

ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертацию Шарипова Бобоали

“Вполне интегрируемые системы уравнений в полных дифференциалах с сингулярными коэффициентами”,
представленную на соискание учёной степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.02-
Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Актуальность темы. Исследование и методы нахождения многообразия решений систем дифференциальных уравнений в полных дифференциалах привлекают внимание многих учёных, поскольку они очень часто применяются к решению задач механики, гидродинамики, теории упругости, теории электромагнитных волн, океанологии, сейсмологии, медицины, экономики и др. Поэтому теория таких уравнений является одним из основных направлений научных исследований в современной математике. Одним из классов таких систем дифференциальных уравнений является класс систем уравнений в полных дифференциалах (п.д.-систем) с сингулярными коэффициентами.

В диссертационной работе исследуются некоторые классы переопределённых систем уравнений в полных дифференциалах первого порядка с одной неизвестной функцией, действительными переменными в классе непрерывно-дифференцируемых функций, а также по комплексным переменным в классе вещественно-аналитических функций произвольного числа независимых переменных. Ранее исследованиям таких систем занимались такие учёные как Л.Г.Михайлов, З.Дж.Усманов, Н.Раджабов, Э.Рузметов, Ж.Н.Тасмамбетов и др.

Структура и содержание работы. Диссертационная работа состоит из введения, общей характеристики работы, трёх глав, заключения и списка литературы. Полный объём диссертации составляет 430 страниц, библиография включает 356 наименований.

Во введении даётся краткий исторический обзор работ, связанных с темой диссертации, обосновывается актуальность темы, а также излагаются основные результаты диссертации.

Первая глава, состоящая из двенадцати параграфов, посвящена исследованию систем уравнений в полных дифференциалах с сингулярными линиями. В этой главе рассматривается целый ряд п.д.-систем с одной, а также многими сингулярными линиями на плоскости, либо с сингулярными коэффициентами в многомерных пространствах. В первых десяти параграфах рассмотрены системы двух дифференциальных уравнений первого порядка относительно одной неизвестной функции u от двух неизвестных действительных переменных x и

y , имеющих следующий вид:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = A(x, y, u), \quad \frac{\partial u}{\partial y} = B(x, y, u). \quad (1)$$

Сначала для удобства рассматривается классический случай, а потом рассматриваются различные типы системы (1), когда функции $A(x, y, u)$, $B(x, y, u)$ имеют сингулярности на линиях $x = 0$, $y = 0$. Выделяются следующие случаи:

1. функция $A(x, y, u)$ допускает разделение переменных по первому и последнему аргументам, то есть

$$A(x, y, u) = a(x, y)m(y, u); \quad B(x, y, u) = \frac{b(x, y, u)}{x^n};$$

2. правая часть одного из уравнений является однородной функцией нулевого порядка или обобщённо-однородной функцией;

3. когда одно из уравнение системы (1) является уравнением Бернулли;

$$4. A(x, y, u) = a(x, y) + h(x, y)u^n; \quad B(x, y, u) = b(x, y, u);$$

$$5. A(x, y, u) = \frac{a(x, y, u)}{y^n}; \quad B(x, y, u) = b(x, y, u);$$

$$6. A(x, y, u) = \frac{a(x, y, u)}{x^n}; \quad B(x, y, u) = \frac{b(x, y, u)}{x^n};$$

$$7. A(x, y, u) = \frac{1}{x^n}a(x^{n-1}, y, u); \quad B(x, y, u) = \frac{1}{x^n y^{n-1}}b(x, y, x^{n-1}u);$$

$$8. A(x, y, u) = a(x, y)u + h(x, y)u^k; \quad B(x, y, u) = \frac{b(x, y, u)}{x^n};$$

$$9. A(x, y, u) = \frac{a(x, y)}{x^n}p(u); \quad B(x, y, u) = \frac{b(x, y)}{y^n}q(u);$$

$$10. A(x, y, u) = \frac{a(x, y)}{y^n}p(u); \quad B(x, y, u) = \frac{b(x, y)}{x^n}q(u).$$

Для всех рассмотренных случаях системы (1), в диссертации найдены условия их совместности, и в случае тождественного выполнения этих условий найдены решения исследуемых систем в явном виде.

