

«УТВЕРЖДАЮ»
Ректор Росиско –Таджикского
(Славянского) университета
д.ф.-м.н., профессор
 Ходжазода Т.А.
«22» января 2021

Отзыв

**оппонирующей организации на диссертационную работу
Абдулвохиди Олимхон на тему «Двоякопериодические решения
некоторых классов линейных и нелинейных эллиптических систем
второго порядка на плоскости», представленную на соискание учёной
степени доктора философии (PhD) -доктор по специальности 6D060100 –
Математика**

Актуальность темы исследования. В трудах выдающихся учёных: М.А. Лаврентьева, И.Н. Векуа, Л. Берса, А.В. Бицадзе, Ф.Д. Гахова, Л.Г. Михайлова, А.Д. Джураева и др. дано применение функции комплексного переменного к изучению теории дифференциальных уравнений в частных производных на плоскости.

И.Н. Векуа и Л. Берс показали, что для произвольного линейного эллиптического уравнения второго порядка с неаналитическими коэффициентами можно построить связанную с ним теорию обобщенных аналитических функций по Векуа и теорию псевдоаналитических функций по Берсу.

Решение задач теплопроводности, электродинамики, акустики сводятся к построению периодических решений уравнений Лапласа или Пуассона.

Исследованием задачи нахождения периодических, в том числе и двоякопериодических решений для эллиптических уравнений и систем уравнений на плоскости занимались: Ф. Эрве, В.Л. Натанзон, В.И. Показеев, В.В. Показеев, Э.М. Мухамадиев, С. Байзоев, А.А. Джабборов, Д.С. Сафаров, С. Саидназаров, А.Т. Гаюров и др.

В работах Д.С. Сафарова, доказана фредгольмовость задачи нахождения двоякопериодических решений для равномерно эллиптической системы уравнений первого порядка общего вида, а также фредгольмовость этой задачи для эллиптической системы уравнений вида

$$w_{z\bar{z}} + a(z)w_{\bar{z}} + b(z)w_z + c(z)w = f(z), \quad (0.0.1)$$

где $z = x + iy$, $2\partial_{\bar{z}} = \partial_x + i\partial_y$, $2\partial_z = \partial_x - i\partial_y$ – дифференциальный оператор Коши–Римана, $4\partial_{\bar{z}z}w = \Delta w$ – оператор Лапласа, $a(z), b(z), c(z), f(z)$ – заданные двоякопериодические функции, соответственно в Соболевских пространствах $W_p^1(\Omega), W_p^2(\Omega)$, $p > 2$, Ω – один из параллелограммов периодов.

Диссертационная работа Абдулвохиди О. посвящена исследованию задачи существования и нахождения двоякопериодических решений уравнения (0.0.1), как, в классе регулярных решений (без особых точек), так и в классе обобщённых решений (с особыми точками), а также для нелинейной эллиптической системы уравнений вида

$$\alpha(z)ww_{z\bar{z}} + \beta(z)w_{\bar{z}}w_z + \gamma(z)ww_{\bar{z}} + e(z)w_{\bar{z}}^2 + d(z)w^2 = 0. \quad (0.0.2)$$

Уравнение вида (0.0.2) является обобщением ранее известных из теории обыкновенных дифференциальных уравнений (уравнение типа Пенълеве) на комплексной плоскости. Уравнение (0.0.2) в общем случае не интегрируется. Однако можно найти некоторые условия для коэффициентов, при которых можно ее свести к уравнению обобщенных аналитических функций.

Степень обоснованности научных положений, выводы и рекомендаций, сформулированные в диссертации. Научные положения, выводы и рекомендации, приведённые в диссертации, обоснованы строгими математическими доказательствами, с применением общих методов теории дифференциальных уравнений, теории обобщенных аналитических функций Векуа. В работе также используются методы теории двоякопериодических обобщенных аналитических функций и аппарат теории эллиптических функций Вейерштрасса, разработанных в работах Сафарова Д.С.

Достоверность и научная новизна исследований.

Достоверность результатов подтверждается теоретическими выкладками, наличием строгих доказательств, опирающихся на методы теории двоякопериодических обобщенных аналитических функций, дифференциальных уравнений и согласованностью с известными ранее результатами полученными другими авторами.

