ТАДЖИКСКИЙ НАЦИОНАЛНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

На правах рукописи

ЗАРИФЗОДА АФЗАЛШОХ КАХРАМОН

МОЛЕКУЛЯРНАЯ ТЕОРИЯ РЕЛАКСАЦИОННЫХ ПРОЦЕССОВ, ДИНАМИЧЕСКИХ ВЯЗКОУПРУГИХ И АКУСТИЧЕСКИХ СВОЙСТВ МАГНИТНЫХ ЖИДКОСТЕЙ

Специальность 1.3.8 – Физика конденсированного состояния

ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание ученой степени доктора физико-математических наук

Научный консультант:

доктор физико-математических наук,

профессор Комилов Косим

Душанбе-2022

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ 4
Глава 1. СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ ВЯЗКОУПРУГИХ И АКУСТИЧЕСКИХ СВОЙСТВ МАГНИТНЫХ ЖИДКОСТЕЙ 19
1.1. Общие сведения о нанодисперсных магнитных системах 19
1.2. Теоретические и экспериментальные исследования вязкостных свойств магнитных жидкостей 32
1.3. Теоретические и экспериментальные исследования упругих свойств магнитных жидкостей 43
1.4. Теоретические и экспериментальные исследования акустических свойств магнитных жидкостей 48
Глава 2. СТАТИСТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ГЕТЕРОГЕННОЙ МАГНИТНОЙ ЖИДКОСТИ 59
2.1. Модель двухкомпонентной системы и кинетические уравнения для дисперсной магнитной жидкости 59
2.2. Уравнения обобщенной гидродинамики двухкомпонентной магнитной жидкости 72
2.3. Уравнения для неравновесной бинарной плотности частиц магнитной жидкости в конфигурационном пространстве и их общие решения 79
Глава 3. РЕЛАКСАЦИОННЫЕ ПРОЦЕССЫ И ВЯЗКОУПРУГИЕ СВОЙСТВА НЕЭЛЕКТРОПРОВОДЯЩИХ МАГНИТНЫХ ЖИДКОСТЕЙ 84
3.1. Микроскопическое описание процессов переноса в неэлектропроводящих магнитных жидкостях 84
3.2. Частотная зависимость коэффициентов вязкости и модулей упругости магнитных жидкостей 96

3.3. Зависимости коэффициентов вязкости и модулей упругости магнитных жидкостей от термодинамических параметров состояния 114

Глава 4. СТАТИСТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ПРОЦЕССОВ ПЕРЕНОСА В ЭЛЕКТРОПРОВОДЯЩИХ МАГНИТНЫХ ЖИДКОСТЯХ 130

4.1. Кинетические уравнения и обобщенная гидродинамика электропроводящей магнитной жидкости 130

4.2. Вязкоупругие свойства электропроводящих магнитных жидкостей 138

4.3. Численные расчеты частотной зависимости коэффициентов вязкости и модулей упругости электропроводящих магнитных жидкостей .. 143

Глава 5. ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ РАСПРОСТРАНЕНИЯ И ПОГЛОЩЕНИЯ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН В МАГНИТНЫХ ЖИДКОСТЯХ 160

5.1. Исследование процессов распространения и поглощения сдвиговых волн в магнитных жидкостях 160

5.2. Распространение магнитозвуковых волн в магнитных жидкостях . 170

5.3. Зависимости скорости распространения и коэффициента поглощения акустических волн от концентрации, температуры и магнитного поля в магнитных жидкостях 177

ЗАКЛЮЧЕНИЕ И ОСНОВНЫЕ ВЫВОДЫ 185

ЛИТЕРАТУРА 189

ВВЕДЕНИЕ

Бурное развитие нанотехнологии все больше привлекает интерес исследователей к наночастицам, используемым во многих наносистемах в качестве основных структурных элементов. Применение наночастиц с характерными свойствами в различных системах привело к появлению новых терминов «наноматериалы», «нанотехнологии» и способствовало появлению новых разработок в областях инженерной техники, биологии, медицины, сельского хозяйство и др. В результате введения наночастиц в различные системы, находящие в различных агрегатных состояниях, получаются такие гетерогенные системы, как порошки, суспензии, эмульсии, газовзвеси и аэрозоли, которые являются неотъемлемой частью современной микро- и нанотехнологии. Уменьшение размеров устройств различного назначения, вызванное повышением их энергоэффективности, привело к широкому их применению в различных областях технологии и во многих случаях, в рабочих частях этих устройств используется течение тех или иных нанодисперсных систем. Следовательно, их применение требует всестороннего исследования процессов переноса в дисперсных системах.

Хотя коллоидная химия многие десятилетия интенсивно изучает коллоидные растворы, в науке термины «нанодисперные системы», «наножидкости», «наногазовзвеси» и т.д. появились сравнительно недавно, и они относятся к таким системам, дисперсным компонентом которых являются только наночастицы. Из всех разновидностей нанодисперсных систем наибольшего практического применения нашли наножидкости, то есть жидкости, дисперсным компонентом в которых являются твердые наночастицы. К таким нанодисперсным системам относятся и магнитные жидкости, представляющие собой коллоидные системы наночастиц магнитного материала в обычных жидкостях.

Магнитные жидкости благодаря присутствии в них магнитных наночастиц относятся к группе умных материалов, свойства которых легко можно изменить с помощью внешнего магнитного поля. Магнитные жидкости сочетая в себе свойства текучести и моментального отклика на воздействии внешнего магнитного поля, нашли широкое применение в различных частях технических систем, микротехнологии, медицины, биологии и др. Их уже активно используют в магнитоуправляемых частях конструкций, робототехнике, в качестве амортизаторов и демпфирующих устройств, для диагностики опухолевых и инфекционных заболеваний, магнитной транспортировки лекарственных препаратов, терапии ряда заболеваний и другие.

Успешное применение магнитных жидкостей в технологии требует всестороннего знания закономерностей их поведения под действием внешнего магнитного поля. Из-за сложной структуры магнитной жидкости и возникновения трудностей при моделировании среды, несмотря на существование значительного количества моделей магнитной жидкости, все еще наблюдается стремление к построению новых моделей, позволяющих адекватно описать их свойства и выяснить специфику их поведения во внешнем магнитным поле.

Хотя существуют теории, хорошо описывающие физические свойства разбавленных магнитных жидкостей, до сих пор остаются нерешенными многие вопросы в описании свойств высококонцентрированных магнитных жидкостей, являющиеся важными как с прикладной, так и фундаментальной точек зрения. Существующие трудности в этом направлении в основном связаны с вопросом межчастичного взаимодействия. Главной особенностью концентрированных магнитных жидкостей является то, что в них магнитные частицы находятся в интенсивном диполь-дипольном взаимодействии, имеющем нецентральный дальнодействующий характер. Все это требует введения дополнительных условий, значительно усложняющих

математический аппарат физической теории, описывающий магнитные жидкости.

Таким образом, физические свойства магнитных жидкостей тесно связаны с характером взаимодействия составляющих их частиц между собой и с внешним магнитным полем. В результате взаимодействия частиц магнитной жидкости с внешним полем в ней происходят структурные изменения, что требует учета при ее теоретическом описании.

В условиях технического применения магнитных жидкостей они непрерывно претерпевают структурные изменения и подвергаются различным деформациям и течениям. При деформации в магнитной жидкости термодинамическое равновесие нарушается и при восстановлении условий равновесия в ней протекает ряд процессов, имеющих различные скорости со своими характерными временами релаксации.

Релаксационные процессы, протекающие в магнитных жидкостях, играют важную роль и позволяют исследовать их вязкоупругие, термоупругие и акустические свойства, которые являются определяющими в плане прикладного назначения.

