

Тақризи

муқарризи расмӣ, доктори илмҳои физикаю математика, профессор
Муҳсинов Е. М. ба диссертатсияи Зулфонов Шаҳриёр Мулозулфонович
“Татбиқи ҳисоби оператсионӣ дар ҳалли баъзе синфҳои муодилаҳои
дифференциалӣ ва интегро-дифференциалӣ бо ҳосилаҳои хусусӣ”, ки
барои дарёфти дараҷаи илмии доктори фалсафа (PhD)-доктор аз рӯи
ихтисоси 6D.060100-Математика: 6D.060102-Муодилаҳои
дифференциалӣ, системаҳои динамикӣ ва идоракунии оптималӣ
пешниҳод шудааст

Назария ва амалияи муодилаҳои дифференциалӣ ва интегро-дифференциалӣ бо ҳосилаҳои хусусӣ, ки шарҳи риёзии масъалаҳои мураккаб ва ҳеле муҳими рӯйдодҳои физика, химия, биология ва техникаи муосир мебошанд дар даҳсолаи охир рушду пешрафти назаррасро касб кардаанд. Тарзҳои гуногуни масъалаҳои ибтидоӣ, ибтидоӣ-канорӣ барои ин муодилаҳо ба таври ҳеле густурда коркард шудаанд. Масъалаҳои номбурда аз ҷониби муҳаққиқони кишварҳои зиёде пешниҳод карда шудаанд. Аз ҷумла методи табдилоти интегралӣ дар таҳлили масъалаҳои номбурда мавқеи алоҳида дорад. Методи табдилоти интегралӣ Лаплас-Карсон барои пайдо кардани ҳалли ошқори муодилаҳои дифференциалӣ ва интегро-дифференциалӣ, ки дар онҳо функсияи номаълум аз n -тағирёбанда вобаста мебошад, дар маркази диққати олимон қарор дорад. Дар ин самт мақолаҳо ва монографияҳои В. А. Диткин, А. П. Прудников, Р. С. Даҳия, А. Бабаханӣ, Ю. А. Брычков ба таъб расидаанд, ки дар онҳо усулҳои нави ҳисобкунии табдилоти роста ва ҷанпаи Лаплас-Карсон барои функсияҳои дутағирёбанда ва бисёртағирёбанда мавриди таҳқиқ қарор гирифтаанд.

Рисолаи диссертатсионии Ш. М. Зулфонов асосан ба тадқиқи як қатор синфҳои муодилаҳо, аз қабили муодилаи дифференциалии телеграф, муодилаи интегро-дифференциалии телеграф, муодилаи Фучита бо тартиби ҳосилаи касрӣ бахшида шудааст. Барои пайдо намудани намуни ошқори ҳалли муодилаҳои номбурда зарурияти ҳисоббарории табдилоти роста ва баръакси Лаплас-Карсон ба миён меояд. Дар рисола ҳисоббарории оператсионии марбута барои функсияҳои пайдошуда ба амал бароварда шудаанд. Барои функсияҳо ва интегралҳои зарурӣ ҷадвалҳои табдилотҳои мувофиқ коркард карда шудаанд.

Дар рисолаи диссертатсионӣ масъалаҳои зерин ба таври мунаххас ҳалли худро ёфтаанд:

1. Тасвири интегралҳои намуди

$$\int_0^{\min(x,t)} e^{-as} f(x-s, t-s) g(s) ds;$$

$$\int_0^{\min(x,t)} \int_0^{t-s} a(t-s-\tau) f(x-s; \tau) e^{-a_1 s} ds d\tau;$$

муайян карда шудаанд:

2. Ҳалли умумии муодилаи дифференсиалии телеграф, муодилаи интегро-дифференсиалии телеграф ва муодилаҳои дифференсиалӣ бо ҳосилаҳои хусусии тартиби як ва ду муайян карда шудаанд;
3. Муодилаи интегро-дифференсиалии телеграф барои ядрои функсияи хаттӣ (графикаш хати рост) ва функсияи ғайрихаттӣ (графикаш хати қач) бо шартҳои ибтидоӣ ва канории додашуда ҳал карда шудаанд;
4. Усули ҳисоби оператсионӣ дар ҳалли муодилаҳои дифференсиалӣ ва интегро-дифференсиалӣ тадбиқ карда шудаанд.

