

«УТВЕРЖДАЮ»

Ректор Таджикского государственного педагогического университета им. Саидриддина Айни



И. У. Гаффори

« 29 »

2021г.

ОТЗЫВ

оппонирующей организации на диссертационную работу Каримовой Назокат Шералиевны **«К теории одного класса нагруженного вырождающегося дифференциального уравнения с интегральными условиями»**, представленную на соискание учёной степени кандидата физико–математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Актуальность темы диссертации

Изучение нагруженных дифференциальных уравнений является одним из актуальных направлений в теории обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений с частными производными. Необходимость исследования краевых задач для нагруженных дифференциальных уравнений продиктована многочисленными практическими приложениями в газовой динамике, теории бесконечно малых изгибаний поверхностей, без моментной теории оболочек, в магнитной гидродинамике, в теории электронного рассеивания, в прогнозировании уровня грунтовых вод, в математической биологии и других областях. Также хорошо известно, что многие весьма важные задачи математической физики и биологии, в особенности, задачи долгосрочного прогнозирования и регулирования грунтовых вод, задачи тепломассо-переноса с конечной скоростью, движения мало сжимаемой жидкости, окруженной пористой средой, оптимального управления агроэко-системой, приводят к краевым задачам для линейных нагруженных уравнений с частными производными. Этим обуславливается актуальность исследований краевых задач для нагруженных уравнений.

В шестидесятых годах А.В. Бицадзе была выдвинута проблема поиска корректно поставленных краевых задач для уравнения смешанного типа

второго порядка с двумя независимыми переменными. Для реализации данной проблемы А.М. Нахушев в 1969 году предложил решать ряд задач нового типа, вошедших в математическую литературу под названием краевых задач со смещением, которые оказались связанными с нагруженными дифференциальными уравнениями. Первые работы по нагруженным уравнениям были посвящены нагруженным интегральным уравнениям. К ним следует отнести работы А. Кнесера, Л. Личтенштейна, Н. М. Гюнтера, Н. Н. Назарова.

В работе А.М. Нахушева (Нахушев А.М. О задаче Дарбу для одного вырождающегося нагруженного интегро-дифференциального уравнения второго порядка // Дифференц. уравнения. – 1976. – Т. 12. – № 1. – С. 103-108.) дано наиболее общее определение нагруженного уравнения и подробная классификация различных нагруженных уравнений: нагруженных дифференциальных, интегральных, интегро-дифференциальных, функциональных уравнений, а также их многочисленные приложения. Определение нагруженного интегрального уравнения, данное Кнезером, приведено в книге В.И. Смирнова (Смирнов В.И. Курс высшей математики. - Т.2.- М., 1974. - 655 с.).

Обширная библиография по исследованию нагруженных уравнений эллиптического, параболического и гиперболического типа уравнений приведена в монографии М.Т. Дженалиева (Дженалиев М.Т.К теории линейных краевых задач для нагруженных дифференциальных уравнений. Алматы, 1995. - 270 с.).

Результаты, полученные А.М. Нахушевым и его учениками дали начало интенсивному изучению краевых задач для нагруженных дифференциальных уравнений.

Работы И.С. Ломова, К.Р. Айдазаде и В.М. Абдуллаева и также других авторов посвящены изучению краевых задач для нагруженных обыкновенных дифференциальных уравнений первого и второго порядка.

Р. Акбаровым изучены нагруженные сингулярные интегральные уравнения с интегральными условиями в комплексной области.

В этой связи весьма актуальным является вопрос изучения нагруженных дифференциальных уравнений с интегральными условиями, также нагруженных линейных дифференциальных уравнений с сингулярной или сверх-сингулярной точкой и с интегральными условиями, нагруженных вырождающиеся дифференциальных уравнений различного порядка с интегральными условиями.

Структура и основные результаты диссертации

Диссертация состоит из введения, трёх глав, списка использованной литературы, состоящего из 133 наименований, изложенного на 110 страницах компьютерного набора.

