ОТЗЫВ

на диссертационную работу Рахимовой Махсуды Аюбовны «Исследование переопределенных систем уравнений в частных производных первого порядка в неограниченных областях», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Переопределенные системы уравнений в частных производных, несмотря на своё классическое происхождение, играют важную роль и в современной теории уравнений математической физики. В развитие теории таких систем огромный вклад внесли Хартман Ф., Хёрмандер Л., Михайлов Л.Г., Гайшун И.В., Перов А.И., Паламодов В.П., их ученики и последователи. Следует отметить, что представителями школ академиков Л.Г. Михайлова, Н. Раджабова и Э. Мухамадиева выполнено огромное количество научных работ, посвященных названным системам. Эти работы сыграли существенную роль в дальнейшем развитии теории переопределенных систем уравнений в частных производных и качественно обогатили эту теорию.

Актуальными проблемами в теории переопределенных систем уравнений в частных производных являются задачи о нахождение многообразий решений, в том числе периодических и ограниченных во всей плоскости. Исследованию таких проблем посвящена диссертация Рахимовой М.А.

Работа состоит из двух глав. В первой главе рассматриваются переопределенные системы уравнений в частных производных вида

$$\begin{cases} u_x = a(x,y)u + f(x,y), \\ u_y = b(x,y)u + g(x,y) \end{cases} \qquad (1)$$

в пространствах функций, определенных в неограниченных областях типа плоскости, полуплоскости или первого квадранта и ограниченных или растущих на бесконечности не быстрее полинома. Во второй главе изучаются переопределенные комплексные системы уравнений в частных производных первого порядка с одной или двумя независимыми комплексными переменными.

Глава 1 содержит 6 параграфов. § 1 является вспомогательным.

В § 2 рассматриваются переопределенные системы вида (1) и для них исследована задача существования и единственности решения из $C(R^2)-$ пространства функций, определенных и ограниченных на всей плоскости. Получены необходимые и достаточные условия разрешимости этой задачи, а также явные формулы для решений. Параллельно установлено, что из условий полной разрешимости либо функция f однозначно определяется через функцию g и коэффициенты a, b либо функция $g-$через f, a, b.

В § 3 для системы вида (1) изучена задача о периодических по x и y решениях. Найдены необходимые и достаточные условия существования и единственности таких решений и получены соответствующие формулы для решений.

§ 4 посвящен задаче о решениях системы (1) из класса функций, определенных на полуплоскости и растущих на бесконечности не быстрее полинома. Найдены достаточные условия однозначной разрешимости этой задачи и формулы для решений.

В § 5 рассматриваются квазилинейные переопределенные системы двух уравнений с частными производными с главной линейной частью и нелинейной добавкой, удовлетворяющей условию Липшица. Доказана теорема о существовании единственного ограниченного на всей плоскости решения.

В § 6 рассматриваются два класса переопределенных систем уравнений в частных производных с сингулярными коэффициентами. Для этих систем изучена задача о решениях, определенных в первой четверти плоскости и растущих на бесконечности не быстрее степенной функции. Установлены теоремы о достаточных условиях однозначной разрешимости этой задачи и получены формулы для решений.

Глава 2 состоит из четырех параграфов.

В § 1 рассматриваются переопределенные многомерные системы уравнений в частных производных с одной комплексной переменной. Для многомерных систем вида

$$\begin{cases} w_{\bar z} = A\overline{w}, \\ w_z = B\overline{w}, \end{cases} \tag{2}$$

где $w \in C^n$, A, $B-$ постоянные комплексные матрицы порядка n, установлено, что условие полной разрешимости имеет вид $A\overline{A} = B\overline{B}$ и найдено многообразие всех решений. Далее рассмотрена система, отличающаяся от системы (2) тем, что в первом уравнении вместо $\overline{w}$ присутствует w. Показано, что равенства $A\overline{A} = \overline{A}A$, $B\overline{A} = \overline{A}B$, $AB = BA$, являются необходимыми для полной разрешимости и найдено многообразие решений. В п. 1.5 исследована система

$$\begin{cases} w_{\bar z} = Aw, \\ w_z = Bw + C\overline{w}. \end{cases}$$

Установлено, что соотношение

$$(AB - BA - C\overline{C})w = (C\overline{B} - AC)\overline{w} \quad \forall w \in C^n.$$

является необходимым условием полной разрешимости этой системы и найдено многообразие решений.

В § 2 изучаются некоторые классы многомерных переопределенных систем уравнений в частных производных с двумя комплексными переменными. Эти системы приведены к полного дифференциала систем из удвоенного числа уравнений. Для систем вида

$$\begin{cases} w_{\bar z_1} = A\overline{w}, \\ w_{\bar z_2} = B\overline{w}, \end{cases} \tag{3}$$

установлено, что равенства

$$B\overline{A}A = A\overline{A}B, \; B\overline{B}A = A\overline{B}B$$

являются необходимыми для полной разрешимости и доказана теорема о существовании нетривиального многообразия решений.

В § 3 исследована система вида $w_{z_2} = Cw_{z_1}$, C – постоянная квадратная матрица порядка n и некоторые её частные случаи, имеющие связи с необходимыми условиями полной разрешимости системы (3).

§ 4 посвящён вопросу разрешимости многомерных переопределенных систем уравнений с частными производными вида (3) в функциональном пространстве Шварца S'. Установлено, что многообразие решений из этого пространства может быть нулевым, конечномерным или бесконечномерным. Приведены примеры, реализующие каждое из приведенных случаев.

В целом в диссертационной работе получены важные результаты, представляющие научный интерес. Эти результаты можно применять при исследовании других классов скалярных и многомерных переопределенных систем уравнений с частными производными.

Несколько слов о самой диссертантке. Рахимова М.А. с отличием закончила Худжандский госуниверситет и работает в должности старшего преподавателя в ТГУ права, бизнеса и политики. При выполнении диссертационной работы показала свои хорошие знания, усидчивость и аккуратность.

Считаю, что диссертационная работа Рахимовой М. А. «Исследование переопределенных систем уравнений в частных производных первого порядка в неограниченных областях» отвечает всем требованиям ВАК при Президенте Республики Таджикистан, предъявляемым к кандидатским диссертациям и автор заслуживает присуждения ей учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Научный руководитель,

Байзаев Саттор, доктор физико-математических наук, 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление, профессор кафедры математических дисциплин и современного естествознания, Таджикский государственный университет права, бизнеса и политики.

11.10.2018 г. С. Байзаев

ЗАВЕРЯЮ ПОДПИСЬ д.ф.м.н. С. Байзаева

НАЧАЛЬНИК ОТД...

Ходжаева Г.Д.

ДОНИШГОҲИ ДАВЛАТИИ ҲУҚУҚ, БИЗНЕС ВА СИЁСАТИ ТОҶИКИСТОН

РАИСАИ КАДРҲО ВА КОРҲОИ МАХСУС

4