В связи с этим становится актуальным построение термодинамических моделей магнитных жидкостей на основе последовательной физической теории, позволяющей предсказать их свойства. Исследование магнитных жидкостей на основе метода статистической теории позволяет понять механизмы переноса и релаксационные процессы в них и получить систематические данные для сопоставления с экспериментальными результатами.

Целью работы является теоретическое и численное исследование процессов переноса и акустических свойств магнитных жидкостей с учетом вклада трансляционной и структурных релаксационных процессов, а также учета диполь-дипольного взаимодействия частиц магнитной жидкости между собой и их взаимодействия с внешним магнитным полем.

В связи с этим решались следующие задачи:

- выбор модели многокомпонентной системы для неэлектропроводящих и электропроводящих магнитных жидкостей, выбор и обобщение кинетических уравнений для одночастичных и двухчастичных функций распределения, описывающих неравновесные процессы в магнитных жидкостях и позволяющих исследовать вязкоупругие и акустические свойства магнитных жидкостей;
- обобщение уравнений для бинарных плотностей частиц неэлектропроводящих и электропроводящих магнитных жидкостей в конфигурационном пространстве с учетом внешнего магнитного поля, а также анализ диффузионного механизма релаксационных процессов в магнитных жидкостях;
- вывод уравнений обобщенной гидродинамики для многокомпонентных неэлектропроводящей и электропроводящей магнитных жидкостей, входящие в которые парциальные величины определены микроскопически;
- вывод аналитических выражений для динамических коэффициентов сдвиговой и объемной вязкости и соответствующих им сдвиговый и объемный модулей упругости, описывающих вязкоупругие и акустические свойства неэлектропроводящих и электропроводящих магнитных жидкостей;
- анализ асимптотического поведения аналитических выражений для коэффициентов вязкости и модулей упругости при низких и высоких частотах и изучение механизма протекания структурных релаксационных процессов в магнитных жидкостях;
- анализ существования термодинамического предела в полученных аналитических выражениях для коэффициентов вязкости и модулей упругости при учете диполь-дипольного взаимодействия магнитных частиц магнитной жидкости;

- проведение численных расчетов коэффициентов трения, зависящих от параметров состояния и межмолекулярных сил в системе и определение трансляционных и структурных времен релаксации в магнитных жидкостях;
- численное исследование частотной зависимости динамических коэффициентов вязкости и модулей упругости неэлектропроводящих и электропроводящих магнитных жидкостей;
- проведение численных расчетов зависимости коэффициентов вязкости и модулей упругости неэлектропроводящих и электропроводящих магнитных жидкостей от концентрации магнитных частиц, температуры и величины внешнего магнитного поля и сравнение с литературными данными;
- теоретическое исследование сдвиговых, альфвеновских, быстрых и медленных магнитозвуковых волн и анизотропии акустических параметров в магнитных жидкостях;
- исследование частотной дисперсии скорости распространения и коэффициента поглощения сдвиговых и магнитозвуковых волн в магнитных жидкостях;
- проведение численных расчетов зависимости скорости распространения и коэффициента поглощения сдвиговых и магнитозвуковых волн от концентрации, температуры и влияния внешнего магнитного поля в магнитных жидкостях и сравнение с литературными данными.

Научная новизна работы.

- Выбрана обоснованная модель многокомпонентной неэлектропроводящей и электропроводящей магнитных жидкостей и обобщены кинетические уравнения для одночастичных и двухчастичных функций распределения с учетом влияния внешнего магнитного поля.
- Получены уравнения обобщенной гидродинамики для многокомпонентной неэлектропроводящей и электропроводящей магнитных жидкостей на основе метода статистической теории.

- Обобщены уравнения Смолуховского для бинарных плотностей частиц многокомпонентных неэлектропроводящих и электропроводящих магнитных жидкостей и найдены их общие решения. Показано, что функции Грина, являющиеся фундаментальными решениями однородного уравнения Смолуховского, медленно меняются со временем по степенному закону, совпадающему с дальневременными асимптотиками автокорреляционных функций, а механизм перестройки структуры системы является диффузионным.
- Обобщена и развита кинетическая теория вязкоупругих и акустических свойств неэлектропроводящих и электропроводящих магнитных жидкостей с учетом трансляционной и структурных релаксационных процессов.
- Получены аналитические выражения для динамических коэффициентов сдвиговой и объемной вязкости и соответствующих им сдвиговый и объемный модулей упругости многокомпонентных неэлектропроводящих и электропроводящих магнитных жидкостей, выражающиеся посредством равновесных параметров системы. Обнаружено, что релаксация сдвиговой вязкости и сдвигового модуля упругости в магнитной жидкости является как трансляционной, так и структурной. Релаксация объемной вязкости и объемного модуля упругости в магнитной жидкости является только структурной.
- Исследовано асимптотическое поведение коэффициентов вязкости и модулей упругости магнитных жидкостей при низких и высоких частотах. Установлено, что при низких частотах коэффициенты вязкости стремятся к статическим значениям по закону $\omega^{1/2}$. Объемный модуль упругости стремится к значению статического адиабатического объемного модуля упругости, а сдвиговый модуль упругости – к нулю по закону $\omega^{3/2}$. При высоких частотах динамические коэффициенты объемной и сдвиговой

вязкости стремятся к нулю по закону ω^{-1}, а модули упругости не зависят от частоты и переходят к выражениям высокочастотных модулей упругости.

- Показано, что в предельном случае, при малых концентрациях магнитных частиц выражения для коэффициентов вязкости переходят к известному выражению Эйнштейна для эффективной вязкости, а выражения для модулей упругости к классическому выражению Бэтчелора, являющемуся аналогом выражения Эйнштейна.
- Установлено, что область частотной дисперсии коэффициентов вязкости и модулей упругости как неэлектропроводящих, так и электропроводящих магнитных жидкостей является широкой, что обусловлено медленным изменением функций Грина.
- Показано, что с увеличением концентрации магнитных частиц и значения напряженности внешнего магнитного поля коэффициенты вязкости и модули упругости магнитных жидкостей нелинейно увеличиваются, возрастание температуры приводит к их нелинейному уменьшению. Показано, что полученные выражения для коэффициентов вязкости демонстрируют существование сильного магнитовязкого эффекта, наблюдаемого в экспериментах.
- Установлено, что полученные выражения для коэффициентов вязкости и модулей упругости адекватно описывают свойства магнитных жидкостей как при малых, так и при высоких концентрациях магнитных частиц и результаты расчетов согласуются с литературными данными.
- Получены аналитические выражения для скорости распространения и коэффициента поглощения сдвиговых и магнитозвуковых волн, учитывающие анизотропию распространения волн в магнитных жидкостях.
- Установлено, что область частотной дисперсии скорости распространения и коэффициента поглощения сдвиговых и магнитозвуковых волн имеет широкую область релаксации, совпадающую с результатами нелокально-диффузионной теории.

- Показано, что увеличение концентрации магнитных частиц приводит к уменьшению скорости и возрастанию коэффициента поглощения акустических волн в магнитных жидкостях.

Практическая ценность.

Полученные выражения для динамических коэффициентов сдвиговой и объемной вязкостей, а также для сдвигового и объемного модулей упругости неэлектропроводящих и электропроводящих магнитных жидкостей позволяют понять механизмы процессов переноса в них, выявить природу теплового движения частиц системы и предсказать их свойства. На основе этих выражений можно прогнозировать физические свойства магнитных жидкостей в широком диапазоне концентраций магнитных частиц, а также анализировать характер изменения их свойств под действием магнитного поля, что открывает новые возможности для применения управляемых магнитожидкостных систем в технических устройствах. Полученные аналитические выражения для скорости распространения и коэффициента поглощения сдвиговых и магнитозвуковых волн могут быть использованы при обработке экспериментальных данных по акустическим параметрам магнитных жидкостей, объяснят причины появления анизотропии акустических параметров в системе. Полученные теоретические результаты можно использовать при чтении курсов лекции по физике конденсированного состояния и молекулярной физике.

