4}$$

Ҳалли умумии муодила бо иҷрошавии шартҳои ибтидоии

$$u(x,0) = u_0(x), u_t'(x,0) = u_1(x) \tag{5}$$

ва шартҳои канорӣ

$$u(0,t) = \varphi_1(t), u_x'(0,t) = \varphi_2(t) \tag{6}$$

ёфта шудааст.

Ҳангоми $\alpha = 0, \beta = 0$ будан масъалаи (4)-(6) аз ҷониби В. А. Диткин, А. П. Прудников ва дар ҳолати $\alpha = 0, \beta = -q(x,t)$ будан дар мақолаи Абдулкаримов М. Ф. баррасӣ шудааст. Дар рисола масъалаи (4)-(6) тавассути табдилоти интегралии Лаплас-Карсон пурра ҳал карда шудааст. Аз функсияи $f(t)$ иҷрои шартҳои мавҷудияти табдилоти Лаплас-Карсон талаб карда мешавад.

Боби сеюми рисола ба ҳалли операционии муодилаҳои интегро-дифференсиалӣ бо ҳосилаҳои хусусӣ бахшида шудааст.

Дар параграфи 3.1. мафҳумҳои асосӣ доир ба муодилаҳои интегро-дифференсиалӣ бо ҳосилаҳои хусусӣ оварда шудаанд. Қайд карда шудааст, ки чунин муодилаҳо дар намуди муодилаи гармигузаронӣ бо дарназардошти ҳофизаи муҳит дар мақолаҳои М. Гуртин, В. Пипкин таҳлили худро ёфтаанд. Натиҷаи дар боби 3 овардашуда ҳолати умумии чунин муодилаҳоро дарбар мегиранд.

Дар параграфи 3. 2. муодилаи интегро-дифференсиалии телеграф, ки то ҳол ҳалли он дар адабиётҳо вонамехурад

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + (2b+1)\frac{\partial u}{\partial t} + b^2 u = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \int_0^t a(t-\tau)\frac{\partial^2 u(x,\tau)}{\partial x^2}d\tau + f(t) \qquad (7)$$

бо шартҳои ибтидоӣ

$$u(x,0) = u_0(x);\ u_t'(x,0) = u_1(x) \qquad (8)$$

ва шартҳои канории

$$u(0,t) = \varphi_1(t);\ u_x'(0,t) = \varphi_2(t) \qquad (9)$$

таҳқиқ карда шудааст.

Ҳалли умумии масъалаи (7)-(9) барои ядроҳои $a(t) = b^2 t + 2b + 1$ ва $a(t) = (1-bt)e^{-bt}$ муайян карда шудааст.

Дар параграфи 3.3 муодилаи интегро-дифференсиалӣ бо ҳосилаҳои хусусӣ, ки ба муодилаи мавҷ овардашаванда мебошад, таҳқиқ карда шудааст.

Чунин гузориш бори аввал аз ҷониби риёзидони Ҷопон Й. Фучита барои муодилаи намуди

$$u(x,t) = f(x) + \int_0^t a(t-\tau)\frac{\partial^2 u(x,\tau)}{\partial x^2}\partial\tau \qquad (10)$$

барассӣ гардидааст. Ядро сингулярӣ буда, намуди умумии он чунин аст:

$$a(t) = \left(\Gamma(\alpha)\right)^{-1} t^{\alpha-1} \quad (11)$$

дар ин ҷо $\Gamma(\alpha)$ −функсияи Эйлер ҷинси 2 ва $\alpha \in [1; 2]$ аст.

Гузориши масъаларо меоварем: Функсияи $u(x,t)$ ёфт шавад, ки муодилаи (10)-ро бо шарти ибтидоии

$$u(x,0) = f(x) \quad (12)$$

ва шартҳои канории

$$u(0,t) = \varphi(t);\ u_x'(0,t) = c(t) \quad (13)$$

қаноат мекунад.

Масъалаи (10)-(13) аз ҷониби Й. Фучита барои ядрои (11) ва аз ҷониби муаллифи рисола барои ядрои регулярии намуди

$$a(t) = te^{-bt}, \quad b > 0 \quad (14)$$

таҳқиқ карда шудааст. Ядрои (14) дар муқоиса бо ядрои (11) ду бартарии ҷиддӣ дорад. Аввалан, барои чунин ядро татбиқи ҳисоби операционӣ қулай мебошад. Сониян, доираи татбиқи ядрои регулярӣ назар ба ядрои сингулярӣ хеле васеъ аст.