Результаты диссертации является новыми, и состоят в следующем:

1. найдены условия существования и формулы решения для уравнения Пуассона в классе регулярных квазидвоякопериодических и обобщенных двоякопериодических решений, с заданными главными частями;
2. найдены условия существования и многообразия регулярных двоякопериодических решений уравнения (0.0.1), в случае постоянных коэффициентов. Показано, что задача нахождения регулярных двоякопериодических решений фредгольмова и размерность ее ядра и коядра равна одному из чисел: 0,1,2;
3. получены условия существования и найден явный вид двоякопериодических решений уравнения (0.0.1) с переменными коэффициентами. Дано описание ядра и коядра задачи и показана фредгольмовость задачи в классе регулярных решений. В классе обобщенных решений (с особыми точками) задача является нётеровой;
4. найдены двоякопериодические решения некоторых классов нелинейных уравнений с главной частью оператора Лапласа. Показано, что для одного класса уравнений периоды задаются произвольно, лишь бы выполнялись условия двоякопериодичности;
5. найдены решения с помощью двоякопериодических обобщенных аналитических функций и обобщенной эллиптической функции Вейерштрасса $\wp(\omega(z))$ в зависимости от характера нелинейности. Здесь показано, что периоды зависят от коэффициентов уравнения.

Теоретическая и практическая ценность. Исследования, приведенные в диссертации, носят теоретический характер. Дано применение теории эллиптических функций к нахождению решений линейных и нелинейных эллиптических систем уравнений на плоскости.

Полученные результаты, могут быть использованы, при изучении эллиптических систем уравнений на комплексной торе. Их можно использовать при математическом моделировании физических процессов в периодических средах, а также при разработке спецкурсов для студентов и магистров, специализирующихся по профилю физики, математики, механики, прикладной математики университетов.

Оценка содержания диссертации, её завершенность. Диссертация состоит из введения, трёх глав, разделенных на параграфы, и библиографии, содержащей 82 наименования. Общий объем диссертации 112 страниц.

Во введении, обосновывается актуальность темы диссертации, сформулированы цели и задачи исследования, указаны научная новизна и практическая значимость полученных результатов, излагаются основные результаты работы.

Первая глава состоит из шести параграфов. Первые три параграфа носят чисто вспомогательный характер. В них приведены основные формулы, теоремы из теории эллиптических функций первого, второго родов. А также формулы интегрального представления классов дwoякопериодических функций: $C_*^1, C_*^2, W_p^{*1}, W_p^{*2}, p > 2, M_r^D$.

В §1.4.1-1.6.1, для уравнения Пуассона найдены квазидwoякопериодические регулярные, а также обобщенные дwoякопериодические решения с заданными главными частями. Полученные результаты обобщают результаты Сафарова Д.С.

Вторая глава посвящена исследованию уравнения (0.0.1), для постоянных переменных коэффициентов.

Первый и второй параграф второй главы посвящены описанию ядра и коядра, задачам в случае постоянных коэффициентов, когда они зависимы

между собой. Показано, что в классе регулярных двоякопериодических решений задача Фредгольма и размерность её ядра принимает одно из значений: 0,1,2. В классе обобщенных двоякопериодических решений, с полюсами, задача является нётеровой.

Третий и четвертый параграф второй главы посвящены описанию ядра и коядра, задачам в случае переменных коэффициентов, когда они зависимы между собой. Доказана фредгольмова разрешимость задачи в классе двоякопериодических регулярных решений и показано, что размерность её ядра принимает одно из чисел: 0,1,2.

В четвертом параграфе показана нётерова разрешимость задачи в классе обобщенных двоякопериодических решений с заданными полюсами.

В пятом и шестом параграфах изучены некоторые частные случаи уравнения (0.0.1) и, соответственно, даны описания ядра и коядра задачи в классе квазидвоякопериодических решений.

Третья глава посвящена нахождению двоякопериодических решений нелинейного уравнения (0.0.2), с периодами $h_1, h_2, \text{Im}(h_2/h_1) \neq 0$.

В первом параграфе третьей главы изучается частный случай уравнения (0.0.2). Полученные двоякопериодические решения с заданными главными частями в явном виде с помощью эллиптических функций.

Во втором параграфе этой главы найдены условия для коэффициентов, при выполнении которых уравнение, (0.0.2) сводится к уравнению обобщенных аналитических функций. Получено многообразие двоякопериодических регулярных решений уравнения (0.0.2), а также решений с заданными полюсами.

В третьем параграфе для одного класса нелинейного уравнения с главной частью оператора Лапласа найдено двоякопериодическое решение через обобщенную эллиптическую функцию Вейерштрасса $\wp(z + q\bar{z}), |q| \neq 1$, с периодами, зависящими от коэффициентов уравнения.

