

«УТВЕРЖДАЮ»

Ректор Бохтарского государственного
университета им. Носира Хусрава
доктор биологических наук, профессор



Давлатзода С.Х.

2020 г.

ОТЗЫВ

оппонирующей организации на диссертационную работу Мухсиновой Сабоат Маруфбоевны **«Интегральные представления и граничные задачи для некоторых эллиптических уравнений с особенностями в младших коэффициентах на плоскости»** представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

В теории уравнений с частными производными важную роль играет изучение некоторых эллиптических уравнений и систем, главной частью которых является оператор Коши-Римана с регулярными и с особыми коэффициентами на конечной и бесконечной области.

Этим направлением занимались Л.Берс, Г.Н.Положий, И.Н.Векуа, Л.Г. Михайлов, Н. Раджабов, З.Д. Усманов, А.Тунгатаров, Р.С. Сакс, А.Ю. Тимофеев, А.Л. Гончаров, С.Б. Климентов, Р. Ахмедов и другие.

Дальнейшие исследования в этом направлении было проведено А.П.Солдатовым, Н. Раджабовым, А. Расуловым и их учениками.

Надо отметить, что многочисленные примеры из теории упругости, теории бесконечно малых изгибаний поверхностей положительной кривизны с точками уплощения и двумерное стационарное дозвуковое течение идеального газа (например, в монографии А.В.Бицадзе показано, что уравнения Максвелла-Эйнштейна в варианте Эрнста сводятся к решению уравнения с оператором Коши-Римана с сингулярной линией, задачи двумерной теплопроводности в неоднородных изотропных средах приводит к обобщенной системе Коши-Римана с разрывными коэффициентами и т.п.) сводятся к дифференциальным уравнениям с оператором Коши-Римана, имеющей особенность в младших коэффициентах, которые рассматриваются в конечной или в бесконечной области, в частности, на полуплоскости. Ранее

полученные результаты в основном относятся к уравнениям с особой точкой или с особой линией, когда уравнения с оператором Коши-Римана рассматриваются в конечной области. Особенно отметим, что нахождение интегральных представлений и разрешимость краевых задач связан с некоторыми трудностями принципиального характера, когда особой линией является вся вещественная ось. Поэтому вопросы, рассматриваемые в настоящей диссертации, являются актуальными.

Данная диссертационная работа посвящена исследованию некоторых эллиптических уравнений, главной частью которых является оператор Коши-Римана первого, второго и высших порядков с особенностями в младших коэффициентах на полуплоскости.

Диссертация Мухсиновой С.М. состоит из введения, общей характеристики работы, трёх глав, заключения, а также списка использованной литературы, в котором включены 63 наименований и занимает 96 страниц компьютерного набора.

Во введении обосновывается актуальность выбранной темы, уточняется объект и цель диссертационной работы.

Глава 1 состоит из четырёх параграфов и для уравнения с оператором Коши-Римана с особой линией (с особой точкой с положительной мнимой частью) на полуплоскости найдено интегральное представление решения и соответствующая формула обратимости в полуплоскости. В полученном интегральном представлении чётко выделена особая часть решений, которая позволяет изучить асимптотику поведения решений при приближении к особенностям. Изучено влияние особенности коэффициентов на разрешимость краевых задач.

Во второй главе найдены интегральные представления решений, зависящие от двух произвольных аналитических функций, а также их формулы обратимости для уравнения Бицадзе с особой линией. Структура решений зависит от корней характеристического уравнения. Также исследованы линейные эллиптические системы второго порядка с особой точкой и множеством особых точек на полуплоскости и в конечной области. Поставлена и исследована краевая задача Дирихле.

Глава 3 посвящена нахождению интегральных представлений решений и изучению краевых задач эллиптических систем высокого порядка с оператором Коши-Римана в главной части и особенностями в младших коэффициентах в полуплоскости, а также их формул обратимости.

