

ОТЗЫВ

научного консультанта о диссертационной работе М. С. Саидусайнова
«Экстремальные задачи теории приближения в пространствах Бергмана
и связанные с ними вопросы», представленной на соискание ученой
степени доктора физико-математических наук по специальности
1.1.1 — Вещественный, комплексный и функциональный анализ

Диссертационная работа Саидусайнова Мукима Саидусайновича посвящена исследованию экстремальных задач теории приближения аналитических функций в пространствах Бергмана. В работе рассматривается широкий круг вопросов, связанных с наилучшим приближением аналитических функций, построением оптимальных линейных методов приближения, нахождением точных значений различных n -поперечников, а также среднеквадратичным приближением функций комплексного переменного рядами Фурье.

Теория приближения функций является одним из важных направлений современного математического анализа. Существенное место в ней занимают задачи, связанные с определением величин наилучшего приближения заданных классов функций, построением оптимальных методов их приближения, вычислением различных n -поперечников и исследованием геометрических характеристик функциональных классов. Задачи аппроксимационного содержания, задаваемые на классах функций, во многих случаях являются экстремальными задачами, в которых требуется найти верхнюю грань погрешности приближения на фиксированном классе функций или указать для этого класса наилучший аппарат приближения. Вместе с тем многие вопросы, связанные с наилучшим приближением, вычислением n -поперечников и построением оптимальных линейных методов в пространствах Бергмана, особенно в весовых пространствах, продолжают оставаться актуальными.

Именно этому кругу вопросов посвящена диссертационная работа М. С. Саидусайнова. Её целью является решение различных экстремальных задач теории приближения аналитических функций, принадлежащих как обычным, так и весовым пространствам Бергмана.

Диссертация состоит из введения, трех глав и библиографического списка.

В первой главе исследуется широкий круг экстремальных задач теории приближения аналитических функций в весовом пространстве Бергмана $B_{q,\gamma}$, $1 \leq q \leq \infty$. Основными направлениями исследований являются получение точных неравенств для величин наилучшего приближения, вычисление n -поперечников соответствующих классов функций и установление неравенств между нормами аналитических функций и их производных. Рассматриваемые в первой главе вопросы непосредственно связаны с предшествующими исследованиями в области наилучшего приближения и поперечников классов аналитических функций. Существенные результаты в этом направлении были получены Л. В. Тайковым, Н. Айнуллоевым, в том числе в совместных работах Н. Айнуллоева и Л. В. Тайкова. Дальнейшее развитие соответствующие экстремальные задачи получили в исследованиях М. З. Двейрина, Ю. А. Фаркова, К. Ю. Осипенко,

С. Б. Вакарчука и других математиков.

В первой части главы рассматриваются вопросы наилучшего приближения аналитических функций. Получены точные неравенства, устанавливающие связь между величиной наилучшего приближения функций и усредненными с заданным весом характеристиками гладкости их производных. Эти результаты позволяют установить взаимосвязь между аппроксимационными свойствами аналитических функций и характеристиками их гладкости.

Дальнейшие результаты первой главы относятся к теории n -поперечников. Для рассматриваемых в работе классов функций вычислены значения различных n -поперечников, что позволяет установить их аппроксимационные и геометрические характеристики в весовом пространстве Бергмана.

Еще одно направление исследований первой главы связано с установлением аналога неравенства типа Колмогорова в весовом пространстве Бергмана и изучением его применения к задачам теории приближения. Вопросы такого типа связаны с исследованиями В. В. Арестова, В. Ф. Бабенко, Н. П. Корнейчука, В. А. Кофанова, С. А. Пичугова и других исследователей. Для аналитических функций соответствующие экстремальные задачи рассматривались также Р. Р. Акопяном.

Таким образом, в первой главе рассматриваются взаимосвязанные вопросы наилучшего приближения аналитических функций, вычисления n -поперечников соответствующих классов и установления точных неравенств для норм функций и их производных в весовых пространствах Бергмана.

Во второй главе исследуются экстремальные задачи построения наилучших линейных методов приближения различных классов функций, аналитических в круге, в пространствах $B_{q,\gamma}$ и $L_{q,\gamma}$, $1 \leq q \leq \infty$.

Одним из первых фундаментальных результатов в этом направлении для классов аналитических функций стали исследования К. И. Бабенко. Существенный вклад в дальнейшее развитие теории внесли В. М. Тихомиров и Л. В. Тайков. В последующих исследованиях соответствующая тематика получила развитие в работах J. T. Sheik, В. И. Белого, М. З. Двейрина, Ю. А. Фаркова, А. Пинкуса, Г. Г. Магарил-Ильяев, К. Ю. Осипенко, С. Б. Вакарчука и других исследователей. Эти работы были посвящены различным аспектам построения оптимальных линейных методов приближения, вычисления поперечников и исследования экстремальных свойств классов функций. Для ряда рассматриваемых классов строятся оптимальные линейные методы приближения и определяются соответствующие экстремальные подпространства. Полученные результаты продолжают исследования по построению наилучших линейных методов приближения аналитических функций и развивают соответствующие экстремальные задачи в весовых пространствах. В частности, результаты главы обобщают отдельные ранее полученные результаты по оптимальному линейному приближению аналитических функций на рассматриваемые в диссертации классы и пространства.

