

Отзыв

официального оппонента на диссертационную работу Хушвахтова Мухидина Буракшоевича «Некоторые классы особых интегральных уравнений типа Вольтерра для неограниченных областей», представленную на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01–Вещественный, комплексный и функциональный анализ

Актуальность темы диссертации. Многие задачи прикладного характера теории обыкновенных дифференциальных уравнений, дифференциальных уравнений с частными производными, механики, теоретической физики, теории упругости, гидродинамики, теория поля и других разделов математической физики приводят к изучению интегральных уравнений. В теории интегральных уравнений важную роль играет изучение интегральных уравнений типа Вольтерра первого и второго рода с сингулярными и сверх-сингулярными особенностями в ядре. Методы исследования таких уравнений разрабатывались в трудах многих выдающихся ученых, таких как С.Г.Михлин, Н.И.Мусхелишвили, Ф.Д.Гахов, И.Н.Векуа, А.В.Бицадзе, В.И.Смирнов, Л.Г.Михайлов, А.Д.Джураев, Н.Раджабов и др. В частности, монографии Мусхелишвили Н.И., Гахова Ф.Д. (Мусхелишвили Н.И. Сингулярные интегральные уравнения. М.: Наука 1968), Гахов Ф.Д. “Краевые задачи” (М.: Наука 1977г)) посвящены изучению одномерных сингулярных интегральных уравнений с ядром Коши.

Изучению одномерных, двумерных и некоторых случаев многомерных интегральных уравнений типа Вольтерра второго рода с фиксированными граничными и внутренними сингулярными или сверх - сингулярными точками, линиями или областями, также изучению двумерных интегральных уравнений типа Вольтерра для неограниченной области посвящены работы Н. Раджабова и Л.Н. Раджабовой. Доказано, что однородные двумерные интегральные уравнения типа Вольтерра с фиксированными сингулярными или сверхсингулярными линиями в некоторых случаях могут иметь бесконечное число линейно независимых решений. Так как указанные одномерные и многомерные интегральные уравнения в некоторых случаях могут содержать произвольные постоянные или произвольные функции, то для получения единственного решения таких уравнений ставятся и исследуются различные граничные задачи.

Диссертационная работа Хушвахтова М.Б. посвящена изучению модельных и немодельных двумерных интегральных уравнений типа Вольтерра с особыми линиями на полосе.

Основными объектами диссертационной работы является изучение модельных и немодельных двумерных интегральных уравнений типа Вольтерра с особой и слабо-особой линией, также с сильно-особой и слабо-особой линией на полосе.

Степень обоснованности научных положений, выводов и рекомендаций, сформулированных в диссертации. Научные положения, выводы и рекомендации, приведённые в диссертации, обоснованы строгими математическими доказательствами с применением общих методов теории дифференциальных и интегральных уравнений, метод получения интегральных представлений. В работе также используется метод решения интегральных уравнений типа Вольтерра с фиксированной сингулярной точкой, также используются методы, разработанные в работах Н. Раджабова и Л. Н. Раджабовой.

Достоверность и научная новизна исследований.

Достоверность результатов подтверждается обоснованными теоретическими выкладками, наличием строгих доказательств, опирающихся на методы интегральных и дифференциальных уравнений и согласованностью с известными результатами других авторов.

Результаты диссертации являются новыми и состоят в следующем:

1. получено многообразие решений модельных двумерных интегральных уравнений типа Вольтерра с особой и слабо-особой линией на полосе; в случае, когда параметры уравнения не связаны между собой, решение интегрального уравнения ищется в виде обобщенного степенного ряда;
2. решены некоторые граничные задачи для двумерного интегрального уравнения типа Вольтерра с особой и слабо-особой линией на полосе в случае, когда параметры уравнения связаны между собой;
3. получено многообразие решений двумерных интегральных уравнений типа Вольтерра с сильно-особой и слабо-особой линией на полосе; в случае, когда параметры уравнения не связаны между собой, решение интегрального уравнения ищется в виде обобщенного функционального ряда;
4. найдены решения некоторых граничных задач для двумерного интегрального уравнения типа Вольтерра с сильно-особой и слабо-особой линией на полосе в случае, когда параметры уравнения связаны между собой;
5. получено многообразие решений немодельных двумерных интегральных уравнений типа Вольтерра с особой и слабо-особой линией на полосе;

6. получено многообразие решений немодельных двумерных интегральных уравнений типа Вольтерра с сильно-особой и слабо-особой линией на полосе.

