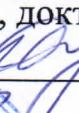


УТВЕРЖДАЮ

Ректор международного университета
туризма и предпринимательства
Таджикистана, доктор экономических наук,
профессор  У.С. Асрорзода
«» 2022 г.

Отзыв

ведущей организации на диссертацию Шарифзода Зебонисои Иброхим
«Методы качественного исследования стационарных и периодических
решений нелинейных дифференциальных уравнений второго и третьего
порядков», представленную на соискание учёной степени кандидата
физико-математических наук по специальности 01.01.02 –
дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное
управление

Теории периодических и стационарных решений широко применяются
в различных областях науки, в частности, в физических, химических и
биологических системах. Такое широкое разнообразие применения данных
теорий вызывают дополнительный интерес к более глубокому исследованию
проблем существования стационарных и периодических решений систем
нелинейных дифференциальных уравнений, а также и к поиску методов
исследования этих задач.

Несмотря на то, что изучению периодических решений нелинейных
систем дифференциальных уравнений посвящено большое количество работ,
но недостаточно изучены условия существования периодических решений,
при рассмотрении которых требуется привлекать свойства линейных членов
системы. Требует более глубокого рассмотрения вопрос о влиянии параметров
на свойства линейных систем дифференциальных уравнений, особенно для
систем, линейное приближение которых зависит от параметров.

Теория периодических решений нелинейных систем дифференциальных
уравнений исследована в классических трудах А. Пуанкаре и А.М. Ляпунова,
Н.Н. Боголюбова, а также разрабатывались в работах В.В. Немышкого, В.В.
Степанова, И.Г. Малкина, В.А. Плисса, М.А. Красносельского, А.А.
Андронова, Е. Хопфа, Дж. Хейла, Н.А. Бобылева, С.А. Вавилова, Ю.В.
Малышева и других авторов.

Для изучения систем, содержащих малый параметр, А. Пуанкаре и А.М. Ляпуновым был предложен метод малого параметра. Названный метод был впервые использован А. Пуанкаре в его работах по небесной механике для интегрирования нелинейных уравнений. Идея метода основана на том, что периодическое решение исходной нелинейной системы должно быть близко к одному из периодических решений соответствующей консервативной системы. Последнее решение называется порождающим. Основная задача метода малого параметра в большинстве практических случаев состоит в нахождении порождающего решения и определении малых поправок к нему.

В книге Н.Н. Боголюбова и Ю.А. Митропольского для исследования нелинейных систем широко используется метод усреднения. Суть метода заключается в следующем: исходное уравнение заменяется усредненным, более удобным для исследования. При этом должно соблюдаться важное условие: усредненное уравнение должно описывать главные черты исследуемого процесса.

Диссертационная работа Шарифзода Зебонисои Иброхим посвящена обобщению метода малого параметра Л.С. Понтрягина в случае непрерывности всех входящих функций. В отличие от работы Л.С. Понтрягина не требуется условия дифференцируемости функций. А также в диссертационной работе исследовано существование стационарных решений нелинейной системы, описывающей фотосинтез в автотрофных системах.

Решение перечисленных задач составляют основное содержание работы.

Диссертация соответствует профилю диссертационного совета 6D.КОА-011 по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Диссертационная работа состоит из введения, трех глав, списка цитированной литературы из 101 наименований, занимает 98 страниц машинописного текста, набранного на Ms Word.

В первой главе диссертации приводится обзор литературных источников, приводится список не решенных задач, которые решаются в данной диссертационной работе, а также список открытых вопросов, которые требуют дальнейшие исследования.

Результаты второй главы являются обобщениями работы Л.С. Понтрягина, где исследуются вопросы о существовании циклов в нелинейных системах, зависящих от малого параметра. Следует отметить, что в работе Л.С. Понтрягина получены необходимые и достаточные условия существования циклов в случае аналитических функций. В отличие от работ

Л.С.Понtryгина в работе автора диссертационной работы не требуются условия дифференцируемости относительно функций

$$F(r) = \int_0^{2\pi} (\cos\varphi \cdot P(r\cos\varphi, r\sin\varphi, 0) + \sin\varphi \cdot Q(r\cos\varphi, r\sin\varphi, 0)) d\varphi,$$

и

$$F(h) = \int_0^{2\pi} [Q(u, Y(u, h), 0) - P(u, Y(u, h), 0) \cdot \frac{\partial Y}{\partial u}(u, h)] du.$$

А также для рассматриваемой системы (2.3.1) построен алгоритм аналитического построения примеров, которые удовлетворяют условиям теоремы 2.3.1, 2.4.1.

