

У Т В Е Р Ж Д А Ю
Ректор Бохтарского государственного университета имени Н.Хусрава
доктор биологических наук,
профессор



С.Х. Давлатзода

« » сентября 2023 г.

О Т З Ы В

ведущей организации на диссертацию Дадабоева Парвиза Абдусаломовича „Оптимальные квадратурные формулы вычисления криволинейных интегралов для многомерных функций”, представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.1 Вещественный, комплексный и функциональный анализ

1. Актуальность избранной темы

При решении определенного круга прикладных задач, связанных с механикой деформируемого твердого тела, механикой жидкости и газа, механикой грунтов и т.д., возникает необходимость вычисления интегралов от функций, определённых вдоль кривых и поверхностей.

При этом указанные кривые и поверхности имеют сложный аналитический вид и возникает необходимость их математического представления более простыми функциями. Параллельно возникает необходимость в приближенном вычислении интегралов по указанным кривым и поверхностям. Поскольку многообразие методов приближенного интегрирования обширно, то возникает задача отыскания наилучшего метода приближенного интегрирования. Таким образом, существует экстремальная проблема, связанная с отысканием наилучшего метода приближенного интегрирования согласно выбранному критерию оптимальности.

Поэтому рассмотренные в диссертационной работе П.А. Дадабоева задачи, связанные с отысканием оптимальных квадратурных формул приближенного вычисления криволинейных интегралов первого типа для некоторых классов функций и кривых, являются, несомненно, актуальными.

2. Степень обоснованности научных положений, выводов и рекомендаций, сформулированных в диссертации

Все утверждения теорем, научные положения, выводы и рекомендации,

сформулированные в диссертации, а также полученные автором формулы и неравенства полностью обоснованы.

3. Достоверности и новизна полученных результатов

Полученные в диссертации результаты достоверны, являются новыми и существенно дополняют исследования С.Б.Вакарчука, М.Ш.Шабозова, Ф.В.Мирпоччоева и М.Абдукаримзода, основные публикации которых по теме диссертации приведены автором в списке литературы.

При получении оценки снизу оптимальных квадратурных формул приближенного вычисления криволинейных интегралов первого типа на заданных классах функций и кривых применяется хорошо известный метод Н.П.Корнейчука, который при любых вектор-коэффициентах обращает в нуль квадратурную сумму на соответствующих подклассах функций.

В диссертации получены следующие основные результаты:

1. найдены асимптотически точные оценки остатка квадратурных формул приближенного вычисления криволинейных интегралов на классах функций $W^{(1)}H_m^\omega$ и классах кривых $H^{\omega_1, \dots, \omega_m}[0, L]$ при фиксированных вектор-коэффициентах и узлах;
2. найдены оптимальные квадратурные формулы типа Маркова приближенного вычисления криволинейных интегралов для классов дифференцируемых функций $W^{(2)}L_2(M)$ и кривых $\mathcal{T}(L)$;
3. найдены наилучшие квадратурные формулы приближенного вычисления криволинейных интегралов на классах функций $C^{(r)}[0, L]$ ($r = 1, 2$) и $W^{(1)}L_q[0, L]$ ($1 \leq q < \infty$).

4. Теоретическая и практическая значимость полученных автором результатов

Основные результаты диссертации носят теоретический характер и имеют важное значение для дальнейшего развития теории приближения функций. Они могут быть использованы в научных институтах и организациях, занимающихся проблемами теории приближения функций, в том числе в Математическом институте им. В.А.Стеклова РАН, Институте математики им. С.Л.Соболева СО РАН, Институте математики и механики им. Н.Н.Красовского УрО РАН, Институте математики им. А.Джураева НАН Таджикистана, в учебном процессе при чтении спецкурсов в Таджикском государственном педагогическом университете им. С.Айни, Таджикском национальном университете, Хорогском государственном университете им. М.Назаршоева и других вузах.

5. Оценка содержания диссертации, её завершенность

Диссертация П.А.Дадабоева объемом 68 страниц состоит из введения, двух глав и списка цитированной литературы из 45 наименований.

Во введении обосновывается актуальность темы диссертации и излагаются основные результаты, полученные автором.

