

## Отзыв

Научного руководителя на диссертационную работу Шукуровой Ганчины Нарзуллоевны «Построение точных решений для одного класса интегральных уравнений типа Вольтерра с особенностью и логарифмической особенностью в ядре»

Интегральные уравнения типа Вольтерра играют важную роль в теории интегральных уравнений. Многие задачи прикладного характера приводят к изучению интегральных уравнений третьего рода, которые теснейшим образом связаны с интегральными уравнениями типа Вольтерра с граничными и внутренними особыми и сильно-особыми точками и линиями. Методы исследования таких уравнений разрабатывались в трудах многих выдающихся ученых, таких как С.Г.Михлин, Н.И.Мусхелишвили, Ф.Д.Гахов, И.Н.Векуа, А.В.Бицадзе, В.И.Смирнов, Л.Г.Михайлов, А.Д.Джураев, Н.Раджабов, З.Д.Усманов и др.

В трудах Н.Раджабова изучены интегральные уравнения типа Вольтерра с нижними и верхними переменными пределами интегрирования с сингулярной и сверхсингулярной точкой, также изучены одномерные симметричные интегральные уравнения типа Вольтерра и с фиксированным сингулярным и сверхсингулярным ядром.

В монографии Н.Раджабова и Л.Н.Раджабовой изучены двумерные и некоторые многомерные интегральные уравнения типа Вольтерра второго рода с фиксированными граничными и внутренними сингулярными линиями или областями. В работах Л.Н.Раджабовой изучены двумерные интегральные уравнения типа Вольтерра с особенностью и логарифмической особенностью на границе области.

Диссертационная работа Шукуровой Г.Н. посвящена исследованию симметричного интегрального уравнения типа Вольтерра с особенностью и логарифмической особенностью в ядре и двумерных симметричных интегральных уравнений типа Вольтерра с особенностью и логарифмической особенностью по одной переменной и граничной особенностью или сильной особенностью по другой переменной.

Диссертация Шукуровой Г.Н. состоит из введения и трех глав.

Во введении дается краткий исторический обзор, обосновывается актуальность темы диссертации, излагаются основные результаты диссертации.

Первая глава диссертации Шукуровой Г.Н. посвящена исследованию одномерного симметричного интегрального уравнения типа Вольтерра с особенностью и логарифмической особенностью в ядре.

В первом параграфе первой главы изучается модельное симметричное интегральное уравнение типа Вольтерра вида

$$u(x) + \int_{-x}^x \left[ p + q \ln \left| \frac{x}{t} \right| \right] \frac{u(t)}{|t|} dt = f(x), \quad (1.1.1)$$

на интервале  $L = \{x: -a < x < a\}$ ., Получены представления многообразия решений в зависимости от корней характеристического уравнения и знака параметров уравнения. Полученные результаты приведены в виде теорем 1.1.1-1.1.9.

Во втором параграфе первой главы изучено общее симметричное интегральное уравнение типа Вольтерра с особенностью и логарифмической особенностью для произвольных функций в ядре вида

$$u(x) + \int_{-x}^x \left[ p(x, t) + q(x, t) \ln \left| \frac{x}{t} \right| \right] \frac{u(t)}{|t|} dt = f(x), \quad (1.2.1)$$

Полученные результаты приведены в виде теорем 1.2.1 – 1.2.5.

В третьем параграфе первой главы ставятся и изучаются задачи типа Коши для модельного симметричного интегрального уравнения типа Вольтерра с особенностью и логарифмической особенностью, когда условия заданы на особом многообразии. Полученные результаты приведены в виде теорем 1.3.1 – 1.3.5.

Вторая глава диссертации посвящена исследованию двумерного симметричного интегрального уравнения типа Вольтерра с особенностью и логарифмической особенностью по одному переменному и особенностью по второму переменному вида

$$u(x, y) + \int_{-x}^x \left[ p + q \ln \left| \frac{x}{t} \right| \right] \frac{u(t, y)}{|t|} dt + \lambda \int_0^y \frac{u(x, s)}{s} ds + \int_{-x}^x \left[ p_1 + q_1 \ln \left| \frac{x}{t} \right| \right] \frac{dt}{|t|} \int_0^y \frac{u(t, s)}{s} ds = f(x, y), \quad (2.1.1)$$

в прямоугольнике  $R = \{(x, y): -a < x < a; 0 < y < b\}$ .

В первом параграфе второй главы изучено интегральное уравнение (2.1.1) в случае, когда параметры уравнения связаны между собой определенным образом. Полученные результаты приведены в виде теорем 2.1.1. -2.1.16.

Во втором параграфе второй главы ставятся и исследуются граничные задачи для интегрального уравнения (2.1.1) в случае, когда параметры уравнения связаны между собой. Полученные результаты приведены в виде теорем 2.2.1. -2.2.13.

В третьем параграфе второй главы изучено интегральное уравнение (2.1.1) в случае, когда параметры уравнения не связаны между собой. Полученные результаты приведены в виде теорем 2.3.1. -2.3.8.