Основными теоремами третьей главы являются теоремы 3.2.1, 3.3.1, 3.5.1 и леммы 3.2.1, 3.2.2, 3.5.1 и 3.5.2.

В данной главе диссертации изучается нелинейная система трех дифференциальных уравнений, описывающая фотосинтез в автотрофных системах. Система (3.1.1) описывает ключевой этап взаимодействия систем первичных процессов фотосинтеза с системой метаболических реакций в автотрофных (фотосинтезирующих) системах и является развитием моделей, изученных в работах Г.Ю. Ризниченко и А.Б. Рубина.

Для рассматриваемой системы в этой главе выделена область

$$\Pi = \{(x, y, z): 0 < x < 1, y > 0, z > 0, y + z < 1\},$$

инвариантная относительно движения вдоль траектории системы при возрастании времени. В данной области установлено существование единственного стационарного решения и исследованы вопросы его устойчивости.

Следующим основным утверждением в третье главе является теорема 3.5.1. Теорема 3.5.1 посвящена вопросу устойчивости, а именно, асимптотической устойчивости найденного стационарного решения системы (3.1.1). Доказано, что стационарное решение системы (3.1.1) является асимптотически устойчивым без дополнительных ограничений на параметры $a, b, k_0, k_{-1}, k_1, k_{-2}, k_2, k_3$ - системы (3.1.1) при единственном условии их положительности. Установлено, что все собственные значения матрицы Якоби (3.4.2) для вектор-функции, порожденной правой частью системы (3.1.1), в любой точке области (3.1.2) имеют отрицательную вещественную часть.

В шестом параграфе третьей главы приводится пакет программ для численного исследования нелинейной системы (3.1.1).

В целом, в диссертации проделана большая содержательная работа. Автор владеет методами качественного исследования, общими теориями дифференциальных уравнений и функционального анализа.

Диссертация написана автором самостоятельно, содержит новые научные результаты, выдвигаемые на публичную, защиту и характеризующие личный вклад автора по общим теориям дифференциальных уравнений. Необходимые ссылки на авторов и источников заимствования материала в диссертации имеются. Автореферат соответствует всем требованиям ВАК при Президенте Республики Таджикистан, полно и правильно отражает основные положения диссертационной работы. Основные работы диссертации опубликованы в 14 научных работах, в том числе 7 опубликованы в журналах, входящих в список журналов ВАК при Президенте Республики Таджикистан и ВАК РФ, и 7 в материалах международных и республиканских научных конференциях.

Автореферат и диссертация оформлены правильно. Однако имеются незначительные технические замечания:

1. На стр.10 автореферата вместо слова “Первая главе” нужно было писать “Первая глава”.
2. На стр.81 и 84 встречается склеивание слов.

Отмеченные замечания не существенны и никак не снижают общую высокую оценку диссертационной работы.

Вышесказанное дает основание считать, что диссертационная работа Шарифзода Зебонисои Иброхим «Методы качественного исследования стационарных и периодических решений нелинейных дифференциальных уравнений второго и третьего порядков», представленная на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление, является квалифицированной работой и полностью соответствует требованиям предъявляемым ВАК при Президенте Республики Таджикистан к диссертациям на учёную степень кандидата физико-математических наук по вышеуказанной специальности.

Результаты диссертационной работы З.И.Шарифзода заслушаны на семинаре кафедры математики в экономике международного университета туризма и предпринимательства Таджикистана 25 августа 2022 г. протоколом № 2.

Отзыв составил профессор кафедры математики в экономике, доктор физико-математических наук по специальности 01.01.02 - дифференциальные уравнения, динамических систем и оптимальное управление М.Исмати.

Отзыв обсужден и утвержден на заседании кафедры математики в экономике международного университета туризма и предпринимательства Таджикистана протоколом № 1 от 25 августа 2022 г.

Председатель семинара, доктор физико-математических наук по специальности 01.01.02 - дифференциальные уравнения, динамических систем
и оптимальное управление, профессор

М.Исмати

Председатель заседания, зав. кафедрой математики в экономике, кандидат физико-математических наук, доцент

Г.М.Козиев

Секретарь заседания кандидат физико-математических наук, доцент

Р.Э.Азизов

Адрес: 734055, г. Душанбе, проспект Борбада, 48/5.

Телефон: +992(37) 234-88-02

Официальный сайт: www.iutet.tj

Адрес электронной почты: dsx_ips@mail.ru

Подписи М.Исмати, Г.М.Козиева и Р.Э.Азизова заверяю

Начальник ОК МУТИТ

