

Отзыв

официального оппонента на диссертационную работу Шокира Фархода по теме «**Математическое моделирование динамических и топологических локализованных решений нелинейных эволюционных уравнений**», представленную на соискание учёной степени доктора физико-математических наук по специальности 05.13.18 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

Значимость выбранной темы и степень обоснованности научных положений.

Известно, что многие важные явления и динамические процессы, описываемые методами, разработанными в рамках естественных наук, в том числе физики, механики, оптики, фотоники, химии, молекулярной биологии, а также медицины и астрофизики управляются нелинейными уравнениями в частных производных. Исследование математических моделей этих явлений, их решений, в частности, изучение условий возникновения устойчивых локализованных решений и динамики их взаимодействия, могут помочь нам понять механизм связанных физических моделей или обеспечить лучшее знание физических проблем и возможных приложений.

Диссертационная работа Шокира Ф. посвящена исследованию свойств локализованных полей динамической и топологической природы в рамках $(2+1)$ -мерной $O(3)$ нелинейной σ -модели и проблемам математического моделирования многомерных квантовых систем. В случае исследований решений $O(3)$ нелинейной σ -модели использованы методы численного моделирования а также аналитические методы нахождения точных решений, где получены следующие результаты:

– на основе топологических вихрей Белавина и Полякова и известных доменных границ уравнения \sin -Гордона построены

численные модели взаимодействия данных топологических решений. В случае взаимодействия по пространственной конфигурации «вихрь–доменная граница», приведенных в разделах 3.3.1 и 3.3.2 выявлены свойства распада вихрей вдоль доменных границ для всех значений индекса Хопфа (Q_t) и, таким образом, обобщены результаты аналогичного характера других авторов, полученных для значения $Q_t=1$. В случае взаимодействия по пространственной конфигурации «доменная граница – вихрь – доменная граница» получены качественно новые результаты (раздел 3.3.3), которые нуждаются в интерпретации по аналогии с возможными практическими экспериментами. Следует отметить, что автором диссертации предложена теоретическая интерпретация аннигиляции доменных границ, с точки зрения спиновой динамики топологических локализованных структур;

– численными методами на основе топологических вихрей Белавина и Полякова, изменением динамики вращения изотопических спинов в пространстве сферы Блоха получены устойчивые осциллирующие топологические вихри данного вида (раздел 3.1.2);

– численные модели взаимодействующих локализованных топологических полей (топологический вихрь – доменная стенка), описывающих динамику их взаимодействия в так называемом обращенном времени (обратная эволюция) и показано свойство T-симметрии (2+1)-мерной $O(3)$ нелинейной σ -модели;

– методом усреднения лагранжиана выведен аналитический вид класса новых решений в виде осциллирующих динамических локализованных структур – бризеров (2+1)-мерного уравнения \sin -Гордона (глава 4, параграф 4.1). На основе данных решений численными методами получены бризерные решения для (2+1)-мерной $O(3)$ нелинейной σ -модели. Также численными методами построены модели

взаимодействия полученных решений и показана их устойчивость при движении и взаимодействиях.

В направлении математического моделирования квантовых систем с высокими значениями спина ($S > 1/2$) аналитическими методами получены выражения для функций, описывающих соотношения между так называемыми ориентированными состояниями системы в фазовом пространстве блоховской сферы.

Заметим, что рассмотренная в диссертационной работе теория нелинейных сигма-моделей изначально была предложена в 60-х годах в качестве эффективной модели сильного взаимодействия между пионами и нуклонами, известная также в теории конденсированного состояния, как модель континуального приближения двумерного изотропного ферромагнетика Гейзенберга. Уже в 70-е годы было установлено, что данная модель обладает очень интересными симметриями и поддерживает топологические солитонные решения (например, вихри Белавина и Полякова, найденные в 1975 году). Следует также отметить, что солитонные решения $O(3)$ нелинейной σ -модели можно рассматривать как низкоразмерные аналоги классических инстантонов в масштабнo-инвариантной четырехмерной евклидовой теории Янга–Миллса. Нелинейные σ -модели могут использоваться также для описания диффузионного транспорта в нормальных металлах и сверхпроводниках с внутренней спин-орбитальной связью. Наконец, известно также, что на основе $O(3)$ нелинейных σ -моделей можно спроектировать квантовую систему в виде специального квантового компьютера (квантовый симулятор), который выполняет квантовое моделирование.

