

«УТВЕРЖДАЮ»



Ректор Бохтарского государственного университета им. Носира Хусрава

доктор Биологических наук, профессор  
Давлатзода С.Х.

2020 г.

### ОТЗЫВ

оппонирующей организации на диссертационную работу Муродовой Мадины Набиджановны «**Задачи преследования и убегания в дифференциальных играх**», представленную на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

В 40-х годах прошлого столетия как математические модели ряда задач управления летательными аппаратами и другими сложными системами была основана теория оптимального управления. В развитие этой теории огромный вклад внесли Л.С.Понтрягин, Н.Н.Красовский, Ю.С.Осипов и др.

На стыке теории игр, теории оптимального управления и теории дифференциальных уравнений возникла теория дифференциальных игр. В последнее время возрос интерес к дифференциальным играм, моделями которых являются дифференциальные уравнения с запаздывающим аргументом.

Рецензируемая диссертационная работа посвящена линейным и квазилинейным дифференциальным играм преследования и убегания с запаздывающим аргументом, рассматриваемых в различных банаховых и гильбертовых пространствах. Она состоит из введения, двух глав, разбитых на параграфы, заключения и списка литературы.

Первая глава, состоящая из четырёх параграфов, посвящена дифференциальным играм преследования с запаздывающим аргументом

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bx(t-h) - Cu(t) + Dv(t), \quad t \geq 0 \quad (1)$$

в гильбертовом пространстве  $X$  с начальным условием  $x(s) = x_0(s)$ ,  $-h \leq s \leq 0$ , где  $x \in X$ ,  $h > 0$ ,  $u \in Y$ ,  $v \in Z$ ,  $Y, Z$  – гильбертовы пространства,  $A, B$  – линейные замкнутые операторы, имеющие плотную в  $X$  область определения,  $C$  и  $D$  – линейные ограниченные операторы, на управления преследователя  $u = u(t)$  и убегающего  $v = v(t)$  наложены интегральные ограничения.

В первом параграфе приведены постановка задач преследования и убегания в смысле Л.С. Понтрягина и соответствующие предположения относительно рассматриваемых в диссертации задач. Во втором параграфе, носящий вспомогательный характер, собраны основные сведения и факты, используемые в диссертации. В третьем параграфе сформулированы теоремы о разрешимости задачи преследования для линейных дифференциальных игр с запаздывающим аргументом вида (1) с интегральными ограничениями (теоремы 1.3.1 и 1.3.2). В четвёртом параграфе исследованы два примера о разрешимости задачи преследования. При этом найдено время преследования и для любого допустимого управления убегающего указан закон выбора допустимого управления преследователя.

Во второй главе, состоящей из четырёх параграфов, рассматриваются линейные и квазилинейные дифференциальные игры преследования и убегания с запаздывающим аргументом с геометрическими ограничениями на управления игроков. Первый параграф носит вспомогательный характер и содержит необходимые сведения о многозначных отображениях и многозначного интеграла. Во втором параграфе исследованы линейные задачи вида (1) и квазилинейные задачи вида

$$\dot{x}(t) = Ax + Bx(t-h) + F(u, v), \quad t \geq 0, \quad (2)$$

с начальным условием  $x(s) = x_0(s)$ ,  $-h \leq s \leq 0$  при условии, что на управления игроков наложены геометрические ограничения. Найдены

множество начальных точек, из которых возможны преследования. Результаты приведены в виде теорем 2.2.1 – 2.2.6. В третьем параграфе найдены условия, позволяющие определить множество начальных точек, из которых преследование можно завершить за оптимальное время (теоремы 2.3.1 и 2.3.2). В четвертом параграфе рассмотрены ряд примеров задачи преследования, для которых найдены условия разрешимости, правила нахождения времени преследования и выбора управления. Отметим, что условия разрешимости выражаются непосредственно через коэффициенты уравнения. Пятый параграф посвящен дифференциальным играм убегания с запаздывающим аргументом в сепарабельном гильбертовом пространстве, когда в отличие от (2), правая часть уравнения имеет вид

$$f(t, x, x(t - h), u, v) = Ax + F(x(t - h), u, v), \quad t \geq 0.$$

Здесь установлены две теоремы о возможности уклонения от встречи с терминальным множеством, т.е. возможности убегания от преследователя (теоремы 2.5.1 и 2.5.2). В шестом параграфе рассмотрены примеры линейных дифференциальных игр убегания с запаздывающим аргументом, когда закон движения описывается интегро-дифференциальным уравнением и уравнением с ограниченным оператором в гильбертовых пространствах  $L_2[-\pi, \pi]$  и  $l_2$  соответственно.

