**«Утверждаю»**

Ректор Российско-Таджикского

(Славянского) университета, доктор

экономических наук, профессор

_____Файзулло М. К.

«_10_» сентября 2022 г.

**Отзыв**

**оппонирующей организации на диссертационную работу Усмонова Мехрджона Аминджоновича на тему «Некоторые граничные задачи сопряжения аналитических функций с сингулярной точкой различного типа на контуре»**

Представленную на соискание ученой степени доктора философии (PhD) – доктор по специальности 6D060100 – Математика: 6D060101-Вещественный, комплексный и функциональный анализ.

В диссертации изучены некоторые граничные задачи, коэффициенты которых имеют сингулярность различного типа.

Многочисленная литература по этим вопросам изучена в монографиях Ф.Д. Гахов, Н.И. Мусхелешвили и Л.Г. Михайлова. Во всех названных работах требовалась, чтобы коэффициент не обратился в бесконечность или в нуль. В данной работе допускается, что коэффициент граничного значения может иметь нуль или бесконечность различного типа. под различном типом понимается, когда коэффициент задачи обращается в нуль или бесконечность целого порядка, нуль или бесконечность комплексно-сопряжённого вида, нуль или бесконечность модульного характера.

В соответствии с поставленной целью выделяются следующие задачи:

1) Нахождение явного решения:

а) для граничной задачи Римана с сингулярностью модульного характера;

б) для граничной задачи Римана с рациональными коэффициентами, когда коэффициент имеет нули и бесконечности модульного характера;

в) граничная задача Гильберта с наличием нулей и бесконечностей модульного характера.

2) Нахождение $l$ - решений однородной задачи и $p$ - числа условий, в котором, при его выполнении, неоднородная задача будет разрешима.

3) Нахождение $l$ - числа решений однородной задачи и $p$ - числа условий разрешимости, в котором, при его выполнении, неоднородная задача будет разрешима, когда коэффициент имеет особенности модульного характера.

4) нахождение метода сведения граничной задачи с $n$ – пар функциями, когда коэффициент имеет разрыв первого рода, к задачам с непрерывными коэффициентами.

Диссертация состоит из введения, четырёх глав, списка цитированной литературы из 133 наименований, занимает 145 страниц машинописного текста.

Во введении обосновывается актуальность научной темы, формулируются цели и приводятся основные результаты работы автора.

Глава 1 посвящена анализу литературы по граничным задачам сопряжения аналитических функций с сингулярной точкой различного типа на контуре.

В этой главе излагается анализ изученной литературы по теме диссертационной работы, приводятся основы теоретико-металогического исследования, анализ существующих проблем и полученных результатов, анализ нерешённых задач по теме диссертационной работы.

Глава 2 посвящена граничной задаче типа Римана с сингулярностью модульного характера.

В этой главе изучается: граничная задача Римана на вещественной оси, когда коэффициент имеет сингулярность модульного характера, т.е. когда коэффициент обращает конечное число точек в нуль и бесконечность модульного характера. Найдены решение задачи в явном виде; граничная задача сопряжения рациональными коэффициентами, имеющими сингулярность модульного характера. Решение задачи и условия

разрешимости найдены в явном виде. Также изучена граничная задача сопряжения с непрерывными коэффициентами в сингулярном случае. Для задач более сложного вида, найдены число решения однородной задачи и число условий разрешимости неоднородной.

Для задач линейного сопряжения вида

$$F^{+}(t)=\prod_{r=1}^{J}|t-a_r|^{d_r}\prod_{n=1}^{N}|t-b_n|^{s_n}D_1(t)F^{-}(t)+c(t),$$

$D_1(t),\ c(t)\in \mathrm{H}(\Gamma),\ a_r,\ b_n$- различные точки контура, $D(t)\neq 0$.

$$\sum_{r=1}^{J}d_r=\sum_{j=1}^{J}\left(q_r^{(1)}-\zeta_r^{(1)}\right),\quad \sum_{n=1}^{N}s_n=\sum_{n=1}^{N}\left(q_n^{(2)}-\zeta_n^{(2)}\right),$$

здесь $\sum_{r=1}^{J}q_r^{(1)},\ \sum_{n=1}^{N}q_n^{(2)}$ – целая часть, $\sum_{r=1}^{J}\zeta_r^{(1)},\ \sum_{n=1}^{N}\zeta_n^{(2)}$ - дробная часть.