Ҳамаи тасдиқоти риёзии дар диссертатсияи Сиддиқзода Ш.М. овардашуда исбот карда шудаанд. Исботҳо мантиқан костагӣ надоранд.

Мавзӯи диссертатсия ба шаҳодатномаи ихтисоси 6D.060100-Математика: 6D.060103-Муодилаҳои дифференсиалӣ, системаҳои динамикӣ ва идоракунии оптималӣ комилан мувофиқ буда, ба пуррагӣ ба формулаи он дар самти "Муодилаҳои дифференсиалӣ" ҳамҷоя мебошад.

Дар рисолаи диссертатсионӣ ба баъзе камбудиҳо роҳ дода шудааст, ки кадомеҳо ба мазмуну мундариҷаи кори илмӣ таъсири манфӣ расонида наметавонанд. Масалан, дар саҳифаи 9 ба ҷои калимаи январ калимаи января ва дар саҳифаи 46 ба ҷои ишораи (2.1.2) ишораи (1.2.2) оварда шудаанд. Дар саҳифаи 11-и автореферат исботи яке аз теоремаҳо оварда шудааст, ки ба он зарурият набуд, зеро, ки исботи теоремаҳо дар диссертатсия оварда шудаанд. Ва ниҳоят хубтар мешуд, агар дар рисола хосиятҳои табдилоти баръакс муфассалтар оварда мешуданд.

Дар асоси фикру мулоҳизаҳои дар боло овардашуда ба хулосаҳои зерин меоем:

1) Рисолаи Сиддиқзода Ш. М. кори баанҷомрасидаи илмӣ-квалификатсионӣ мебошад.
2) Натиҷаҳои дар рисола овардашуда нав буда, аз он шаҳодат медиҳанд, ки докторант дар таҳқиқи масъалаҳои актуалии назарияи муодилаҳои дифференсиалӣ ва интегро-дифференсиалӣ саҳми муайян дорад.
3) Натиҷаҳои асосии кор дар маҷаллаҳои рӯйхати КОА-и назди Президенти Ҷумҳурии Тоҷикистон, конференсияҳои байналмиллалӣ ва ҷумҳуриявӣ нашр шудаанд.
4) Дар корҳои якҷоя бо ҳаммуаллиф, ҳамаи ҷузъиёт ва исботи теоремаҳо пурра ба унвонҷӯ тааллуқ доранд.

Ҳамаи гуфтаҳои боло аз он шаҳодат медиҳанд, ки диссертатсияи Сиддиқзода Шаҳриёр Мулозулфон "Татбиқи ҳисоби операционӣ дар ҳалли баъзе синфҳои муодилаҳои дифференсиалӣ ва интегро-дифференсиалӣ бо ҳосилаҳои хусусӣ" таҳқиқоти ба анҷомрасида буда, ба талаботҳои КОА-и назди Президенти Ҷумҳурии Тоҷикистон барои дарёфти дараҷаи илмии доктори фалсафа (PhD)-доктор аз рӯи ихтисоси 6D.060100-Математика: 6D.060103-Муодилаҳои дифференсиалӣ, системаҳои динамикӣ ва идоракунии оптималӣ ҷавобгӯ мебошад. Муаллифи он Сиддиқзода Шаҳриёр Мулозулфон бошад сазовори гирифтани унвони дараҷаи доктори фалсафа

(PHD)-доктор аз рӯи ихтисоси 6D.060100-Математика: 6D.060103-Муодилаҳои дифференсиалӣ, системаҳои динамикӣ ва идоракунии оптималӣ мебошад.

Доктори илмҳои физикаю математика, профессори кафедраи фанҳои риёзӣ ва табиатшиносии муосири Донишгоҳи давлатии ҳуқуқ, бизнес ва сиёсати Тоҷикистон — Муҳсинов Ё.М.
Ҷумҳурии Тоҷикистон, вилояти Суғд, шаҳри Хуҷанд, к.А.Фирдавсӣ, бинои 111, ҳуҷраи 63
Телефон: (92) 773 43 42,
E-mail: yodgor.mukhsinov@gmail.com

Имзои Муҳсинов Ё.М. -ро тасдиқ мекунам:

Сардори Шӯъбаи кадрҳо ва корҳои махсуси Донишгоҳи давлатии ҳуқуқ, бизнес ва сиёсати Тоҷикистон — Бобоев А. Х.

ШӮЪБАИ КАДРҲО ВА КОРҲОИ МАХСУС

"31" 03 2026