Положения, выносимые на защиту:

- выбор и обоснование модели многокомпонентной магнитной жидкости и обобщение кинетических уравнений для одночастичных и двухчастичных функций распределения, описывающих неравновесные процессы в неэлектропроводящих и электропроводящих магнитных жидкостях;
- обобщение уравнений Смолуховского для бинарных плотностей частиц неэлектропроводящей и электропроводящей магнитных жидкостей, их

решение и анализ дальневременного поведения функции Грина, являющейся фундаментальным решением уравнения Смолуховского;

- вывод аналитических выражений для коэффициентов сдвиговой и объемной вязкостей, а также сдвигового и объемного модулей упругости неэлектропроводящих и электропроводящих магнитных жидкостей, учитывающих диполь-дипольные взаимодействие магнитных частиц и их взаимодействие с внешним магнитным полем;
- анализ асимптотических поведений полученных аналитических выражений для коэффициентов вязкости и модулей упругости при низких и высоких частотах и механизма релаксационных процессов, протекающих в магнитных жидкостях;
- результаты численных расчетов частотной зависимости динамических коэффициентов вязкости и модулей упругости неэлектропроводящих и электропроводящих магнитных жидкостей с учетом влияния внешнего магнитного поля;
- результаты численных расчетов зависимости коэффициентов сдвиговой и объемной вязкости и сдвигового и объемного модулей упругости неэлектропроводящих и электропроводящих магнитных жидкостей от концентрации магнитных частиц, температуры и напряженности внешнего магнитного поля;
- вывод аналитических выражений для скорости распространения и коэффициента поглощения сдвиговых и магнитозвуковых волн в магнитных жидкостях учитывающих влияние внешнего магнитного поля и анизотропии, вызванной возмущением намагниченности;
- результаты численных расчетов скорости и коэффициента поглощения сдвиговых и магнитозвуковых волн в магнитных жидкостях в широком интервале изменения частоты внешнего возмущения, концентрации, температуры и напряженности внешнего магнитного поля.

Апробация работы.

Основные результаты диссертационной работы были доложены и обсуждены на многих республиканских, зарубежных и международных научных конференциях: XVII International Conference on Chemical Thermodynamics in Russia, Kazan, Russian Federation, 2009; XVIII International Conference on Chemical Thermodynamics in Russia, Samara, Russian Federation, 2011; XIX International Conference on Chemical Thermodynamics in Russia, Moscow, 2013; 5th International Conference Physics of liquid matter: modern problems, Kyiv, Ukraine, 21-24 May 2010; 6th International Conference Physics of liquid matter: modern problems, Kyiv, Ukraine, 23-27 May 2014; 7th International Conference Physics of liquid matter: modern problems, Kyiv, Ukraine, 27-31 May 2016; 8th International Conference Physics of liquid matter: modern problems, Kyiv, Ukraine, 18-22 May 2018; V-й всероссийской научной конференции «Физико-химические и прикладные проблемы магнитных дисперсных наносистем» Ставрополь, Россия, 2015; VI-й всероссийской научной конференции «Физико-химические и прикладные проблемы магнитных дисперсных наносистем» Ставрополь, Россия, 2017; 19-й Международной Плесской научной конференции по нанодисперсным магнитным жидкостям, Иваново, Россия, 2020; VI Всероссийской научно-практической конференции с международным участием, Орел, Россия, 2021; 20-й юбилейной всероссийской с международным участием Плесской научной конференции по нанодисперсным магнитным жидкостям, Иваново, Россия, 2022; IV международной научно-практической конференции «Перспективы развития науки и образования» ТТУ им. Акад. М.С. Осими, Душанбе, 2010; Международной научной конференция «Современные проблемы физики», посвященной Году образования и технического знания, Душанбе, 2010; Международной конференции «Современные проблемы физики конденсированных сред и астрофизики», Душанбе, 2010; Международной конференции «Современные вопросы молекулярной спектроскопии

конденсированных сред» посвящённой 50-летию кафедры оптики и спектроскопии ТНУ, Душанбе, 2011; Международной конференции по физике конденсированного состояния, посвящённой 85-летию академика А.А. Адхамова, Душанбе, 2013; Международной конференции «Современные проблемы физики», Душанбе, 2015; IV-й международной конференции «Современные проблемы физики», Душанбе, 2015; Международной конференции «Актуальные проблемы современной физики» посвященной 80-летию памяти Заслуженного деятеля науки и техники Таджикистана, доктора физико-математических наук, профессора Нарзиева Б.Н., Душанбе, 2018; Материалы международной научно-практической конференции «Энергетика – основной фактор развития экономики», Кушониён, 2019; VII-й международной конференции «Современные проблемы физики», Душанбе, 2020; Национальной конференции «Современные проблемы физики конденсированного состояния», посвящённой 70-летию заслуженного деятеля науки и техники Республики Таджикистана, д.ф.-м.н., профессора Бобоева Т.Б., Душанбе, 2012; Республиканской конференции по ядерно-физическим методам анализа состава биологических, геологических, химических и медицинских объектов, Душанбе, 2014; Республиканской научной конференции «Современные проблемы физики конденсированного состояния», Душанбе, 2015; Научно-практической конференции «Современные проблемы естественных наук», Душанбе, 2017; Научно-практической конференции «Развитие естественных наук в период Независимости Республики Таджикистан», Бустон, 2017; Республиканской научно-практической конференции «Современные проблемы физики конденсированного состояния и ядерной физики», Душанбе, 2020; Республиканской научно-теоретической конференции «Вопросы повышения качества образования в средних и высших учебных заведениях Республики Таджикистан», Душанбе, 2021; Симпозиуме физиков Таджикистана посвященного 85-летию академика Р. Марупова, Душанбе, 2021;

Республиканской научно-практической конференции «Современные проблемы естествознания в науке и образовательном процессе», посвященной 20-летию изучения и развития естественных, точных и математических наук, Душанбе, 2022, а также в ежегодных научных конференциях Таджикского национального университета и научных семинарах физического факультета (2010–2022).

Достоверность и научная обоснованность результатов, полученных в диссертационной работе основывается на проведения численных расчетов и построении графиков зависимости коэффициентов вязкости, модулей упругости и акустических величин от термодинамических параметров системы. Полученные теоретические результаты сопоставляется с имеющимися теоретическими и экспериментальными результатами других авторов.

Личный вклад автора заключается в формулировке цели и постановки задач, в выборе модели магнитной жидкости, построении теории, выводе уравнения обобщенной гидродинамики и их решения, получении аналитических выражений для коэффициентов вязкости, модулей упругости и акустических параметров, а также проведение численных расчетов. Основные положения, выводы и полученные результаты, выносимые на защиту, принадлежат автору.

Публикации. По теме диссертационного исследования опубликовано 45 научные работы, в том числе 15 статей в рецензируемых журналах, входящих в Перечень ВАК РФ, 30 статей в сборниках трудов конференций.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения и списка цитируемой литературы из 330 наименований. Общий объем диссертации составляет 225 страницы, включая 2 таблицы и 47 рисунок.

Основное содержание диссертации. Во введении обоснована актуальность темы диссертации, сформулированы ее цели, указаны научная

новизна, практическая ценность, основные положения, выносимые на защиту и апробация проведенных исследований.

В первой главе, которая носит обзорный характер, приведены общие сведения о нанодисперсных магнитных жидкостях, проанализированы теоретические и экспериментальные исследования вязкостных, упругих и акустических свойств неэлектропроводящих и электропроводящих магнитных жидкостей. Рассмотрены существующие теории, описывающие физические свойства разбавленных и концентрированных магнитных жидкостей, перечислены их преимущества и недостатки.

