О Т З Ы В
официального оппонента на диссертацию Туйчиева Анваржона Махмуджоновича на тему «Решение некоторых экстремальных задач теории приближения в гильбертовых пространствах», представленную на соискание учёной степени доктора философии (PhD) - доктор по специальности 6D060100 - Математика: 6D060101 - Вещественный, комплексный и функциональный анализ

Теория приближения функций имеет дело главным образом с приближением отдельных функций и классов функций при помощи заданных подпространств, каждое из которых состоит из функций, являющихся в каком-то смысле более простыми, чем аппроксимируемые функции. Последнее время чаще всего роль таких подпространств играют классические ортогональные многочлены Чебышева, Чебышева - Эрмита, и Чебышева - Якоби. В диссертационной работе решаются экстремальные задачи теории наилучшего совместного приближения функций и их промежуточных производных, когда в качестве аппарата приближения используется указанные выше классические ортогональные многочлены, вычисляются точные значения целого ряда n-поперечников классов функций.

Известно, что в весовых пространствах $L_{2,\mu}[-1,1], \mu(x) := 1/\sqrt{1-x^2}$ и $L_{2,\rho}(\mathbb{R}), \rho(x) = e^{-x^2}$ обычные вопросы полиномиальных приближений функций суммами Фурье – Чебышева и Фурье - Эрмита, гладкостные характеристики которых определялись различными специальными модулями непрерывности, рассмотрены в работах С.З.Рафальсона, В.А.Абилова и Ф.В.Абиловой, М.Ш.Шабозова, С.Б.Вакарчука и многих других математиков. Однако, отметим, что вопросы совместного приближения функций и их промежуточных производных суммами Фурье – Чебышева и Фурье - Эрмита не были рассмотрены в вышеуказанных работах. Поэтому изучение вопросов совместного приближения функций указанными суммами является весьма актуальным.

Диссертационная работа А.М.Туйчиева продолжает указанную тематику в пространствах $L_{2,\mu}[-1,1]$, $L_{2,\rho}(\mathbb{R})$ и посвящена получению точных неравенств типа Джексона - Стечкина и вычислению точных значений n-поперечников некоторых классов функций и несомненно, относится к важному и актуальному направлению теории приближения.

Основными результатами диссертационной работы являются следующие:

найдены точные верхние грани отклонения некоторых классов функций от их частных сумм ряда Фурье – Чебышева в пространстве $L_{2,\mu}[-1,1]$; найдены точные неравенства типа Джексона – Стечкина для совместного приближения функций и их производных посредством усреднённых модулей непрерывности в пространстве $L_{2,\mu}[-1,1]$; найдено значение поперечников, и полученный результат применен к задаче нахождения верхних граней совместных приближений некоторых классов функций в $L_{2,\mu}[-1,1]$; найдено значение верхних граней совместных полиномиальных приближений функций и их производных на всей оси в $L_{2,\rho}(\mathbb{R})$; найдено значение $\mathscr{K}$-функционалов и обобщен результат С.Б.Вакарчука в метрике L_p $(0 < p \leq \infty)$; решена экстремальная задача совместных приближений функций и их производных для классов функций $W^{(r)}_{2,\rho}(\omega_m)$; найдены значения n-поперечников некоторых классов дифференцируемых функций в пространстве $L_{2,\rho}(\mathbb{R})$.

Полученные в диссертации научные результаты достоверны, являются новыми и существенно дополняют исследования С.З.Рафальсона, В.А.Абилова, Ф.В.Абиловой и М.К.Керимова, С.Б.Вакарчука и А.В.Швачко, М.Ш.Шабозова и его учеников.

Все утверждения, леммы и теоремы, научные выводы и рекомендации, сформулированные в работе, автором полностью обоснованы.

Полученные результаты имеют существенное значение для развития современной теории приближения функций и могут быть использованы специалистами, работающими в Таджикском национальном университете, в Институте математики им. А.Джураева НАН Таджикистана, в Бохтарском государственном университете им. Н. Хусрава, в Таджикском государственном педагогическом университете им. С.Айни, в Хорогском государственном университете им. М.Назаршоева и в Худжандском государственном университете им.Б.Гафурова.

