

ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертацию Вализода Рузибоя Сангимурода «Об исследовании одного класса переопределённых систем дифференциальных уравнений первого и второго порядка с двумя внутренними сингулярными линиями», представленную на соискание ученой степени доктора философии (PhD) – доктор по специальности 6D060100 – Математика (6D060102 – Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление)

Актуальность темы исследования. Теория систем в полных дифференциалах, применимая как к одной, так и к нескольким неизвестным функциям, является дальнейшим развитием теории Коши–Ковалевской и охватывает некоторые классы аналитических переопределённых систем уравнений в частных производных. Она направлена на построение многообразий решений с регулярными и сингулярными коэффициентами.

Изучение переопределённых систем дифференциальных уравнений начиналось с рассмотрения систем, содержащих регулярные коэффициенты, и в последующем было распространено на системы с сингулярными коэффициентами.

Исследованию переопределённых систем дифференциальных уравнений с регулярными, сингулярными и сверхсингулярными коэффициентами посвящены труды Л. Г. Михайлова, Н. Раджабова, Э. Р. Рузметова, Ж. Н. Тасмамбетова, Ф. М. Шамсудинова, М. В. Коровина, Б. М. Шоимкулова, а также представителей их научных школ.

В диссертационной работе Вализода Р.С. в области $D = \{(x, y) : -a < x < a, 0 < y < a\}$ исследуются переопределённые системы дифференциальных уравнений первого и второго порядка с двумя внутренними сингулярными линиями видов

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{a(x, y)}{(x^2 - y^2)^m} u = \frac{f_1(x, y)}{(x^2 - y^2)^m}, \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{b(x, y)}{(x^2 - y^2)^n} u = \frac{f_2(x, y)}{(x^2 - y^2)^n}, \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \frac{a_1(x, y)}{(x^2 - y^2)^m} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{b_1(x, y)}{(x^2 - y^2)^n} \frac{\partial u}{\partial y} + \\ + \frac{c_1(x, y)}{(x^2 - y^2)^{m+n}} u = \frac{f_1(x, y)}{(x^2 - y^2)^{m+n}}, \\ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{a_2(x, y)}{(x^2 - y^2)^p} u = \frac{f_2(x, y)}{(x^2 - y^2)^p}, \end{cases} \quad (2)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \frac{a_1(x, y)}{(x^2 - y^2)^m} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{b_1(x, y)}{(x^2 - y^2)^n} \frac{\partial u}{\partial y} + \\ + \frac{c_1(x, y)}{(x^2 - y^2)^{m+n}} u = \frac{f_1(x, y)}{(x^2 - y^2)^{m+n}}, \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{b_2(x, y)}{(x^2 - y^2)^p} u = \frac{f_2(x, y)}{(x^2 - y^2)^p}, \end{array} \right. \quad (3)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \frac{a_1(x, y)}{(x^2 - y^2)^m} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{b_1(x, y)}{(x^2 - y^2)^n} \frac{\partial u}{\partial y} + \\ + \frac{c_1(x, y)}{(x^2 - y^2)^{m+n}} u = \frac{f_1(x, y)}{(x^2 - y^2)^{m+n}}, \\ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{a_2(x, y)}{(x^2 - y^2)^p} u = \frac{f_2(x, y)}{(x^2 - y^2)^p}, \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{b_2(x, y)}{(x^2 - y^2)^k} u = \frac{f_3(x, y)}{(x^2 - y^2)^k}, \end{array} \right. \quad (4)$$

где $a_i(x, y), b_i(x, y), c_1(x, y), f_j(x, y), i = \overline{1, 2}, j = \overline{1, 3}$ — являются заданными функциями в области $D, t, n, p, k \in N, u(x, y)$ — искомая функция.

Соответствие диссертации специальности и отрасли науки, по которым диссертация представляется к защите. Тема диссертации Вализода Р.С. и её содержание соответствует специальности 6D060102 — Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление, по которой диссертационному совету 6D.KOA-011 предоставлено право на рассмотрение и проведение защиты диссертаций. Работа соответствует паспорту данной научной специальности, её формуле, а также трём основным направлениям области исследования: 1) общая теория дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений; 2) начально-краевые и спектральные задачи для дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений; 3) теория дифференциально-операторных уравнений.

Диссертационное исследование Вализода Р. С. относится к области фундаментальных математических исследований и соответствует приоритетным направлениям научной деятельности в Республике Таджикистан на 2021–2025 годы.

