



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по научной работе
ФГБОУ ВО «Тульский
государственный университет»

М.С. Воротилин
Д.т.н., профессор М.С. Воротилин

«24» 11 2023 г.

Отзыв ведущей организации

на диссертацию Абдухаминова Мунъима Абдумамадовича
«Некоторые точные неравенства между наилучшими совместными
приближениями и усредненными характеристиками гладкости в L_2
и их применения», представленную на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.1.

Вещественный, комплексный и функциональный анализ

Теория приближений – одна из интенсивно развивающихся областей современной математики. В последнее время наблюдается проникновение идей и методов теории приближений в самые различные разделы математики, особенно в прикладные направления. Одновременно с этим перестраивается и ставится на более широкую и прочную основу круг задач теории приближений, заложенных в классических трудах Чебышева и Вейерштрасса, Джексона и Бернштейна о приближении полиномами индивидуальных функций и их классов.

Задачи аппроксимационного содержания, задаваемые на классах функций, во многих случаях являются задачами на экстремум. В них требуется найти точную верхнюю грань погрешности приближения заданным методом на фиксированном классе функций и указать для этого класса наилучший аппарат приближения. В последнее время при решении различных экстремальных задач теории приближений часто применяют различные модификации модулей непрерывности, чтобы учитывать сущность рассматриваемых задач и получать новые содержательные результаты. Различные модификации модулей непрерывности изучались в работах В. Попова и Б. Сендова, Z. Ditzian, V. Totik, Н.Н. Пустовойтова, К.В. Руновского, В.А. Абилова, С.Б. Вакарчука и В.И. Забутной, М.Ш. Шабозова и Г.А. Юсупова и других авторов.

В диссертационной работе М.А. Абдухаминова рассматривается совместное приближение дифференцируемых периодических функций и их последовательных производных тригонометрическими полиномами в пространстве L_2 . Совместное приближение оценивается через L_2 -характеристику гладкости К.В. Руновского Λ_m порядка m и ее усреднение. Получаемые точные оценки в ряде случаев позволяют находить и точные значения поперечников, что делает диссертацию несомненно актуальной. Результаты М.А. Абдухаминова обобщают результаты К.В. Руновского, С.Б. Вакарчука и В.И. Забутной, М.Ш. Шабозова и Г.А. Юсупова на случай совместного приближения и усреднения характеристики гладкости Λ_m .

Диссертация М.А. Абдухаминова соответствует профилю диссертационного совета 73.2.012.03 по специальности 1.1.1. Вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Диссертация состоит из введения, двух глав, заключения и списка литературы. Объем работы составляет 70 страниц, список литературы содержит 69 наименований.

Остановимся на содержании работы.

Во введении обоснована актуальность темы диссертации, приведен подробный обзор основных известных результатов, близких по духу к рассматриваемым задачам, дано краткое описание содержания диссертации.

В первой главе, содержащей 5 параграфов, для совместного L_2 -приближения дифференцируемых периодических функций получены основные оценки. Важную роль в получении точных оценок для совместного приближения играет тот факт, что в гильбертовом пространстве L_2 производные наилучшего полинома являются наилучшими полиномами для производных.

В параграфе 1.2, теореме 1.2.1 для совместного приближения и характеристики гладкости Λ_m доказано точное неравенство типа Джексона–Стечкина. В параграфе 1.3, теореме 1.3.2 для совместного приближения и характеристики гладкости Λ_1 , усредненной в L_p с произвольным весом $\varphi(t)$, доказано точное неравенство типа Джексона. В параграфе 1.4, теореме 1.4.1 получено аналогичное точное неравенство типа Джексона–Стечкина для усредненной характеристики гладкости Λ_m . В параграфе 1.5 на основе предыдущих оценок в теоремах 1.5.1, 1.5.2, 1.5.3 найдены точные значения величин наилучших совместных приближений на классах дифференцируемых периодических функций, определяемых Φ -мажорантами на характеристику гладкости Λ_1 и ее L_p -усреднение, а также 1-мажорантой на характеристику гладкости Λ_m , усредненную в L_p с произвольным весом $\varphi(t)$. На Φ -мажоранты накладываются некоторые условия.

Во второй главе, содержащей 4 параграфа, вычисляются колмогоровские, бернштейновские, гельфандовские, линейные и проекционные поперечники некоторых классов дифференцируемых периодических функций

из первой главы. Для модулей коэффициентов Фурье функций из этих классов даются точные оценки.

В параграфе 2.2, теореме 2.2.1 вычисляются поперечники класса дифференцируемых периодических функций, определяемого Φ -мажорантой на характеристику гладкости Λ_1 , усредненную в L_p с весом $\varphi(t) = t$. Наибольшие трудности преодолены диссертантом при доказательстве непустоты множества мажорант в теореме. В параграфе 2.3, теореме 2.3.1 вычисляются поперечники класса функций, определяемого 1-мажорантой на характеристику гладкости Λ_m , усредненную в L_p с произвольным нормированным в L_1 весом $\varphi(t)$. Доказательство обеих теорем ведется по единой схеме. Для наибольшего линейного поперечника с помощью результатов параграфа 1.5 дается оценка сверху, а для оценки снизу наименьшего бернштейновского поперечника строится подходящий шар из тригонометрических полиномов. Из совпадения этих оценок вытекает совпадение всех поперечников. В параграфе 2.4 в теоремах 2.4.1, 2.4.2, 2.4.3 на классах функций в теоремах 2.2.1, 1.5.2, 2.3.1 даются точные оценки модулей коэффициентов Фурье.