Автор диссертации владеет современными методами теории функций, функционального анализа вариационного содержания и конструктивными методами теории приближений.

Диссертационная работа А.М.Туйчиева является самостоятельной, завершённой научной квалификационной работой.

Автореферат и диссертационная работа оформлены аккуратно, хорошо читаются и легко понимаются, однако имеются некоторые замечания. В диссертации встречается незначительное число опечаток как в математических формулах, так и в основном тексте. Например, в диссертации:

1) На странице 44 после введения $(n+1)$-мерный шар B_{n+1} диссертант воспользуется обозначением класса $W_m^{(r)}(\Phi)$, но введённый класс обозначен через $\widetilde{W}_m^{(r)}(\Phi, D)_{2,\mu}$. Также ошибочно использует обозначение $W_m^{(r)}(\Phi)$ на 10-ом строке сверху, страницы 44.

2) На странице 45, вторая строка снизу, диссертант ссылается на соотношение (2.4.1) вместо (2.4.4), где допускается ошибка.

3) На странице 46, в формуле (2.4.13), в первом выражение вместо $\sin(2/\pi v)$ должно быть $\sin(\pi v/2)$.

4) На странице 48, третья строка сверху, вместо $u \in (1,]$ должно быть $u \in (1,2]$.

5) На странице 51, восьмая строка снизу, в формуле вместо $\mathcal{E}_{n-1}(\mathcal{D}^*, f_1)_{2,\mu}$ надо было писать $\mathcal{E}_{n-1}(\mathcal{D}^* f_1)_{2,\mu}$. Такая же ошибка допущена на странице 52 в формуле (2.5.9).

6) На странице 56, пятая строка снизу, диссертант ошибочно ссылается на формулу (2.6.3), на самом деле должно быть (2.6.7).

7) На странице 66 в формуле (3.1.9) вместо $(2m!)$ должно быть $(2m)!$

Но отмеченные недостатки легко устранимо и не снижают общую высокую оценку работы.

Основные результаты получены автором лично. Результаты, выдвигаемые для публичной защиты, свидетельствуют о личном вкладе автора в теорию приближений функций и могут быть использованы специалистами по теории функций и её приложениям. Все теоремы и утверждения полностью обоснованы. Основные результаты диссертации опубликованы в четырнадцати научных статьях, пять из которых входят в перечень ВАК при Президенте Республики Таджикистан, докладывались на научных семинарах по теории приближений в Таджикском национальном университете (г.Душанбе, 2018-2022 гг.), Худжандского государственного университета имени академика Б.Гафурова (г.Худжанд, 2014 -2023 гг.) и на нескольких международных и республиканских конференциях. Ссылки на использованные в диссертации источники имеются.

В связи с выше изложенным считаю, что рецензирусмая диссертация «Решение некоторых экстремальных задач теории приближения в гильбертовых пространствах» является завершенной квалификационной работой и соответствует основным пунктам «Порядка присуждения учёных степеней», Приложение 2 к постановлению Правительства Республики Таджикистан «О Положении о диссертационном совете, Порядке присуждения учёных степеней,

Порядке присвоения учёных званий и Порядке государственной регистрации защищённых диссертаций» от 30 июня 2021 года, №267 и автор Туйчиев Анваржон Махмуджонович заслуживает присуждения ему учёной степени доктора философии (PhD) - доктор по специальности 6D060100 - Математика: 6D060101 - Вещественный, комплексный и функциональный анализ

Официальный оппонент:
кандидат физико-математических наук,
доцент, заведующей кафедрой математики в экономике Международного университета туризма и предпринимательства Таджикистана. Козиев Г.М

Подпись Г.М Козиева заверяю,
Начальник УКСР Международного университета
туризма и предпринимательства Таджикистана Ш.Н. Джураев

Адрес организации: Международный университет туризма и предпринимательства Таджикистана, 734055, г. Душанбе, Хиёбони Борбад 48/5.

Сайт: http://iutet.tj/; e-mail: info@tgpu/tj, Тел. рабочий: +992(37)234-88-24

23.08.2023