

«УТВЕРЖДАЮ»

Ректор Таджикского государственного педагогического университета им. С. Айни  
Н.У. Гаффори  
« 30 » « 04 » 2020г.



## ОТЗЫВ

ведущей организации на диссертационную Игболова Саймухаммада Иброхимовича на тему «Приближенные методы исследования нелинейных краевых задач для сред с памятью» представленное на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02. – Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

1. **Актуальность темы.** В электродинамике проводящих сред в связи с решением практических задач электроэнергетики потребовалось заменить линейные материальные уравнения поля нелинейными гистерезисными зависимостями между векторами индукции и напряженности электромагнитного поля.

$$\begin{aligned}D(t) &= D(E(\tau), \tau \leq t), \\B(t) &= B(H(\tau), \tau \leq t), \\J(t) &= J(E(\tau), \tau \leq t).\end{aligned}$$

Уточнение линейных законов механики связанных полей в материалах и элементах конструкций, предметом которых является исследование взаимодействия механических, тепловых и электромагнитных полей в деформируемых телах, привело к учёту зависимости векторов индукции электрического, магнитного полей и тензора напряженности, механических полей, соответственно, с векторами напряженностей электрического, магнитного полей и тензора деформации.

$$\begin{aligned}D(t) &= D(E(\tau), H(\tau), \varepsilon_{ij}(\tau), \sigma_{ij}(\tau), \tau \leq t), \\B(t) &= B(H(\tau), E(\tau), \varepsilon_{ij}(\tau), \sigma_{ij}(\tau), \tau \leq t), \\J(t) &= J(E(\tau), H(\tau), \varepsilon_{ij}(\tau), \sigma_{ij}(\tau), \tau \leq t), \\ \sigma_{ij}(\tau) &= \sigma(\varepsilon_{ij}, E(\tau), H(\tau), \sigma \leq t).\end{aligned}$$

Такое уточнение физических законов позволяет обнаружить более широкий круг явлений, происходящих в деформируемых твёрдых телах, точнее и полнее описать поведение материалов, конструкций при электромагнитных, механических воздействиях, выявить ряд полезных для практики новых эффектов, оценить границ применимости теории, в которых пренебрегается связанностью полей.

Интерес к исследованию линейных дифференциальных уравнений линейной теории возник давно. Основы этой теории были заложены еще в работах Л.

Больцмана, В. Вольтера, Д. Максвелла, Ф. Фойхта. Фундаментальные результаты в линейной теории электромагнитоупругости были получены в работах Ю. А. Митропольского, А.А Березовского, Ж.Л. Лионса и его учениками, М.И. Разовского, А.Н. Филатова, И.К. Курбонова, и других авторов в работах.

Однако во многих задачах физики, техники важно знать не само решение, а характер поведения решения при изучении исходных данных. Этими вопросами занимается качественная теория дифференциальных уравнений. Качественное теории указанных задач в линейной постановке в теории упругости посвящены в работах Г. Дюво, Ж.Л. Лионса.

## **2. Степень обоснованности научных положений выводов и рекомендаций, сформулированных в диссертации.**

Все утверждение (теоремы) и выводы, сформулированные в диссертации, обоснованы строгими математическими доказательствами.

## **3. Достоверность и новизна полученных результатов.**

Полученные результаты является новыми и основаны на использовании приближенные методы исследования нелинейных краевых задач для сред с памятью в области электродинамики и электромагнитоупругости. Автору удалось получить следующие новые результаты:

- Доказательство существования, единственность и гладкости решений задач электродинамики для неоднородных сред которые определяются уравнениями вида;

$$\begin{aligned} D(E) &= \varepsilon(|E|)E, \\ B(H) &= \mu(|H|)H, \\ J(E) &= \sigma(|E|)E. \end{aligned} \quad (1)$$

- Исследовано задачи существования, единственность и гладкости решений задач электромагнитоупругости для неоднородных сред с определяющими уравнениями вида:

$$\begin{aligned} D(E) &= \varepsilon(|E|)E + \int_{t_0}^t \varphi(t - \tau) \varepsilon(|E(\tau)|) E(\tau) d\tau, \\ B(H) &= \mu(|H|)H + \int_{t_0}^t \psi(t - \tau) \mu(|H(\tau)|) H(\tau) d\tau, \\ J(E) &= \sigma(|E|)E + \int_{t_0}^t \chi(t - \tau) \sigma(|E(\tau)|) E(\tau) d\tau. \end{aligned} \quad (2)$$

- Решение начально-краевой задачи электромагнитоупругости для неоднородных сред характеризуемое нелинейным законом Гука и Ома;

- Доказательство гладкости решений начально-краевой задачи электромагнитоупругости с определяющими уравнениями вида;

$$\begin{aligned}\sigma_x &= \tilde{E}\varepsilon_x - \tilde{\varepsilon}E, \quad \varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}, \\ D(E) &= \varepsilon E + \tilde{\varepsilon}\varepsilon_x, \\ B(H) &= \mu H, \\ J(E) &= \sigma(|E|)E \sim c|E|^p.\end{aligned}\tag{3}$$

$$\begin{aligned}\sigma_x &= \tilde{E}|\varepsilon_x|^{p-2}\varepsilon_x - \tilde{\varepsilon}E, \quad \varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}, \\ D(E) &= \varepsilon E, \\ B(H) &= \mu H, \\ J(E) &= \sigma(|E|)E \sim \bar{\sigma}|E|^\alpha E, \quad \alpha \geq 1,\end{aligned}\tag{4}$$

**4. Теоретическая и практическая значимость полученных результатов.** Полученные результаты диссертации заключается, содержащих в ней новых результатах и возможности применения их для решения многих прикладных задач в разных областях естествознания, в частности, задачах механики, геофизики, а также при теоретических исследованиях дифференциальных уравнений. Достоверность результатов, полученных в диссертационной работе, основана на строгой математической постановке начально-краевых задач и применение к их исследованию и решению теоретически обоснованных методов. Они могут быть использованы в научно-исследовательских организациях, чтении спец курсов, для студентов старших курсов и магистрантов по специальности математика.