Степень научной новизны результатов диссертации и научных положений, выносимых на защиту. Полученные в работе новые и значимые результаты, выносимые на защиту, заключаются в следующем:

1. Для переопределённой системы (1) в прямоугольной области, когда коэффициенты имеют сингулярными или суперсингулярными особенностями получено описание многообразия её решений. Исследовано

поведение решений в окрестности сингулярных линий, а также решены задачи с начальными условиями;

2. Получены явные представления многообразия решений переопределённых систем (2) и (3), состоящих из двух дифференциальных уравнений, одно из которых является гиперболическим уравнением второго порядка. Решения выражены через одну произвольную постоянную. Рассмотрены два случая: когда исходным является первое уравнение и когда второе, а также поставлены и решены задачи с начальными условиями;

3. Исследована переопределённая система (4), состоящая из трёх дифференциальных уравнений, одно из которых является гиперболическим уравнением второго порядка. Построены явные представления многообразия её решений, выраженных через одну произвольную постоянную. Рассмотрены различные случаи, когда в качестве основного уравнения выступает первое, второе или третье. Проанализированы свойства решений в окрестностях сингулярных линий, а также сформулированы и решены задачи с начальными условиями.

Обоснованность, достоверность выводов и рекомендаций, изложенных в диссертации. Тема диссертационного исследования сформирована в тесной взаимосвязи с работами по теории переопределённых систем дифференциальных уравнений с сингулярными линиями, проводимыми в Таджикистане под научным руководством академика НАНТ Н.Р. Раджабова и д.ф-м.н., Ф.М. Шамсудинова. Научные положения и выводы диссертации основаны на апробированных и признанных специалистами результатах, полученных в последние годы по теории переопределённых систем дифференциальных уравнений с сингулярными линиями. В работе использованы современные методы, разработанные для исследования переопределённых систем сингулярных и сверхсингулярных дифференциальных уравнений в частных производных, в том числе общие методы теории дифференциальных уравнений, метод факторизации и методы решения интегральных уравнений. Все теоремы, утверждения и выводы снабжены строгими математическими доказательствами, а анализ полученных результатов, представленный в заключительной части работы, свидетельствует об их полном соответствии известным результатам других авторов. Это подтверждает достоверность сформулированных выводов и рекомендаций.

Объем и структура диссертации. Диссертация Вализода Р. С. состоит из введения, четырёх глав, обсуждения полученных результатов, заключения и списка литературы и изложена на 192 страницах компьютерного текста, набранного в текстовом редакторе Microsoft Word.

Во введении обосновывается актуальность темы, уточняется объект и предмет исследования, цель и задачи диссертационной работы, описываются применяемые методы, научная новизна результатов, выносимых на защиту, их теоретическая и практическая значимость.

Глава 1 обзорная, в ней проводится обзор и анализ работ, близких к теме исследования на основе которого раскрывается степень изученности данной научной темы.

В главе 2 в области D исследуется переопределённая система (1) для следующих случаев соотношений параметров: $m = n = 1$; $m = 1, n \geq 2$; $m \geq 2, n = 1$; $m \geq 2, n \geq 2$.

В параграфе 2.5 данной главы, опираясь на полученные интегральные представления решений системы уравнений (1), формулируются и решаются задачи с начальными условиями $K_2^1 - K_2^8$.

В третьей главе проводится исследование системы двух дифференциальных уравнений (2) и (3), заданных в области D .

В §3.9 этой главы представлены задачи с начальными условиями $K_3^1 - K_3^{16}$, которые сформулированы и решены на основе интегральных представлений решений переопределённых систем (2) и (3).

В главе 4 исследуется система из трёх дифференциальных уравнений (4), включающая одно линейное гиперболическое уравнение второго порядка с двумя внутренними сингулярными линиями, а также два дифференциальных уравнения первого порядка, каждое из которых содержит по две внутренние сингулярные линии.

Для указанной системе в следующих случаях получены представления многообразий решений с учётом произвольных констант: при $m = n = p = k = 1$; $m = n = 1, p \geq 2, k \geq 2$; $m \geq 2, n \geq 2, p = k = 1$, а также при $m \geq 2, n \geq 2, p \geq 2, k \geq 2$, где $m, n, p, k \in N$.