Теоретическая и практическая значимость полученных результатов.

Исследования, приведенные в диссертации, носят теоретический характер. Полученные результаты могут быть использованы для дальнейшего развития теории интегральных уравнений с сингулярными и сверх-сингулярными точками и линиями, для исследования дифференциальных уравнений с сингулярными и сверх-сингулярными коэффициентами, также различных прикладных задач, возникающих в физике, механике и других разделах прикладной математики. Они также могут быть использованы при исследованиях, проводимых в Московском государственном университете им. В. И. Ломоносова, Самарском государственном университете, Казанском (Приволжском) федеральном университете, Институте математики им. А. Джураева НАН Таджикистана, Таджикском национальном университете, Таджикском государственном педагогическом университете им. С.Айни, Худжандском государственном университете им. Б.Гафурова, Бохтарском государственном университете им. Носира Хусрава и др.

Оценка содержания диссертации, её завершенность.

Диссертация состоит из введения, двух глав, списка использованной литературы, состоящего из 65 наименований, 95 страниц компьютерного набора.

Во введении обосновывается актуальность темы диссертации, сформулированы цель и задачи исследования, даётся краткий обзор работ близких к тематике исследования, указаны научная новизна и практическая значимость полученных результатов, излагаются основные результаты работы.

Первая глава диссертации посвящена изучению модельных двумерных интегральных уравнений типа Вольтерра с особой и слабо-особой линиями вида

$$u(x, y) + \lambda \int_x^\infty \frac{u(t, y)}{(t - a)^\alpha} dt + \mu \int_b^y \frac{u(x, s)}{s - b} ds + \delta \int_x^\infty \frac{dt}{(t - a)^\alpha} \int_b^y \frac{u(t, s)}{s - b} ds =$$

$$= f(x, y), \tag{1}$$

также с сильно-особой и слабо-особой линиями вида

$$u(x, y) + \lambda \int_x^\infty \frac{u(t, y)}{(t - a)^\alpha} dt + \mu \int_b^y \frac{u(x, s)}{(s - b)^\beta} ds + \delta \int_x^\infty \frac{dt}{(t - a)^\alpha} \int_b^y \frac{u(t, s)}{(s - b)^\beta} ds =$$

$$= f(x, y), \tag{2}$$

где λ, μ, δ — заданные постоянные числа, $0 < \alpha < 1, \beta > 1$, $f(x, y)$ — заданная функция, $u(x, y)$ — искомая функция, на полосе в случаях, когда параметры уравнения связаны и не связаны между собой.

Первый и второй параграф первой главы посвящен получению представления многообразия решения уравнения (1) в зависимости от знака параметров уравнения, когда параметры уравнения связаны и не связаны между собой.

Третий параграф первой главы посвящен постановке и решению граничных задач для модельного двумерного интегрального уравнения типа Вольтерра с особой и слабо-особой линией на полосе в случае, когда параметры уравнения связаны между собой.

Четвертый и пятый параграф первой главы посвящены получению представления многообразия решений уравнения (2) в зависимости от знака параметров уравнения, когда параметры уравнения связаны и не связаны между собой.

Шестой параграф первой главы посвящен постановке и решению граничных задач для модельного двумерного интегрального уравнения типа Вольтерра с сильно-особой и слабо-особой линией на полосе, когда параметры уравнения связаны между собой.

Вторая глава посвящена исследованию немодельных двумерных интегральных уравнений типа Вольтерра с особой и слабо-особой линиями вида

$$u(x, y) + \int_x^\infty \frac{A(t)u(t, y)}{(t-a)^\alpha} dt + \int_b^y \frac{B(s)u(x, s)}{s-b} ds + \int_x^\infty \frac{dt}{(t-a)^\alpha} \int_b^y \frac{C(t, s)u(t, s)}{s-b} ds = f(x, y), \quad (3)$$

также с сильно-особой и слабо-особой линиями

$$u(x, y) + \int_x^\infty \frac{A(t)u(t, y)}{(t-a)^\alpha} dt + \int_b^y \frac{B(s)u(x, s)}{(s-b)^\beta} ds + \int_x^\infty \frac{dt}{(t-a)^\alpha} \int_b^y \frac{C(t, s)u(t, s)}{(s-b)^\beta} ds = f(x, y), \quad (4)$$

где $0 < \alpha < 1, \beta > 1$, $A(x), B(y), C(x, y), f(x, y)$ — заданные функции, причем $A(a) \neq 0, B(b) \neq 0$, и $C(a, b) \neq 0$ на полосе, в случаях, когда функции, присутствующие в ядрах связаны и не связаны между собой.