Переходя к оценке полученных в диссертации результатов, отметим:

1. Степень обоснованности научных положений, выводов и рекомендаций, сформулированных в диссертации

Все приведенные в диссертации теоремы, выводы, научные положения, рекомендации, а также полученные формулы строго и полно обоснованы методами теории функций комплексного переменного, теории обобщённых аналитических функций и функционального анализа.

2. Достоверность и новизна, полученных результатов

Основные результаты диссертации в достаточной мере обоснованы, являются новыми, получены автором самостоятельно и заключаются в следующем:

- 1) Найдено интегральное представление решения и соответствующая формула обратимости в полуплоскости для обобщённой системы Коши-Римана первого порядка с особой линией на полуплоскости. Все исследования проведены в случае, когда особая линия является границей области. Кроме того, для обобщённой системы Коши-Римана с особой точкой с положительной мнимой частью (а также особыми точками с положительными мнимыми частями), на полуплоскости найдено интегральное представление решения и соответствующая формула обратимости. В полученном интегральном представлении чётко выделена особая часть решений, которая позволяет изучить асимптотику поведения решений при приближении к особой линии или к особой точке. Изучено влияние особой линии на разрешимость краевых задач типа Дирихле и Римана-Гильберта.
- 2) Для уравнения второго порядка с особой линией, главная часть которого является оператор Бицадзе, найдены решения, зависящие от двух произвольных аналитических функций, а также их формулы обратимости на полуплоскости. Структура решений зависит от корней характеристического уравнения. Также исследованы линейные эллиптические системы второго порядка с особой точкой и множеством особых точек на полуплоскости и в конечной области. Исследованы краевые задачи типов Дирихле, Римана-Гильберта.
- 3) Найдены интегральные представления, а также их формула обратимости линейного уравнения третьего порядка с особой линией, при различных значениях корней определяющего уравнения. Для операторного уравнения высокого порядка с младшими особыми коэффициентами найдены интегральные представления решений, а

также их формула обратимости. Поставлен и исследован ряд краевых задач.

3. Теоретическая и практическая значимость, полученных результатов

Диссертационная работа носит теоретический характер. Результаты данной диссертации можно использовать для дальнейшего развития теории эллиптических уравнений, коэффициенты младших членов которых имеют особые линии или особые точки, а также при решении важных прикладных задач из теории осесимметрического стационарного гравитационного поля, теории упругости, гидродинамики и т.д. Полученные в диссертации результаты могут быть использованы в научных учреждениях и в вузах, в которых ведутся исследования по дифференциальным и интегральным уравнениям с сингулярными коэффициентами. Например, в Московском энергетическом институте Российской Федерации, в Таджикском национальном университете, в Институте математики им. А.Джураева АН РТ, в национальном университете Узбекистана, в Бохтарском, Худжандском государственных университетах и в Таджикском государственном университете права, бизнеса и политики.

4. Оценка содержания диссертации, ее завершенность

Диссертационная работа является завершенным научным исследованием и полученные результаты являются определенным дополнением в теорию сингулярных уравнений с оператором Коши-Римана с особенностями в младших коэффициентах.

5. Достоинства и недостатки в содержании и оформлении диссертации, влияние отмеченных недостатков на качество исследования

Достоинствами диссертации являются следующие результаты:

- Для обобщенной системы Коши-Римана первого порядка с особой линией на полуплоскости найдено интегральное представление решения и соответствующая формула обратимости. В полученном интегральном представлении решений выделена особая часть решений, которая позволяет изучить асимптотику поведения при приближении к особенностям. Рассмотрены и решены краевые задачи типов Дирихле и Гильберта.

