В диссертационный совет 6D.KOA-105
при Таджикском национальном университете
(734025, г. Душанбе, проспект Рудаки, 17)

ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА

на диссертационное исследование Каримзода Мехрубона Маткарима на тему «Методы анализа и проектирования динамических систем с переключениями в задачах исследования циклических явлений», представленное на соискание учёной степени доктора философии (PhD) – доктора по специальности 6D060200 – Информатика (6D060202 – Системы автоматизации проектирования). – Душанбе, 2026. – 148 стр.

1. Соответствие темы и содержания диссертации паспорту научной специальности. Тема и содержание диссертационной работы Каримзода Мехрубона Маткарима соответствуют специальности 6D060200 – Информатика (6D060202 – Системы автоматизации проектирования). В работе разработаны математические методы, вычислительные алгоритмы и программные средства для моделирования и автоматизированного анализа динамических систем с переключениями. Полученные научные результаты соответствуют указанным направлениям специальности.

2. Актуальность темы исследования. Динамические системы с переключениями описывают процессы, в которых закон движения изменяется при достижении определённого состояния или границы. Такие модели возникают при исследовании объектов с пороговыми, релейными и кусочно-линейными зависимостями. Даже если каждый отдельный режим задаётся линейными уравнениями, их совместное действие может приводить к сложному поведению, включая возникновение периодических движений.

Основная математическая трудность состоит в согласовании решений на границе областей. Траектория может пересечь эту границу, коснуться её или продолжить движение вдоль неё. Эти случаи требуют разных условий анализа. Изучение собственных значений матриц отдельных подсистем само по себе не даёт полной характеристики движения всей переключаемой системы. Необходимо учитывать геометрию границы, направление векторных полей и правила продолжения решения.

Для автоматизированного исследования задача имеет дополнительную вычислительную сторону. Программа должна правильно определить момент и характер контакта, выбрать дальнейший режим и представить результат с достаточной точностью. Ошибка при обработке границы способна изменить фазовый портрет и привести к неверному заключению о циклическом

движении. Поэтому сочетание аналитических методов с проверяемыми численными процедурами является необходимым условием надёжного моделирования.

Актуальность работы вижу в том, что автор рассматривает эти вопросы во взаимосвязи. Исследование направлено на получение условий возникновения периодических решений, описание поведения у линии переключения и разработку программного средства для изучения соответствующих моделей. Такая постановка имеет значение для математического обеспечения расчётных задач, возникающих при анализе и проектировании динамических объектов.

3. Степень научной новизны результатов диссертации и положения, выносимые на защиту. Научная новизна диссертационной работы определяется получением новых результатов в области исследования динамических систем с переключениями, разработкой методов анализа периодических решений и их программной реализацией.

Для двумерных систем с главной однородной частью получены необходимые и достаточные условия бифуркации периодических решений на основе принципа смены топологического индекса. Для трёхмерных систем установлены условия возникновения бифуркации Андронова–Хопфа при непрерывной зависимости линейной части от параметра.

Для кусочно-линейных систем исследованы аналог формулы Лиувилля–Остроградского, условия существования предельных циклов, точки контакта и скользящие решения. Разработаны вычислительные алгоритмы и программный комплекс на языке Java для анализа и построения фазовых портретов.

На защиту вынесены три основных положения, отражающие теоретические результаты исследования бифуркаций, анализ кусочно-линейных систем и разработку алгоритмов их компьютерного моделирования.

4. Достоверность полученных результатов исследования. Достоверность результатов диссертационного исследования определяется научной обоснованностью используемых математических подходов, последовательностью аналитических построений и соответствием полученных выводов исходным условиям рассматриваемых динамических систем.

При исследовании бифуркационных явлений в двумерных и трёхмерных системах автором использован аппарат топологического анализа, позволяющий установить условия возникновения периодических решений на основе изменения индекса векторного поля. Сформулированные

утверждения сопровождаются доказательствами, выполненными в рамках принятых математических предположений.

При изучении кусочно-линейных систем с переключениями обоснованность результатов обеспечивается исследованием решений отдельных подсистем, анализом их согласования на границе переключения, определением точек контакта и условий существования предельных циклов. Полученные аналитические соотношения используются при построении и исследовании фазовых портретов.

