

О Т З Ы В
официального оппонента на диссертацию
Туйчиева Анваржона Махмуджоновича
на тему «Решение некоторых экстремальных задач теории
приближения в гильбертовых пространствах», представленную на
соискание ученой степени доктора философии (PhD), доктор по
специальности 6D060100 – Математика: 6D060101 –
Вещественный, комплексный и функциональный анализ

Диссертационная работа посвящена изучению важных экстремальных задач теории приближений, поставленных для некоторых классов функций с общим мажорирующим выпуклым модулем непрерывности. Задачи описания функций наилучшего приближения вошли в математический анализ во второй половине XIX века благодаря работам П.Л.Чебышева, рассмотревшего задачу о полиноме, наименее уклоняющемся от данной непрерывной функции.

Если вначале исследовалось наилучшее приближение индивидуальных функций, то начиная с тридцатых годов XX века специалисты по теории аппроксимации начали рассматривать решения экстремальных задач на классах функций, обладающими определенными дифференциально-разностными характеристиками. В частности, С.М.Никольский рассматривал классы функций, задаваемых выпуклым модулем непрерывности. После результатов С.М.Никольского появился широкий круг вопросов, связанных с наилучшими характеристиками аппроксимации различных классов конечномерными функциональными подпространствами: алгебраическими и тригонометрическими полиномами данной размерности и полиномиальными сплайнами.

В диссертационной работе Туйчиева А.М. решается подобная экстремальная задача нахождения точной оценки среднеквадратического совместного приближения функций и их промежуточных производных, разложенная по ортогональным многочленам Чебышева первого рода и Чебышева – Эрмита. Вопросы совместного приближения функций и их производных суммами Фурье – Чебышева и Фурье – Эрмита до сих пор хорошо не изучены. Поэтому изучение вопросов совместного приближения функций указанными суммами

является весьма актуальным.

В последнее время метод разложения функций по ортогональным многочленам с успехом применяется в экстремальных задачах теории приближения. Хорошо известно, что в вопросах сходимости тригонометрических рядов Фурье 2π -периодических функций существенную роль играет оператор сдвига $T_h f(x) = f(x + h)$ и определяемые с его помощью модули непрерывности различных порядков. В вопросах же, связанных со сходимостью рядов Фурье по различным ортогональным многочленам, аналогичную роль играют операторы обобщенного сдвига и порождаемые ими обобщённые модули непрерывности.

Диссертационная работа состоит из введения и трех глав.

В введении обосновывается актуальность темы диссертации и излагаются основные результаты, полученные автором.

В первой главе диссертации анализируется совокупность ранее полученных результатов по вычислению точных верхних граней наилучших приближений функций конечными суммами ряда Фурье – Чебышева на классе функций $L_2(1/\sqrt{1-x^2}; [-1, 1])$ в гильбертовом пространстве $L_{2,\mu}[-1, 1]$ с весом Чебышева $\mu(x) = 1/\sqrt{1-x^2}$, а также конечными суммами Чебышева – Эрмита на классе функций $L_2(e^{-x^2}, \mathbb{R})$ в гильбертовом пространстве $L_{2,\rho}(\mathbb{R})$ на всей оси $(-\infty, +\infty)$ в весом Эрмита $\rho(x) = e^{-x^2}$ и формулируются нерешённые задачи.

В второй главе работы получены неравенства типа Джексона – Стечкина, связывающие величину $E_{n-1}(\mathcal{D}^s f)_{L_{2,\mu}}$ – наилучшее совместное приближение функции $f(x)$ алгебраическими многочленами степени $\leq n - 1$, с усреднённым положительным весом, обобщённым модулем непрерывности m -го порядка $\Omega_m(\mathcal{D}^r f, t)_{2,\mu}$, где $\mathcal{D} = (1-x^2)\frac{d^2}{dx^2} - x\frac{d}{dx}$ – дифференциальный оператор второго порядка Чебышева, а также вычислены точные значение различных поперечников и применение к задачам нахождения верхних граней совместных приближений для некоторых классов функций в $L_{2,\mu}[-1, 1]$.

Третья глава диссертации посвящена нахождению точные значения наилучших полиномиальных приближений функций и их промежуточных производных конечными суммами Чебышева – Эрмита и их соответствующими

производными в весовом гильбертовом пространстве $L_{2,\rho}(\mathbb{R})$ с весом Эрмита $\rho(x) = e^{-x^2}$ на всей оси $\mathbb{R} := (-\infty, +\infty)$, а также определению точные значение n -поперечников некоторых классов функций, определяемых специальными модулями непрерывности, в пространстве $L_{2,\rho}(\mathbb{R})$.

