

ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертационную работу Шамсудинова Файзулло Мамадуллоевича «Об исследовании одного класса гиперболических уравнений второго порядка и связанных с ними переопределённых систем дифференциальных уравнений с сингулярными и сверхсингулярными точками», представленную на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.02 - «Дифференциальные уравнения, динамические системы, оптимальное управление»

Актуальность темы. Переопределённые системы дифференциальных уравнений с регулярными и сингулярными коэффициентами является одним из важных направлений в теории дифференциальных уравнений в частных производных. К рассмотрению таких систем дифференциальных уравнений приводят многие задачи прикладного характера из теории упругости, гидродинамики и других разделов математической физики. Проблемы исследования переопределённых систем с регулярными полиномиальными и сингулярными коэффициентами посвящены работы П.Аппеля, Л.Г.Михайлова, Н.Раджабова, Ж.Н.Тасмамбетова, А.Хасанова, Э.Рузметова, Р.Пирова, Б.Шарипова, Мохаммед Абдел Аал и других. В этих работах в основном исследовались линейные и нелинейные переопределённые системы дифференциальных уравнений первого порядка и некоторые системы второго порядка с регулярными и сингулярными коэффициентами. В случае, когда порядок особенности больше чем размерность пространства, то есть переопределённые системы со сверхсингулярными коэффициентами мало изучены. В связи с этим является актуальным изучение уравнения и переопределённых систем дифференциальных уравнений со сверхсингулярными коэффициентами (со сверхсингулярной точкой и линиями).

Настоящая диссертационная работа посвящена исследованию этой проблемы. В диссертационной работе для одного класса гиперболических уравнений второго порядка и связанных с ними переопределённых систем дифференциальных уравнений с сингулярными и сверхсингулярными точками получены представления многообразия решений. Изучены свойства полученных решений, а также рассмотрены краевые, начально-краевые и начальные задачи.

В первой главе диссертационной работы исследовано гиперболическое уравнение второго порядка с сингулярными и

сверхсингулярными точками вида

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \frac{a(x, y)}{r^\alpha} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{b(x, y)}{r^\beta} \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{c_1(x, y)}{r^{\alpha+\beta}} u = \frac{f(x, y)}{r^{\alpha+\beta}}, \quad (1)$$

где $r^2 = x^2 + y^2$, $a(x, y)$, $b(x, y)$, $c(x, y)$, $f(x, y)$ - заданные функции в области D , $\alpha = \text{const} > 0$, $\beta = \text{const} > 0$.

В зависимости от знаков α и β в первой главе получены представления многообразия решений через две произвольные функции одного независимого переменного. Используя полученные интегральные представления многообразия решений, выяснены и исследованы корректные постановки краевых задач.

Во второй главе настоящей диссертационной работы получены представления многообразия решений и исследованы задачи с начальными данными для переопределённых систем двух дифференциальных уравнений, одно из которых является вышеприведённое гиперболическое уравнение второго порядка, а другое дифференциальное уравнение первого порядка по переменному x или y . Аналогичным образом исследована переопределённая система трёх дифференциальных уравнений с сингулярными и сверхсингулярными точками, одно из которого является гиперболическое уравнение второго порядка, а две другие являются линейными уравнениями первого порядка по x и y .

В главе 3 рассмотрены переопределённые системы двух дифференциальных уравнений второго порядка с сингулярными точками видов

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \frac{a_1(x, y)}{r^\alpha} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{b_1(x, y)}{r^\beta} \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{c_1(x, y)}{r^{\alpha+\beta}} u = \frac{f_1(x, y)}{r^{\alpha+\beta}}, \\ \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{a_2(x, y)}{r^\gamma} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{c_2(x, y)}{r^\gamma} u = \frac{f_2(x, y)}{r^\gamma}, \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \frac{a_1(x, y)}{r^{\alpha_1}} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{b_1(x, y)}{r^{\beta_1}} \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{c_1(x, y)}{r^{\alpha_1+\beta_1}} u = \frac{f_1(x, y)}{r^{\alpha_1+\beta_1}}, \\ \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \frac{a_2(x, y)}{r^{\alpha_2}} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{b_2(x, y)}{r^{\beta_2}} \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{c_2(x, y)}{r^{\alpha_2+\beta_2}} u = \frac{f_2(x, y)}{r^{\alpha_2+\beta_2}}, \end{cases} \quad (3)$$

где $r^2 = x^2 + y^2$, $a_j(x, y)$, $b_j(x, y)$, $c_j(x, y)$, $f_j(x, y)$, $j = 1, 2$ - заданные функции в области D , $\alpha = \text{const} > 0$, $\beta = \text{const} > 0$, $\gamma = \text{const} > 0$, $\alpha_j = \text{const} > 0$, $\beta_j = \text{const} > 0$, $j = 1, 2$.