Во второй главе обоснован выбор модели двухкомпонентной магнитной жидкости, приведены системы кинетических уравнений для одночастичных и двухчастичных функций распределения, описывающие неравновесные свойства магнитных жидкостей. На основе система кинетических уравнений получены уравнения обобщенной гидродинамики двухкомпонентной неэлектропроводящей магнитной жидкости. Эти уравнения по виду аналогичны уравнениям обычной гидродинамики, однако, входящие в них тензоры напряжения и векторы потока тепла определены микроскопически и зависят от молекулярных параметров системы. Обобщено уравнение Смолуховского для функций неравновесных бинарных плотностей частиц подсистем магнитной жидкости и приведено их общее решение. Проанализировано дальневременное поведение функции Грина (фундаментальное решение однородного уравнения Смолуховского), подчиняющейся степенному закону.

Третья глава посвящена микроскопическому описанию процессов переноса в неэлектропроводящих магнитных жидкостях. На основе микроскопического выражения для тензора напряжения двухкомпонентной магнитной жидкости выведены аналитические выражения для динамических коэффициентов сдвиговой и объемной вязкости, а также сдвиговый и объемный модули упругости неэлектропроводящих магнитных жидкостей.

Показано, что в полученных выражениях учитывается парциальный вклад каждой подсистемы магнитной жидкости. Проанализировано асимптотическое поведение полученных выражений в предельно низких и высоких частотах. Для каждой подсистемы выбраны подходящие выражения для потенциальных энергий взаимодействия частиц и проведены численные расчеты зависимости коэффициентов вязкости и модулей упругости от частоты внешнего возмущения, концентрации магнитных частиц, температуры и напряженности внешнего магнитного поля. Показано, что учет диполь-дипольного взаимодействия магнитных частиц и их взаимодействия с внешним магнитным полем позволяет обнаружить магнитовязкий и магнитореологический эффекты, наблюдаемые в экспериментах.

В четвертой главе предложена статистическая теория процессов переноса в электропроводящих магнитных жидкостях. На основе выбора модели многокомпонентной системы получена система кинетических уравнений и выведены уравнения обобщенной гидродинамики многокомпонентной электропроводящих магнитной жидкости. Основываясь на методе кинетических уравнений исследованы вязкоупругие свойства электропроводящих магнитных жидкостей. На основе полученных выражений для динамических коэффициентов вязкости и модулей упругости электропроводящих магнитных жидкостей, а также выбора соответствующих выражений для потенциальных энергий взаимодействия частиц подсистем и радиальных функций распределения проведены численные расчеты их зависимости от частоты, концентрации, температуры и магнитного поля.

В пятой главе исследованы процессы распространения и поглощения акустических волн в магнитных жидкостях. Исходя из уравнения движения магнитной жидкости и уравнения эволюции намагниченности исследованы процессы распространения сдвиговых волн в магнитных жидкостях и проведены численные расчеты зависимости скорости и коэффициента поглощения акустических волн от термодинамических параметров системы.

Показано, что при выборе модели магнитной жидкости с вмороженной намагниченностью в ней распространяются три типа магнитозвуковых волн: сдвиговая волна, в предельном случае переходящая в волну альфвеновского типа, быстрая и медленная магнитозвуковая волна. Проведены численные расчеты зависимости скорости распространения и коэффициента поглощения сдвиговых и магнитозвуковых волн от термодинамических параметров системы и частоты внешнего возмущения. Показано, что частотная дисперсия скорости и коэффициента поглощения акустических волн в магнитных жидкостях является широкой, совпадающей с результатами нелокально-диффузионной теорией. На основе полученных аналитических выражений показана анизотропия скорости и коэффициента поглощения магнитозвуковых волн в магнитной жидкости, обусловленные анизотропией магнитного дипольного взаимодействия с внешним полем.

Глава 1. СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ ВЯЗКОУПРУГИХ И АКУСТИЧЕСКИХ СВОЙСТВ МАГНИТНЫХ ЖИДКОСТЕЙ

1.1. Общие сведения о нанодисперсных магнитных системах

Многочисленные исследования и разработки в области нанотехнологии, проведенные в последние годы, позволяли найти новые применения материалов в самых различных областях производства и промышленности. Развитие исследований в области наноразмеров привели к новым научным и технологическим разработкам, которые связаны с проявлением особых свойств материалов на наноуровне. К материалам, имеющим наноразмеры, относятся такие объекты, характерные размеры которых лежат в пределе от 1 до 100 нм [1]. Во многих случаях особые свойства материалов могут проявляться тогда, когда их размеры во много раз превышают условно установленный предел в 100 нм. Поэтому применение приставки «нано» к объектам, в основном, имеет условный характер, связанный с проявлением их особых свойств в достаточно малых размерах.

Наноматериалы, в зависимости от условий их применения, используются в различных агрегатных состояниях. В качестве твердотельных наноматериалов используются нанокристаллические материалы, состоящие из нанокристаллов, фуллериты, состоящие из фуллеренов, слоистые и матричные нанокомпозиты, в объеме которых распределены наночастицы, нанопористые материалы и др. Также в технике свое широкое применение нашли так называемые нанодисперсные системы, которые представляют собой дисперсные системы с наноразмерной дисперсной фазой. К нанодисперсиям

относятся: нанопорошки, состоящие из смеси наночастиц; наносуспензии, состоящие из наночастиц, распределенных в объеме несущей жидкости; наноэмулсии, состоящие из нанокапель жидкости, распределенных в объеме несущей жидкости; наноаэрозоли состоящие из наночастиц, распределенных в объеме определенного газа.

Исследование физики наноматериалов позволяло получить новые материалы и устройств с лучшими характеристиками. Применение наноматериалов уже плотно вошло в процессе масштабного производства, и с успехом используется в био-, нано- и микроэлектротехнологиях. Их используют для производства и транспортировки тепловой энергии, в качестве хладагентов, новых лекарственных и косметических препаратов, в химических процессах, для доставки лекарственных препаратов в организме человека, в качестве датчиков и наносенсоров для мониторинга окружающей среды и многое другое.

Наноаэрозоли, наноэмульсии и наносуспензии, обладая текучестью больше всего нашли свое применение в различных подвижных частях сложной техники.

В наносуспензиях наночастицы, имея размеры менее 100 нм, распределены в объеме дисперсионной среды несущей жидкости. Наночастицы, совершая хаотические тепловое движение, постоянно ударяются об молекулы жидкости-носителя, результатом которого является их постоянное броуновское движение. В результате броуновского движения происходит процесс диффузии наночастиц, приводящий к выравниванию концентрации по всему объему жидкости. С другой стороны, в наносуспензии, заключенной в сосуде, наночастицы подвергаются действию сил тяжести, стремящихся их осаждению на дно сосуды. Также в определенных физико-химических условиях наночастицы активно взаимодействуя между сбой в процессе коагуляции и флокуляции, образуют более крупные агрегаты, что приводит к быстрому их оседанию на дно сосуды. Поэтому наносуспензии

характеризуются агрегативной и седиментационной устойчивостью, которые указывают на способность сохранять неизменной степень дисперсности наночастиц и их равномерное распределение по объему жидкости.

При нарушении агрегативной устойчивости наносуспензии, теряется ее седиментационная устойчивость, поскольку наночастицы увеличиваясь, меньше подвергаются броуновскому движению. Для повышения седиментационной и агрегативной устойчивости наносуспензии, наночастицы покрываются высокомолекулярными веществами, называемыми поверхностно-активными веществами.

По сравнению с наноаэрозолями и наноэмульсиями, наносуспензии в технике нашли более широкое практическое применение в качестве смазочных, упругих элементов и теплоносителей. Среди всех разновидностей наносуспензии большой интерес представляют магнитные наносуспензии, также называемые магнитными жидкостями или феррожидкостями.

