

ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертацию Шокира Фархода по теме «МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ И ТОПОЛОГИЧЕСКИХ ЛОКАЛИЗОВАННЫХ РЕШЕНИЙ НЕЛИНЕЙНЫХ ЭВОЛЮЦИОННЫХ УРАВНЕНИЙ», представленной на соискание учёной степени доктора физико-математических наук по специальности 05.13.18 – «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ»

Значимость выбранной темы. Существует много физических систем, которые при соответствующих условиях демонстрируют наличие достаточно стабильных пространственно-локализованных структур или солитонов, описываемых локализованными решениями определенных нелинейных уравнений математической физики. Понимание распространения энергии данных метастабильных локализованных структур открывает множество практических инженерных приложений, в основном из-за их структурной устойчивости, самосогласованности и вследствие этого – способности передавать энергию без существенных потерь. Эти уникальные характеристики солитонных структур особенно актуальны: в телекоммуникационной отрасли, которая в значительной степени полагается на характеристики распространения энергии солитонов; в геотехническом строительстве, где распространение энергии солитонов играет важную роль в моделировании волн, особенно сейсмических; в микроэлектронике, где распространение энергии солитонов имеет важное значение для проектирования электронных и оптических устройств, резонаторов и линий передач, используемых для высокочастотных сигналов.

В настоящее время хорошо известно, что локализованные структуры в диссипативных средах появляются в различных областях естественных наук, таких как микробиология, химия, экология, нелинейная оптика, лазерная физика и т.д., где свойства данных структур формируют основу современных инновационных устройств, материалов и элементов, включая вертикально-излучающие лазеры, оптические линии связи, фотонные кристаллы, левосторонние материалы (метаматериалы).

В диссертационной работе рассмотрен и решен ряд задач по разработке моделей стационарных, движущихся и взаимодействующих локализованных структур – топологических солитонов-вихрей Белавина и Полякова, доменных границ нееловского и блоховского типов, а также осциллирующих локализованных решений, так называемых бризеров. При этом модели топологических решений построены численными методами, а выражение для бризерных решений выведены автором аналитически, с использованием метода усреднения лагранжиана. Данные задачи решены в главах 3 и 4, в рамках $(2+1)$ -мерных уравнений синус-Гордона и $O(3)$ нелинейной сигма-модели. В пятой главе диссертации рассмотрена задача применения методов математического моделирования для описания квантовых систем с высокими значениями спина. Для решения данной задачи автором использовано так называемое представление Майораны для чистых симметричных спиновых состояний произвольного значения как произведения состояний спина- $1/2$, которое позволяет описать многоуровневые квантовые системы с помощью точек на сфере Блоха (точек Майораны).

Степень обоснованности научных положений. Все использованные и разработанные методы, актуальность постановки задачи и их приложений, а также общий процесс поэтапного развития направления исследований подробно описаны и обоснованы автором в первых двух главах диссертации, где приведен обзор литературы по математическому моделированию нелинейных эволюционных уравнений, изложены основные сведения по динамическим и топологическим локализованным решениям нелинейных эволюционных теоретико-полевых моделей. В том числе проведен достаточно подробный анализ: классических нелинейных эволюционных уравнений, обладающих локализованными решениями; существующих аналитических и численных методов интегрирования данных уравнений; типов исследованных локализованных структур – динамических и топологических локализованных решений; методов построения численных схем; а также приведены сведения об основной теоретико-полевой модели –

$O(N)$ нелинейной сигма-модели, в рамках которой проведены исследования диссертационной работы.

Научная новизна и актуальность полученных результатов. В параграфах 3.1–3.3 диссертации приведены результаты численного моделирования взаимодействия топологических вихрей и доменных стенок, где получены модели процессов эволюции столкновения данных локализованных решений. Относительно этих экспериментов следует отметить, что результаты новые, и данные топологические решения обладают спиновой структурой и имеют большое технологическое значение для магнитной памяти и логических приложений, где они могут использоваться в качестве носителей информации.