В заключении подытожены результаты, полученные в диссертационной работе, а именно

- для линейных дифференциальных игр преследования с запаздывающим аргументом вида (1) в гильбертовом пространстве при условии, что на управления игроков наложены интегральные ограничения, найдены достаточные условия, позволяющие определить множество начальных точек, из которых можно завершить преследования;

- для линейных и квазилинейных дифференциальных игр преследования с запаздывающим аргументом видов (1) и (2), когда терминальное множество является замкнутым подмножеством банахового пространства, при условии,

что на управления игроков наложены геометрические ограничения, установлены новые теоремы о разрешимости задач преследования;

– найдены достаточные условия оптимальности времени преследования, в выше указанных задачах;

– для линейных и квазилинейных дифференциальных игр убегания с запаздывающим аргументом видов (1) и (2), заданных в гильбертовом пространстве, при условии, что терминальное множество является инвариантным множеством, определены достаточные условия разрешимости задачи убегания;

– для примеров дифференциальных игр преследования и убегания с запаздывающим аргументом, динамика которых описывается интегро-дифференциальными уравнениями с частными производными получены явные формулы для нахождения времени завершения преследования и предложена процедура выбора управлений преследования и убегания.

В заключении также даны предложения по дальнейшему применению результатов и методов, развитых в работе.

Отметим, что наряду с выше перечисленными новыми научными результатами, в диссертации и автореферате имеются некоторые опечатки и грамматические неточности.

#### **Замечания по оформлению и содержанию диссертации.**

В работе допущены грамматические, стилистические и технические ошибки. Например:

1. В автореферате на странице 11 в предположении 1.1.3. при определении формулы  $x(t)$  во втором интеграле не хватает одной скобки.
2. Автореферат написана на русском языке и его перевод на таджикский язык издана под одной обложкой. По нашему мнению при нумерации страниц автореферата русского варианта и его перевода было бы лучше продолжить нумерацию по порядковому

номеру, а не начинать автореферат переведенный на таджикский язык с новой нумерации.

3. Некоторые переносы формул или включений невозможные разместить на одной строке и перенесённые на следующую строку после знака равенства (=), знаков плюса (+), минуса (-), умножения (x) и деления (:) соответствующие знаки или излишне повторяются или нет.

Эти замечания несущественные и не влияют на научную ценность диссертации.

Подводя итоги, отметим следующие моменты:

- содержание диссертационной работы соответствует специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление;

- полученные в диссертационной работе результаты являются новыми и достоверными и не вызывают сомнений;

- результаты, полученные в диссертационной работе и методы, развитые в ней имеют определенное значение для теории дифференциальных игр преследования и убегания с запаздывающим аргументом;

- основные научные результаты диссертации опубликованы в 12 работах, из них 5 в рецензируемых научных изданиях, рекомендованных ВАК при Президенте Республики Таджикистан и прошли апробацию на ряде международных и республиканских конференций;

- ссылки на авторов и источников заимствования материалов и отдельных результатов в диссертации имеются;

- личное участие и вклад диссертантки Муродовой М.Н. в совместных научных работах указаны в диссертации и автореферате;

- автореферат правильно и адекватно отражает основное содержание диссертации;

- полученные результаты могут быть использованы в научных исследованиях, проводимых в Таджикском национальном университете,

Институте математики им. А.Джураева АН РТ, в Национальном университете Узбекистана, в Бохтарском государственном университете им. Н.Хусрава, Худжандском государственном университете им. Б. Гафурова и в Таджикском государственном университете права, бизнеса и политики, а также при чтении специальных курсов студентам и магистрам названных учреждений.

В связи с выше изложенным считаем, что рецензируемая диссертация «Задачи преследования и убегания в дифференциальных играх» соответствует основным пунктам Порядка присвоения учёных степеней ВАК при Президенте Республики Таджикистан и диссертант Муродова Мадина Набиджановна заслуживает присуждения ей учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Отзыв подготовили кандидаты физико–математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление, доценты кафедры математического анализа Шамсудинов Ф.М. и Рахимов З.Х.

Отзыв на диссертацию обсужден на семинаре кафедры математического анализа Бохтарского государственного университета им. Н.Хусрава и утвержден на заседании кафедры математического анализа протокол №9, от 07 мая 2020г.

Заведующий кафедрой математического анализа,  
доктор физико–математических наук  
по специальности 01.01.02 - дифференциальные  
уравнения, динамические системы и  
оптимальное управление, профессор



Сафаров Д.С.

Кандидат физико–математических наук  
по специальности 01.01.02 – дифференциальные  
уравнения, динамические системы и  
оптимальное управление, доцент кафедры  
математического анализа

Шамсудинов Ф.М.

Секретарь семинара, кандидат  
физико–математических наук  
по специальности 01.01.02 – дифференциальные  
уравнения, динамические системы и  
оптимальное управление

Рахимов З.Х.

Адрес: 735140, г. Бохтар, ул. Айни, 67  
Тел. (8-3222) 2-54-81 (Приемная)  
Факс: (8-3222) 2- 42 –87, 2 -73 – 61  
E-mail: [ktsu@mail.ru](mailto:ktsu@mail.ru)

Подпись Д.С.Сафарова,  
Ф.М.Шамсудинова и З.Х.Рахимова заверяет  
Начальник ОК БГУ им. Н. Хусрава



Шукурзод Дж.А.