Магнитные жидкости представляют собой коллоидные системы, состоящие из магнитных однодоменных наночастиц, диспергированных в жидкости-носителе (воде, керосине и других органических жидкостей) [2, 3]. В качестве твердых магнитных материалов используют железо, ферромагнитные окислы Fe_2O_3, Fe_3O_4, ферриты никеля, кобальта. Размеры магнитных наночастиц, используемых для получении магнитной жидкости, лежат в пределе 2–10 нм [4, 5]. При уменьшении магнитных частиц до таких размеров, они становятся суперпарамагнитными однодоменными частицами с постоянным по величине магнитным моментом $m = M_s V_0$, где M_s – намагниченность насыщения магнитного материала, V_0 – объем магнитного ядра твердой частицы [6]. На магнитные наночастицы в отличии от других наночастиц, используемых в наносуспензии, кроме воздействия силы тяжести также действуют интенсивные магнитные силы межчастичного притяжения, что приводит к более быстрой потере их седиментационной и агрегативной устойчивости. Для оказания препятствия сближению и слипанию магнитных

частиц в коллоид вводится специальное вещество, образующее вокруг твердых частиц поверхностно-активный слой.

Одним из замечательных свойств магнитных наножидкостей отличающих их от других наносуспензий является то, что сохраняя все свойства жидкости, проявляют большую чувствительность к воздействию внешнего магнитного поля. Это позволяет легко и быстро управлять их физическими свойствами.

Впервые в 1965 г. магнитную жидкость синтезировал американский физик С. Пейпелл [7] в связи с проектом «Аполлон» для надежной герметизации подвижных частей космических скафандров и разработкой способов подачи жидкого топлива по трубопроводам [8]. Пейпелл синтезировал магнитную жидкость путем измельчения магнитных частиц в шаровой мельнице. Размол магнетита в мельнице провели в присутствии жидкой основы (керосина) и поверхностно-активного вещества в течение нескольких недель. В результате получили устойчивую магнитную жидкость с магнитными частицами средний размер которых составлял около 10 нм. Хотя механический метод получения магнитных жидкостей был простым, его основными недостатками явились низкая производительность и загрязнения магнитной жидкости в результате истирания металлических шаров при работе мельницы.

Альтернативными механическому методу получения магнитных жидкостей являются методы химической конденсации [8, 9, 10]. Методом химического осаждения магнитные частицы получаются из водных растворов солей металлов, которые диспергируются в жидкости-носителе в присутствии поверхностно-активного вещества.

В последнее время из-за своей доступности и дешевизны большое распространение получили методы на основе химической конденсации, такие как карбонильный метод, метод электролитической конденсации, метод вакуумной конденсации, электроконденсационный метод и др. [9, 11].

После того, как С. Пейпелл синтезировал магнитную жидкость, Р. Розенцвейг с коллегами всесторонне исследовав магнитные жидкости, осуществил ряд разработок для их технического применения. Они в серии своих работ [12–16], систематически исследуя физические свойства магнитных жидкостей, решили ряд вопросов, связанных с их коллоидной устойчивостью и различные случаи гидродинамической неустойчивости в магнитных дисперсных системах. Таким образом Р. Розенцвейг создал новый раздел гидродинамики, называемый «Феррогидродинамика» [3], который посвящен движению жидкости в поле внешних магнитных сил. В уравнения феррогидродинамики входит плотность силы Кельвина $\mu_0(\mathbf{M}\nabla)\mathbf{H}$, где μ_0 – магнитная постоянная, $\mathbf{M}$ – намагниченность жидкости, $\mathbf{H}$ – напряженность магнитного поля. Эта сила характеризует воздействие внешнего магнитного поля на магнитную жидкость.

Внешнее магнитное поле в магнитной жидкости создает давление [3, 17]

$$P_{\mathrm{m}} = \mu_0 \int_0^H M dH .$$

Соответственно распределение давления в неподвижной магнитной жидкости можно определить уравнением

$$\nabla P = \rho \mathbf{g} + \mu_0 M \nabla H , \qquad (1.1)$$

где ρ – плотность жидкости, $\mathbf{g}$ – ускорение частиц жидкости в поле гравитации. Из выражения (1.1) видно, что давление в магнитной жидкости будет больше в тех местах, где выше значение напряженности магнитного поля.

Магнитные свойства магнитных жидкостей зависят от величины магнитного момента дисперсных магнитных частиц и их ориентации в пространстве жидкости-носителя. Если магнитная жидкость помещена во внешнее магнитное поле, магнитные моменты феррочастиц стремятся упорядочиваться в сторону вектора напряженности магнитного поля. С другой стороны тепловое движение их дезориентирует. Процесс дезориентации

магнитных моментов твердых магнетиков в магнитной жидкости происходит двумя путями. В первом случае, в магнитных частицах достаточно малого размера происходят тепловые флуктуации их магнитного момента [18, 19], приводящие к их вращению относительно твердой матрицы. Впервые этот тип вращения магнитных моментов Л. Неел исследовал в своих работах [18, 20], и такие частицы получили название «суперпарамагнитные» [21]. Время релаксации, характеризующее процесса Нееля, определяется формулой

$$\tau_N = \tau_0 \sigma^{-1/2} e^{\sigma},$$

где $\sigma = K_{эф} V / kT$ – константа суммарной анизотропии, V – объем частицы, k – постоянная Больцмана, T – температура. Величина τ_0 зависит от времени затухания ларморовой прецессии и имеет величину порядка 10^{-9} с.

Во втором случае, дезориентация магнитных моментов частиц происходит в результате их броуновского вращения в пространстве жидкости-носителя. Время релаксации вращательной диффузии определяется

$$\tau_D = \frac{3V\eta}{kT},$$

где, η – вязкость жидкости основы.

Для разбавленной магнитной жидкости диполь-дипольным взаимодействием феррочастиц можно пренебречь, и при помещении магнитной жидкости во внешнее магнитное поле ее намагниченность зависит от величины внешнего поля, объемной концентрации коллоидных магнитных частиц, величины их магнитного момента и энергии разориентирующего теплового движения, которое можно описать законом Ланжевена, выведенным для ансамбля молекул парамагнитного газа [21]

$$M = M_s \varphi \left(cth\xi - \frac{1}{\xi} \right) = M_s \varphi L(\xi), \qquad (1.2)$$

где M_s – намагниченность насыщения феррочастиц, φ – объемная концентрация магнетита, $\xi = \mu_0 mH / kT$, m – магнитный момент магнетита.

В области малых значений внешнего поля, принимая $\xi << 1$, разлагая функцию Ланжевена в ряд Тейлора и ограничиваясь первым членом $(L(\xi) = \xi / 3)$, для начальной восприимчивости магнитной жидкости $\chi_L = M / H$ получим:

$$\chi_L = \frac{\mu_0 n m^2}{3kT}. \qquad (1.3)$$

Если предположим, что формы магнитных частиц близки к сферическим, учитывая $m = M_s V$, выражение (1.3) приведем к виду

$$\chi_L = \frac{\pi}{18} \frac{\mu_0 M_\infty M_s d^3}{kT},$$

где $M_\infty = nm$ – намагниченность насыщения магнитной жидкости, d – диаметр магнетитов, n – их числовая плотность.

При сильных внешних полях параметр $\xi >> 1$ и функция Ланжевена $L(\xi) = 1 - 1/\xi$. Следовательно выражение (1.2) принимает вид:

$$M = M_\infty - \frac{6 M_\infty kT}{\pi \mu_0 M_s H d^3}.$$

Следует отметить, что закон Ланжевена не учитывает диполь-дипольное взаимодействие феррочастиц, которые присутствуют в реальных магнитных жидкостях. Учет диполь-дипольного взаимодействия при определении начальной магнитной восприимчивости и намагниченности магнитных жидкостей рассмотрены в работах [23–26].