В параграфе 3.4 диссертации приведены результаты по численному моделированию вышеуказанных процессов в обратном времени, и, таким образом, подтверждена T -инвариантность двумерной $O(3)$ нелинейной сигма-модели. Относительно данных экспериментов, следует отметить, что в настоящее время вопросы обращения времени квантовых процессов являются особенно актуальными в создании соответствующих протоколов (квантовых протоколов отмены) в квантовых информационных технологиях.

Также в диссертационной работе аналитическим методом получено выражение для новых двумерных осциллирующих динамических локализованных решений – бризеров уравнения синус-Гордона, и численными методами получены модели движущихся и взаимодействующих бризеров, которые показывают устойчивость полученных решений. Данные результаты приведены в четвертой главе диссертации. В настоящее время актуальность бризерных солитонов объясняется, в частности, их использованием в разработке микрорезонаторов, где данные солитоны представляют собой самолокализованные импульсы света, которые могут возбуждаться в нелинейных оптических резонаторах.

Последняя пятая глава диссертации посвящена определенным задачам и методам математического моделирования систем со значением спина больше половины ($J > 1/2$). В этом направлении автором диссертации

получены новые выражения корреляционных функций для ориентированных систем со значением спина $J = 1, \frac{3}{2}, 2, \frac{5}{2}, 3$. Актуальность данных задач заключается, прежде всего, в том, что последние десятилетия высокоспиновые квантовые системы являются одними из важнейших кандидатов для реализации квантовых вычислений и описания квантовых состояний нейронных сетей. Данные системы отличаются от базовых спин- $1/2$ систем более сложным механизмом геометрических и топологических аспектов их фазового пространства. Поэтому исследования автора в данном направлении являются актуальными и обладают большим практическим потенциалом и перспективой развития.

Обоснованность и достоверность полученных результатов. Использование математических моделей для изучения физических явлений играет важную роль в прикладных науках. Исследователи приложили большие усилия для разработки аналитических и численных решений моделей-аналогов физических нелинейных явлений. В том числе, особо следует отметить метод конечных разностных схем, который был использован в численных экспериментах диссертации. Основа данного метода была заложена в середине прошлого века А.А. Самарским в работах по построению и математическому обоснованию алгоритмов численного решения задач математической физики, и, в настоящее время, является одним из эффективных методов построения численных схем. В диссертации на основе вышеуказанного метода разработаны трехслойные разностные схемы явного вида второй степени точности, где, для решения численных задач в двумерном пространстве, использован семиточечный шаблон. Разработанные автором диссертации численные схемы удовлетворяют критериям устойчивости (в том числе, условию Куранта), разработанные алгоритм и компьютерные коды позволяют решать задачи эволюционного характера с достаточно высокой степенью точности. В частности, интеграл энергии полученных в диссертационной работе двумерных эволюционных численных моделей сохраняется в пределах $10^{-6} - 10^{-2}$, что является достаточно хорошим показателем корректности и эффективности

проведенных численных исследований автора диссертации. Устойчивость и корректность аналитических результатов, приведенных в главах 4 и 5, обеспечивается численными моделированиями их эволюции, а также сравнением с общими теоретическими справочными данными и результатами других авторов.

Научная, практическая, экономическая и социальная значимость полученных результатов. Понимание фундаментальной науки, лежащей в основе распространения энергии метастабильных локализованных структур – солитонов и задействованного динамического процесса, имеет жизненно важное значение для понимания их значительного вклада в область техники. С момента своего создания квантовая теория нашла свое применение в большинстве технологий, от транзисторов до сверхпроводников. Развитие микропроцессоров в 1970-х годах привело к быстрому росту вычислительной мощности компьютеров, но классические компьютеры остались неподготовленными для моделирования квантовых систем. Сегодня большая часть дискуссий вокруг новых технологий сосредоточена вокруг квантовых вычислений, в первую очередь, из-за их скорости вычислений. Таким образом, результаты математического моделирования нелинейных явлений и процессов микромира имеет огромный научно-практический и экономический потенциал, так как является теоретической базой для разработки новых инновационных квантовых устройств, используемых для широкого спектра задач реального мира, включая оптимизацию, планирование, машинное обучение и моделирование.

