Отзыв

на диссертационную работу Зарифзода Сарвар Кахрамон «Исследование некоторых классов сингулярных интегро-дифференциальных уравнений операционными методами», представленную на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.02 – Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Актуальность темы диссертационной работы. В настоящее время теория интегро-дифференциальных уравнений является одним из быстро развивающихся направлений в математике. Классические результаты в этом направлении были получены в работах Я.В.Быкова, М.В.Булатова, Ю.Н.Валицкого, В.В.Васильева, М.М.Вейнберга, Н.П.Векуа, В.С.Владимирова, В.Вольтерра, Л.Г.Магнарадзе, С.Г.Михлина, А.И.Некрасова, В.Н.Николаенко, Н.А.Сидорова, С.Л Соболева, В.Г.Трубина, М.В.Фалалеева, Г.А.Шишкина, А.И.Янушаускаса и др.

До настоящего времени исследован обширный класс интегро-дифференциальных уравнений с сингулярным ядром. Здесь важно подчеркнуть, что в большинстве из рассматриваемых уравнений понятие сингулярности ядра понимается в смысле главного значения по Коши. В отличие от этих работ в данной диссертационной работе исследуются сингулярные интегро-дифференциальные уравнения, в которых понятие сингулярности ядра понимается в обычном смысле Римана. Для нахождения общих решений исследуемых уравнений в работе разрабатывается математический аппарат теории интегральных преобразований.

Построенный математический аппарат, а также разработанная методика исследования интегро-дифференциальных уравнений являются актуальным и дают возможность в дальнейшем перенести эти результаты

для исследования интегро-дифференциальных уравнений в частных производных и с производными высших порядков.

Структура и основные результаты диссертации. Диссертационная работа состоит из введения, пяти глав, обсуждения полученных результатов, заключения и списка цитированной литературы, включающего без учёта публикации автора 332 наименования. Текст диссертации набран в текстовом редакторе Microsoft Word и занимает 308 страницу машинописного текста.

В **первой главе** диссертации приводится краткий обзор достижений в области вырождающихся дифференциальных уравнений, интегральных и интегро-дифференциальных уравнений типа Вольтерра с различными видами сингулярности. Также даётся краткий обзор о различных видах интегральных преобразований.

Во **второй главе** диссертационной работы вводится двухточечный дифференциальный оператор вида

$$D_x^{11} = x(1-x)\frac{d}{dx}$$

с двумя особыми точками 0 и 1. С помощью данного оператора строятся и исследуются простейшие операторно-дифференциальные уравнения.

Например, для уравнения

$$(D_x^{11})^n y = f(x). \tag{1}$$

аналог формулы Коши строится в виде

$$y(x) = \frac{1}{(n-1)!}\int_{x_0}^{x} \ln^{n-1}\left(\frac{x}{1-x}\,\frac{1-t}{t}\right) f(t)\frac{dt}{t(1-t)} +$$

$$+\frac{c_1}{(n-1)!}\ln^{n-1}\left(\frac{x}{1-x}\,\frac{1-x_0}{x_0}\right) + \frac{c_2}{(n-2)!}\ln^{n-2}\left(\frac{x}{1-x}\,\frac{1-x_0}{x_0}\right) + \cdots +$$

$$+\frac{c_{n-1}}{1!}\ln\left(\frac{x}{1-x}\,\frac{1-x_0}{x_0}\right) + c_n.$$

Далее, в этой главе уравнение (1) обобщается и его решение находится классическими и операционными методами.

В **третьей главе** диссертационной работы исследуется класс одномерного интегро-дифференциального уравнения первого порядка с особым двухточечным ядром и сопряженное с ним уравнение.

Вначале исследуется модельное интегро-дифференциальное уравнение

$$D_x^{11}y + \int_0^x \frac{K}{t(1-t)} y(t)dt = f(x),$$

затем на основе полученных результатов для модельного уравнения исследуется уравнение общего вида

$$D_x^{11}y + \int_0^x \frac{K(x,t)}{t(1-t)} y(t)dt = f(x).$$

Далее, в этой главе исследуется сопряженное модельное уравнение

$$-D_x^{11}z + \int_x^1 \frac{K}{t(1-t)} z(t)dt = g(x),$$

а также уравнение общего вида

$$-D_x^{11}z + \int_x^1 \frac{K(t,x)}{t(1-t)} z(t)dt = g(x)$$

интегро-дифференциальное уравнение.

В **четвёртой главе** диссертации исследуются интегро-дифференциальные уравнения типа Вольтерра с логарифмической особенностью в ядрах. Например находятся явные решения интегро-дифференциального уравнения вида

$$D_x^{11}y + A_0 y + \int_0^x \frac{K(x,t)}{t(1-t)} y(t)dt = f(x),$$

где ядро $K(x,t)$ имеет логарифмическую особенность порядка $n-1$ вида

$$K(x,t) = A_1 + A_2 \ln\left(\frac{x}{1-x} \cdot \frac{1-t}{t}\right) + \cdots + A_n \ln^{n-1}\left(\frac{x}{1-x} \cdot \frac{1-t}{t}\right).$$

Также в этой главе исследуется сопряжённое одномерное интегро-дифференциальное уравнение первого порядка вида

$$-D_x^{11}z + A_0 z + \int_x^1 \frac{K(t,x)}{t(1-t)} z(t)dt = g(x),$$

с сопряженным логарифмическим ядром

$$K(t,x) = A_1 + A_2 \ln\left(\frac{t}{1-t} \cdot \frac{1-x}{x}\right) + \cdots + A_n \ln^{n-1}\left(\frac{t}{1-t} \cdot \frac{1-x}{x}\right).$$

В **пятой главе** диссертации исследуется вопрос о построении основ операционного исчисления для дифференциального оператора $D_x^{\alpha} = x^{\alpha}\frac{d}{dx}$, затем на основе построенного математического аппарата находится общее решение некоторых классов операторно-дифференциальных и сингулярных интегро-дифференциальных уравнений.