Впервые межчастичные взаимодействия магнетитов в магнитной жидкости учтены в модели эффективного поля [27], аналогичной модели Вейса [28]:

$$H_{\text{эф}} = H + \kappa M, \; \chi = \frac{\chi_L}{1 - \kappa \chi_L},$$

где константа κ определяет уровень влияния диполь-дипольных взаимодействий на Ланжевеновскую восприимчивость.

Другим приближением является модель Онзагера, на основе которой начальная магнитная восприимчивость определяется в виде

$$\chi = \frac{3\chi_L(1+\chi)}{3+2\chi}.$$

Экспериментальные исследования, проведенные в [29, 30] показывают, что для интерпретации экспериментальных данных теоретическая модель Онзагера лучше подходить, чем модель эффективного поля.

Как отмечено выше, процессы намагничивания магнитной жидкости связаны с различными релаксационными процессами, обусловленными механизмом переориентации магнитных моментов магнетитов в магнитной жидкости. Каждый механизм релаксации намагниченности описывается соответствующим временем релаксации. Эти времена можно определить из экспериментов при вычислении зависимости магнитной восприимчивости от температуры и частоты. В работах [31–33] исследованы зависимости магнитной восприимчивости магнитной жидкости от частоты. В [31] показывается, что, поскольку в магнитной жидкости имеет место полидисперсность магнитных частиц, релаксационные процессы не описываются дискретным набором времен релаксации. Для описания всех времен релаксации в магнитной жидкости вводится функция распределения времен релаксации $c(\tau)$, так что компоненты комплексной магнитной восприимчивости можно определить в виде

$$\chi'(\omega) = \int_0^\infty \frac{c(\tau)d\tau}{1+(\omega\tau)^2}, \qquad \chi''(\omega) = \int_0^\infty \frac{\omega c(\tau)d\tau}{1+(\omega\tau)^2}, \tag{1.4}$$

где ω – циклическая частота внешнего поля.

Как видно из (1.4) комплексные магнитные восприимчивости описываются непрерывным спектром времен релаксации $c(\tau)$ и ее можно определить из эксперимента по зависимости $\chi'(\omega)$, $\chi''(\omega)$. В результате, при достаточно малых частотах намагничивание магнитной жидкости можно описать одним эффективным временем релаксации

$$\tau_{эф} = \frac{1}{\kappa}\int_0^\infty c^*(\xi)d\tau,$$

где $\kappa = \int_0^\infty c(\tau)d\tau$, а функция $c^*(\xi)$ вводится таким образом, чтобы при замене переменных выполнялось соотношение $c^*(\xi)d\xi = c(\tau)d\tau$.

Одним из перспективных направлений в развитии технологического применения нанодисперсных систем является синтез и применение электропроводящих магнитных жидкостей. Электропроводящие магнитные жидкости являются нанодисперсными системами, состоящими из таких твердых магнитных частиц, как железо, магнетит, кобальт, никель и др., суспендированных в жидких металлах. В результате электропроводящая магнитная жидкость наряду с сильными магнитными свойствами, обладает большой электро- и теплопроводностью, что расширяет возможности их производственного применения.

В работе [34] на основе метода электрического осаждения была получена электропроводящая магнитная жидкость из сплавов никеля и железа на основе ртути. В [35, 36] методом электроосаждения были введены частицы железа и гадолиния в ртуть. Для получения электропроводящей магнитной жидкости в качестве жидкой основы также использовались олово, галистан (эвтектический сплав, состоящий из 68.5 % галлия, 21.5 % индия и 10 % олова) и висмутовые сплавы [37].

В экспериментальной работе [38] получена электропроводящая магнитная жидкость на основе ртути с частицами железа и добавками олова и натрия. Показано, что присутствие олова и натрия повышает стабильность магнитной жидкости и улучшает ее свойства. Однако, в долгосрочной перспективе наблюдался рост и кластеризация железных частиц, что даже присутствие олова не могло устранить это. Также в [39] получена металлическая магнитная жидкость из ртути с частицами железа диаметром 4.5 нм, покрытыми оловом и сурьмой. Обнаружено, что использование

металлических покрытий из олова и сурьмы позволяет получить более устойчивую систему.

В [40] исследованы удельное электрическое сопротивление и скрытая теплота электропроводящей магнитной жидкости, полученной на основе ртути с частицами железа, к которым добавлялась сурьма в виде эвтектики сурьма-свинец. Показано, что сурьма, образуя монослой вокруг частиц железа, заметно уменьшает их рост и кластеризацию. При добавлении боле 1 мас.% железа в ртуть вязкость магнитной жидкости резко увеличивается. Однако, добавление сурьмы к жидкости приводит к значительному снижению вязкости, что позволяет увеличивать концентрацию железа до 2,4 мас.%, и при этом получить электропроводящую магнитную жидкость с намагниченностью насыщения 70 кА/м. Аналогичным образом, добавка висмута и лития в электропроводящую магнитную жидкость железа в ртути [41] позволяло уменьшить вязкость до $2 \cdot 10^{-2}$ Па$\cdot$с, и увеличить концентрацию магнитных частиц до 7 мас.%, при этом намагниченность насыщения магнитной жидкости увеличилась до 100 кА/м.

В работах [42, 43] исследована температурная зависимость частотно зависимой магнитной восприимчивости электропроводящей магнитной жидкости на основе ртути с частицами кобальта, покрытыми оловом, в диапазоне температур 80–290 К и при значении частоты 10 кГц. Исследования проводились с тремя образцами объемные доли магнитных частиц в которых соответственно составляли 0.01, 0.003 и 0.001. Измерения показали, что в ходе зависимости магнитной восприимчивости наблюдается три максимума, соответствующих некоторой температуре ниже температуры плавления ртути, при температуре плавления ртути и третий максимум наблюдался выше точки плавления ртути. Было обнаружено, что положение максимумов зависит от концентрации железа и интенсивности охлаждающего поля.

В [44] предложен новый метод получения, контроля и оптимизации электропроводящих магнитных жидкостей с частицами железа в ртути. При

приготовлении магнитной жидкости были использованы два типа магнитных частиц: магнетита Fe_3O_4 и маггемита γ-Fe_2O_3, и исследованы магнитные свойства полученных образцов магнитных жидкостей.

В [45, 46] описаны методы синтеза электропроводящей магнитной жидкости, состоящей из магнитных частиц кобальта, диспергированных в ртути. Было изучено влияние ряда металлических добавок на устойчивость получаемых магнитных жидкостей. Показано, что введение определенного соотношения галлия и олова в магнитной жидкости улучшает свойства и устойчивость системы.

Экспериментальные исследования микроструктуры и физико-механических свойств магнитных жидкостей на основе жидких металлов проведены в [47]. Теоретически исследовано касательное напряжение с учетом коллективного взаимодействия частиц и доказано существование его анизотропии во внешнем магнитном поле.

Известно, что единственный жидкий металл, находящийся при комнатной температуре в равновесии, это ртуть. Хотя ртуть давно уже используется как технологический материал в различных устройствах, таких как термометр, барометр и т.д., она является очень токсичным и выделяет ядовитые пары. Поэтому широкое применение ртути в промышленности привлекает за собой новые риски и общество принимает попытки заменить ее другими подходящими материалами. В связи с этим исследователи предпринимали попытки получить электропроводящие магнитные жидкости на основе других жидких металлов. В [48] была получена магнитная жидкость на основе расплава галлия. В качестве магнитных частиц были использованы магнетит, железо, никель размерами 5–9 нм, которые стабилизировались с помощью олово и цинка. Таким образом получили магнитные жидкости с намагниченностью насыщения до 40 кА/м, а их электропроводность достигала 10^6 1/Ом·м. Для получения высокоустойчивых электропроводящих

магнитных жидкостей, полученные образцы обрабатывались при высоких температурах и подвергались ультразвуковой обработке.