Третья глава диссертации посвящена исследованию в области  $R$  двумерного симметричного интегрального уравнения типа Вольтерра с особенностью и логарифмической особенностью по одному переменному и сильной особенностью по второму переменному вида

$$u(x, y) + \int_{-x}^x \left[ p + q \ln \left| \frac{x}{t} \right| \right] \frac{u(t, y)}{|t|} dt + \lambda \int_0^y \frac{u(x, s)}{s^\beta} ds + \int_{-x}^x \left[ p_1 + q_1 \ln \left| \frac{x}{t} \right| \right] \frac{dt}{|t|} \int_0^y \frac{u(t, s)}{s^\beta} ds = f(x, y). \quad (3.1.1)$$

В первом параграфе третьей главы изучено интегральное уравнение (3.1.1) в случае, когда параметры уравнения связаны между собой определенным образом. Полученные результаты приведены в виде теорем 3.1.1. -3.1.16.

Во втором параграфе третьей главы ставятся и исследуются граничные задачи для интегрального уравнения (3.1.1) в случае, когда параметры уравнения связаны между собой. Полученные результаты приведены в виде теорем 3.2.1. -3.2.13.

В третьем параграфе третьей главы изучено интегральное уравнение (3.1.1) в случае, когда параметры уравнения не связаны между собой. Полученные результаты приведены в виде теорем 3.3.1. -3.3.8.

**Степень обоснованности научных положений, выводов и рекомендаций, сформулированных в диссертации.** Научные положения, выводы и рекомендации, сформулированные в диссертации, обоснованы с помощью общепризнанных средств. Все утверждения диссертационной работы строго доказаны.

**Оценка новизны и достоверности выводов и рекомендаций, сформулированных в диссертации.** Все результаты, полученные в диссертационной работе и выносимые на защиту, являются новыми. Их достоверность подтверждается наличием строгих математических доказательств и согласованностью с известными результатами в соответствующей области исследования.

**Основными результатами диссертации являются:**

1. Получены явные представления многообразия решений симметричного модельного интегрального уравнения типа Вольтерра с внутренней сингулярной и логарифмической особенностью (1.1.1).
2. Выяснена постановка задач типа Коши, когда общее решение интегрального уравнения (1.1.1) содержит произвольные постоянные.
3. Общее симметричное интегральное уравнение типа Вольтерра с сингулярной и логарифмической особенностью для произвольных функций в ядре исследуется методом регуляризации.
4. Получены явные представления многообразия решений двумерного интегрального уравнения типа Вольтерра (2.1.1), в случае, когда параметры уравнения связаны между собой.
5. Выяснена постановка задач типа Коши, когда общее решение двумерного интегрального уравнения (2.1.1) содержит произвольные

функции одной переменной и параметры уравнения связаны между собой.

6. Получены многообразия решений в виде обобщенного степенного ряда двумерных интегральных уравнений типа Вольтерра (2.1.1) в случае, когда параметры уравнения не связаны между собой.
7. Получены явные представления многообразия решений двумерного интегрального уравнения типа Вольтерра (3.1.1), в случае, когда параметры уравнения связаны между собой.
8. Выяснена постановка задач типа Коши, когда общее решение двумерного интегрального уравнения (3.1.1) содержит произвольные функции одной переменной и параметры уравнения связаны между собой.
9. Получены многообразия решений в виде обобщенного степенного ряда двумерных интегральных уравнений типа Вольтерра (3.1.1) в случае, когда параметры уравнения не связаны между собой.

По материалам диссертации опубликовано 10 работ, из них 7 статей в реферируемых журналах ВАК при Президенте Республики Таджикистан. Полученные результаты доложены в ряде международных, также внутри-вузовских конференций и семинаров.

### **Заключение**

Диссертация Шукуровой Г.Н. «Построение точных решений для одного класса интегральных уравнений типа Вольтерра с особенностью и логарифмической особенностью в ядре», представленная на соискание ученой степени кандидата наук соответствует критериям, установленные Положением о порядке присуждения ученых степеней.

Диссертация является научно-квалификационной работой, в которой содержатся решения ряда задач из области интегральных уравнений с особыми точками и линиями.

Диссертация написана автором самостоятельно, обладает внутренним единством, содержит новые научные результаты и положения, выдвигаемые для публичной защиты, свидетельствующие о личном вкладе автора в науку.

Степень апробации результатов диссертации Шукуровой Г.Н., полнота их представления в научных публикациях достаточно убедительны.

Автореферат правильно отражает содержание диссертационной работы.

На основании вышеизложенного считаю, что диссертационная работа Шукуровой Г.Н. «Построение точных решений для одного класса интегральных уравнений типа Вольтерра с особенностью и логарифмической особенностью в ядре» удовлетворяет требованиям, представляемым ВАК При Президенте Республики Таджикистан к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 – Вещественный, комплексный и функциональный анализ, а её автор заслуживает присуждения учёной степени кандидата физико – математических наук.

Научный руководитель:

Доктор физико-математических наук,

Профессор

Раджабова Л.Н.

Подпись заверяю:

Начальник ОК и СР



Шарипова Д.А.