#### **5. Оценка содержания диссертации, её завершенность.**

Работа состоит из введения и двух глав каждая из которых разбиты на параграфы. Во введении обосновывается актуальность темы диссертации, формулируются основные цели работы и изучается основные полученные автором результаты.

**В двух параграфах первой главы диссертации (§1.1 и §1.2)** приводятся необходимые определения, неравенства, математические модели для нелинейных и неоднородных сред и некоторые сведения о функциональных пространствах, которые в дальнейшем используются в диссертации.

Методом эквивалентной линеаризации в §1.3 построены приближённые решения краевых задач определения однородного бегущего линейно поляризованного электромагнитного поля в полупространстве  $y > 0$  для уравнений

$$\begin{aligned}\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} &= \frac{\partial D(E)}{\partial t} + J(E), \quad \frac{\partial E}{\partial y} + \frac{\partial B_x}{\partial t} = 0, \\ \frac{\partial E}{\partial x} - \frac{\partial B_y}{\partial t} &= 0, \quad \frac{\partial B_x}{\partial x} - \frac{\partial B_y}{\partial y} = 0.\end{aligned}$$

В §1.4 найдены приближённые решения краевых задач в изотропной кусочно-линейной и нелинейной средах с заданной памятью (см. формулы (7), (8) на стр. 10).

В §1.5 рассмотрена задача определения электромагнитного поля в полупространствах  $z < 0$  и  $z > 0$ , когда на поверхности их раздела  $z = 0$  задан ленточный ток  $J = \dot{H}_0 e^{-i\omega t}$ . Методом эквивалентной линеаризации построены приближённые решения. Заметим, что получены и точные решения линейных задач о распространении линейно поляризованной плоской электромагнитной волны в полупространстве  $z > 0$  и пластине  $-l \leq z \leq l$  с учётом магнитной и диэлектрической проницаемостей.

Во второй главе, содержащее шесть параграфов, рассматриваются разрешимость и единственность решений нелинейных краевых задач электродинамики и электромагнитоупругости с памятью. Наиболее интересные из них являются параграфы содержащие следующие результаты:

-доказаны теоремы существования, единственности и гладкости обобщенных решений данного класса задач соответственно для векторного уравнения Максвелла (§2.1). Далее рассматривается краевая задача связанная с решением уравнения Максвелла

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} H &= \frac{\partial D(E)}{\partial t} + J(E) + J_{\text{ст}}, \\ \operatorname{rot} E &= \frac{\partial B(E)}{\partial t}, \quad x \in \Omega, \\ \operatorname{div} B(H) &= 0, \quad \operatorname{div} D(E) = 0, \quad t \in ]0, T[. \end{aligned} \quad (5)$$

-изучены вопросы разрешимости и гладкости обобщённых решений краевых задач механики, связанных полей для сред с памятью. Доказаны теоремы существования и единственности решения, а также исследован вопрос о гладкости обобщённых решений указанных задач. При доказательстве теоремы существенно используется свойство связанных полей и свойства операторов  $\operatorname{rot}$ ,  $\operatorname{div}$  и  $\nabla$ , метод Фаздо-Галеркина, метод монотонности и обобщённые неравенства Гронуолла-Беллмана (§2.6). Установлены априорные оценки.

Теперь о недостатках. Хотя изложение материалов и оформление работы заслуживает внимания, но всё же в ней встречаются отпечатки и технические недостатки, которые нельзя отнести к категории существенных и не влияющие на её научную ценность.

Подводя итоги пункта 5 в целом работу Игболова С.И. можно считать завершённым научным исследованием. Сомнения в верности полученных математических фактов нет. Автореферат отражает основное содержание диссертационной работы.

#### **6. Соответствие научной квалификации соискателя ученой степени на которую он претендует**

На основании анализа содержания диссертации, представленных публикаций, используемых методов исследования, интерпретации полученных результатов можно сделать вывод, что уровень научной



квалификации соискателя соответствует искомую ученную степень.

Таким образом диссертационная работа Игболова Саймухаммада Иброхимовича **«Приближенные методы исследования нелинейных краевых задач для сред с памятью»** соответствует требованиям п.9 «Положения о порядке присуждения ученых степеней», утвержденного Постановлением Правительства РТ, №505 от 26.11.2016г, а её автор заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02. «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление».

Отзыв подготовил профессор Пиров Р., рассмотрен и одобрен на заседание кафедры математического анализа ТГПУ им С.Айни 30.04.2020г. (протокол №9).

Председатель семинара, доктор физико-математических наук по специальности 01.01.02. – Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление, профессор

Р.Пиров

Председатель заседания  
зав. Кафедрой математического  
анализа Таджикского государственного  
педагогического университета имени С.Айни  
кандидат физ.-мат.наук, доцент

М.Б.Холикова

Секретарь заседания, лаборантка кафедры



М.Юлдашева

Адрес: Таджикский государственный педагогический университет им. С.Айни, 734003, Таджикистан, г.Душанбе, проспект Рудаки, 121. Сайт: [www.tgpu.tj](http://www.tgpu.tj); e-mail: [ddot@tgpu.tj](mailto:ddot@tgpu.tj)  
Тел: рабочий: 992(37) 224-13-83: Тел: (+992) 93 508 68 97

Подписи Пирова Р., Холиковой М.Б. и Юлдашева М. Заверяю  
Начальник УК и ОД ТГПУ им. С.Айни  
Д.Назаров