Натиҷаҳои муҳимтарини диссертатсия инҳо мебошанд:

1. Ба воситаи табдилоти Лаплас-Карсон тасвири функсияҳо ва интегралҳое, ки тадбиқи васеи амалӣ доранд муайян карда шудаанд;
2. Ҳалли умумии муодилаи дифференсиалии телеграф бо шартҳои ибтидоӣ ва канории додашуда муайян карда шудааст;
3. Ҳалли умумии муодилаи интегро-дифференсиалии телеграф барои ядрои функсияи хаттӣ (графикаш хати рост) ва функсияи ғайрихаттӣ (графикаш хати қач) бо шартҳои ибтидоӣ ва канории додашуда муайян карда шудааст;
4. Ҳалли умумии муодилаҳои дифференсиалии хаттӣ бо ҳосилаҳои хусусии тартиби як ва ду бо шартҳои ибтидоӣ ва канории додашуда ва ҳалли

муодилаи интегро-дифференсиалии ба муодилаи мавҷ овардашаванда муайян карда шудааст.

Диссертатсия аз муқаддима ва се боб иборат мебошад.

Боби якуми рисола (§§ 1.1, 1.2) ба маълумотҳои пешакӣ доир ба табдилоти Лаплас-Карсон барои функсияҳои бисёртағирёбанда ва ҳисоби мушаххаси табдилоти роста ва баръакс барои синфҳои функсияҳо ва интегралҳо, ки баъдан бо мақсади пайдо намудани ҳамаи ошқори муодилаҳои дифференсиалӣ ва интегро-дифференсиалӣ бо ҳосилаҳои хусусӣ истифода бурда мешаванд, бахшида шудааст. Дар параграфи §1.1. маълумотҳои умумӣ оид ба функсияҳои n -тағирёбанда, ҳосила, дифференсиали онҳо пешкаш карда шуда, таърифҳо, ишораҳо ва теоремаҳои асосӣ нишон дода шудаанд. Дар параграфи §1.2. формулаҳои умумии табдилоти Лаплас барои функсияҳои n -тағирёбанда дар намуди

$$F(p_1, p_2, \dots, p_n) = \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \dots \int_0^{\infty} e^{-\sum_{k=1}^n p_k x_k} f(x_1, x_2, \dots, x_n) dx_1 dx_2 \dots dx_n$$

ворид шудааст, ки дар ин ҷо $F(p_1, p_2, \dots, p_n)$ — функсияи тасвир (изображение) ва $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ — функсияи оригинал буда, $p_1, p_2, \dots, p_n$ — ададҳои комплексӣ мебошанд. Бори нахуст олимони Амрико Чон Карсон табдилоти Лаплас-ро тадқиқ намуда табдилотеро барои ёфтани тасвири функсияҳои яктағирёбанда ва дутағирёбанда кашф намуд, ки ин табдилот ҳоло бо номи табдилоти Лаплас-Карсон машҳур аст. Хосиятҳои асосии табдилоти Лаплас ва тасвири печидаи ду функсияи дутағирёбанда барасӣ гардидааст.

Тавассути табдилоти Лаплас-Карсон тасвири баъзе функсияҳо ва интегралҳо ҳисоб карда шудааст. Барои мисол тасвири функсияи

$$e^{-cx} \varphi'_t(t-x) + \varphi(0) e^{-cx} \delta(t-x)$$

ки дар ин ҷо c — адади ҳақиқии ихтиёрӣ буда, $\delta(t-x)$ — функсияи Дирак ва $\varphi(t)$ — функсияи дифференсиронидашаванда мебошад ба функсияи дутағйирёбандаи комплекси тағйирёбандаҳояш p, q дар намуди

$$\frac{pq\Phi(q)}{p+q+c}$$

баробар аст, ки дар ин ҷо $\Phi(q)$ табдилоти Лапласи функсияи $\varphi(t)$ мебошад. Ба ҳамин монанд тасвири функсияҳои

$$e^{-bt}f(|x-t|) \quad \text{ва} \quad e^{-bt-cx}f(x+t)$$

ҳисоб карда шудаанд.