Дополнительным подтверждением корректности предложенных подходов служат вычислительные эксперименты, проведённые с применением разработанного программного пакета. Численные результаты согласуются с установленными теоретическими закономерностями для рассмотренных моделей.

Таким образом, применённые методы исследования, математическое обоснование основных утверждений и результаты компьютерного моделирования позволяют положительно оценить достоверность научных результатов диссертационной работы.

5. Объём и структура диссертации. Диссертационная работа Каримзода М.М. изложена на 148 страницах и состоит из введения, трёх глав, обсуждения полученных результатов, заключения, списка литературы и приложений. Библиографический список включает 121 источник. Работа содержит 3 таблицы и 12 рисунков.

Во введении обоснована актуальность темы диссертационного исследования, сформулированы цель и задачи, определены объект и предмет исследования, раскрыты научная новизна, теоретическая и практическая значимость полученных результатов. Представлены основные положения, выносимые на защиту, сведения о достоверности, апробации результатов исследования и публикациях автора.

В качестве основных математических объектов исследования рассматриваются следующие динамические системы и дифференциальные уравнения.

1. Двумерная динамическая система с главной однородной частью вида

$$\begin{cases} x' = P(x, y, \lambda), \\ y' = Q(x, y, \lambda), \end{cases} \tag{1}$$

где P, Q – функции, непрерывные по совокупности переменных (x, y, λ), $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, $\lambda \in \Lambda \subset \mathbb{R}$, удовлетворяющие условиям

$$P(0, 0, \lambda) \equiv Q(0, 0, \lambda) \equiv 0$$
$$|P(x, y, \lambda)| + |Q(x, y, \lambda)| > 0$$

при $|x| + |y| > 0$, $\lambda \in \Lambda$.

2. Динамическая система с параметрически зависящей линейной частью вида

$$\dot{x} = F(x, \mu) \tag{2}$$

где $x \in \mathbb{R}^n$, а правая часть имеет вид, а правая часть определяется соотношением

$$F(x, \mu) = A(\mu)x + \omega(x, \mu)$$

здесь $A(\mu) = \left(a_{ij}\right)$, $i, j = 1, \dots, n$ – квадратная матрица порядка n, а нелинейное возмущение удовлетворяет условию

$$\frac{|\omega(x, \mu)|}{|x|} \to 0 \text{ при } |x| \to 0.$$

3. Кусочно-линейное дифференциальное уравнение второго порядка с модульной нелинейностью вида

$$y'' + ay' + by + c|y' - \lambda| = 0, \tag{3}$$

где a, b, c – вещественны параметры. В работе рассматривается случай $\lambda = 0$.

4. Дифференциальное уравнение второго порядка с окружностью переключения вида

$$y'' + g(y, y') = 0, \tag{4}$$

где

$$g(y, y') = \begin{cases} a_1 y' + b_1(y - c_1), & h(y, y') > 0, \\ a_2 y' + b_2(y - c_2), & h(y, y') < 0, \end{cases}$$

причём $h(y, y') = y^2 + (y')^2 - r^2$, $r \in \mathbb{R}$, $r \neq 0$, а a_i, b_i, c_i – вещественные параметры, $i = 1,2$. Граница переключения определяется уравнением $h(y, y') = 0$.

Исследование указанных систем и уравнений направлено на установление условий возникновения периодических решений, изучение бифуркационных явлений, предельных циклов и скользящих режимов, а также разработку алгоритмов их численного анализа.

В первой главе рассмотрены теоретические и методологические основы исследования нелинейных динамических систем. Изложены методы отыскания периодических решений, основные положения теории бифуркаций, включая бифуркацию Андронова–Хопфа, и методы вычисления вращения векторного поля. Рассмотрены дифференциальные уравнения с разрывной правой частью, условия существования предельных циклов, формула Лиувилля–Остроградского и особенности кусочно-линейных систем с переключениями. Представленные положения составляют теоретическую основу дальнейшего исследования систем (1), (2) и уравнений (3), (4).