В первом параграфе первой главы излагаются необходимые определения, обозначения, факты и постановка задачи, нужные для дальнейшего.

Во втором параграфе первой главы рассмотрен вопрос вывода формулы Тейлора с интегральным остатком для сложной функции многих переменных, зависящих от параметра, являющиеся основным инструментом при оценке погрешности приближенного вычисления квадратурных формул для криволинейных интегралов.

В третьем параграфе этой же главы найдены асимптотически точные оценки погрешности квадратурной формулы прямоугольников для криволинейных интегралов на классах функций $W^{(1)}H_m^\omega$ и классах кривых $H^{\omega_1, \dots, \omega_m}[0, L]$. Основным результатом данного параграфа является общая теорема 1.3.1, где найдено асимптотически точная оценка погрешности квадратурной формулы прямоугольников с вектором коэффициентов

$$\bar{P} := \{p_k : p_k = L/N, k = \overline{1, N}\} \text{ и вектором узлов } \bar{T} := \left\{ \bar{t}_k : \bar{t}_k = \frac{(2k-1)L}{2N} \right\}_{k=1}^N.$$

В качестве следствия 1.3.1 из теоремы 1.3.1 вытекает равенство

$$R_N(W^{(1)}H_m^\omega; H^{\omega, m}; \bar{P}, \bar{T}) = \theta_N mL \int_0^{L/(4N)} \omega(t) dt, \quad \left(\frac{1}{2} \leq \theta_N \leq \frac{5}{2} \right).$$

В завершающем четвертом параграфе этой главы найдены асимптотически точные оценки погрешности квадратурных формул Симпсона и трапеций для приближенного вычисления криволинейных интегралов на классах функций и кривых, задаваемых модулями непрерывности. В качестве основного результата данного параграфа приводим формулировку теоремы 1.4.1.

Теорема 1.4.1. *Для погрешности квадратурной формулы трапеций*

$$\int_0^L f(\varphi_1(t), \dots, \varphi_m(t)) dt = \frac{L}{2N} \left\{ f(\varphi_1(0), \dots, \varphi_m(0)) + f(\varphi_1(L), \dots, \varphi_m(L)) + \right. \\ \left. + 2 \sum_{k=1}^{N-1} f\left(\varphi_1\left(\frac{kL}{N}\right), \dots, \varphi_m\left(\frac{kL}{N}\right)\right) \right\} + R_N(f, \Gamma)$$

справедливо предельное равенство

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{8NR_N(W^{(1)}H_m^\omega; H^{\omega_1, \dots, \omega_m})}{L \sum_{i=1}^m \int_0^1 \omega_i \left(\frac{Lt}{2N} \right) dt} = 1.$$

В частности, если $\omega_i(t) = \omega(t)$, $i = \overline{1, m}$, то имеем:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{8NR_N(W^{(1)}H_m^\omega; H_m^\omega)}{mL \int_0^1 \omega \left(\frac{Lt}{2N} \right) dt} = 1. \quad (1)$$

Если в (1) положить $\omega(t) = Kt^\alpha$ ($K > 0$, $0 < \alpha \leq 1$), то получаем

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{2^{\alpha+3}(\alpha+1)}{mL^{\alpha+1}} N^{\alpha+1} R_N(W^{(1)}H_m^\alpha; H_m^\alpha) = 1.$$

Во второй главе диссертации исследованы вопросы отыскания наилучших квадратурных формул приближенного вычисления криволинейных интегралов более гладких классов функций, а именно во втором параграфе второй главы найдены наилучшие квадратурные формулы типа Маркова для классов функций, удовлетворяющих условию $\|\nabla^2(\varphi_1(t), \varphi_2(t), \dots, \varphi_m(t))\|_{L_2} \leq M$ вдоль кривой $\Gamma \subset \mathfrak{N}_Q(L)$ (теорема 2.2.1).

В третьем параграфе второй главы рассматривается экстремальная задача минимизации оценки остатка квадратурной формулы общего вида на классах функций $C^{(r)}[0, L]$ ($r = 1, 2$) и $W_0^{(1)}L_q[0, L]$. Здесь основными результатами являются теоремы 2.3.1 – 2.3.3.