Во введении обосновывается актуальность темы диссертации, сформулированы цель и задачи исследования, даётся краткий обзор работ близких к тематике исследования, указаны научная новизна и практическая значимость полученных результатов, излагаются основные результаты работы.

Первая глава состоит из шести параграфов и посвящена изучению линейного дифференциального уравнения первого порядка, уравнения Бернулли, линейного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными и переменными коэффициентами, линейного дифференциального уравнения n -го порядка и системы линейных дифференциальных уравнений первого порядка с нагрузкой в правой части и интегральными условиями.

Первый и второй параграф первой главы посвящены исследованию нагруженного линейного дифференциального уравнения первого порядка и нагруженного уравнения Бернулли с интегральными условиями. Сначала находятся общие решения данных уравнений, далее для определения неизвестных $\alpha_k (1 \leq k \leq n)$, используя интегральные условия, решаются линейные алгебраические системы уравнений.

В третьем параграфе первой главы изучается нагруженное линейное неоднородное дифференциальное уравнение второго порядка с интегральными условиями. Находится общее решение уравнения, для определения неизвестных $\alpha_k (1 \leq k \leq n)$, используя интегральные условия, решается линейная алгебраическая система уравнений.

Четвертый параграф первой главы посвящена исследованию на интервале $\Gamma = \{x; a < x < b\}$ нагруженного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами

$$y'' + py' + qy = f(x) + \sum_{k=1}^n \alpha_k \theta_k(x), \quad (1)$$

с интегральными условиями вида

$$\int_a^b \varphi_i(x)y(x)dx = h_i, \quad i = \overline{1, m}. \quad (2)$$

где $f(x) \in C[a, b]$, $\theta_k(x) \in C[a, b]$, $\varphi_i(x) \in C[a, b]$ – заданные функции, p, q – заданные постоянные числа, $i = \overline{1, m}, k = \overline{1, n}$, α_k – неизвестные постоянные параметры наряду с искомой функцией $y(x)$.

Находится общее решение уравнения (1), для определения неизвестных $\alpha_k (1 \leq k \leq n)$, используя интегральные условия (2), решается линейная алгебраическая система уравнений.

В пятом и шестом параграфах первой главы изучается неоднородное нагруженное линейное дифференциальное уравнения n -го порядка и нагруженная неоднородная линейная система дифференциальных уравнений с интегральными условиями, решение которых сводится к решению соответствующих линейных алгебраических систем уравнений.

Вторая глава диссертационной работы состоит из шест параграфов и в нем изучаются нагруженные дифференциальные уравнения первого порядка с правой, левой и внутренней сингулярной или сверх-сингулярной точкой с интегральными условиями. Для рассматриваемых уравнений получены представления многообразия решений, изучены поведения полученных решений в окрестности особой точки и выяснена корректная постановка задач типа Коши и линейного сопряжения.

Третья глава диссертационной работы состоит из двух параграфов и в нем для вырождающегося нагруженного дифференциального уравнения второго порядка с интегральными условиями, в зависимости от знака корней характеристического уравнения получено многообразие решений через произвольные постоянные, найдена формула обращения интегральных представлений, выяснена корректная постановка граничных задач типа Коши.

Научная новизна. Результаты диссертации являются новыми, получены автором самостоятельно и состоят в следующем:

- получены представления многообразия решений нагруженных линейных обыкновенных дифференциальных уравнений с интегральными условиями первого порядка; второго порядка с постоянными и переменными коэффициентами; n -го порядка;
- получены представления многообразия решений нагруженных линейных обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка с левой, правой и внутренней сингулярной или сверх-сингулярной точкой и с интегральными условиями, изучены поведения полученных решений.
- получены представления многообразия решений для вырождающегося нагруженного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами, с левой сингулярной точкой и с интегральными условиями;
- ставятся и исследуются задачи типа Коши и линейного сопряжения с условиями в особых точках.