Во второй главе исследованы условия возникновения периодических решений с использованием топологических методов. В параграфе 2.1 для

двумерной динамической системы (1) с главной однородной частью на основе принципа смены топологического индекса получены необходимые и достаточные условия бифуркации периодических решений. В параграфе 2.2 для системы (2) исследованы условия возникновения бифуркации Андронова–Хопфа при непрерывной зависимости линейной части от параметра. Последующие параграфы посвящены топологическому обоснованию полученных результатов и доказательству основных математических утверждений. Существенной особенностью исследования является применение топологических методов при ослабленных требованиях к гладкости правых частей систем в пределах установленных предположений.

В третьей главе проведено аналитическое и численное исследование кусочно-линейных динамических систем второго порядка. В параграфе 3.2 для уравнения (3) рассмотрен аналог формулы Лиувилля–Остроградского и исследованы особенности поведения решений при переходе через линию переключения. В параграфе 3.3 для системы, описываемой уравнением (4), получены условия существования предельного цикла. В параграфе 3.4 исследованы скользящие решения в смысле Филиппова, а в параграфе 3.5 проведён качественный анализ фазовых траекторий и секторного разделения окружности переключения. Параграфы 3.6–3.7 посвящены разработке алгоритмов и программного пакета на языке Java для численного интегрирования систем, построения фазовых портретов и исследования периодических режимов. Представленные результаты вычислительных экспериментов иллюстрируют основные теоретические положения работы.

В разделе обсуждения полученных результатов обобщены основные теоретические и вычислительные результаты исследования систем (1), (2) и уравнений (3), (4), показаны их взаимосвязь и значение для качественного анализа динамических систем с переключениями.

В заключении сформулированы пять основных научных результатов, отражающих условия бифуркации периодических решений, исследование бифуркации Андронова–Хопфа, анализ негладких и кусочно-линейных систем, получение расчётных соотношений и разработку программного комплекса. Приведены рекомендации по практическому использованию полученных результатов.

Приложения содержат свидетельство о регистрации программной разработки и документы, подтверждающие внедрение результатов исследования.

В целом диссертация имеет логически завершённую структуру. Содержание глав последовательно отражает переход от теоретических основ

к получению математических результатов, разработке вычислительных алгоритмов и их программной реализации. Изложенные материалы в достаточной степени раскрывают цель и задачи диссертационного исследования.

6. Научная, практическая, экономическая и социальная значимость диссертации. Научная значимость работы заключается в исследовании зависимости периодических режимов от параметров модели и поведения решений у линии переключения. Условия появления контактов и описание движения на границе полезны для качественного анализа систем аналогичной структуры. Их перенос на другие объекты предполагает проверку исходных математических предпосылок.

Практическую значимость вижу в автоматизации повторяющихся расчётов. Программа позволяет изменять параметры, вычислять траектории и сопоставлять варианты фазовой картины. Для задач САПР эти возможности могут использоваться при предварительном анализе динамических свойств объекта и проверке выбранных параметров. Особую ценность имеют процедуры, в которых результат расчёта сопровождается проверкой условий его применимости. В приложении 1 приведено свидетельство о регистрации произведения №227 от 6 марта 2025 года, относящееся к программе построения фазовых портретов. Акты в приложениях 2 и 3 характеризуют использование результатов в Таджикском национальном университете и Институте математики имени А. Джураева Национальной академии наук Таджикистана. Экономическая и социальная значимость работы заключается в сокращении трудоёмкости вычислений и возможности использования разработанных методов и программных средств в образовательном процессе.

7. Публикация результатов исследования по теме диссертации. По списку на с. 142–144 диссертации результаты представлены в 13 научных работах: 5 журнальных статьях и 8 публикациях в материалах конференций. Пять статей размещены в трёх научных изданиях: две – в «Вестнике Таджикского национального университета. Серия естественных наук», две – в «Докладах Национальной академии наук Таджикистана» и одна – в «Вестнике Бохтарского государственного университета имени Носира Хусрава. Серия естественных наук».

