

## ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертацию Абдухаминова Мунъима Абдумамадовича  
«Некоторые точные неравенства между наилучшими совместными  
приближениями и усреднёнными характеристиками гладкости в  $L_2$   
и их применения»,

представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук  
по специальности 1.1.1. Вещественный, комплексный и функциональный анализ

### Соответствие диссертации специальности и отрасли науки, по которым она представлена к защите

Диссертация посвящена важным экстремальным задачам теории приближений в пространстве  $L_2$  на периоде  $\mathbb{T} = \mathbb{R}/(2\pi\mathbb{Z}) = [0, 2\pi)$ . В диссертации изучаются экстремальные задачи наилучшего совместного приближения тригонометрическими полиномами классов функций в пространстве  $L_2$  в терминах как обычного среднего значения характеристики гладкости Руновского, так и в терминах ее взвешенного  $L_p$ -среднего при  $0 < p \leq \infty$ . По постановкам задач и применяемым методам диссертационная работа А.М. Абдумамадовича относится к вещественному анализу и соответствует специальности 1.1.1. Вещественный, комплексный и функциональный анализ.

### Актуальность темы диссертации

Фундаментальные результаты в упомянутых разделах теории приближений установили А.Н.Колмогоров (1936), Н.П.Корнейчук (1961), Н.И.Черных (1967), Л.В.Тайков (1976, 1979); ряд существенных результатов получили также В.В.Шалаев (1991), К.В.Руновский (1994), С.Н.Васильев (2001), А. И. Козко и А. В. Рождественский (2003, 2004), В.А.Абилов и Ф.В.Абилова (2004), М.Ш.Шабозов и Г.А.Юсупов (2011), С.Б.Вакарчук и В.И.Забутная (2016) и другие математики.

Не смотря на большое количество результатов в указанных направлениях, эта тематика остается актуальной ввиду важности соответствующих экстремальных задач, поскольку методы, появившиеся в результате их решений, как правило, оказываются полезными при решении других задач. Кроме того, аппроксимация в  $L_2$ -метрике часто используется на практике.

### Содержание диссертации и степень новизны полученных результатов

В представленной диссертационной работе установлены новые неравенства Джексона – Стечкина в терминах указанных выше характеристик гладкости. Кроме того, найдены точные значения  $n$ -поперечников некоторых классов функций из  $L_2$ , задаваемых с помощью  $L_p$ -среднего значения характеристики гладкости Руновского при  $0 < p \leq \infty$ .

Опишем подробнее структуру и результаты диссертационной работы. Диссертация М.А.Абдухаминова объемом 70 стр. состоит из введения, двух глав и списка литературы, который содержит 69 наименований.

Во введении приводится краткое описание исследуемых экстремальных задач, дан исторический обзор и сформулированы вспомогательные результаты.

В первой главе найдено решение нескольких экстремальных задач отыскания верхней грани наилучшего среднеквадратического совместного приближения функций и их промежуточных производных тригонометрическими полиномами на классах функций, определяемых характеристикой гладкости  $m$ -го порядка Руновского  $\Lambda_m(f, t)$  в норме пространства  $L_2$ , а также определяемых взвешенным  $L_p$ -средним значением указанной характеристики.

Во второй главе найдены точные значения  $n$ -поперечников по Колмогорову, Бернштейну, Гельфанду, а также значения линейных и проекционных поперечников некоторых

классов функций, определяемых с помощью мажорант взвешенного  $L_p$ -среднего значения характеристики гладкости Руновского как первого так и высшего порядка.

В диссертационной работе хорошо изложены результаты предшественников, относящиеся к соответствующей тематике. Основные результаты аккуратно сформулированы в виде теорем и следствий, которые полностью доказаны.

В частности (см. теорему 1.3.1), при  $n, r \in \mathbb{N}$ ,  $p > 0$ ,  $0 < h \leq 3\pi/(4n)$  доказано следующее соотношение

$$\sup_{f \in L_2^{(r)}} \frac{\sqrt{2} \cdot n^r \cdot E_{n-1}(f)_2}{\left( \int_0^h \Lambda_1^p(f^{(r)}, t)_2 \varphi(t) dt \right)^{1/p}} = \frac{1}{\left( \int_0^h (1 - \operatorname{sinc} nt)^{p/2} \varphi(t) dt \right)^{1/p}}. \quad (1)$$

где  $\varphi$  — произвольная весовая функция на отрезке  $[0, h]$ . Следует отметить, что случай произвольного веса  $\varphi$  рассмотрен и решен здесь впервые. Это перспективное направление, которое приводит к следующему уровню сложности задачи: отыскания минимума правой части соотношения (1) на классе весов  $\varphi$ , нормированных в том или ином смысле.