Научные положения, выводы и рекомендации, приведённые в диссертации обоснованы строгими математическими доказательствами с применением методов теории обыкновенных дифференциальных уравнений и нагруженных уравнений. Достоверность результатов подтверждается наличием строгих доказательств и согласованностью с известными результатами других авторов.

Вывод

Диссертация Каримовой Назокат Шералиевны, представленная на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук, обладает внутренним единством и представляет собой законченное научное исследование. Работа содержит новые, значимые научные результаты по теории обыкновенных нагруженных дифференциальных уравнений, являющиеся несомненным самостоятельным дополнением автора в теории этих уравнений.

Основное содержание диссертации опубликовано в 15 работах автора, в том числе 5 в изданиях из перечня рецензируемых изданий ВАК при Президенте РФ и Министерства образования и науки РФ.

Результаты прошли вполне достаточную апробацию на международных, республиканских конференциях и семинарах. Полученные результаты в диссертации Н.Ш. Каримовой могут быть использованы для дальнейшего развития теории нагруженных дифференциальных уравнений.

Автореферат достаточно отражает основное содержание диссертационной работы.

В работе имеются отдельные недостатки технического характера, допущены некоторые грамматические и стилистические ошибки.

Например, имеются следующие замечания по оформлению и содержанию диссертации:

1. В автореферате на странице 12 в замечание 1.4.1 сверху во второй строке вместо $k_2 = \alpha - i\beta$ написано $k_1 = \alpha - i\beta$.
2. В диссертации на странице 7 в четвертой строке, пункта « **Предмет исследования** » написано «первого, второго порядка » правильное будет «первого порядка ».

Высказанные замечания не снижают научных достоинств диссертации и не могут существенно повлиять на её общую оценку

Исследования, содержащиеся в диссертации, носят теоретический характер. Результаты могут быть использованы для дальнейшего развития теории нагруженных дифференциальных уравнений с интегральными условиями при чтении специальных курсов для студентов и докторантов Phd

высших учебных заведений, обучающихся по специальности математика, физика и прикладная математика.

В целом считаем, что диссертационная работа Н.Ш. Каримовой на тему *«К теории одного класса нагруженного вырождающегося дифференциального уравнения с интегральными условиями»*, представленная на соискание учёной степени кандидата физико – математических наук, отвечает всем требованиям ВАК при Президенте Республики Таджикистан, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а её автор заслуживает присуждения ей ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Отзыв составил профессор кафедры математического анализа ТГПУ им. С.Айни, доктор физико-математических наук по специальности 01.01.02-дифференциальное уравнение, динамические системы и оптимальное управление Пилов Рахмон.

Результаты диссертационной работы Каримовой Назокат Шералиевны заслушаны на специальном семинаре кафедры «Математического анализа» Таджикского государственного педагогического университета имени Садриддина Айни 04 марта 2021 г. Отзыв утвержден на заседании кафедры, протокол №8, от 26 марта 2021 г.

Председатель семинара
кандидат физико –математических наук,
по специальности 01.01.01- вещественный,
комплексный и функциональный анализ,
заведующей кафедрой «Математический
анализ»



Холикова Мастона Бобоназаровна

Эксперт:
доктор физико –математических наук, по
специальности 01.01.02-дифференциальные
уравнения, динамические системы и оптимальное
управление, профессор кафедры «Математический
анализ»



Пилов Рахмон

Секретарь семинара
старший преподаватель

Лашкарбеков Сухроб Муллохакимович

Адрес: Таджикский государственный педагогический университет
им.С.Айни, 734003, Таджикистан, г.Душанбе, проспект Рудаки, 121

Сайт: www.tgpu.tj; e-mail: info@tgpu.tj

Тел.раб.: +992(37) 224-13-83; Тел. моб.: (+992) 93 425 0777

Подписи Р. Пирова, М.Б. Холиковой и С. Лашкарбекова заверяю

Начальник

УК и ОД ТГПУ им.С.Айни



Д. Назаров