Тематика публикаций охватывает основные направления диссертации: топологическое исследование бифуркаций, анализ кусочно-линейных моделей и программное построение фазовых портретов. Сведения об апробации на семинарах и конференциях приведены во введении.

8. Соответствие диссертации требованиям Комиссии. По составу и последовательности изложения диссертация содержит основные элементы научно-квалификационного исследования. Сформулированы цель и задачи, выделены положения для защиты, приведены теоретические утверждения, вычислительные материалы, выводы и библиография. Нумерация разделов, формул и иллюстраций позволяет сопоставлять результаты и проверять ссылки. Отдельные записи требуют редакционного уточнения, указанного в замечаниях.

Автореферат отражает тему, содержание трёх глав и основные результаты диссертации. Сведения об объёме, числе положений для защиты и составе публикаций согласованы с представленным текстом работы. Автореферат диссертации соответствует требованиям Порядка присуждения учёных степеней, утверждённого постановлением Правительства Республики Таджикистан от 28 августа 2026 года №591.

Несмотря на положительную оценку работы, в диссертации имеются отдельные недостатки, спорные положения и редакционные неточности, среди которых можно выделить следующие:

1. Во второй главе, при изложении результатов исследования бифуркации Андронова–Хопфа, отдельные переходы между математическими соотношениями представлены в сокращённом виде. Целесообразно было бы подробнее пояснить промежуточные этапы доказательств.
2. В диссертации имеются отдельные редакционные и грамматические неточности. В частности, на с. 7 встречаются выражения «для двумерных динамических системы» и «для динамических системы», на с. 8 – «с линей переключения», а на с. 13 – «пять статьи опубликованы». Указанные неточности требуют исправления. Кроме того, целесообразно унифицировать математические обозначения и проверить оформление формул.
3. В параграфах 3.3–3.5 приведены результаты качественного анализа динамических систем с переключениями. Некоторые фазовые портреты целесообразно было бы дополнить указанием значений параметров и начальных условий, используемых при их построении.

Высказанные замечания не меняет общей положительной оценки работы. Они относятся преимущественно к уточнению условий математических утверждений, редакционной унификации и полноте описания вычислительных процедур и не снижает научной и практической значимости полученных результатов.

В целом, диссертация Каримзода Мехрубона Маткарима на тему «Методы анализа и проектирования динамических систем с переключениями

в задачах исследования циклических явлений», представленная на соискание учёной степени доктора философии (PhD) – доктора по специальности 6D060200 – Информатика (6D060202 – Системы автоматизации проектирования), является завершённой самостоятельной научно-исследовательской работой, выполненной на высоком научно-методическом уровне. Диссертационная работа соответствует требованиям Порядка присуждения учёных степеней, утверждённого постановлением Правительства Республики Таджикистан от 28 августа 2026 года №591, а её автор заслуживает присуждения учёной степени доктора философии (PhD) – доктора по специальности 6D060200 – Информатика (6D060202 – Системы автоматизации проектирования).

Официальный оппонент: доктор физико-математических наук, доцент кафедры информационно-коммуникационных технологий и программирования Таджикского государственного университета права, бизнеса и политики, Ш. Ф. Мухаммади

«30» 10 2026 г.

Адрес: 735700, Республика Таджикистан, Согдийская область, г. Худжанд, 17 мкр-р., дом 1
Тел.: +992 (3422) 2-38-11,
http://tsulbp.tj/
E-mail: tsulbp@rambler.ru

Подпись Ш. Ф. Мухаммади заверяю:
начальник управления кадров и специальных работ Таджикского государственного университета права, бизнеса и политики А.Х. Бобоев

ДОНИШГОҲИ ДАВЛАТИИ ҲУҚУҚ, БИЗНЕС ВА СИЁСАТИ ТОҶИКИСТОН
ШЪЪБАИ КАДРҲО ВА КОРҲОИ МАХСУС

Адрес: 735700, Республика Таджикистан, Согдийская область, г. Худжанд, 17 мкр-р., дом 1
Тел.: +992 (3422) 2-38-11;
http://tsulbp.tj/
E-mail: tsulbp@rambler.ru

«30» 10 2026 г.