В [49, 50] сообщается о получении нового вида суспензии ионного жидкого металла путем диспергирования наночастиц титана размером 10 нм в жидком натрии. В результате исследовании авторы обнаружили ряд новых поразительных термодинамических и механических свойств ионной жидкости, которые можно наблюдать даже при добавлении небольшого количества наночастиц титана. При этом установлено, что вязкость ионной наножидкости остается почти такой же, как у жидкого натрия. Также в [51] получен новый тип магнитной жидкости на основе ионной жидкости из пиридиния IL, и исследованы ее свойства для использования в качестве магнитожидкостного уплотнителя для вращательных механизмов в высоковакуумных камерах.

Новый метод приготовления магнитной жидкости на основе жидкого металла из эвтектического галлия-индия с введением частиц железа, покрытых серебряной оболочкой с использованием природного мидия описан в работе [52]. Показано, что серебряные оболочки, покрывая частиц железа, предотвращают их сплавление с жидким металлом, улучшают длительную устойчивость и магнитные свойства магнитной жидкости, а также повышают ее электрическую и тепловую проводимость. Установлено, что по сравнению с магнитными жидкостями из жидкого металла, содержащими чистые железные частицы, электропроводность полученного нового образца магнитной жидкости увеличивается на 13.69%, а теплопроводность увеличивается почти в 4 раза. Проведено измерение вязкости магнитной жидкости при различных значениях скорости сдвига и величины магнитного поля. Показано, что с увеличением скорости сдвига вязкость уменьшается, а с возрастанием величины внешнего магнитного поля вязкость магнитной жидкости существенно увеличивается.

В [53] получена магнитная жидкость на основе аморфных магнитных наночастиц Fe-Co-B, введенных в жидкометаллический сплав $Ga_{91.6}Sn_{8.4}$ и отожженных при температуре 550 °C. Аморфные частицы Fe-Co-B после обработки являлись сферическими со средним размером 10.6 нм и после отжига имели намагниченность насыщения на много больше железных магнитных частиц. Полученные на основе сплава $Ga_{91.6}Sn_{8.4}$ магнитные жидкости с аморфными магнитными частицами Fe-Co-B, являясь высокостабильными, проявляли суперпарамагнитные свойства с высокой намагниченностью насыщения. Результаты измерения показали, что магнитные жидкости проявляют высокие термочувствительные магнитные свойства и в них наблюдался сильный магнитовязкий эффект. Кривые гистерезиса зависимости вязкости от магнитного поля показали хорошую обратимость и большую чувствительность к магнитному полю.

В работе [54] демонстрируется метод суспендирования различных магнитных и немагнитных частиц в различных жидких металлах из эвтектического сплава галлия и индия, чистого галлия и эвтектического сплава галлия, индия и олова. При суспендировании в магнитные жидкости вводятся кислоты в качестве флюса, для устранения окисления магнитных частиц и позволяют смачиваться с жидкостью основы, повышая устойчивость системы. При исследовании физических свойств полученных магнитных жидкостей установлено, что при изменении объемной доли магнитных частиц, магнитная проницаемость системы увеличивается в 5 раз, а электропроводность на 13% по сравнению с чистым жидким металлом. Показано, что путем добавления немагнитных частиц, сохраняя магнитные и электрические свойства магнитной жидкости постоянными, можно увеличить ее вязкость в 160 раз. Установлено, что даже при больших значениях объемной концентрации твердых частиц магнитная жидкость ведет себя как ньютоновская.

Следует отметить, что несмотря на большое количество опубликованных экспериментальных и теоретических работ по исследованию

магнитных свойств магнитных жидкостей, до сих пор не существует такая модель, которая учитывала бы вклады всех релаксационных процессов и всесторонне описывала их магнитные свойства. В связи с этим задача исследования магнитных свойств магнитных жидкостей по-прежнему остается важной задачей в исследовании физики магнитных жидкостей.

1.2. Теоретические и экспериментальные исследования вязкостных свойств магнитных жидкостей

Известно, что жидкости являются одним из важнейших материалов в техническом производстве. Синтезируемые в последние годы на их базе наножидкости намного расширяли сферу их практического применения. Наножидкости или наносуспензии проявляя новые эффективные свойства позволяют найти многие новые технические решения.

Поскольку во многих случаях применение наножидкостей связано с их текучестью, то при исследовании их свойств основное внимание направляется на их вязкость. Хотя исследованию вязкостных свойств наножидкостей посвящено большое количество теоретических и экспериментальных работ, до сих пор отсутствуют теории, полноценно описывающие их вязкость, а результаты экспериментов во многих случаях противоречат друг другу.

Впервые теорию эффективной вязкости разбавленных суспензий построил А. Эйнштейн [55]. Эйнштейн учитывал влияние погруженной в жидкость твердый большой частицы на гидродинамическое поле скорости жидкости, что позволяло ему вычислить эффективный тензор напряжений и для эффективного коэффициента сдвиговой вязкости получить формулу

$$\eta_s = \eta_{s0}\left(1 + 2.5\varphi\right), \tag{1.5}$$

где η_{s0} – вязкость несущей жидкости, φ – объемная концентрация твердых частиц. Видно, что эффективный коэффициент вязкости суспензий всегда больше коэффициента вязкости жидкости-основы и зависит от объемной концентрации дисперсных частиц. Формула (1.5) применима для больших частиц, имеющих размеры милли- или микрометра. Сравнение экспериментальных данных по концентрационной зависимости вязкости суспензий показало, что выражение (1.5) удовлетворительно может описать их вязкость только при малых значениях концентрации твердых частиц, лежащих в пределе до 2%. С увеличением концентрации эта формула приводит к заниженным результатам [56, 57]. Таким образом, для суспензий с более высокими концентрациями, где гидродинамические возмущения, обусловленные взаимодействиями дисперсных частиц являются существенными, формула (1.5) становится непригодной.

В 1948 году В. Ванд [58] предложил свою формулу для определения коэффициента вязкости жидкой смеси в виде

$$\eta_s = \eta_{s0}\left(\frac{\exp(2.5\varphi + 2.7\varphi^2)}{1 - 0.609\varphi}\right).$$

В 1951 г. М. Муни [59], учитывая взаимодействия двух соседних сферических частиц для вязкости дисперсной жидкости, предложил следующую формулу:

$$\eta_s = \eta_{s0}\exp\left(2.5\frac{\varphi}{1 - \varphi/\varphi_m}\right),$$

где φ_m – максимальная концентрация частиц при их плотной упаковке.

Позже И. Кригер и Т. Догерти [60], развивая подход Муни и сравнивая результаты вычислений с многочисленными экспериментальными данными, получили полуэмпирическую формулу в виде

$$\eta_s = \eta_{s0}\left(1 - \frac{\varphi}{\varphi_m}\right)^{-[\eta]\varphi}. \qquad (1.6)$$

Здесь [η] – характеристическая вязкость, предельное значение которой для монодисперсных систем равно 2.5.

В 1972 г. Кригер внес поправку в модель (1.6) и, определив более подходящее значение степени, записал ее в виде [61]

$$\eta_s = \eta_{s0}\left(\frac{\varphi_m}{1-\varphi}\right)^{1.82}.$$

Бэтчелор в [62], учитывая влияние броуновского движения твердых сферических частиц на объемное напряжение изотропной суспензии, получил квадратичную зависимость для вязкости:

$$\eta_s = \eta_{s0}(1 + 2.5\varphi + 6.2\varphi^2). \qquad (1.7)$$

Полученная зависимость, по мнению автора, справедлива для значений φ до 10%.

Также Т. Нагатани [63] при вычислении вязкого потока в суспензиях, применял метод возмущений и для вязкости получил зависимость, близкую к формуле Бэтчелора:

$$\eta_s = \eta_{s0}(1 + 2.5\varphi + 6.25\varphi^2).$$

Следует отметить, что во многих случаях экспериментальные данные полученные для коэффициента вязкости наножидкостей противоречивы. Однако установлено, что для концентрированных наножидкостей во всех случаях зависимость коэффициента вязкости от объемной концентрации получается квадратичным:

$$\eta_s = \eta_{s0}(1 + a\varphi + b\varphi^2).$$

Здесь коэффициенты a и b не являются общими и для каждой наножидкости имеют разные значения.