Теоремаҳои 1.2.1, 1.2.2, 1.2.3, 1.2.4 мувофиқан ба ҳисобкунии тасвири баъзе интегралҳои намуди

$$\int_0^{\min(x,t)} \int_0^{t-s} a(t-s-\tau) f(x-s;\tau) e^{-a_1 s} ds d\tau$$

$$\int_0^{\min(x,t)} e^{-a_0(t-s)} \cdot e^{-a_1 s} \cdot f(x-s; t-s) ds$$

$$\int_0^{\min(x,t)} e^{-as} f(x-s, t-s) g(s) ds$$

бахшида шудаанд. Исботи теоремаҳо дар асоси методи ҳисоббарориҳои оператсионӣ ва интегралҳои ғайрихос гузаронида шуда, дар он аз таҳқиқотҳои классикии В. А. Диткин ва Г. Дёч истифода шудааст.

Боби дуюми рисола таҳти унвони “Муодилаҳои дифференсиали бо ҳосилаҳои хусусӣ” ба татбиқи табдилоти Лаплас-Карсон дар ҳалли муодилаҳои дифференсиалӣ бо ҳосилаҳои хусусии тартиби як ва ду бахшида шудааст. Дар параграфи 2.1. мафҳумҳо ва натиҷаҳои асосӣ оид ба

муодилаҳои дифференсиалӣ бо ҳосилаҳои хусусии тартиби як ва ду гирдоварда шудаанд.

Аз ҷумла таснифи муодилаҳо бо ҳосилаҳои хусусии тартиби ду хотирасон шудааст ва таърифи муодилаҳои намуди эллиптикӣ, гиперболикӣ ва параболикӣ низ ёдрас гардидааст.

Дар параграфи 2.2. муодилаи нақлиёт бо маълуми хаттӣ ва бо шартҳои ибтидоӣ ва канории гайриякҷинса мавриди таҳқиқ қарор гирифтааст. Масъалаи номбурда бо ёрии табдилоти интегралӣ Лаплас-Карсон ҳал карда шудааст. Ғайр аз ин дар § 2.2. муодилаи намуди

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + 2 \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t} + a \frac{\partial u}{\partial x} + a \frac{\partial u}{\partial t} + bu = f(x, t) \quad (1)$$

бо шартҳои ибтидоии

$$\begin{cases} u(x, 0) = u_0(x) \\ u'_t(x, 0) = u_1(x) \end{cases} \quad (2)$$

ва шартҳои канории

$$\begin{cases} u(0, t) = \varphi_1(t) \\ u'_x(0, t) = \varphi_2(t) \end{cases} \quad (3)$$

омӯхта шудааст. Қайд мекунем, ки масъалаи (1)-(3) ҳангоми $a = 0, b = 1$.

$$f(x, t) = \sqrt{x+t} \text{ ва бо шартҳои } u(x, 0) = u'_t(x, 0) = u'_x(0, t) = u(0, t) = 0$$

аз тарафи олими Амрико Р. С. Дахия ва олими Эрон Ҷ. Собирӣ бо истифода аз табдилоти дутағирёбандаи Лаплас таҳқиқ карда шудааст. Дар § 2.2. — и рисола ҳалли умумии муодилаи (1) бо шартҳои ибтидоӣ ва канории (2)-(3) барои дилхоҳ адади мусбати a, b ва дилхоҳ функсияи бефосила ва дифференсиронидашавандаи $f(x, t)$, ки шартҳои табдилоти Лапласро қаноат мекунад бо истифода аз татбиқи табдилоти Лаплас-Карсон ҳал карда шудааст.

Дар параграфи 2.3. муодилаи дифференсиалии телеграф мавриди таҳқиқ қарор гирифтааст. Муодила намуди зеринро дорад:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \alpha \frac{\partial u}{\partial t} + \beta u = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + f(t) \quad (4)$$

Ҳалли умумии муодила бо иҷрошавии шартҳои ибтидоии

$$u(x, 0) = u_0(x), u'_t(x, 0) = u_1(x) \quad (5)$$

ва шартҳои канории

$$u(0, t) = \varphi_1(t), u'_x(0, t) = \varphi_2(t) \quad (6)$$

ёфта шудааст.