- Для линейной эллиптической системы второго порядка с особой линией, главная часть, которой является оператор Бицадзе, найдены интегральные представления решений, зависящие от двух произвольных аналитических функций, а также их формулы обратимости. При этом структура решений зависит от корней характеристического уравнения. Поставлены и решены краевые задачи. Исследованы линейные эллиптические системы второго порядка с особой точкой и множеством особых точек на полуплоскости.
- Для линейной эллиптической системы третьего порядка с особой линией найдены интегральные представления решений, зависящие от трех произвольных аналитических функций, а также их формулы обратимости.
- Когда корни характеристического уравнения различны, даны достаточные условия о разрешимости системы. Поставлены и решены краевые задачи типов Дирихле и Римана-Гильберта.
- Для линейной эллиптической системы высокого порядка с оператором Коши-Римана с особой линией найдены интегральные представления решений, зависящие от n произвольных аналитических функций, а также их формулы обратимости.
- Для линейной эллиптической системы высокого порядка с оператором Коши-Римана с внутренней особой точкой на полуплоскости найдены интегральные представления решений в рекуррентной форме.

В работе имеются отдельные недостатки технического характера, допущены некоторые грамматические и стилистические ошибки.

Например, имеются следующие замечания по оформлению и содержанию диссертации:

1. В автореферате на странице 7, строка 8 следовало бы добавить слово «конечной или в» и по нашему мнению, правильнее было бы ... которые рассматриваются в **конечной или** в бесконечной области, в частности, на полуплоскости.

2. В автореферате на странице 15, строка 27 пропущено слова «однородного» и правильнее было бы ... решение $U(z)$ однородного уравнения....

Высказанные замечания не снижают научных достоинств диссертации и не могут существенно повлиять на ее общую оценку.

Апробация работы и публикации. Основное содержание диссертации изложено в 11 публикациях автора, из них 3 в изданиях из перечня рецензируемых изданий ВАК РТ и РФ и прошли апробацию на международных и республиканских конференциях, семинаре кафедры математического анализа и теории функции Таджикского национального университета (руководитель академик Раджабов Н.).

Заключение. Диссертация Мухсиновой Сабоат Маруфбоевны обладает внутренним единством, содержит новые научные результаты по теории эллиптических уравнений и систем с особыми коэффициентами и вносят существенный вклад в развитии этой теории. Тематика диссертации соответствует паспорту специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Автореферат правильно отражает основное содержание диссертационной работы. Необходимые ссылки на авторов и источники заимствования материалов в диссертации имеются.

В целом, считаем, что диссертационная работа **«Интегральные представления и граничные задачи для некоторых эллиптических уравнений с особенностями в младших коэффициентах на плоскости»**, представленная на соискание ученой степени кандидата наук, удовлетворяет всем требованиям ВАК РТ, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а её автор Мухсинова Сабоат Маруфбоевна, заслуживает присуждения ей учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Отзыв подготовили кандидаты физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление, доценты кафедры математического анализа Шамсудинов Ф.М. и Рахимов З.Х.

Отзыв на диссертацию обсужден на семинаре кафедры математического анализа Бохтарского государственного университета им. Н.Хусрава и утвержден на заседании кафедры математического анализа протокол №9, от 07 мая 2020г.

Заведующий кафедрой математического анализа,
доктор физико-математических наук
по специальности 01.01.02 - дифференциальные
уравнения, динамические системы и
оптимальное управление, профессор

Сафаров Д.С.

Кандидат физико–математических наук
по специальности 01.01.02 – дифференциальные
уравнения, динамические системы и
оптимальное управление, доцент кафедры
математического анализа

Шамсудинов Ф.М.

Секретарь семинара, кандидат
физико–математических наук
по специальности 01.01.02 – дифференциальные
уравнения, динамические системы и
оптимальное управление

Рахимов З.Х.

Адрес: 735140, г. Бохтар, ул. Айни, 67

Тел. (8-3222) 2-54-81 (Приемная)

Факс: (8-3222) 2- 42 –87, 2 -73 – 61

E-mail: ok@bgu.ru

Подпись Д.С.Сафарова,
Ф.М.Шамсудинова и З.Х.Рахимова заверяю:
Начальник ОК БГУ им. Н. Хусрова



Шукурзод Дж.А.