Справедлива следующая теорема.

**Теорема 2.1.1.** Пусть $D_1(t),\ c(t)\in H(\Gamma),\ a_r,\ b_n$ –- различные точки контура, $D_1(t)\neq 0$.

Тогда, если æ - $s\geq 0$, то однородная задача и неоднородная граничная задача сопряжения в этом случае всегда разрешимы, и в решении имеем æ - $s+1$ произвольная постоянная.

Если æ $-\ s$ отрицательна, однородная граничная задача не имеет решения. В случае æ $-\ s<0$ неоднородная граничная задача, однозначна разрешима.

Для граничной задачи сопряжения с непрерывными коэффициентами с сингулярностью модульного характера на контуре следующего вида

$$\Phi^{+}(t)=\frac{\prod_{k=1}^{\mu}|t-\alpha_k|^{m_k}}{\prod_{j=1}^{\gamma}|t-\beta_j|^{p_j}}D_1(t)\Phi^{-}(t)+g(t),$$

где $\alpha_k(k=1,\ 2,...,\mu),\ \beta_j(j=1,\ 2,...,\gamma)$ некоторые несовпадающие точки контура, $m_k,\ p_j$ – целые положительные числа; æ $=\sum_{k=0}^{m}$æ$_k$,

$æ = \frac{1}{2\pi i}[argG_1(t)]_{\Gamma_к}$ и непрерывная функция, справедлива следующая теорема.

**Теорема 2.4.1.** Пусть $D_1(t)$-непрерывная функция, $D_1(t) \neq 0$, $g(t) \in L_p$, $æ = \frac{1}{2\pi i}[argG_1(t)]_{\Gamma_к}$.

Тогда:

1) если $æ - p_j^{(1)} = 0$, то граничная задача сопряжения всегда разрешима и имеет единственное решение;

2) если $æ - p_j^{(1)} > 0$, то задача безусловна разрешима и имеет $æ - p_j^{(1)}$ линейно независимых решений;

3) если $æ - p_j^{(1)} < 0$, то задача разрешима при выполнении условия разрешимости следующего вида

$$\int_{\Gamma} (t - z_0)^{-æ} R^+(t)[(t - z_0)^{-æ} g(t)]dt = 0.$$

В главе 3 изучается граничная задача линейного сопряжения общего вида с сингулярностью различного типа.

Это глава посвящена исследованию: общей граничной задачи линейного сопряжения с наличием нулей и бесконечностей различного типа на контуре; сингулярных случаев общей граничной задачи сопряжения с производными первого порядка, т.е. рассматриваются случаи, когда коэффициенты краевых условий имеют нули и бесконечность модульного характера.

Настоящая глава посвящена исследованию: общей граничной задачи линейного сопряжения с наличием нулей и бесконечностей различного типа на контуре; сингулярных случаев общей граничной задачи сопряжения с производными первого порядка, т.е. рассматриваются случаи, когда коэффициенты краевых условий имеют нули и бесконечность модульного характера. Решение задачи ищется в классе функций, имеющих особенность меньше единицы; сингулярных случаев одной граничной задачи теории

аналитических функций с производной в граничном условии, т.е. рассматриваются случаи, когда в краевом условии коэффициенты в конечном числе точек имеют нули и бесконечность модульного характера. Решение задачи найдено в явном виде; сингулярных случаев общей граничной задачи теории аналитических функций для полуплоскости, т.е. рассматривается граничная задача для полуплоскости, когда коэффициенты имеют нули и бесконечности модульного характера. Доказана теорема, определяющая число линейно независимых решений однородной задачи и число условий разрешимости неоднородной задачи; граничной задачи сопряжения с производными высших порядков, главный коэффициент которых имеет нули или полюсы комплексно-сопряженного вида, т.е. рассматривается граничная задача с производными высших порядков, главный коэффициент (первый коэффициент) имеет нули и полюсы комплексно-сопряжённого вида, и определены число решений однородной задачи и число условий разрешимости неоднородной задачи.