Основные результаты диссертации опубликованы в 17 работах автора, в том числе 5 статей в журналах из списка ВАК при Президенте Республики Таджикистан, три из которых опубликованы без соавторов.

Диссертации Абдулвохиди О. является самостоятельной, завершённой научно-классификационной работой, оформлена правильно и соответствует всем требованиям ВАК при Президенте Республики Таджикистан. Автореферат в полной мере отражает основное содержание диссертационной работы.

Достоинство и недостатки в содержании и оформлении диссертации, влияние отмеченных недостатков на качество исследования. Диссертация Абдулвохиди Олимхон на тему «Двойкопериодические решения некоторых классов линейных и нелинейных эллиптических систем второго порядка на плоскости» представленная на соискание учёной степени доктора философии (PhD) -доктор по специальности 6D060100 – Математика, обладает внутренним единством и представляет собой законченное научное исследование. Работа содержит новые, значимые научные результаты по теории эллиптических систем уравнений второго порядка на плоскости, подтвержденные строгими доказательствами, согласующимися с известными результатами других авторов, и являющимися несомненным самостоятельным дополнением автора в теории данных уравнений.

В работе имеются отдельные недостатки технического характера, допущены некоторые грамматические и стилистические ошибки.

Например, имеются следующие замечания по оформлению и содержанию диссертации:

- 1) В диссертации на странице 64 в седьмой строке допущена ошибка, вместо слова «условий» написано «условиям»;
- 2) В диссертации на странице 102 во второй строке допущена ошибка, вместо слова «рассматриваемой» написано «рассматриваем».

Аналогичные недостатки технического характера имеются и на

некоторых других страницах автореферата и диссертации.

Высказанные замечания не снижают научных достоинств диссертации и не могут существенно повлиять на ее общую оценку.

Отметим, что в работе решено достаточное количество задач и для каждой задачи в той постановке, которая имеется в работе, получено её решение в явном виде.

Результаты прошли вполне достаточную апробацию на международных, республиканских конференциях и семинарах. Автореферат правильно отражает основное содержание диссертационной работы.

Вывод

На основании вышеизложенного считаю, что диссертационная работа Абдулвохиди Олимхон на тему «Двоякопериодические решения некоторых классов линейных и нелинейных эллиптических систем второго порядка на плоскости» отвечает всем требованиям ВАК при Президенте Республики Таджикистан, предъявляемым на соискание учёной степени доктора философии (PhD) – доктор по специальности 6D060100 – Математика, и её автор Абдулвохиди Олимхон заслуживает присуждения учёной степени доктор философии (PhD) – доктор по специальности 6D060100 – Математика.

Результаты диссертационной работы Абдулвохиди Олимхон заслушаны на специальном семинаре кафедр «Математики и физики» и «Информатики и информационных технологий» **Российско-Таджикского** (Славянского) университета 18 января 2021г.

Отзыв составил доктор физ.-мат.наук, профессор кафедры Курбаншоев Сафарали Завкибекович и доктор физ.-мат. наук, профессор Хасанов Юсуфали Хасанович.

Отзыв обсуждён и утверждён на заседании кафедры «Математики и физики» естественно-научного факультета Российско-Таджикского (Славянского) университета (протокол № 5 от 21 января 2021 г.).

Председатель семинара, профессор,
доктор физико-математических
наук по специальности 01.01.01-
Вещественный, комплексный и
функциональный анализ

Хасанов Ю.Х.

Эксперт, доктор физико-
математических наук по
специальности 01.01.11 – системный
анализ и автоматическое
управление, профессор

Курбоншоев С.З.

Председатель заседания заведующий
кафедрой математики и физики, кандидат
физико-математических наук по
специальности 01.01.01- Вещественный,
комплексный и функциональный анализ

Гаибов Д.С.

Секретарь заседания, кандидат
физико-математических наук, доцент

Гулбоев Б.ДЖ

Адрес:
Российско-Таджикский (Славянский)
университет,
Таджикистан, 734000, г. Душанбе, ул. М.
Турсун-заде, 30.
Вебсайт: www.rtsu.tj; E-mail: rtsu-1996@mail.ru;
p.rektora@mail.ru;
Тел. рабочий: (+99237) 221-35-50.

Подписи Хасанова Ю.Х., Курбаншоева С.З.,
Гаибова Д.С. и Гулбоева Б.Дж.

заверяю:
Начальник ОК РТСУ



Давлатов Х.