Исходя из вышесказанного, считаю, что тема диссертации является актуальной, соответствует современным критериям для научно-исследовательских работ, а разработанные методы исследования и корректность полученных результатов научно обоснованы.

Достоверность и новизна полученных результатов, выводов и рекомендаций.

Достоверность и новизна результатов, полученных в диссертационной работе обоснованы следующими:

– применением известного метода конечных разностных схем разработаны устойчивые численные схемы корректно описывающие уравнения \sin -Гордона и $O(3)$ нелинейной σ -модели в $(2+1)$ -мерном пространстве-времени. В том числе на краях двумерных областей моделирования вставлены специальные граничные условия, обеспечивающие нейтрализацию отражаемых линейных волн возмущений;

– разработанные алгоритм, численные схемы и компьютерные коды апробированы на известных локализованных решениях – тестовых моделях (доменные границы уравнения \sin -Гордона, стационарные белавин-поляковские вихри $O(3)$ нелинейной σ -модели). При этом были получены численные эволюционные модели аналогичные результатам других авторов;

– корректность аналитических результатов главы 4 (параграф 4.1) и главы 5 обеспечивается в сравнении с аналогичными результатами других авторов, а также численными моделированиями их эволюции, показывающие устойчивость полученных решений (глава 4).

Следует отметить, что результаты, полученные автором диссертации, в определенных случаях (глава 3 параграф 3.3; глава 4, параграф 4.1), обобщают аналогичные результаты, полученные ранее другими авторами.

Выводы и рекомендации автора (стр. 265–269) относительно полученных результатов и их практическому использованию являются обоснованными.

Соответствие диссертации установленным критериям.

Структура и логическое построение диссертации, а также автореферата соответствуют требованиям главы 3 «Критерии подготовки диссертации» Порядка присуждения ученых степеней (в редакции пост. Правительства РТ от 26.06.2023 №295) и Инструкции о порядке оформления диссертаций и автореферата диссертаций, утвержденной решением Президиума Высшей аттестационной комиссии при Президенте Республики Таджикистан. По результатам исследований диссертационной работы опубликованы 129 работ, включая более 20 статей в рецензируемых журналах, 3 монографии, 12 свидетельств о регистрации компьютерных программ. Также результаты диссертации были доложены и обсуждены в более 50 научных мероприятиях (стр. 24–28). В списке литератур указаны более 300 ссылок на уникальные исследования, существующие на данный момент по теме диссертации.

Соответствие диссертации специальностям и направлениям науки, по которым представляется к защите.

Считаю, что диссертация Шокира Ф. соответствует паспорту специальности 05.13.18 – «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ» по отрасли «физико-математические науки»: в работе в качестве аппарата исследований преобладают математические методы (аналитические решения, численное и компьютерное моделирование); результатами исследования являются новые математические, численные модели, методы, вычислительные алгоритмы и новые закономерности, характеризующие изучаемые объекты (локализованные решения), системы (квантовые системы с высоким значением спина), процессы и явления; соответствует пунктам 1–6, 9–10 области исследований паспорта специальности 05.13.18.

Научная, практическая, экономическая и социальная значимость полученных результатов и рекомендаций по их использованию.