Глава 4, посвящена граничной задаче линейного сопряжения с разрывными коэффициентами. В настоящей главе изучается: граничная задача линейного сопряжения с разрывными коэффициентами, когда коэффициент в граничном условии имеет разрыв первого рода, т.е. предел справа и слева существуют, но они не равны между собой. Доказана теорема, определяющая число решений однородной задачи и число условий разрешимости неоднородной задачи; граничная задача теории аналитических функций для $n$ - пар функций с разрывными коэффициентами; сингулярные случаи граничной задачи Римана для $n$ - пар функций, когда определитель обращается в нуль. Способ исследования в этом случае заключается в следующем: разложим матрицы коэффициентов в произведение двух матриц, одна из которых имеет нормальный вид, т.е. элементы её конечны и определитель не обращается в нуль, а другая составлена из рациональных функций и следовательно, имеют аналитическое продолжение в областях $D^+$ и $D^-$.

В целом в диссертации проделана большая, содержательная работа. Автор диссертации владеет современными методами теории функции комплексного переменного и теории граничных задачах аналитической функции. Диссертация написана автором самостоятельно, содержит новые научные результаты в теории краевых задач, теории аналитических функций.

Необходимые ссылки на авторов и источники заимствования материалов в диссертации имеются. Автореферат соответствует требованиям ВАК при Президенте Республики Таджикистан, полно и правильно отражает основные положения диссертационной работы.

Основные результаты диссертации опубликованы в рецензируемых журналах из перечня ВАК при Президенте Республики Таджикистан, а также доложены на ведущих по данной тематике международных конференциях и семинарах.

Вышесказанное даёт основание считать, что диссертационная работа Усмонова Мехрджона Аминджоновича, «Некоторые граничные задачи сопряжения аналитических функций с сингулярной точкой различного типа на контуре», представленная на соискание учёной степени доктора философии (Phd)- доктор по специальности 6Д060100 – Математика: 6Д060100 - Вещественный, комплексный и функциональный анализ, является научно-квалификационный работой и полностью соответствует требованиям, предъявляемым ВАК при Президенте Республики Таджикистан, а её автор Усмонов Мехрджон Аминджонович заслуживает присуждения учёной степени доктора философии (Phd) –доктор по специальности 6Д060100-Математика: 6Д060100-Вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Отзыв подготовили доктор физико–математических наук, профессор кафедры математики и физики Курбаншоев С.З. и зав. кафедрой кафедры математики и физики доцент Гоибов Д.С.

Отзыв на диссертацию Усмонова Мехрджона Аминджоновича заслушан и обсуждён на объединённой научной семинаре кафедр

«Математика и физика» и «Информатика и информационных технологий» Российско-Таджикского(Славянского) университета (Протокол №1 от 10.09.2022)

Председатель семинара,
доктор физико-математических наук
по специальности 01.01.01 – вещественный,
комплексный и функциональный анализ Хасанов Ю.Х

Председатель заседания, зав. кафедрой
математики и физики РТСУ, кандидат
физико-математических наук по специальности
01.01.02 – дифференциальные уравнения,
динамические системы и оптимальное
управление, доцент Гаибов Д.С.

Эксперт: доктор физико-математических наук,
профессор Курбаншоев С.З.

Секретарь заседания кандидат
физико-математических наук, доцент Гулбоев Б.Дж.

Адрес: Российско-Таджикский (Славянский)
университет, Таджикистан, 734000, г. Душанбе,
ул. М.Турсунзода, 30.

Телефон: (992) 37 221-35-50

Факс: (992) 37 221-35-50

Веб-сайт: http://www.rtsu.tj

E-mail: p.rectora@mail.ru

Подписи Ю.Х. Хасанова, С.З. Курбаншоева,

Д.С. Гаибова и Б.Дж. Гулбоева заверяю.

Начальник ОК РТСУ А.А. Рахимов