Ҳангоми $\alpha = 0, \beta = 0$ будан масъалаи (4)-(6) аз ҷониби В. А. Диткин, А. П. Прудников ва дар ҳолати $\alpha = 0, \beta = -q(x, t)$ будан дар мақолаи Абдулкаримов М. Ф. баррасӣ шудааст. Дар рисола масъалаи (4)-(6) тавассути табдилоти интегралӣ Лаплас-Карсон пурра ҳал карда шудааст. Аз функсияи $f(t)$ иҷрои шартҳои мавҷудияти табдилоти Лаплас-Карсон талаб карда мешавад.

Боби сеюми рисола ба ҳалли оператсионии муодилаҳои интегро-дифференсиалӣ бо ҳосилаҳои хусусӣ бахшида шудааст.

Дар параграфи 3.1. мафҳумҳои асосӣ доир ба муодилаҳои интегро-дифференсиалӣ бо ҳосилаҳои хусусӣ оварда шудаанд. Қайд карда шудааст, ки чунин муодилаҳо дар намуди муодилаи гармигузаронӣ бо дарназардошти ҳофизаи муҳит дар мақолаҳои М. Гуртин, В. Пипкин таҳлили худро ёфтаанд. Натиҷаи дар боби 3 овардашуда ҳолати умумии чунин муодилаҳоро дарбар мегиранд.

Дар параграфи 3. 2. муодилаи интегро-дифференсиалии телеграф, ки то ҳол ҳалли он дар адабиётҳо вонамехурад

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + (2b + 1) \frac{\partial u}{\partial t} + b^2 u = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \int_0^t a(t - \tau) \frac{\partial^2 u(x, \tau)}{\partial x^2} d\tau + f(t) \quad (7)$$

бо шартҳои ибтидоӣ

$$u(x, 0) = u_0(x); u'_t(x, 0) = u'_1(x) \quad (8)$$

ва шартҳои канории

$$u(0, t) = \varphi_1(t); u'_x(0, t) = \varphi_2(t) \quad (9)$$

таҳқиқ карда шудааст.

Ҳалли умумии масъалаи (7)-(9) барои ядроҳои $a(t) = b^2 t + 2b + 1$ ва $a(t) = (1 - bt)e^{-bt}$ муайян карда шудааст.

Дар параграфи 3.3 муодилаи интегро-дифференсиалӣ бо ҳосилаҳои хусусӣ, ки ба муодилаи мавҷ овардашаванда мебошад, таҳқиқ карда шудааст.

Чунин гузориш бори аввал аз ҷониби риёзидони Чопон Й. Фучита барои муодилаи намуди

$$u(x, t) = f(x) + \int_0^t a(t - \tau) \frac{\partial^2 u(x, \tau)}{\partial x^2} d\tau \quad (10)$$

барассӣ гардидааст. Ядро сингулярӣ буда, намуди умумии он чунин аст:

$$a(t) = (\Gamma(\alpha))^{-1} t^{\alpha-1} \quad (11)$$

дар ин ҷо $\Gamma(\alpha)$ – функсияи Эйлер чинси 2 ва $\alpha \in [1; 2]$ аст.

Гузориши масъаларо меоварем: Функсияи $u(x, t)$ ёфт шавад, ки муодилаи (10)-ро бо шартҳои ибтидоии

$$u(x, 0) = f(x) \quad (12)$$

ва шартҳои канории

$$u(0, t) = \varphi(t); u_x'(0, t) = c(t) \quad (13)$$

каноат мекунад.

Масъалаи (10)-(13) аз ҷониби Й. Фучита барои ядрои (11) ва аз ҷониби муаллифи рисола барои ядрои регулярии намуди

$$a(t) = te^{-bt}, \quad b > 0 \quad (14)$$

тадқиқ карда шудааст. Ядрои (14) дар муқоиса бо ядрои (11) ду бартарии ҷиддӣ дорад. Аввалан, барои чунин ядро тағбиқи ҳисоби оператсионӣ қулай мебошад. Сониян, доираи тағбиқи ядрои регулярӣ назар ба ядрои сингулярӣ хеле васеъ аст.