В физике существует множество типов локализованных решений в виде уединенных волн – солитонов, таких как темные солитоны, светлые солитоны, оптические солитоны и т. д. Различные типы солитонов являются частными решениями многих уравнений, таких как уравнение Кортевега – де Фриза, нелинейное уравнение Шредингера, уравнение sin-Гордона, $O(3)$ нелинейной σ -модели и т. д. В диссертационной работе проведено исследование локализованных решений нелинейных эволюционных уравнений $O(3)$ нелинейной σ -модели, описывающие локализованные объекты, которые могут распространяться в течение длительного времени без деформации и потери формы. Данные структуры появляются в различных физических системах, в частности в физике твердого тела и описании непертурбативных явлений в квантовой теории поля. Они имеют огромный потенциал в практической реализации, от классических солитонов, обнаруженных в конденсатах атомов Бозе-Эйнштейна до приложений в фотонике, начиная от телекоммуникаций и спектроскопии до генерации сверхкоротких импульсов. Метастабильные локализованные решения возникают во многих актуальных задачах в различных областях физики при моделировании распространения интенсивных волн в диспергирующих средах. Наиболее современной областью, в котором может развиваться данное направление, являются квантовые вычисления, где учитываются квантовые аспекты солитонов, в частности, полуклассическое квантование.

Отметим некоторые недостатки диссертации.

1. Несмотря на то, что в главе 3 получены уникальные результаты по исследованию процессов взаимодействия топологических вихрей и

доменных границ, но недостаточно описаны выявленные свойства относительно применений в практических приложениях. Например, можно отметить, что начиная с 2008 года разрабатывается концепция трековой памяти, которой предписывают перспективу в разработках сверхъёмких устройств электронной памяти, где доменные границы являются центральными элементами. Эти устройства памяти должны удовлетворять требованиям по качественному выполнению ряда основных операций, таким как запись, хранение, сдвиг и чтение. В том числе, для записи информации можно использовать внешнее магнитное поле или крутящий момент передачи спина, а для сдвига можно использовать спин-орбитальный момент или электрическое поле и т. д. Поэтому было бы желательно, если анализ численных результатов были сопровождаемы более подробными комментариями относительно существующих, нерешенных, практических и инженерных проблем в области микроэлектроники.

2. Аналогично первому замечанию, новые свойства, выявленные в численных моделях, которые были получены для движущихся и взаимодействующих топологических вихрей Белавина и Полякова также нуждаются в более подробном анализе и описании с точки зрения их практического применения. Например, можно напомнить, что магнитные скирмионы, в том числе вышеуказанные вихри имеют важное значение в изучении свойств хиральных и фрустрированных магнетиков и сверхтонких ферромагнитных пленок, топологический индекс которых обеспечивает устойчивость к тепловым флуктуациям и дефектам.

Однако указанные замечания не влияют на ценность полученных результатов, положительное впечатление от проведенной работы автора и общую оценку диссертации.

В связи с вышеизложенным считаю, что рецензируемая диссертация «Математическое моделирование динамических и

топологических локализованных решений нелинейных эволюционных уравнений» является завершенной квалификационной работой, отвечает всем требованиям, предъявляемым к докторским диссертациям и соответствует основным пунктам «Порядка присуждения учёных степеней», Приложения 2 к постановлению Правительства Республики Таджикистан от 30 июня 2021 года, №267 (в редакции пост. Правительства РТ от 26.06.2023, №295), а её автор Шокир Фарход заслуживает присуждения ему ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 05.13.18 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

Официальный оппонент,
доктор физико-математических наук
по специальности 01.04.07 – физика
конденсированного состояния, профессор



И.Н. Аскерзаде

«15» августа 2024 г.

Место работы, должность: Университет Анкары, факультет инженерии, кафедра компьютерной инженерии, заведующий.

Почтовый адрес: 06100, Турция, г. Анкара, Кампус 50-летия Гёлбаши, блок 1.

Телефон: (+90 543) 625 89 53

E-mail: iman.askerbeyli@eng.ankara.edu.tr

Web-сайт организации: <https://ankara.edu.tr/>

Подпись проф. И.Н. Аскерзаде удостоверяю.

Начальник отдела кадров



К. Чинар

BILGISAYAR MÜHENDİSLİĞİ