Первый и второй параграф второй главы посвящены получению представления многообразия решений уравнения (3) в зависимости от знака функций в особых точках в случаях, когда функции, присутствующие в ядрах связаны и не связаны между собой.

Третий и четвертый параграф второй главы посвящены получению представления многообразия решений уравнения (4) в зависимости от знака

функций в особых точках в случаях, когда функции, присутствующие в ядрах связаны и не связаны между собой.

Основные научные результаты диссертационной работы опубликованы в 13 научных работ автора, из них 6 работ опубликованы в рецензируемых журналах ВАК при Президенте Республики Таджикистан, два из которых опубликованы без соавтора.

Диссертация Хушвахтова М.Б. является самостоятельной, завершённой научно-квалификационной работой, оформлена правильно и соответствует всем требованиям ВАК при Президенте Республики Таджикистан. Автореферат в полной мере отражает основное содержание диссертационной работы.

Достоинство и недостатки в содержании и оформлении диссертации, влияние отмеченных недостатков на качество исследования. Диссертация Хушвахтова Мухидина Буракшоевича «Некоторые классы особых интегральных уравнений типа Вольтерра для неограниченных областей», представленная на соискание ученой степени кандидата наук, обладает внутренним единством и представляет собой законченное научное исследование. Работа содержит новые, значимые научные результаты по теории интегральных уравнений типа Вольтерра с особыми линиями, подтверждены строгими доказательствами, согласуются с известными результатами других авторов и являются несомненным самостоятельным дополнением автора в теорию данных уравнений.

В работе имеются отдельные недостатки технического характера, допущены некоторые грамматические и стилистические ошибки.

Например, имеются следующие замечания по оформлению и содержанию диссертации:

- В теореме 1.1.1 (см. стр. 8 автореферата и стр. 14 диссертации) вместо «обращающееся нуль» следовало бы написать «обращающихся в нуль».
- В теореме 1.2.2 (см. стр. 9 автореферата и стр. 23 диссертации) имеется опечатка, так как из условия $\delta_1 < 0$ этой теоремы следует её другое условие $\delta_1 = \delta - \lambda\mu \neq 0$.
- В теореме 1.5.5 (см. стр. 11 автореферата) имеется опечатка, так как из условия $\delta_1 = \delta - \lambda\mu < 0$ этой теоремы следует её другое условие $\delta \neq \lambda\mu$.
- В разделе «Научная новизна исследований» (см. стр. 6 автореферата и стр. 8 диссертации) вместо «ставится и исследуются граничные задачи для ...» было бы правильнее написать «решены некоторые граничные задачи для ...», или «найжены решения некоторых граничных задач для ...».

Аналогичные недостатки технического характера имеются и в некоторых других страницах автореферата и диссертации.

Высказанные замечания не снижают научных достоинств диссертации и не могут существенно повлиять на ее общую оценку.

Отметим, что в работе решено большое количество задач и для каждой задачи в той постановке, которая имеется в работе, получено её решение в явном виде.

Результаты прошли вполне достаточную апробацию на международных, республиканских конференциях и семинарах. Автореферат правильно отражает основное содержание диссертационной работы.

Вывод.

На основании вышеизложенного считаю, что диссертационная работа Хушвахтова М.Б. «Некоторые классы особых интегральных уравнений типа Вольтерра для неограниченных областей» отвечает всем требованиям ВАК при Президенте Республики Таджикистан, предъявляемым к кандидатским диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 – Вещественный, комплексный и функциональный анализ, и её автор Хушвахтов Мухидин Буракшоевич заслуживает присуждения учёной степени кандидата физико-математических наук.

Официальный оппонент:

доктор физико – математических наук по специальности 01.01.01 – Вещественный, комплексный и функциональный анализ, профессор, член-корр.

НАН Таджикистана, заместитель директора

Института математики имени А.Джураева

Национальной Академии наук Таджикистана

Исхоков С.А.

Адрес: 734063, Таджикистан, г. Душанбе, ул. Айни 299/4.

Тел.: мобильный: +992937403050

Тел.: место работы: +992(372)258089, +992(372)214911.

E-mail: sulaimon@mail.ru

15.12.2020г.

Подпись Исхокова С.А. заверяю:

Начальник ОК Института математики

НАН Таджикистана имени А. Джураева



Афзалова З.С.