Все полученные в диссертации М.А.Абдухаминова результаты являются новыми, они имеют важное теоретическое значение. Тема исследований является перспективной и актуальной. В диссертации получены интересные и важные результаты. Диссертантом проделана кропотливая, трудоемкая и содержательная работа. Основные результаты диссертации опубликованы в 12 печатных работах автора и в совместных работах с научным руководителем, из них 5 статей опубликованы в изданиях, входящих в действующий перечень ВАК РФ, а 7 статей опубликованы в материалах международных конференций. В совместных работах научному руководителю М.Ш.Шабозову принадлежит постановка задач и рекомендации по выбору метода доказательства. Доказательства всех приведенных в диссертационной работе результатов получены лично ее автором — М.А.Абдухаминовым. Автореферат правильно отражает содержание диссертации.

Результаты диссертации могут быть использованы в организациях, научных институтах, занимающихся проблемами теории приближения функций, в частности, в Институте математики и механики им. Н.Н.Красовского Уральского отделения РАН, в Математическом Институте им. В.А.Стеклова РАН, Институте математики им. С.Л.Соболева Сибирского Отделения РАН, Институте математики им. А.Джураева АН Республики Таджикистан, в учебном процессе при чтении спецкурсов в Московском государственном университете им. М.В.Ломоносова, Саратовском государственном университете им. Н.Г.Чернышевского, Санкт-Петербургском государственном университете, Уральском федеральном университете им. первого Президента России Б.Н.Ельцина, Таджикском национальном университете, Хогорском государственном университете им. М.Назаршоева и других.

### Замечания

В представленной диссертационной работе имеется небольшое количество замечаний.

1. На с. 14 в формулах (1.1.11), (1.1.13) в интегралах вместо  $f^2(x)$  лучше писать  $|f(x)|^2$ .
2. На с. 28 в определении величины  $\|\Lambda_1\|_p$  при  $p = \infty$  вместо  $\max_{0 \leq t \leq h} \Lambda_1(f^{(r)}, t)_2$  должно быть  $\max_{t \in [0, h] \cap \operatorname{supp} \varphi} \Lambda_1(f^{(r)}, t)_2$ .
3. На с. 51 в абзаце после формулы (2.2.5) вместо слова сочетания “Легко показать” лучше написать “Покажем”, т.к. далее идет обоснование, занимающее 4,5 страницы.

Все эти замечания не влияют на общую положительную оценку диссертации, так как относятся лишь к стилю изложения или являются опечатками.

## Заключение

Диссертационная работа Абдухаминова Мунъима Абдумаматовича «Некоторые точные неравенства между наилучшими совместными приближениями и усреднёнными характеристиками гладкости в  $L_2$  и их применения» является законченным научным исследованием и удовлетворяет всем условиям пп. 9-11,13,14 действующего положения «О порядке присуждения ученых степеней» ВАК при Министерстве науки и высшего образования Российской Федерации, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.1. Вещественный, комплексный и функциональный анализ, а ее автор, Абдухаминов Мунъим Абдумаматович, заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук.

Официальный оппонент  
доктор физ.-мат. наук  
по специальности 01.01.01. –  
вещественный, комплексный  
и функциональный анализ,  
заведующий отделом  
аппроксимации и приложений  
ИММ УрО РАН

А.Г.Бабенко  
01.12.2023

Адрес: 620108, Россия, г. Екатеринбург,  
ул. С. Ковалевской, 16, ИММ УрО РАН  
Телефон: 8-343-3753436  
E-mail: babenko@imm.uran.ru

Подпись А.Г.Бабенко удостоверяю

Ученый секретарь  
ИММ УрО РАН  
кандидат физ.-мат. наук



О.Н.Ульянов  
01.12.2023