

ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА

на диссертационное исследование Вализода Рузибоя Сангимуроода на тему «Об исследовании одного класса переопределённых систем дифференциальных уравнений первого и второго порядка с двумя внутренними сингулярными линиями», представленную на соискание учёной степени доктора философии (PhD) по специальности 6D060100 – Математика (6D060102 – Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление).

1. Соответствие диссертации специальности и отрасли науки, по которым диссертация представляется к защите

Диссертация Вализода Р.С. по теме, содержанию, результатам, научным выводам, уровню и качеству подготовки вполне соответствует специальности 6D060102 - Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление, по которой диссертационному совету 6D.KOA-011 предоставлено право на проведение защиты кандидатских диссертаций.

Работа соответствует паспорту данной научной специальности, её формуле, а также основным направлениям области исследования, включая:

1. общую теорию дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений;
2. начально-краевые и спектральные задачи для дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений;
3. теорию дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений.

Данная диссертация относится к фундаментальным математическим исследованиям, которые входят в приоритетные направления научных и научно-технических исследований в Республике Таджикистан и тесно связана с исследованиями по теории сингулярных дифференциальных уравнений в частных производных, проводимыми в Таджикистане под руководством академика НАНТ Н.Р. Раджабова.

2. Актуальность темы исследования

Современное развитие теории дифференциальных уравнений характеризуется устойчивым интересом к исследованию переопределённых систем, возникающих при математическом моделировании сложных процессов в физике, механике, теории управления, математической физике и смежных областях. Особое место среди них занимают системы с сингулярными коэффициентами, поскольку наличие внутренних или граничных особенностей существенно усложняет как аналитическое, так и численное исследование таких задач. Переопределённые системы с сингулярными коэффициентами

естественным образом возникают при описании процессов с разрывными характеристиками среды, фазовыми переходами, концентрированными источниками, а также в задачах с наложенными дополнительными условиями. Сингулярности коэффициентов приводят к нарушению классических условий существования и единственности решений, что требует разработки специальных методов исследования, отличных от стандартных подходов теории дифференциальных уравнений.

Фундаментальные результаты в данном направлении представлены в монографиях и трудах таких авторов, как А. В. Бицадзе, М. М. Смирнов, А. М. Нахушев, В. И. Жегалов, К. Б. Сабитов, Т. Д. Джураев, М. С. Салахиддинов, Т. Ш. Кальменов, Л. Г. Михайлов, З. Д. Усманов, Н. Раджабов, N. Begehr, А. Д. Джурев, А. С. Исхоков, Л. Н. Раджабова, А. М. Самойленко, а также представители их научных школ.

Однако разработка новых аналитических подходов к исследованию переопределённых систем с сингулярными коэффициентами, установление условий существования, единственности и регулярности решений, а также расширение области применимости полученных результатов представляют собой актуальную и востребованную научную задачу, имеющую как теоретическое, так и прикладное значение. Таким образом, диссертационное исследование Вализода Р. С. на тему «Об исследовании одного класса переопределённых систем дифференциальных уравнений первого и второго порядка с двумя внутренними сингулярными линиями» развивает данное научное направление и существенно дополняет существующие исследования.

3. Степень научной новизны результатов диссертации и научных положений, выносимых на защиту

Научная новизна диссертации и выносимых на защиту положений заключается в следующем:

- для одной переопределённой системы дифференциальных уравнений первого порядка с двумя внутренними особенностями — сингулярной и сверхсингулярной линиями получено полное описание многообразия её решений и исследовано поведение решений в окрестности сингулярных линий, а также решены задачи с начальными условиями;
- в случае переопределённых систем, состоящих из двух дифференциальных уравнений, одно из которых является гиперболическим уравнением второго порядка, построены явные представления многообразия решений через одну произвольную постоянную, проанализированы свойства решений в окрестности сингулярных линий и решены соответствующие задачи с начальными условиями, рассматривая два варианта выбора исходного уравнения;

- аналогичным образом получены явные представления многообразия решений для переопределённых систем из трёх дифференциальных уравнений с одним гиперболическим уравнением второго порядка, изучены различные случаи выбора базового уравнения, проанализированы свойства решений в окрестностях сингулярных линий, а также сформулированы и решены задачи с начальными условиями.

