Отзыв

официального оппонента на диссертацию Кодирова Одина Каххоровича «Математическое моделирование некоторых волновых процессов, описываемых дифференциальными уравнениями в экстремальных режимах», представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 05.13.18 – «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ».

Изучение большинства задач физики приводит к необходимости решения дифференциальных уравнений. Это можно объяснить тем, что многие физические законы являются дифференциальными уравнениями относительно некоторых функций, которые характеризуют эти процессы. Физические законы представляют собой теоретическое обобщение многих экспериментов и описывают эволюцию искомых величин, как в пространстве, так и во времени.

Важный момент приложения дифференциальных уравнений к решению практических задач состоит в определении экстремального свойства рассмотренных уравнений по отношению к некоторым коэффициентам. Такие задачи возникают при решении ряда задач моделирования и оптимального управления. Причем, само исходное уравнение, которое описывает состояние изучаемого процесса, обладает экстремальным свойством. Такие задачи, т. е. уравнения с экстремальными свойствами были изучены в самых общих предположениях в работах М. Юнуси.

В настоящей диссертации рассматривается дифференциальное уравнение с экстремальным свойством вида:

$$\frac{\partial^n u}{\partial t^n} = \max_{\alpha \in A} \left\{ \sum_{j=1}^{m} \alpha_j (L_j u)^s \right\}^{\frac{1}{s}}, \quad n = 2,3; \quad t \geq 0, \quad x = (x_1, x_2, ..., x_m). \qquad (1)$$

Уравнение (1) исследовали в различных случаях, когда коэффициенты a_j являются переменными функциями и в случае, когда коэффициенты a_j нелинейные функции, т.е. $a_j = a_j(u, x.t)$.

Диссертация состоит из введения, двух глав, заключение и списка использованной литературы содержащего 90 наименований и 2 приложения.

Во введении дается краткий обзор работ по теме диссертации и краткое её содержание. Работа посвящена моделированию волновых процессов в экстремальных режимах. Здесь рассматриваются процессы малых продольных и поперечных колебаний струны, масса и теплообмена, диффузии, тепловые волны с особенностями, распространение звука в одномерной среде. Для рассмотрения таких процессов в основном используется метод Фурье или метод разделения переменных, являющиеся одним из наиболее распространенных методов решений уравнения с частными производными. Эта глава состоит из четырех параграфов.

В первой главе, состоящей из четырёх параграфов, рассматриваются вопросы моделированию волновых процессов в экстремальных режимах. В первом параграфе рассматриваются процессы малых поперечных и продольных колебаний струны, которые описываются дифференциальными уравнениями в частных производных второго порядка с постоянными коэффициентами видов

$$\left(\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}+p\frac{\partial u}{\partial t}\right)^n=\sum_{j=1}^{m}\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x_j^2}+p_j\frac{\partial u}{\partial x_j}\right)^n,$$

$$\left(\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}+p\frac{\partial u}{\partial t}+qu\right)^n=\sum_{j=1}^{m}\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x_j^2}+p_j\frac{\partial u}{\partial x_j}+q_j u\right)^n,$$

где $m,n\,(m,\,n>1)$ - заданные натуральные числа, $t\ge t_0\ge 0$, $x=(x_1,x_2,...,x_m)\in R^m$; $p>0, q>0, p_j>0, q_j>0\,(j=\overline{1,m})$-заданные действительные числа, $u(t,x)$- искомая функция. Здесь составляется модель таких физических процессов, которые характеризуют начальное состояние явления и процесс его протекания. После этого предлагает алгоритм решения этой задачи, который в дальнейшем служит в качестве основного метода решения дифференциальных уравнений в частных производных, не только второго и третьего порядков, а даже для дифференциальных уравнений в частных производных n-ого порядка. Для этих уравнений решения были представлены в простых и экспоненциальных классах.

В первом параграфе даётся построения и обоснование модельного уравнения с экстремальным свойством типа (1) и доказывается эквивалентность этого уравнения с нелинейным дифференциальным уравнением типа (теорема 1.1):

$$\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)^n=\sum_{i=1}^{m}\left(a_j^{-1}\frac{\partial u}{\partial x_j}\right)^n,$$

Во втором параграфе рассматривается уравнение колебания гибкой струны, которое относится к одномерному волновому уравнению, и составлен алгоритм решения этого уравнения. Этого процесса описывает дифференциальное уравнение вида

$$\left(a^{-1}(t)\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}\right)^n = \sum_{j=1}^{m}\left(a_j^{-1}(x_j)\frac{\partial}{\partial x_j}\left(k_j\frac{\partial u}{\partial x_j}\right)\right)^n,$$

где $m, n\ (m, n \geq 2)$- натуральные числа, $k_j > 0\ (j=\overline{1,m})$, $u(t,x)$ - искомая функция, $x=(x_1,x_2,...,x_m)\in R^m$, $t\geq t_0\geq 0$, $a(t)$ и $a_j(x_j)$ $(j=\overline{1,m})$- непрерывные функции своих аргументов. Основным результатом данного параграфа является теорема 1. Для подкрепления рассуждений в этом параграфе приведены некоторые примеры.