Научная новизна работы. Результаты диссертационной работы являются новыми, получены автором самостоятельно и состоят в следующем:

- получено интегральное представление многообразия решений для линейного обыкновенного операторно-дифференциального уравнения n-го порядка;
- построена основа операционного исчисления для особого дифференциального оператора D_x^{11};
- исследованы некоторые классы сингулярных интегро-дифференциальных уравнений классическим и операционным методами;
- доказан аналог теоремы Фредгольма для особого интегро-дифференциального уравнения первого порядка и сопряжённого с ним уравнения;
- доказан аналог теоремы Фредгольма для особого интегро-дифференциального уравнения первого порядка с логарифмическим ядром и сопряжённого с ним уравнения;

- построена основа операционного исчисления для особого дифференциального оператора D_x^α;
- исследованы некоторые классы операторно-дифференциальных уравнений с оператором дифференцирования D_x^α;
- исследованы некоторые классы интегро-дифференциальных уравнений типа сложной свёртки;
- доказан аналог теоремы Фредгольма для одного класса интегро-дифференциального уравнения типа сложной свёртки.

Теоретическая значимость полученных результатов. Результаты, полученные в диссертации, носят теоретический характер. Данные результаты могут быть использованы для дальнейшего развития теории немодельных интегро-дифференциальных уравнений высших порядков с сингулярными и сверх-сингулярными ядрами.

Степень достоверности и апробация результатов исследования. Научные положения, выводы и рекомендации, приведённые в диссертации обоснованы теоретическими выкладками и строгими доказательствами, опирающимися на методы теории дифференциальных и интегральных уравнений, а также на методы теории интегральных преобразований.

Основные результаты диссертации неоднократно докладывались на международных и республиканских конференциях. Они опубликованы в 56 работах, причём 32 из низ в журналах из перечня рецензируемых научных журналов и изданий, рекомендованных ВАК при Президенте Республики Таджикистан, 11 работ опубликованы в журналах, входящих в список журналов SCOPUS или WEB OF SCIENCE.

Достоинство и недостатки по содержанию и оформлению диссертации. Достоинство диссертационной работы Зарифзода С.К. заключается в том, что в ней построены основы двух новых интегральных преобразований: S_{11} и S_α – интегральных преобразований.

К числу недостатков диссертационной работы хочется отметить некоторые опечатки и грамматические ошибки. Например,

1) в теореме 5.7.3, в третей строке, в слове «комплнксно» букву «н» нужно заменить на букву «е»;
2) на странице 231, в пятой строке снизу вместо «т.е.» нужно написать «далее» или его нужно просто убрать;
3) на странице 232, в шестой строке с низу написано «при предположении $y^*(\omega_\alpha(x))|_{x=\infty} = 0$, имеем». Однако, если данное условие нарушено не проведено исследование.

Важно отметить, что приведённые замечания не как не влияют на качество и общую положительную оценку диссертационной работы.

Соответствие автореферат основному содержанию диссертации. Автореферат достаточно полно отражает содержание диссертационной работы. Оформление автореферат и диссертации соответствует всем установленным требованиям.

Заключение о соответствии диссертации критериям установленным «Положением о присуждении учённых степеней». Диссертационная работа Зарифзода Сарвар Кахрамон «Исследование некоторых классов сингулярных интегро-дифференциальных уравнений операционными методами», представленная на соискание учёной степени доктора физико-математических наук, является законченной научно-квалификационной работой. Диссертация содержит новые научные результаты по теории интегро-дифференциальных уравнений и дополнит двумя новыми интегральными преобразованиями существующему списку интегральных преобразований. Данная диссертационная работа полностью соответствует всем критериям Положения о порядке присуждения ученых степеней ВАК при Президенте Республики Таджикистан, а ее автор – Зарифзода Сарвар Кахрамон, без сомнения заслуживает присуждения ученой степени доктора физико-математических наук по специальности

01.01.02 – Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Официальный оппонент
Доктор физико-математических наук по специальности
01.01.02 – Дифференциальные уравнения, динамические
системы и оптимальное управление, профессор,
профессор кафедры математического анализа
и дифференциальных уравнений
Бохтарского государственного университета
имени Носира Хусрава Сафаров Дж.

12.09.2023

Контактная информация:
Бохтарский государственный университет имени Носира Хусрава
735140, Республика Таджикистан, г. Бохтар, ул. Борбад 25, кв. №39
Веб сайт: www.btsu.tj; e-mail: bgu-1978@mail.ru
Адрес электронный почты: safarov-5252@mail.ru
Телефон: +(992) 917-07-96-40

ШУЪБАИ КАДРҲО ВА КОРҲОИ МАХСУС

Подпись профессора Сафарова Дж. заверяю
Начальник ОК БГУ им. Н. Хусрава Шукурзод Дж.А.