Данные результаты вносят значимый вклад в развитие теории переопределённых систем дифференциальных уравнений с сингулярными коэффициентами и расширяют возможности их применения в математической физике и смежных областях.

4. Обоснованность, достоверность выводов и рекомендаций, изложенных в диссертации.

Выводы и рекомендации, представленные в данной диссертационной работе, имеют обоснованность и достоверность. Они опираются на систематическое исследование как отдельных переопределённых систем, так и более сложных многокомпонентных систем, включающих гиперболические уравнения второго порядка. В работе последовательно построены явные представления многообразия решений для систем различного состава, изучено поведение решений в окрестности сингулярных и сверхсингулярных линий, а также решены задачи с начальными условиями, что обеспечивает математическую непротиворечивость полученных результатов.

Методологическая база диссертационного исследования основана на использовании современных методов, разработанных для исследования переопределённых систем с сингулярными и сверхсингулярными коэффициентами в дифференциальных уравнениях в частных производных. В частности, применены общие методы теории дифференциальных уравнений, метод факторизации и метод решения интегральных уравнений. Особое внимание уделено методическим подходам, разработанным Н. Раджабовым, что позволило эффективно исследовать поведение решений в окрестности сингулярных линий и получать явные представления многообразия решений.

Таким образом, результаты диссертации обладают научной ценностью и могут служить надёжной основой для последующих исследований в области переопределённых систем с сингулярными коэффициентами.

5. Объем и структура диссертации.

Диссертационное исследование Вализода Р.С. состоит из введения, четырёх глав, обсуждения полученных результатов, заключения и списка литературы.

Во введении обосновывается актуальность темы исследования, определяется степень её разработанности в науке, уточняются объект и предмет

исследования, формулируются цель и задачи диссертационной работы, описываются использованные методы исследования. Также во введении раскрывается научная новизна полученных результатов, их теоретическая и практическая значимость, а также кратко представляется структура работы и логика изложения материала в последующих главах.

В главе 1 проводится обзор и анализ работ, посвящённых теме исследования, раскрывается степень разработанности данной научной области. Из проведённого анализа следует, что переопределённые системы дифференциальных уравнений с сингулярными коэффициентами изучены мало, а вопросы, связанные с системами, содержащими две внутренние сингулярные линии, остаются неизученными. Это стало основанием для выбора темы диссертации.

Вторая глава диссертации посвящена исследованию одной переопределённой системы дифференциальных уравнений первого порядка с двумя внутренними сингулярными линиями. В данной главе получены интегральные представления многообразия решений рассматриваемой системы. Анализ проводится в двух различных постановках: в первом случае первое уравнение системы принимается в качестве базового, во втором — в качестве исходного рассматривается второе уравнение. На основе полученных интегральных представлений сформулированы и решены задачи с начальными условиями $K_2^1 - K_2^8$.

В третьей главе в области D исследуются две системы дифференциальных уравнений, включающие соответственно одно линейное гиперболическое уравнение второго порядка, при этом каждое из уравнений рассматриваемых систем содержит по две внутренние сингулярные линии. В последнем параграфе данной главы представлены задачи с начальными условиями $K_3^1 - K_3^{16}$, которые сформулированы и решены на основе интегральных представлений решений указанных систем.

В четвертой главе исследуется переопределённая система из трёх дифференциальных уравнений, каждое из которых характеризуется наличием двух внутренних сингулярных линий. Для указанной системы в параграфе 4.5 данной главы сформулированы и решены задачи типа Коши с начальными условиями $K_4^1 - K_4^{12}$, основанные на интегральных представлениях решений.

В разделе «Обсуждение полученных результатов» представлен краткий анализ ключевых выводов, сделанных в процессе выполнения диссертационного исследования, а также дана оценка их научной значимости.

6. Научная и практическая значимость результатов диссертации.