Результаты диссертации опубликованы в рецензируемых научных журналах, включенных в перечень ВАК при Президенте Республики Таджикистан и ВАК Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (21 статья), а также в 3-х монографиях автора диссертации (в соавторстве с научным консультантом). Также получены 12 свидетельств о государственной регистрации компьютерных программ, в том числе 8 в Федеральной службе по интеллектуальной собственности РФ, и более 90 тезисов и статей, опубликованных в сборниках республиканских (РТ) и

международных научных конференций. Оформление диссертации и автореферата соответствует требованиям и инструкции о порядке оформления диссертаций и автореферата диссертаций ВАК при Президенте РТ. Автореферат полностью отражает основное содержание диссертационной работы.

Диссертация соответствует паспорту специальности 05.13.18 – «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ» (разработка новых математических методов моделирования объектов, систем, процессов и явлений; развитие качественных и приближенных аналитических методов исследования математических моделей; разработка и обоснование методик и правил адаптации компьютерных моделей, их эффективного использования при прогнозах эволюции объектов, систем, процессов и явлений; разработка, обоснование и тестирование эффективных вычислительных методов с применением современных компьютерных технологий; реализация эффективных численных методов и алгоритмов в виде комплексов проблемно-ориентированных программ для проведения вычислительного эксперимента).

Замечания и недостатки диссертации.

1. Численные эксперименты диссертации построены на основе регулярной сетки и с использованием классического языка программирования Fortran. Несмотря на полученные точные результаты и выявление новых свойств исследованных нелинейных явлений, использование динамической (нерегулярной) сетки и языков программирования высокого уровня (Python, R, C/C++) отвечает более современным требованиям к проведению научных расчетов.

2. Численные модели диссертации разработаны исключительно на основе безразмерных величин (за исключением скорости движущихся локализованных структур, задаваемой преобразованиями Лоренца). Для практических внедрений было бы целесообразно совершенствование и приближение теоретических моделей к реальным экспериментам.

Однако вышеуказанные замечания носят преимущественно общий, рекомендательный характер и не влияют на содержание и качественное выполнение диссертационной работы.

С учетом вышеуказанного, можно с полной уверенностью утверждать, что диссертационная работа Шокира Фархода на тему «Математическое моделирование динамических и топологических локализованных решений нелинейных эволюционных уравнений» отвечает всем требованиям, представляемым к докторским диссертациям, а автор работы Шокир Фарход, заслуживает присуждения ему ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 05.13.18 – «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ».

Официальный оппонент,

доктор физико-математических наук
по специальностям 01.04.02 – теоретическая
физика, 01.04.03 – молекулярная
физика и теплофизика



Д.У. Матрасулов

«19» августа 2024 г.

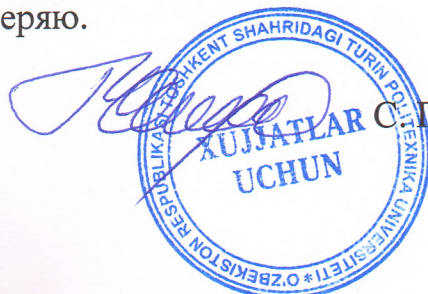
Организация – место работы: Туринский политехнический университет в г. Ташкенте (ТПУТ), лаборатория передовых исследований.

Должность – заведующий.

Почтовый адрес: 100095, Республика Узбекистан, г. Ташкент, ул. Кичик Халка Йули, 17. Телефон: (+99871) 2467082. Адрес электронной почты: dmatrasulov@gmail.com. Web-сайт организации: <https://polito.uz>

Подпись Д.У. Матрасулова удостоверяю.

Начальник отдела кадров ТПУТ



С. Гулямов