Отметим, что результаты этих глав обобщает результаты В.А.Абилова и Ф.В.Абиловой, С.Б.Вакарчука, а также М.Ш.Шабозова и их учеников.

Все утверждения теорем, научные положения, выводы и рекомендации, сформулированные в диссертационной работе, а также полученные автором точные неравенства, полностью обоснованы.

Полученные результаты диссертации носят теоретический характер и имеют важное значение для дальнейшего развития теории аппроксимации функций. Они могут быть использованы в научных институтах и организациях, занимающихся проблемами теории приближения функций, в том числе в Институте математики им. А.Джураева НАН Республики Таджикистан, в учебном процессе при чтении спецкурсов в ВУЗах Таджикистана и в других.

Диссертация Туйчиева А.М. является самостоятельной, завершенной научной квалификационной работой.

Основные результаты диссертации опубликованы в рецензируемых журналах из перечня ВАК при Президенте РТ, доложены на ведущих по данной тематике международных конференциях и семинарах.

Необходимые ссылки на авторов и источники заимствования материалов в диссертации имеются.

В целом в диссертации проделана большая, содержательная работа. Обоснованность и достоверность основных научных положений, выводов и заключений, сформулированных в диссертационной работе, подтверждается корректным применением методов теории приближения, функционального анализа, вычислительной математики, строгими доказательствами.

Автореферат правильно отражает содержание диссертации.

В целом автореферат и диссертационная работа написана достаточно ясно и грамотно, однако имеются ряд замечаний. Вот некоторые из них:

1) На странице 18 диссертации написано «... рассмотрим оператор обобщённого сдвига следующего вида ...», но сам оператор не приводится.

2) Глава 1 состоит из двух параграфов и занимает всего 7 страниц. Можно было бы объединить этих двух параграфов в один.

3) При доказательстве теоремы 2.2.1, на странице 30, при получении оценки снизу вводится функция $f_0(x) = T_n(x)$, где не говорит, что за функция $T_n(x)$?

4) На странице 33 диссертации, последняя строка снизу, вместо (2.2.11) должно быть (2.2.12).

5) На странице 39, седьмая строка сверху, в правой части неравенства вместо степень « m » должно быть « $-m$ ».

6) При доказательстве теоремы 2.4.1, на странице 43 диссертации, диссертант ссылается на формулу (2.4.5), а на самом деле должен ссылаться на (2.3.3).

7) На странице 45, вторая строка снизу, диссертант ссылается на соотношение (2.4.1) вместо (2.4.4), где допускается ошибка.

8) На странице 48, третья строка сверху, вместо $u \in (1,]$ должно быть $u \in (1, 2]$.

9) На странице 66 в формуле (3.1.9) вместо $(2m!)$ должно быть $(2m)!$

10) В параграфе 2.4 на странице 41 приведено определение различных n -поперечников. Наверное не стоило бы повторять так подробно определение n -поперечников на странице 90.

Тем не менее, указанные недостатки носят технический характер и никак не умаляют весьма высокого научного ценность диссертационной работы.

В автореферате опечатки не обнаружены.

Автореферат соответствует всем требованиям ВАК при Президенте Республики Таджикистан, полно и правильно отражает основные положения диссертационной работы.

Диссертация Туйчиева Анваржона Махмуджоновича на тему «Решение некоторых экстремальных задач теории приближения в гильбертовых пространствах», представленную на соискание учёной степени доктора философии (PhD), доктор по специальности 6D060100 – Математика: 6D060101 – вещественный, комплексный и функциональный анализ является научно-квалификационной работой, в которой содержатся решения задач, имею-

щих существенное значение для дальнейшего развития теории приближения функций, и полностью соответствует всем требованиям ВАК при Президенте Республики Таджикистан и Положения о присуждении учёных степеней, а её автор заслуживает присуждения ему ученой степени доктора философии (PhD), доктор по специальности 6D060100 – Математика: 6D060101 – Вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Официальный оппонент:

доктор физико-математических наук
по специальности 01.01.01 – Вещественный,
комплексный и функциональный анализ,
заведующий кафедрой математического
анализа факультета математики
и информатики
Таджикского государственного
педагогического университета
имени Садриддина Айни

Юсупов Гулзорхон
Амиршоевич

Место работы: 734003, г.Душанбе, пр.Рудаки, 121
Таджикский государственный университет им. С.Айни
Телефон: (+992)-93-500-22-14
E-mail: yusufzoda.gulzorkhon@gmail.com

Подпись Г.А. Юсупова удостоверяю
Начальник УК ТГПУ
23.08.2023



Р.Джаборзода