В параграфе 4.5 главы 4 сформулированы и решены задачи с начальными условиями $K_4^1 - K_4^{12}$, основанные на интегральных представлениях решений системы (4).

Раздел «Обсуждение полученных результатов» содержит анализ основных результатов диссертационного исследования.

Научная и практическая значимость результатов диссертации. Полученные в диссертации результаты носят теоретический характер и являются значимым дополнением автора в теорию переопределённых систем дифференциальных уравнений с сингулярными коэффициентами, и они могут быть применены при дальнейшем изучении этой направления. Материал диссертации может быть использован при чтении специальных

курсов для студентов, магистрантов и докторантов (PhD) математических специальностей вузов.

Публикация результатов исследования по теме диссертации. По теме диссертации автором опубликованы 26 работ, в том числе 9 в изданиях из перечня рецензируемых журналов и изданий, рекомендованных ВАК при Президенте Республики Таджикистан и ВАК РФ. Опубликованные работы полностью отражают содержание исследования.

Результаты вынесены на обсуждение в ряде международных и республиканских конференциях, а также семинарах и прошли достаточную апробацию. Все это соответствует требованиям пунктов 34, 35 Порядка присуждения ученых степеней ВАК при Президенте Республики Таджикистан, утвержденного постановлением Правительства Республики Таджикистан от 30 июня 2021 г., №267, в редакции постановления от 26 июня 2023 г., №295.

Соответствие диссертации требованиям Комиссии. Диссертация и автореферат Вализода Р.С. соответствуют требованиям Порядка присуждения учёных степеней ВАК при Президенте Республики Таджикистан (приложение 2 к постановлению Правительства Республики Таджикистан от 30 июня 2021 г., № 267, в редакции постановления от 26 июня 2023 г., № 295).

Но следует отметить, что, в диссертации и автореферате имеются некоторые технические недостатки, ошибки грамматического и стилистического характера, например,

1) на странице 5 автореферата в разделе «Теоретическая и научно-практическая значимость работы» пропущено слово «значимость», в связи с чем, по нашему мнению, раздел следует озаглавить «Теоретическая и научно-практическая значимость работы»;

2) на странице 128 диссертации в свойстве 6 вместо выражения «в окрестности Γ_1^0 » пропущено слово «в», в связи с чем корректной является формулировка «в окрестности Γ_1^0 ».

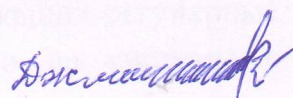
Указанные недостатки и замечания в целом не снижают качество и положительную научную оценку данной диссертации и не оказывают отрицательного влияния на ее необходимый научный уровень.

В целом, диссертация Вализода Р.С. на тему «Об исследовании одного класса переопределённых систем дифференциальных уравнений первого и второго порядка с двумя внутренними сингулярными линиями», представленную на соискание ученой степени доктора философии (PhD) –

доктор по специальности 6D060100 – Математика (6D060102 – Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление) выполнена на необходимом научном уровне, отвечает требованиям ВАК при Президенте Республики Таджикистан, соответствует требованиям п. 31, 33-35 Порядка присуждения ученых степеней, утвержденного постановлением Правительства Республики Таджикистан от 30 июня 2021 г., №267 (в редакции постановления от 26 июня 2023 г., № 295), а её автор заслуживает присуждения учёной степени доктора философии (PhD) по указанной специальности.

Официальный оппонент:

кандидат физико-математических наук
по специальности 01.01.02 – Дифференциальные
уравнения, динамические системы
и оптимальное управление,
доцент кафедры математики и естественных наук
Филиала МГУ имени М.В. Ломоносова
в городе Душанбе

 Э.Х. Джумаев

Дата: « 6 » 02 2026г.

Адрес:

734003, Республика Таджикистан, город Душанбе, улица Бохтар, 35/1,
Филиал МГУ имени М.В. Ломоносова в г. Душанбе

Тел: (+992) 907-54-19-59;

E-mail: quasi-conf-2017@yandex.ru.

Подпись: Э.Х. Джумаева подтверждаю.

Начальник ОКП и СР ФМГУ в г. Душанбе

 С.М. Пирназар

Адрес:

Адрес: 734003, Республика Таджикистан, город Душанбе, улица Бохтар, 35/1,

Тел: +992 (37) 227-31-48;

E-mail: info@msu.tj.

Дата: « 6 » 02 2026г.