В третьем параграфе представляется модель волн с особенностями. Рассматриваются n-мерные уравнения, которые описывают процессы распространения звука в одномерной среде и электромагнитных волн в одномерной непроводящей среде. В частности, рассматривается процесс тепловых волн с особенностями, который описывается дифференциальным уравнением в частных производных второго порядка с переменными коэффициентами вида

$$\left(t^2\cdot\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}+pt\cdot\frac{\partial u}{\partial t}\right)^n = \sum_{j=1}^{m}\left(x_j^2\cdot\frac{\partial^2 u}{\partial x_j^2}+p_j x_j\cdot\frac{\partial u}{\partial x_j}\right)^n,$$

где $m,n\ (m,\ n>1)$- заданные натуральные числа, $t\geq t_0>0$, $x=(x_1,x_2,...,x_m)\in R^m$, $p>0$ и $p_j>0\ (j=\overline{1,m})$- заданные действительные числа, $u(t,x)$ - искомая функция. Для этого уравнения были найдены решения в простом и в экспоненциальном классе.

Четвёртый параграф этой главы посвящен изучению модели волновых процессов с вырождениями, для которых получены явные представления (теорема 1.).

Вторая глава, состоящая из шести параграфов, посвящена исследованию волновым процессам, описываемых нелинейными дифференциальными уравнениями в частных производных выше второго порядков. Для таких уравнений найдено большое количество точных решений, представляющих собой стационарные нелинейные волны. В том числе, эти уравнения имеют решения солитонного типа. В первом параграфе рассматриваются нелинейные волны гидродинамического происхождения, которые описываются дифференциальными уравнениями с постоянными коэффициентами некоторых видов и найдено явное представление решений.

Во втором параграфе этой главы рассматриваются дисперсия и диссипация энергии распространения волн и распространение гравитационных волн в мелкой воде.

В третьем параграфе этой главы рассматриваются процессы распространения гравитационных волн с вырождениями, которые характеризуются дифференциальными уравнениями в частных производных третьего порядка и в нём получены решения уравнения на классах простых и экспоненциальных решений

Параграфы четвертый, пятый и шестой посвящены исследованию модели волновых процессов физических явлений, описывающих нелинейными дифференциальными уравнениями в частных производных выше третьего порядка.

Перечисленные результаты, полученные О.К. Кодировым, отличаются от результатов других авторов и являются новыми и интересными. Основные из них:

1) Разработан аналитический метод решения дифференциальных уравнений в частных производных в экстремальных режимах;
2) Построены математические модели для процессов теплопроводности и диффузии в экстремальных режимах и проведены исследования;
3) Для указанных выше процессов найдены решения соответствующих уравнений в экстремальных режимах;
4) Решения дифференциальных уравнений в частных производных, которые описывают волновые процессы, были представлены в явном виде;
5) Были построены модели и алгоритмы, связанные с разностными аппроксимациями исходных дифференциальных моделей в экстремальных режимах;
6) Создан комплекс программ для решения разностных аппроксимирующих задач;
7) Для модельных данных проведены компьютерные эксперименты.

Основным методом исследования являются современные методы теории дифференциальных уравнений в частных производных, методы математического моделирования и компьютерных экспериментов.

К недостаткам диссертации следует отнести некоторые несущественные стилистические ошибки, а именно: повторные обозначения, неуместные предложения, повторение одно и того же уравнения.

В целом, рецензируя работу О.К. Кодирова, следует отметить, что она выполнена на высоком научно-теоретическом уровне и делает еще один шаг в развитии теории дифференциальных уравнений в частных производных.

Отмеченные выше результаты диссертации являются новыми и представляют собой важный самостоятельный вклад автора в теорию дифференциальных уравнений в частных производных.

Диссертация написана последовательно, ясным языком и содержит все необходимые ссылки на использованные результаты других авторов. Основные результаты диссертации опубликованы в 44 научных статьях и тезисах автора, которых 7 опубликованы в изданиях, рекомендованных ВАК России и ВАК Республики Таджикистан. Автореферат правильно отражает содержание диссертации.

Считаю, что диссертационная работа О.К. Кодирова, по теме «Математическое моделирование некоторых волновых процессов, описываемых дифференциальными уравнениями в экстремальных режимах», представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 05.13.18 – «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ» написана на высоком научном уровне и удовлетворяет всем требованиям ВАК РФ и ВАК Республики Таджикистан, а её автор заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук.

Официальный оппонент:
доктор физико-математических
наук, профессор кафедры высшей
математики Таджикского государственного
финансово-экономического университета ________________ Н. Усмонов

Подпись Усмонова Н. заверяю.
Начальник ОК: ________________ Раджабов Б.

КАДРХО
ОТДЕЛ
КАДРОВ

13.11.2020 г.