Научная и практическая значимость результатов диссертационной работы заключается в развитии теории переопределённых систем дифференциальных

уравнений первого и второго порядка с сингулярными коэффициентами и расширении существующих теоретических представлений о свойствах таких систем. Несмотря на преимущественно теоретический характер исследования, полученные результаты обладают широкими возможностями практического применения и могут быть использованы при решении прикладных задач математического моделирования физических процессов, а также в механике и инженерных системах, где возникают уравнения с сингулярными коэффициентами. Кроме того, результаты диссертации целесообразно использовать в образовательном процессе высших учебных заведений при преподавании специальных курсов по направлениям «Математика» и «Физика».

7. Публикация результатов исследования по теме диссертации

Основные положения и результаты диссертационной работы изложены в 26 публикациях автора, включая 9 статей в рецензируемых научных журналах и изданиях, рекомендованных ВАК при Президенте Республики Таджикистан и ВАК РФ. Полученные результаты получили достаточную апробацию на международных и республиканских научных конференциях, а также на научных семинарах.

8. Соответствие диссертации требованиям Комиссии

Автореферат отражает основное содержание диссертации.

Диссертация и автореферат Вализода Р. С. соответствуют требованиям Порядка присуждения учёных степеней, установленного ВАК при Президенте Республики Таджикистан (приложение 2 к постановлению Правительства Республики Таджикистан от 30 июня 2021 г. № 267 в редакции постановления от 26 июня 2023 г. № 295).

9. Замечания по содержанию и оформлению работы

Несмотря на это, в диссертации и автореферате выявлены отдельные технические неточности и ошибки грамматического или стилистического характера:

1. На странице 14 диссертации в разделе «Структура и объём работы» вместо слова «замечаний» использовано слово «следствий», тогда как, по нашему мнению, в данном контексте речь идёт именно о замечаниях, а не о следствиях;

2. На странице 51 диссертации после выражения $\frac{1}{(4k-1)y^{4k-1}}$ ошибочно поставлена точка вместо запятой;

3. На странице 141 диссертации в формуле (4.3.9) в последней строке перед скобкой пропущен знак умножения «X».

Следует отметить, что указанные замечания носят частный характер и не влияют на общую положительную оценку диссертационной работы Вализода Р.С.

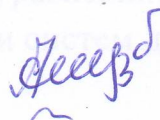
Недостатков, ставящих под сомнение корректность каких-либо результатов исследования, в диссертации не обнаружено.

10. Заключение по диссертации

Считаем, что диссертационная работа Вализода Рузибоя Сангимурода «Об исследовании одного класса переопределённых систем дифференциальных уравнений первого и второго порядка с двумя внутренними сингулярными линиями» по актуальности темы исследования, новизне, достоверности и степени обоснованности научных положений и выводов соответствует всем требованиям ВАК при Президенте Республики Таджикистан, а также соответствует требованиям п. 31, 33, 34 и 35 Порядка присуждения ученых степеней, утвержденного постановлением Правительства Республики Таджикистан №267- от 30 июня 2021 г., учёной степени доктора философии (PhD) по специальности 6D060100 – Математика (6D060102 – Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление).

Официальный оппонент:

доктор физико-математических наук
по специальности 01.01.02 – Дифференциальные
уравнения, динамические системы
и оптимальное управление,
заведующий кафедрой вычислительной
математики и механики Таджикского
национального университета



Абдукаримов М.Ф.

Дата: « 9 » 02 2026г.

Адрес:

734025, Республика Таджикистан г. Душанбе, пр. Рудаки, 17,

Таджикский национальный университет

Тел: (+992) 919962444;

E-mail: mahmadsalim_86@mail.ru

Подпись: Абдукаримова М.Ф. подтверждаю

Начальник УК и СЧ ТНУ



Шодихонзода Э.Ш.

Адрес:

734025, Республика Таджикистан г. Душанбе, пр. Рудаки, 17,

Тел: +992 (37) 227-15-10;

E-mail: info@tnu.tj.

Дата: « 9 » 02 2026г.