В одиннадцатом параграфе исследуются некоторые аналоги систем, рассмотренных в предыдущих параграфах, в случае трёх дифференциальных уравнений от одной функции по трём независимым действительным переменным. В двенадцатом параграфе некоторые результаты предыдущего параграфа обобщаются для систем n дифференциальных уравнений от одной функции по n независимым действительным переменным, то есть, для таких систем находится явная формула многообразия решений, а также исследуются поведения решения вблизи линии вырождения.

Вторая глава диссертационной работы, состоящая из трёх параграфов посвящена изучению некоторого класса нелинейных уравнений в полных дифференциалах первого порядка с сингулярной точкой. Далее для п.д.- систем изучается вопрос о тождественном выполнении условия совместности и нахождение многообразия решений систем в явном виде, либо в квадратурах. А также

исследуются поведения решений систем на точках вырождения, находящихся в замкнутой области. Чтобы хорошо описывать поведение решения вблизи сингулярной точки, эти системы рассматриваются в полярной системе координат, и сингулярность в коэффициентах уравнений выражается множителями вида r^{-n} или ρ^{-n} , где $r = r(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$ на плоскости, $\rho = \rho(x, y, z) = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ в трёхмерном пространстве и $\rho = \rho(x) = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_m^2}$ в m -мерном пространстве точек $x = (x_1, x_2, \dots, x_m)$. Прежде чем рассмотреть системы в полных дифференциалах с сингулярной точкой с общими коэффициентами, в диссертации приведены много конкретных примеров. В первом параграфе второй главы рассматриваются п.д.-системы с сингулярной точкой на плоскости, часть из которых имеют следующий общий вид

$$r^n \frac{\partial u}{\partial r} = A(r, \varphi, u), \quad r^{n-1} \frac{\partial u}{\partial \varphi} = B(r, \varphi, u).$$

Во втором параграфе второй главы изучаются аналоги п.д.-систем, рассмотренных в предыдущем параграфе, в случае трёхмерного пространства, и в случае тождественного выполнения условия совместности найдены формулы многообразия её решений. В третьем параграфе рассматривается случай произвольного конечного числа независимых переменных. Для рассмотренных в этом параграфе систем также найдены условия, при выполнении которых исследуемая система имеет решение непрерывное в окрестности особой точки или решение, которое имеет особенность степенного порядка

Третья глава диссертационной работы, состоящая из девяти параграфов, посвящена изучению переопределённой обобщенной системы Коши-Римана с сингулярными коэффициентами. В первом параграфе третьей главы диссертации приведены некоторые основные результаты из теории обобщённых аналитических функций одной комплексной переменной, а также из теории обобщённых аналитических функций многих комплексных переменных, которые ранее были исследованы И.Н.Векуа, Л.Г.Михайловым и С.Байзоеевым. Переопределенные обобщенные системы Коши-Римана с регулярными коэффициентами также изучены в работах Л.Г.Михайлова. Во втором параграфе третьей главы диссертационной работ рассмотрены некоторые классы переопределённых обобщенных систем Коши-Римана с сингулярными коэффициентами в случае двух независимых комплексных переменных, когда коэффициенты системы можно представить в виде разделения переменных. В третьем параграфе главы исследует некоторые переопределённой обобщенной системы Коши-Римана с линейными правыми частями. В чётвёртом параграфе третьей главы рассматривается некоторых квазилинейных переопределённой обобщенной системы Коши-Римана с правой частью специального вида. В пятом параграфе главы изучаются некоторые системы дифференциальных уравнений

Коши-Римана с тремя комплексными переменными, а в шестом параграфе третьей главы исследуются системы дифференциальных уравнений Коши-Римана в случае произвольного числа переменных. Результатом третьей главе является обобщение результатов работ Л.Г.Михайлова на случай переопределенных обобщенных систем Коши-Римана с сингулярными коэффициентами.

