

ОТЗЫВ

научного руководителя на диссертационную работу Каримзода Мехрубон Маткарим на тему «Методы качественного и приближённого исследования бифуркаций в динамических системах с переключениями», представленную на соискание учёной степени доктора философии (PhD) – доктор по специальности 6D060200 – Информатика (6D060202 – Системы автоматизации проектирования)

Диссертационная работа Каримзода М.М. посвящена актуальной научной проблеме разработки методов анализа и проектирования динамических систем с переключениями, ориентированных на исследование и формирование циклических режимов, включая периодические решения и предельные циклы. Рассматриваемый класс систем характеризуется наличием негладких и кусочно-линейных правых частей, а также параметрических изменений, что существенно усложняет их качественный анализ и требует разработки специализированных математических и вычислительных методов.

Актуальность темы обусловлена широким применением динамических систем с переключениями в задачах теории автоматического управления, механики, биофизики, экономики и других областях прикладной математики, где моделирование циклических явлений играет ключевую роль.

Содержание диссертации соответствует заявленной теме и специальности 6D060200 – Информатика (6D060202 – Системы автоматизации проектирования). Эта связь выражается в разработке математических моделей, методов анализа и программных средств исследования и проектирования динамических систем с переключениями.

Научная новизна работы состоит в получении результатов, расширяющих возможности исследования циклических режимов в негладких системах. На основе топологических методов и принципа изменения индекса особой точки получены обобщённые условия бифуркации типа Андронова–Хопфа для систем с непрерывными, но не обязательно дифференцируемыми

правыми частями. Разработаны математические модели бифуркационных процессов в системах, зависящих от параметра.

Для кусочно-линейных динамических систем второго порядка с линиями переключения построены математические модели и получен аналог формулы Лиувилля–Остроградского. Разработаны методы анализа формирования предельных циклов с учётом геометрии линий переключения и условий контакта траекторий. Доказана теорема существования предельного цикла для системы с круговой линией переключения. Результаты теоретического анализа подтверждены численным моделированием.

Теоретическая значимость исследования заключается в развитии методов качественного и топологического анализа динамических систем с негладкими и кусочно-линейными правыми частями. Полученные условия возникновения периодических режимов и результаты исследования предельных циклов могут служить основой для дальнейшего изучения бифуркационных процессов и устойчивости колебаний в системах с переключениями.

Практическая значимость работы определяется разработкой программного комплекса для численно-аналитического моделирования, автоматического учёта переключений, построения фазовых портретов и исследования устойчивости колебательных режимов. Разработанные модели и методы могут применяться при анализе и проектировании систем, в которых требуется исследовать возникновение и формирование циклических явлений.

Научные положения и выводы диссертации имеют значение для решения поставленных задач анализа и проектирования систем с переключениями. Их достоверность обеспечивается строгой математической обоснованностью, сочетанием аналитических и топологических методов, результатами вычислительных экспериментов и программной реализации. Работа отличается логической завершённостью и внутренней согласованностью полученных результатов.

Диссертация состоит из введения, трёх глав, заключения, списка использованных источников и приложений. В первой главе дан обзор теории негладких и кусочно-линейных динамических систем, рассмотрены положения теории бифуркаций и методы качественного анализа. Во второй главе исследованы бифуркационные процессы и условия возникновения периодических режимов. Третья глава посвящена исследованию и проектированию кусочно-линейных систем второго порядка с линиями переключения и численно-аналитическому моделированию.

Публикации по теме диссертации. Результаты исследования отражены в **13 публикациях**, из которых **6** опубликованы в научных журналах и сборниках конференций Российской Федерации и **7** – в научных изданиях Республики Таджикистан. **Пять статей** опубликованы в журналах, входящих в перечень ВАК при Президенте Республики Таджикистан, а **восемь публикаций** – в материалах международных и республиканских конференций. Опубликованные работы отражают основные результаты исследования и **соответствуют уровню диссертации на соискание учёной степени доктора философии (PhD)**. Полный перечень работ приведён в диссертации.

Личный вклад соискателя заключается в разработке и исследовании математических моделей, анализе периодических режимов и предельных циклов, численном моделировании и программной реализации полученных результатов. Обоснованность выводов и представление результатов на международных конференциях свидетельствуют о способности Каримзода М.М. самостоятельно решать научные задачи.

Полученные Каримзода М.М. результаты докладывались на различных международных конференциях, в частности, на международных научных конференциях: международной научной конференции "Дифференциальные уравнения, математическое моделирование и вычислительные алгоритмы (Вологда, 2021 г.)"; международной научной конференции "Современные методы теории краевых задач (Воронеж, 03-09 мая 2022 г.)"; международных

научных конференциях "Современные методы теории функций и смежные проблемы (Воронеж, 27 января, 01 - февраля 2023 г.)"; международной научной конференции "Воронежская зимняя математическая школа - 2024" (Воронеж, 26-30 января 2024 г.); международной научной конференции "Современные методы теории функций и смежные проблемы (Воронеж, 30 - января, 04 февраля 2025)".

В целом диссертационная работа Каримзода Мехрубон Маткарим выполнена на высоком научном уровне, содержит новые научно обоснованные результаты в области анализа и проектирования динамических систем с переключениями и соответствует требованиям, предъявляемым ВАК Республики Таджикистан к диссертациям на соискание учёной степени доктора философии (PhD) по специальности 6D060200 – Информатика (6D060202 – Системы автоматизации проектирования).

Считаю, что автор диссертационной работы Каримзода Мехрубон Маткарим заслуживает присуждения искомой учёной степени доктора философии (PhD).

Научный руководитель:

доктор физико-математических наук по специальности 01.01.02 – Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление, профессор кафедры информационной и коммуникационной технологий Таджикского национального университета

И.Дж.Нуров

« 20 » 04 2026 года

Место работы: 734025, г. Душанбе, проспект Рудаки, 17. Таджикский национальный университет

Тел.: (+992) 709-99-07-95.

E-mail: nidl@mail.ru

Подпись И.Дж.Нурова подтверждаю

Начальник УК и СР ТНУ



Э.Ш.Шодихонзода

« 20 » 04 2026 года