

УТВЕРЖДАЮ:

Проректор по научной работе
ФГБОУ ВО «Челябинский
государственный университет»,
кандидат химических наук,
доцент
Александр Игоревич Бирюков



«04» _____ 2025 г.

ОТЗЫВ ВЕДУЩЕЙ ОРГАНИЗАЦИИ

федерального государственного бюджетного образовательного учреждения
высшего образования «Челябинский государственный университет»
о диссертационной работе Константиновой Туйаары Петровны
«Вариационная задача Дирихле для вырождающихся эллиптических
операторов, порожденных некоэрцитивными формами», представленной на
соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по
специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения
и математическая физика

В работе исследуются вопросы однозначной разрешимости вариационных задач Дирихле для вырождающихся эллиптических операторов, которым соответствуют некоэрцитивные полуторалинейные формы. Такие задачи представляют интерес с точки зрения теоретических исследований, поскольку касаются новых классов эллиптических операторов и соответствующие результаты вносят свой вклад в развитие теории эллиптических уравнений в частных производных. С другой стороны, эллиптические уравнения тесно сопряжены с прикладными задачами. Поэтому тема диссертационной работы Т.П. Константиновой безусловно является актуальной.

Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы, содержащего 86 наименований. Объем диссертации составляет 135 страниц.

Во введении описаны актуальность и степень разработанности темы исследования, цель диссертационной работы, объекты и методы исследования, сформулированы положения, выносимые на защиту, их теоретическая и практическая значимость, степень достоверности и апробация результатов, описаны публикации, приведено краткое содержание диссертации.

В первой главе изучаются вопросы существования и единственности решений однородной вариационной задачи Дирихле для вырождающихся линейных эллиптических операторов высокого порядка, порожденных с помощью весовых интегро-дифференциальных форм, в ограниченной области. Для этого сначала введены определения основных функциональных пространств и получены вспомогательные весовые интегральные неравенства. Затем получено ключевое неравенство, представляющее собой весовой аналог неравенства Гординга для эллиптических операторов дивергентного вида, имеющих только старшие коэффициенты. Это позволило получить теорему о существовании единственного решения однородной вариационной задачи Дирихле для вырождающихся эллиптических операторов с некоэрцитивной полуторалинейной формой, имеющих только старшие коэффициенты. При этом получена оценка корректности на решение задачи. Далее получен аналогичный результат для вырождающихся эллиптических операторов с некоэрцитивной полуторалинейной формой в предположении принадлежности младших коэффициентов оператора специальным весовым пространствам Лебега.

Во второй главе аналогичные исследования проведены для вариационной задачи Дирихле с неоднородными граничными условиями для эллиптических вырождающихся операторов высокого порядка, порожденных некоэрцитивными полуторалинейными формами. Сначала

даны вспомогательные сведения об основных функциональных пространствах и их свойствах, используемых в дальнейшем. Затем доказана теорема об однозначной разрешимости неоднородной задачи и получена оценка корректности для ее решения. Затем приведены условия, при которых граничное условие общего вида может быть сформулировано в виде набора классических граничных условий.

В третьей главе исследуются спектральные свойства одного класса вырождающихся эллиптических операторов. Сначала доказано, что полуторалинейная форма определяет в пространстве Лебега оператор с непустым резольвентным множеством. Затем получено представление его резольвенты в некотором секторе комплексной плоскости. Это позволило доказать, что спектр такого оператора является дискретным и функция распределения его собственных значений растет не быстрее определенной степенной функции.

Заключение содержит основные выводы работы, описание перспектив дальнейших исследований в этом направлении.

Заключение

Выносимые на защиту результаты диссертации являются новыми, их достоверность не вызывает сомнений. Выводы и заключения диссертации обоснованы и снабжены строгими доказательствами. Для решения поставленных в работе задач использованы методы теории уравнений в частных производных, функционального анализа, в частности, теории весовых пространств.

По теме диссертации имеется 11 публикаций, из них 6 статей в журналах из Перечня ведущих периодических изданий ВАК или приравненных к ним журналах международных баз цитирования. Результаты неоднократно докладывались на различных международных и российских научных конференциях и семинарах. Автореферат ясно и полно отражает содержание диссертации.

В качестве замечаний отметим следующее.

1. На с.98 перед теоремой 2.2.2 сказано, что далее будет предполагаться справедливость утверждения теоремы 2.2.1 с нулевой константой. Далее это предположение используется в доказательстве теорем 2.2.2 и 2.2.3. Но в формулировке теорем 2.2.2 и 2.2.3 это предположение не отражено.
2. Не указан возможный интервал для значения раствора сектора в теоремах 3.1.2 и 3.1.4.
3. Было бы полезно привести по возможности простой пример вырождающегося эллиптического оператора, принадлежащего исследованному в данной работе классу операторов, но не входящего в изученные другими авторами классы.
4. В работе имеется некоторое количество опечаток, не хватает запятых после деэпричастных оборотов и т. п.

Приведенные замечания не влияют на общее положительное впечатление от диссертации. Автором проделана работа высокого качества. Результаты работы носят законченный характер и, несомненно, получают дальнейшее развитие. Они могут быть использованы при исследованиях, проводимых в Белгородском государственном университете, Институте математики им. С.Л. Соболева СО РАН, Московском государственном университете им. М.В. Ломоносова, Новосибирском государственном университете, Северо-Восточном федеральном университете им. М.К. Аммосова, Таджикском национальном университете, Челябинском государственном университете, Югорском государственном университете.

Диссертация является научно-квалификационной работой, в которой содержится исследование вырождающихся эллиптических операторов и связанных с ними задач. Полученные автором результаты вносят вклад в теорию дифференциальных уравнений.

Диссертационная работа Т.П. Константиновой «Вариационная задача Дирихле для вырождающихся эллиптических операторов, порожденных некоэрцитивными формами» отвечает всем требованиям ВАК Минобрнауки РФ, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата

наук, удовлетворяет критериям пунктов 9–14 Положения о присуждении ученых степеней от 24 сентября 2013 года № 842, а её автор Константинова Туйаара Петровна заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика.

Отзыв подготовлен доктором физико-математических наук (по специальности 01.01.02. Дифференциальные уравнения), профессором, заведующим кафедрой математического анализа Федоровым В.Е., обсуждён и утверждён на заседании кафедры математического анализа федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Челябинский государственный университет» 18 апреля 2025 г., протокол № 11.

Заведующий кафедрой
математического анализа,
доктор физико-математических наук,
профессор







18.04.2025

В.Е. Федоров

Рабочий почтовый адрес: 454001, Челябинск, ул. Братьев Кашириных, 129
Рабочий телефон: (351) 799-72-35
Адрес электронной почты: kar@csu.ru

Сведения о ведущей организации:

Полное наименование: Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет»

Сокращённое наименование: ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Адрес: 454001, Челябинск, ул. Братьев Кашириных, 129

Телефон: (351) 799-71-01 e-mail:

Адрес в сети Интернет: <https://www.csu.ru/>

Адрес электронной почты: odou@csu.ru