В заключительной части главы полученные точные значения n -поперечников интерпретируются в терминах задач оптимального восстановления и кодирования

функций. Данное направление связано с исследованиями Н. П. Корнейчука и развитием экстремальных задач теории приближения и оптимального восстановления функций.

Таким образом, первая и вторая главы посвящены различным аспектам одной общей проблематики. Если в первой главе основное внимание уделяется вопросам наилучшего приближения, n -поперечников и точных неравенств для аналитических функций и их производных, то во второй главе рассматриваются задачи построения оптимальных линейных методов приближения и связанные с ними вопросы оптимального восстановления и кодирования функций.

Третья глава посвящена среднеквадратичному приближению функций комплексного переменного рядами Фурье в пространствах Бергмана. В главе рассматривается задача среднеквадратичного приближения функций комплексного переменного, аналитических в односвязной области, с помощью рядов Фурье по ортонормированной системе функций. В частности, изучается случай единичного круга и соответствующей системы степенных функций. На классах аналитических функций, определяемых специальным модулем непрерывности m -го порядка, получены точные оценки скорости сходимости частичных сумм ряда Фурье. Вычислены точные значения n -поперечников соответствующих классов в пространстве B_2 . Рассматривается также задача приближения в среднем функций, аналитических в односвязной области, по ортогональной системе функций. Уточняется один из результатов, связанных с задачей о точной константе в неравенстве Джексона – Стечкина.

Дальнейшие результаты главы относятся к исследованию неравенств типа Джексона для осредненной с весом характеристики гладкости производных аналитических функций. Рассматриваются также вопросы совместного приближения функций и их промежуточных производных. Отдельное направление исследований связано с классами функций, определяемыми с помощью K -функционала Петре. Для таких классов исследуются экстремальные задачи и вычисляются значения соответствующих n -поперечников в пространстве B_2 .

В заключительной части третьей главы рассматривается среднеквадратичное приближение некоторых классов аналитических функций рядами Фурье в весовом пространстве Бергмана $B_{2,\gamma}$. В частности, исследуется случай весов специального вида и устанавливаются точные неравенства типа Джексона – Стечкина, связывающие величину наилучшего среднеквадратичного приближения с K -функционалом Петре.

Результаты трех глав образуют единое исследование, посвященное различным направлениям экстремальной теории приближения аналитических функций. Несмотря на различие конкретных постановок, рассматриваемые задачи объединены общей целью — исследованием аппроксимационных и геометрических характеристик классов аналитических функций в пространствах Бергмана.

Основные результаты диссертации являются новыми и получены автором самостоятельно. В работе исследована задача наилучшего приближения аналитических функций в весовом пространстве Бергмана, вычислены значения n -поперечников ряда классов функций, установлен аналог неравенства типа Колмогорова, найдены

наилучшие линейные методы приближения в пространствах $B_{q,\gamma}$ и $L_{q,\gamma}$, получены результаты, относящиеся к неравенствам типа Джексона – Стечкина, совместному приближению функций и их производных, а также к классам функций, определяемым K -функционалами.

Для решения поставленных задач в диссертации используются современные методы теории функций и функционального анализа, ориентированные на решение экстремальных задач теории приближения. В качестве аппарата приближения используются комплексные алгебраические полиномы.

Диссертация носит теоретический характер. Полученные результаты и использованные методы могут быть применены при дальнейшем исследовании экстремальных задач теории приближения аналитических функций.

Подводя итог, следует отметить, что диссертационная работа Саидусайнова Мукима Саидусайновича посвящена важному кругу задач современной теории приближения функций и содержит значительный объём новых результатов. Полученные результаты относятся к различным аспектам приближения аналитических функций и в совокупности вносят достойный вклад в дальнейшее развитие экстремальной теории приближения в пространствах Бергмана.

Считаю, что диссертационная работа Саидусайнова Мукима Саидусайновича «Экстремальные задачи теории приближения в пространствах Бергмана и связанные с ними вопросы» является завершённым самостоятельным научно-квалификационным исследованием, соответствует всем критериям раздела II Положения о присуждении учёных степеней, установленным для докторской диссертации, а её автор заслуживает присуждения учёной степени доктора физико-математических наук по специальности 1.1.1 — Вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Научный консультант,
академик НАН Таджикистана, доктор
физико-математических наук
по специальности 1.1.1 — Вещественный,
комплексный и функциональный анализ,
профессор кафедры функционального
анализа и дифференциальных уравнений

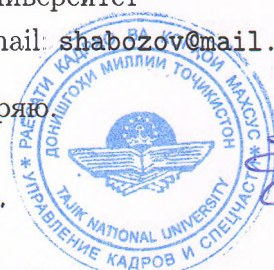


М.Ш.Шабозов

Место работы: 734025, г. Душанбе, пр. Рудаки, 17,
Таджикский национальный университет
Тел.: (+992) 93-500-86-52. E-mail: shabozov@mail.ru

Подпись М.Ш. Шабозова заверяю

Начальник УК СЧ ТНУ



Э.Ш. Тавкиев

25.08.2026