В четвёртом параграфе второй главы найдены наилучшие квадратурные формулы для приближённого вычисления криволинейных интегралов на классах функций $W_p^{(1)}(M_p)$ ($1 \leq p \leq \infty$) и классах кривых $\mathfrak{T}_Q(L)$ (теорема 1.4.1). Результат, приведенный в теореме 1.4.1, содержит ранее доказанные результаты С.Б.Вакарчука, М.Ш.Шабозова и Ф.М.Мирпоччоева.

В целом диссертационная работа П.А.Дадабоева является самостоятельной, завершённой научной квалификационной работой.

6. Достоинства и недостатки в содержании и оформлении диссертации, влияние отмеченных недостатков на качество исследования

К достоинству диссертации можно отнести полученные в ней основные результаты, перечисленные в пункте 3.

Автореферат и диссертационная работа оформлены хорошо, однако имеется ряд замечаний:

1. На страницах 15, 39, 52 вместо частные производные $\frac{\partial \varphi_i}{\partial t}$ ($i = \overline{1, m}$) должно быть обычные производные $\frac{d\varphi_i}{dt_i}$ ($i = \overline{1, m}$);

2. В формуле (1.2.4) нижний предел вместо 0 должен быть t_0 ;

3. В последнем равенстве стр. 31 в числителе пропущена числа K .

Указанные замечания не являются существенными и не влияют на значимость результатов.

7. Соответствие автореферата основному содержанию диссертации

Автореферат соответствует требованиям ВАК МОН РФ, полно и правильно отражает основные положения диссертационной работы.

8. Соответствие диссертации и автореферата требованиям ГОСТ Р 7.0.11-2011

Оформление структурных элементов диссертации и автореферата соответствует требованиям ГОСТ 7.0.11.-2011. В списке литературы библиографические записи соответствуют требованиям ГОСТ в полной мере.

9. Заключение о соответствии диссертации критериям, установленным “Положением о присуждении учёных степеней” по пунктам 10, 11 и 14

Диссертация П.А.Дадабоева соответствует критериям, установленным “Положением о присуждении учёных степеней” по пунктам 10, 11 и 14.

(П.10): Диссертация написана автором самостоятельно, обладает внутренним единством, содержит новые научные результаты и положения в теории аппроксимации функций, выдвигаемые для публичной защиты, и свидетельствует о личном вкладе автора диссертации в теорию приближения функций. Полученные автором результаты могут быть использованы при решении разного рода экстремальных задач теории приближения функций.

(П.11): Основные научные результаты диссертации опубликованы в 10 научных работах, 4 из которых опубликованы в журналах входящих в перечень ВАК МОН РФ.

(П.14): Необходимые ссылки на авторов и источники заимствования материалов в диссертации имеются.

Диссертационная работа Дадабоева Парвиза Абдусаломовича на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук является научно-квалификационной работой, в которой содержатся решения задач, имеющих

существенное значение для теории приближения функций, и полностью соответствует требованиям П.9 “Положения о присуждения учёных степеней”, а её автор заслуживает присуждения учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.1 Вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Отзыв обсужден и утвержден на заседании кафедры математического анализа и дифференциальных уравнений Бохтарского государственного университета имени Н.Хусрава (протокол №2 от 18 сентября 2023 г.).

Отзыв составили:

доктор физико-математических наук,
профессор кафедры математического
анализа и дифференциальных уравнений
Бохтарского государственного
университета им. Н.Хусрава



Сафаров Дж.

кандидат физико-математических наук, доцент



Нематуллоев О.А.

Адрес: Бохтарский государственный университет
им. Н. Хусрава, 735140, Таджикистан, г. Бохтар, улица Айни, 67.

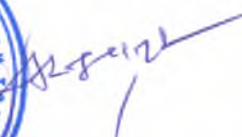
Сайт: www.btsu.tj; e-mail: bgu-1978@mail.ru

Тел. рабочий: +992(32) 222-54-81; +992(32) 222-22-53

Подписи Дж.Сафарова и О.А. Нематуллоева заверяю:

Начальник

ОК БГУ им. Н.Хусрава



Шукурзод Дж.