Для системы (2) и (3) в зависимости от параметров α и β и других возможных случаев и от знаков $a_1(0,0)$, $a_2(0,0)$, $b_2(0,0)$ найдены условия на

коэффициенты и правых частей при выполнении которых общее решение находится в явном виде и в некоторых случаях при помощи резольвенты одномерных и двумерных интегральных уравнений второго рода со слабой особенностью. Используя, полученные интегральные представления решений выяснено и исследовано постановка начально-краевых задач и задачи с начальными данными.

Одна из ключевых глав является четвёртая.

В главе 4 исследована переопределённая система трёх дифференциальных уравнений второго порядка с сингулярными и сверхсингулярными точками следующего вида:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \frac{a_1(x, y)}{r^\alpha} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{b_1(x, y)}{r^\beta} \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{c_1(x, y)}{r^{\alpha+\beta}} u = \frac{f_1(x, y)}{r^{\alpha+\beta}}, \\ \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{a_2(x, y)}{r^\gamma} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{c_2(x, y)}{r^\gamma} u = \frac{f_2(x, y)}{r^\gamma}, \\ \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{b_2(x, y)}{r^\delta} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{c_3(x, y)}{r^\delta} u = \frac{f_3(x, y)}{r^\delta}, \end{cases} \quad (4)$$

где $a_j(x, y)$, $b_j(x, y)$, $c_j(x, y)$, $f_k(x, y)$, $j = \overline{1, 2}$; $k = \overline{1, 3}$ - заданные функции в области D , $\alpha = \text{const} > 0$, $\beta = \text{const}$, $\gamma = \text{const}$, $\delta = \text{const} > 0$.

Для системы (4), в зависимости от параметров $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ и от знаков $a_1(0, 0)$, $a_2(0, 0)$, $b_1(0, 0)$, $b_2(0, 0)$, найдены условия на коэффициенты и правых частей, при выполнении которых общее решение находится в явном виде и в некоторых случаях при помощи резольвенты одномерных и двумерных интегральных уравнений Вольтера второго рода со слабой особенностью. Изучены свойства полученных решений. В зависимости от порядка особенностей, выяснены и исследованы корректные постановки начальных задач.

1. Степень обоснованности научных положений, выводов и рекомендаций, сформулированных в диссертации

Все приведенные в диссертации теоремы, замечания, следствия, научные положения, рекомендации, а также полученные интегральные представления решений строго и полно обоснованы методами теории дифференциальных уравнений, факторизации, теории интегральных уравнений, а также методами разработанные Н.Раджабовым.

2. Достоверность и новизна, полученных результатов

Результаты диссертации являются новыми, получены автором самостоятельно и состоят в следующем:

– получены представления многообразия решений для общего линейного гиперболического уравнения второго порядка со слабой сингулярной, сингулярной и сверхсингулярной точкой на прямоугольнике;

– получены представления многообразия решений для двух и трёх переопределённых систем дифференциальных уравнений, содержащих гиперболическое уравнение второго порядка;

– получены представления многообразия решений для двух переопределённых систем дифференциальных уравнений второго порядка;

– найдено представление многообразия решений для одной переопределённой системы трёх дифференциальных уравнений второго порядка с сингулярными и сверхсингулярными точками.

Во всех случаях изучены свойства полученных решений, в окрестности сингулярных точек, а также поставлены и решены некоторые задачи с начальными данными.

Достоверность результатов сомнения не вызывает. Основные положения диссертации в достаточной мере обоснованы и логически вытекают из поставленных в диссертации целей. Достоверность результатов обеспечивается корректностью поставленных задач.

3. Теоретическая и практическая значимость, полученных результатов

Диссертационная работа носит теоретический характер. Результаты исследования, проведенного диссертантом, существенно дополняет общую теорию переопределённых систем дифференциальных уравнений с сингулярными и сверхсингулярными коэффициентами. Кроме того, некоторые результаты диссертации могут быть использованы как методический материал при обучении магистров и докторантов PhD математических специальностей.