Степень достоверности результатов проведенных исследований. Научные положения, выводы сформулированные в диссертации, подтверждаются с помощью строгих математических доказательств. Все утверждения диссертационной работы являются обоснованными.

Новизна и практическая значимость, ценность научных работ соискателя. Основные научные результаты, полученные в диссертационной работе, являются новыми и наиболее важными среди них являются следующие:

- найден явный вид решения п.д.-системы двух уравнений относительно одной неизвестной функции от двух независимых действительных переменных, правые части которых имеют особенности различного порядка по переменным дифференцирования, при тождественном выполнении условий совместности;
- доказано, что в процессе интегрирования систем порядок особенности по каждой переменной уменьшается на единицу. В случае же простой особенности, т.е. особенности первого порядка, решение имеет логарифмическую особенность на линиях вырождения, а в случае слабой особенности система имеет непрерывное решение по всем переменным;
- для различных видов п.д.-систем с сингулярной точкой на плоскости в трёхмерном пространстве и в многомерном пространстве, в случае тождественного выполнения условия совместности, найдены явные формулы многообразия решений. Системы, рассмотренные в трёхмерном и многомерном пространствах, имеют однозначные решения, а в случае плоскости рассмотрены системы, которые имеют многозначные либо однозначные решения;
- Для переопределённых обобщённых систем Коши-Римана с произвольным числом переменных, правые части которых имеют сингулярность высшего порядка, доказано, что если в уравнениях этой системы переменная по которой берётся частная производная совпадает с переменной относительно которой правая часть имеет сингулярность, то в случае тождественного выполнения условия совместности, порядок особенности решения не ниже, чем порядок сингулярности коэффициентов системы.

Полнота изложения материалов диссертации в работах, опубликованных соискателем. По теме диссертации опубликованы 56 работ и одна монография. Первые 21 работы входят в перечень ВАК при Президенте Республики Таджикистан. Основные результаты диссертационной работы достаточно полно отражены в этих публикациях.

Замечания. Имеется незначительное количество опечаток и некоторые по-

грешности редакционного характера, например:

1. На странице 197 номер Леммы указан неправильно (т.е. в место Леммы 2 должна быть Лемма 1);
2. Первая и третья главы диссертации не имеют названия;
3. На страницах 158, 160 две разные теоремы обозначены под одним номером (Теорема 1.27);
4. На страницах 247, 250 две разные теоремы обозначены под одним номером (Теорема 2.14);
4. На странице 166 Теорема 1.29 нумерована как теорема 1.33.

Выявленные недостатки не влияют на общую положительную оценку работы.

Соответствие автореферата основному содержанию диссертации.
Автореферат соответствует требованиям ВАК при Президенте Республики Таджикистан, полно и правильно отражает основные положения диссертации.

Выводы. На основании вышеизложенного можно сделать вывод о том, что диссертация Шарипова Бобоали “Вполне интегрируемые системы уравнений в полных дифференциалах с сингулярными коэффициентами” представляет собой законченное, самостоятельно выполненное научное исследование, содержащее решения, имеющие существенное значение, соответствующее критериям, установленным в “Положении о порядке присуждения ученых степеней”, а ее автор - Шарипов Бобоали вполне заслуживает присуждения ему учёной степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.02- Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Официальный оппонент,
доктор физико-математических наук по специальности
01.01.02 - Дифференциальные уравнения, динамические
системы и оптимальное управление,
профессор кафедры математического анализа
и дифференциальных уравнений
Бохтарского государственного
университета им. Н.Хусрава



Сафаров Дж.

735140, Республика Таджикистан,
г. Бохтар, ул.Айни, дом 67
Веб-сайт: <https://www.ktsu.edu.tj>
Тел.: +992(3422)22253.

Подпись Сафарова Дж. заверяю
Начальник ОК БГУ и СЧ им. Н.Хусрава



Шукурзод Дж. А.