ОТЗЫВ

на диссертационную работу *Шарипова Бобоали* «Вполне интегрируемые системы уравнения в полных дифференциалах с сингулярными коэффициентами», представленную на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы, оптимальное управление

Диссертационная работа Б. Шарипова посвящена изучению вопросов разрешимости и исследованию свойств решений систем дифференциальных уравнений в полных дифференциалах (п.д.-систем) с регулярными и сингулярными коэффициентами. К таким задачам приводят не только теоретические, но и многие практические вопросы, например, ряд проблем механики, газо- и гидродинамики, химии, биологии, экономики и др. Исследованию п.д.-систем и их приложений посвящены работы многих ученых, среди которых особо хочется выделить работы Л.Г.Михайлова, Н.Раджабова, А.Д.Джураева, Э.Рузметова. Развитие теории п.д.-систем с регулярными и сингулярными коэффициентами продолжается, многие вопросы здесь еще являются открытыми. Тема диссертационной работы Б.Шарипова актуальна.

Диссертационная работа Б.Шарипова состоит из введения и трёх глав. Список литературы насчитывает 356 наименований.

Во введении обосновываются актуальность темы и степень ее научной разработанности, формулируются цель исследования, задачи исследования, научная новизна, а также приведены основные положения, выносимую на защиту диссертации.

Первая глава диссертации состоит из 12 параграфов; она посвящена изучению нелинейных и квазилинейных систем уравнений в полных дифференциалах с сингулярными коэффициентами на плоскости и пространстве. Для таких классов систем проверяются тождественного выполнения условия совместности, находятся многообразия решений систем, а также анализируется поведение решений систем в точках линии вырождения.

Вторая глава диссертации посвящена исследованию систем уравнений в полных дифференциалах с сингулярными точками на плоскости и в пространстве.

Автор находит многообразия решений следующих систем:

$$r^n \frac{\partial u}{\partial r} = a(r,\varphi;u),\ r^{n-1}\frac{\partial u}{\partial \varphi} = b(r,\varphi;u);$$

$$\rho^n \frac{\partial u}{\partial \rho} = a_1(\rho,\varphi;u),\ \rho^{n-1}\frac{\partial u}{\partial \varphi} = a_k(\rho,\varphi;u),(k=2,3,\ldots,n),\quad \varphi=(\varphi_1,\varphi_2,\ldots,\varphi_{n-1}).$$

Во всех системах, в случае тождественного выполнения условия совместности, многообразия решений определяются формулами, непрерывными в области, либо имеющие определённого порядка особенности.

Третья глава диссертации посвящена исследованию переопределённой обобщённой системе Коши-Римана, в классе вещественно-аналитических функций. Автор диссертации развивает известные результаты Михайлова Л.Г. на случаи систем с сингулярными точками. Применяя теоремы о вычетах, он находит непрерывные решения систем. В частности,

в **п.3.5. 5.** работы рассматривается п. о. с. К. - Р., вида

$$\begin{cases} \dfrac{\partial W}{\partial \bar z_i} = \dfrac{f_i(z_1,\bar z_1,\dots,z_n,\bar z_n)}{(\bar z_i - \bar z_i^{(0)})^m}\, p(z_1,\dots,z_{k-1},z_k,\bar z_k\dots,z_n,\bar z_n;W),\ (i=\overline{1,k}) \\ \dfrac{\partial W}{\partial \bar z_j} = \dfrac{f_j(z_1,\bar z_1,\dots,z_n,\bar z_n;W)}{(\bar z_j - \bar z_j^{(0)})^m},\ (j=\overline{k+1,n}) \end{cases} \qquad (3.5.1)$$

где $f_i, f_j \in RA(\overline{\Pi}_n), W \in WA(\Pi_{n+1}^{(0)}), m>0, f_i, f_j$ –аналитические функции по W. Учитывая тождественного выполнения условий совместности, Б.Шарипов находит многообразие решений данной системы следующей формулой:

$$W(z_1,\bar z_1,\dots,z_n,\bar z_n) = \qquad (3.5.4)$$
$$= P^{-1}\left[z_1,\dots,z_k,z_{k+1},\bar z_{k+1},\dots,z_n,\bar z_n;\Phi(z_1,\dots,z_n)+\omega(z_1,\bar z_1,\dots,z_n,\bar z_n)+H(z_1,\dots,z_k,z_{k+1},\bar z_{k+1},\dots,z_n,\bar z_n)\right]$$

В заключительном параграфе третьей главы рассматриваются квазилинейные п.о.с. К.- Р. вида

$$\frac{\partial W}{\partial \bar z_1} = f_1(z,\bar z;W),\ \frac{\partial W}{\partial \bar z_2} = \frac{f_2(z,\bar z;W)}{\bar z_1^m},\dots,\frac{\partial W}{\partial \bar z_n} = \frac{f_n(z,\bar z;W)}{\bar z_{n-1}^m} \qquad (3.8.1)$$

где $f_k \in RA(\overline{I}_2), W \in RA(\ddot I_3^{(0)}), z=(z_1,z_2,\dots,z_n)$ f_k – заданные аналитические по W функции, т.е. $\partial_{\overline{W}} f_k = 0, (k=\overline{1,n})$. Если условия совместности исходной системы по всем переменным выполняются тождественно, тогда система (3.8.1) разрешима, и многообразие ее решений находится определённой формулой, непрерывной во всем бицилиндре ($\overline{\Pi}_n$), определяемое через одной произвольной аналитической функцией $\Phi(z)$ ($z=z_1,z_2,\dots,z_n$). При этом в системе (3.8.1) ее точки вырождений устраняются.

Тема диссертации является актуальной, полученные в ней результаты являются новыми и представляют теоретическую и практическую значимость. Результаты диссертационного исследования весомые и в достаточной мере

отражены в научных публикациях автора. Эти результаты прошли апробацию на многих международных научных конференциях. В этой связи отмечу, что ряд результатов работы Б.Шарипова мне знаком по его докладам на научных конференциях в г. Уфе.

Отмечу также, что по критериям, установленным в п. 9-14 «Положения о порядке присуждение учёных степеней», представленную диссертацию можно считать научно-квалифицированной и законченной работой, в которой получены новые результаты, имеющие значение в теории дифференциальных уравнений в частных производных, уравнений эллиптического типа, а также в теории переопределённых обобщённых систем Коши-Римана в классе вещественно-аналитических функций.

Необходимые ссылки на авторов и источники заимствования материалов в диссертации имеются. Представленная диссертация соответствует основным критериям «Положения о порядке присуждения учёных степеней», а ее автор Шарипов Бобоали заслуживает присуждения ему учёной степени доктора физико-математических наук, по специальности 01.01.02- Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Заведующий кафедрой дифференциальных

уравнений Уфимского университета науки и технологий (г. Уфа, Россия),

доктор физико-математических наук,

профессор М.Г.Юмагулов

Подпись Юмагулова М.Г.
Удостоверяю «12» 04 2023 г.
Начальник общего отдела УУНиТ