4. Оценка содержания диссертации, ее завершенность

Диссертационная работа является завершенным научным исследованием, полно описывающим теорию переопределённых систем дифференциальных уравнений с сингулярными и сверхсингулярными коэффициентами.

5. Достоинство и недостатки в содержании и оформлении диссертации, влияние отмеченных недостатков на качество исследования

Достоинствами диссертации являются следующие результаты.

Одна из главных и очень важных результатов получены в главе 4, но для получения, результатов этой главы существенно используется результаты первой, второй и третьей главы. Основные результаты

диссертации дополняют известные исследования П.Аппеля, Л.Г.Михайлова, Н.Раджабова, Ж.Н.Тасмамбетова, А.Хасанова и других.

В работе имеются отдельные недостатки технического характера, допущены некоторые грамматические и стилистические ошибки.

Например, имеются следующие замечания по оформлению и содержанию диссертации:

1. В главе 2 из приведённых первых двух переопределённых систем можно было бы остановиться на изучение одного из них.

2. На странице 12 автореферата в пятой строке пропущено

$$\delta = \text{const} > 0.$$

3. В диссертации на странице 30 в теореме 2.13.4 вместо формулы (0.0.16) и (0.0.17), написано (2.3.15) и (2.3.23) .

Высказанные замечания не снижают научное достоинство диссертации, и не могут существенно повлиять на её общую оценку.

Полученные диссертантом результаты, основные положения исследования и выводы прошли *апробацию* на двадцати семи международных научно-практических конференциях и на семинарах кафедры математического анализа и теории функции « Комплексный анализ и ее приложения » (руководитель академик АН РТ Н.Р.Раджабов)(2000-2014) ТНУ, кафедры математического анализа « Дифференциальные уравнения и ее приложения » Бохтарского государственного университета (БГУ) имени Носира Хусрава (руководители профессор Курбанов И и доктор физ.-мат. наук Сафаров Д.С.) (2000- 2019) и кафедры математического анализа и теории функции Кулябского государственного университета им. А. Рудаки (руководители **Акбаров Р**, Табаров А.) (2012-2015).

Основное содержание работы изложено в 50 научных статьях автора, из них 20 опубликованы в рецензируемых журналах из перечня рекомендованных ВАК при Президенте РТ и РФ, три статьи в других изданиях, остальные в трудах международных конференции. Из совместных с Н.А.Вирченко работ на защиту выносятся лишь результаты, полученные лично автором.

Полученные в диссертации Ф.М. Шамсудинова результаты могут, применяться в дальнейших научных исследованиях, проводимых в Таджикском национальном университете, Актюбинском государственным региональным университетом (АРГУ) им. К.Жубанова, Таджикском государственном педагогическом университете им. С.Айни, Кулябском государственном университете им. А.Рудаки, Бохтарском государственном

университете им. Н.Хусрава, Худжандском государственном университете им. Б.Гафурова и в других научных и учебных учреждениях, где проводятся исследования по теории дифференциальных уравнений с сингулярными и сверхсингулярными коэффициентами.

Автореферат полностью отражает основное содержание диссертационной работы.

В целом, считаем, что диссертационная работа «Об исследовании одного класса гиперболических уравнений второго порядка и связанных с ними переопределённых систем дифференциальных уравнений с сингулярными и сверхсингулярными точками», представленная на соискание ученой степени доктора наук, удовлетворяет всем требованиям ВАК РТ, предъявляемым к докторским диссертациям, а её автор Шамсудинов Файзулло Мамадуллоевич заслуживает присуждения ему учёной степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.02-«Дифференциальные уравнения, динамические системы, оптимальное управление».

Доктор физико-математических наук,
профессор кафедры математики
Актюбинского регионального
государственного университета
им. К.Жубанова, Республика Казахстан

Тасмамбетов
Жаксылык
Нурадинович
06.12.2019

Актюбинский региональный государственный университет им. К.Жубанова
Адрес: 030000, Республика Казахстан, г. Актобе, ул. Бр. Жубановых, 263
Тел.: моб. +770 13 75 23 44; e-mail: tasmam@rambler.ru

Подпись Ж.Н.Тасмамбетова

заверяю:

Начальник ОК Актюбинского
регионального государственного
университета им. К.Жубанова

Проректор по науке и инновации
Актюбинского регионального
государственного университета
им. К.Жубанова



Есеналина Л.С.

Бекназаров Р.А.