Ҳамаи тасдиқоти риёзии дар диссертатсияи Зулфонов Ш.М. овардашуда исбот карда шудаанд. Исботҳо мантиқан қосагӣ надоранд.

Мавзӯи диссертатсия ба шаҳодатномаи ихтисоси 6D.060100-Математика: 6D.060102-Муодилаҳои дифференциалӣ, системаҳои динамикӣ ва идоракунии оптималӣ қомилан мувофиқ буда, ба ғурагӣ ба формулаи он дар самти "Муодилаҳои дифференциалӣ" ҳамҷоя мебошад.

Дар рисолаи диссертатсионӣ ба баъзе қамбудиҳо роҳ дода шудааст, ки қадомеҳо ба мазмуну мундариҷаи қори илмӣ таъсир расонида наметавонанд. Масалан, дар саҳифаи 10 ба қои қалимаи январ қалимаи январ оварда шудааст. Дар саҳифаи 45 бошад, ба қои ишораи (2.1.2) ишораи (1.1.2) оварда шудааст. Хуб мешуд, агар дар рисола ҳосиятҳои тағдилоти баръакс муфассалтар қой дода мешуд. Аз қумла суҳан дар қораи теоремаи яғонагии тағдилоти баръакс меравад.

Дар асоси фикру мулоҳизаҳои дар боло овардашуда ба ҳулосаҳои зерин меоем:

- 1) Рисолаи Зулфонов Ш. М. қори баанҷомрасидан илмӣ-қвалифатсионӣ мебошад;

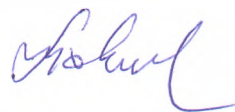
- 2) Натиҷаҳои дар рисола овардашуда нав буда, аз он шаҳодат медиҳанд, ки докторант дар таҳқиқи масъалаҳои актуалии назарияи муодилаҳои дифференсиалӣ ва интегро-дифференсиалӣ саҳми муайян дорад;
- 3) Натиҷаҳои асосии кор дар маҷаллаҳои рӯйхати КОА-и назди Президенти Ҷумҳурии Тоҷикистон, конференсияҳои байналмиллалӣ ва ҷумҳуриявӣ нашр шудаанд.
- 4) Дар корҳои якҷоя бо ҳаммуаллиф, ҳамаи ҷузъиёт ва исботи теоремаҳо пурра ба унвонҷӯ тааллуқ доранд;
- 5) Методҳои дар диссертатсия истифодашуда ва натиҷаҳои овардашуда барои ҳолатҳои умумитари масъалаҳо низ ҷой доранд.

Ҳамаи гуфтаҳои боло аз он шаҳодат медиҳанд, ки диссертатсияи Зулфонов Шаҳриёр Мулозулфонович “Татбиқи ҳисоби оператсионӣ дар ҳалли баъзе синфҳои муодилаҳои дифференсиалӣ ва интегро-дифференсиалӣ бо ҳосилаҳои хусусӣ” тадқиқоти ба анҷомрасида буда, ба талаботҳои КОА-и назди Президенти Ҷумҳурии Тоҷикистон барои дарёфти дараҷаи илмии доктори фалсафа (PhD)-доктор аз рӯи ихтисоси 6D.060100-Математика: 6D.060102-Муодилаҳои дифференсиалӣ, системаҳои динамикӣ ва идоракунии оптималӣ ҷавобгӯ мебошад. Муаллифи он Зулфонов Ш. М. сазовори гирифтани унвони дараҷаи доктори фалсафа (PhD)-доктор аз рӯи ихтисоси 6D.060100-Математика: 6D.060102-Муодилаҳои дифференсиалӣ, системаҳои динамикӣ ва идоракунии оптималӣ мебошад.

Муқарризи расмӣ,

доктори илмҳои физикаю математика,

профессор



Мухсинов Е. М.

Сардори раёсати кадрҳо ва махсуси

Донишгоҳи давлатии ҳуқуқ, бизнес ва сиёсати Тоҷикистон



Бобоев А. Х.

14.08.2025