Таким образом, в диссертации проделана большая и содержательная работа. Все результаты получены диссертантом самостоятельно и являются новыми. Наиболее значимыми результатами являются следующие:

1. Для совместного L_2 -приближения дифференцируемых периодических функций и L_2 -характеристики гладкости Λ_m доказано точное неравенство типа Джексона–Стечкина.

2. Для совместного L_2 -приближения дифференцируемых периодических функций и L_2 -характеристики гладкости Λ_m , усредненной в L_p с произвольным весом, доказано точное неравенство типа Джексона–Стечкина.

3. Для классов дифференцируемых периодических функций, определяемых некоторыми мажорантами на характеристику гладкости Λ_m , усредненную в L_p с весом, вычислены точно величины наилучших совместных приближений и поперечники.

4. На классах дифференцируемых периодических функций, определяемых некоторыми мажорантами на характеристику гладкости Λ_m , усредненную в L_p с весом, получены точные оценки модулей коэффициентов Фурье.

Обоснованность и достоверность указанных основных научных результатов диссертации подтверждается корректным применением методов теории функций, теории приближений и гармонического анализа, их полными и строгими доказательствами.

Работа носит теоретический характер. Ее результаты и методы могут быть использованы в научно-исследовательской работе и спецкурсах по современной теории приближений в Московском, Санкт-Петербургском, Саратовском, Уральском и Тульском университетах РФ, Таджикском национальном университете Республики Таджикистан, Математическом инсти-

туте им. В.А.Стеклова РАН, Институте математики и механики УрО РАН.

Основные результаты диссертации опубликованы в одной статье в журнале, индексируемом в Web of Science и Scopus, и четырех статьях в журналах, входящих в перечень ВАК РФ, доложены на профильных конференциях. Автореферат правильно и полно отражает содержание диссертации.

Диссертация хорошо отредактирована и выполнена на высоком научном уровне, вместе с тем имеются следующие замечания:

1) В параграфе 1.1 излишне подробно излагаются общеизвестные сведения о тригонометрической системе и рядах Фурье по ней.

2) В диссертации недостаточно полно раскрыта история вопроса по совместным приближениям. В частности, следовало бы во введение и список литературы включить статью Гаркави А.Л. О совместном приближении периодической функции и ее производных тригонометрическими полиномами // Изв. АН СССР. Сер. матем. 1960. Т. 24, № 1. С. 103–128.

3) Неравенство Колмогорова в L_2 известно как неравенство Харди–Литтлвуда–Полиа и впервые появилось в их монографии "Inequalities", вышедшей в 1934 году, русский перевод "Неравенства", 1948.

Но эти замечания не влияют на общую положительную оценку диссертации.

Заключение

Диссертация Абдухаминова Мунъима Абдумамадовича «Некоторые точные неравенства между наилучшими совместными приближениями и усредненными характеристиками гладкости в L_2 и их применения» является законченной квалификационной научно-исследовательской работой, в которой решены задачи, вносящие существенный вклад в развитие экстремальных задач теории приближений. Диссертационная работа соответствует требованиям пп. 9–11, 13, 14 «Положения о порядке присуждения ученых степеней», предъявляемым ВАК при Минобрнауки РФ к кандидатским диссертациям, а ее автор, Абдухаминов Мунъм Абдумамадович, заслуживает присвоения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.1. Вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Отзыв обсужден и утвержден на заседании кафедры "Прикладная математика и информатика" Института прикладной математики и компьютерных наук ТулГУ, протокол № 3 от 24 ноября 2023 г.

Отзыв составил:

Профессор кафедры

"Прикладная математика и информатика"

Института прикладной математики

и компьютерных наук ТулГУ,
доктор физико-математических наук
по специальности 1.1.1. Вещественный,
комплексный и функциональный анализ,
профессор Иванов Валерий Иванович

В.И. Иванов

И.о. зав. кафедрой
"Прикладная математика и информатика"

Института прикладной математики
и компьютерных наук ТулГУ,
доктор физико-математических наук
Ларин Николай Владимирович

Н.В. Ларин

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования "Тульский государственный университет".

Почтовый адрес: 300012, Россия, г. Тула, пр. Ленина, д. 92

Тел.: +7 (4872) 73-44-44

E-mail: info@tsu.tula.ru

Адрес сайта: <https://tulsu.ru/>

24.11.2023

Подписи В.И. Иванова и Н.В. Ларина заверяю

Начальник административно-
кадрового управления ТулГУ



М.В. Лунев

М.В. Лунев

24.11.2023