Впервые такая корреляция для наножидкости с частицами TiO_2 была получена в [64]:

$$\eta_s = \eta_{s0}(1 + 5.45\varphi + 108.2\varphi^2).$$

Чуть позже в [65] на основе экспериментальных данных для наносуспензии на основе воды с частицами Al_2O_3 была предложена следующая корреляция:

$$\eta_s = \eta_{s0}(1 + 7.3\varphi + 123\varphi^2).$$

В [66] получено корреляция для двух типов наножидкостей с частицами оксида титана и меди. Выражение коэффициента вязкости для наножидкости на основе этиленгликоля с частицами TiO_2 предложено в виде

$$\eta_s = \eta_{s0}(1 + 10.6\varphi + (10.6\varphi)^2),$$

а для наножидкости на основе воды с частицами меди получена корреляция

$$\eta_s = \eta_{s0}(0.0995 + 3.645\varphi + 468.72\varphi^2).$$

На основе приведенных данных можно заключить, что коэффициент вязкости наножидкостей по сравнению с крупнодисперсными суспензиями с увеличением концентрации растет быстрее. Для каждой наножидкости получается своя корреляция и универсального выражения коэффициента вязкости для наножидкостей не существует.

Следует отметить, что во всех приведенных формулах коэффициент вязкости наножидкостей зависит только от объемной концентрации наночастиц. Однако известно, что коэффициент вязкости всякой жидкости сильно зависит от температуры. Следовательно, при определении коэффициента вязкости наножидкостей необходимо учесть ее температурную зависимость. Поскольку до сих пор последовательная теория, описывающая вязкость жидкостей, отсутствует, обычно для описании зависимости вязкости от температуры используют различные полуэмпирические корреляции [67]. Во многих случаях для наножидкостей в качестве таковой применяют формулу Андраде [68, 69]

$$\eta_s = Aa^{B/T}, \tag{1.8}$$

где коэффициенты A и B зависят от молекулярных параметров жидкости. Также для определении температурной зависимости коэффициента вязкости жидкостей используется формула Орриком и Эрбаром [67]

$$\ln \eta_s = A + BT^{-1} + \ln(\rho M),$$

где ρ – плотность жидкости, M – молекулярная масса, A и B – постоянные зависящие от параметров жидкости.

Магнитные жидкости от других обычных наножидкостей отличаются тем, что их магнитные дисперсные наночастицы всегда находятся в интенсивном магнитном межчастичном взаимодействии. Коэффициент вязкости для магнитных жидкостей тоже намного больше коэффициента вязкости обычных суспензий.

Для коэффициента вязкости концентрированных магнитных жидкостей Розенцвейгом [3] было предложено выражение с двумя константами в виде

$$\eta_s = \eta_{s0} \frac{1}{1 + a\varphi + b\varphi^2}, \tag{1.9}$$

где параметры a и b определялись из условий для минимальных и максимальных значений концентраций. Для достаточно малых концентраций в выражение (1.9) слагаемым, пропорциональным φ^2, можно пренебречь, и его переход в выражении Эйнштейна (1.5) требует принять $a = -2.5$. При некоторой максимальной концентрации частиц суспензия отвердевает, и отношение η_0 / η стремится к нулю. Следовательно, принимая $1 + a\varphi + b\varphi_m^2 = 0$, и, учитывая значение $\varphi_m = 0.74$, соответствующей плотной упаковке сфер, получим $b = 1.55$. Таким образом, выражение (1.9) переходит к виду

$$\eta_s = \eta_{s0} / (1 - 2.5\varphi + 1.55\varphi^2). \tag{1.10}$$

В магнитной жидкости для предотвращения слипания магнитных частиц и возникновения стерического отталкивания их покрывают поверхностно-активным слоем. Если твердая частица радиусом r покрывается слоем диспергирующего вещества толщиной δ, то объемная доля таких частиц в жидкости будет равной $\varphi(1 + \delta / r)^3$. Следовательно, выражение (1.10) можно записать в виде:

$$\frac{\eta_s - \eta_{s0}}{\varphi\eta_s} = 2.5\left(1+\frac{\delta}{r}\right)^3 - 1.55\left(1+\frac{\delta}{r}\right)^6 \varphi .$$

Также, для описания вязкости концентрированных магнитных жидкостей широко используется модель Чонга [70] и его модифицированная формула, хорошо согласующаяся с экспериментальными данными [71, 72]:

$$\eta_s = \eta_{s0}\left(1 + 2.25\frac{\varphi}{1-\varphi/\varphi_m}\right)^2 . \qquad (1.11)$$

На основе анализа, проведенного в [73], установлено, что в диапазоне концентраций $0.6 \le \varphi/\varphi_m \le 1$ модифицированная модель Чонга (1.11) лучше других моделей согласуется с экспериментальными данными.

Модели [3, 70] качественно описывают концентрационную зависимость коэффициента вязкости магнитных жидкостей в широком диапазоне изменения концентрации. Однако исследования, проведенные в [71, 73–75], показали, что количественное согласие этих моделей с экспериментами возможно в том случае, если вводятся подгоночные коэффициенты. Например, в [75] использовался подгоночный коэффициент при вычислении гидродинамической концентрации магнитных частиц:

$$\varphi = c\varphi_т ,$$

где $\varphi_т$ – объемная концентрация магнитных частиц, c – подгоночный коэффициент.

Что касается температурной зависимости коэффициента вязкости, то экспериментальные исследования для низкоконцентрированных ($\varphi < 0.03$) магнитных жидкостей показали, что определяющей является температурная зависимость жидкости основы [76, 77]. Экспериментальные исследования магнитной жидкости на основе силиконового масла [75] при $\varphi = 0.183$ и среднеконцентрированной магнитной жидкости на основе керосина [78] показали, что зависимость вязкости от температуры хорошо описывается формулой Андраде (1.8).

В экспериментальной работе [71] исследована концентрационная и температурная зависимость коэффициента вязкости магнитной жидкости на основе керосина. Показано, что при исследовании зависимости коэффициента вязкости магнитной жидкости от концентрации наилучшее согласие с результатами эксперимента имеет модифицированная модель Чонга. Однако на основе результатов измерения температурной зависимости коэффициента вязкости магнитной жидкости установлено, что наблюдается расхождение с теоретическими данными. В [71] измерения отношения η_s / η_{s0} проведены в диапазоне температур от 20 до 90 °С. В пределе малых концентраций изменения отношения η_s / η_{s0} является незначительным. Далее с ростом концентрации изменение η_s / η_{s0} увеличиваясь, для концентрации $\varphi = 0.2$ изменение отношения η_s / η_{s0} составляет 20%, а для самой концентрированной магнитной жидкости отношение η_s / η_{s0} изменяется в 43 раза. Автор причину такой сильной зависимости связывает с уменьшением с ростом температуры эффективной толщины оболочек молекулы поверхностно-активного вещества.

В работе Колчанова и Колесниченко [72] экспериментально исследованы зависимости коэффициента динамической вязкости магнитных жидкостей на основе керосина и ундекана от концентрации коллоидных частиц и температуры. Результаты эксперимента в работе сравнивались с другими теоретическими моделями и установлено, что наиболее подходящей моделью для аппроксимации полученных данных является модель Чонга. Также показано, что наблюдается сильная температурная зависимость коэффициента вязкости для обоих магнитных жидкостей, что по предположению авторов связано с уменьшением среднего размера агрегатов с ростом температуры.

Одним из важных и особых свойств магнитных жидкостей является то, что они очень чувствительны к внешним магнитным полям. При отсутствии внешнего магнитного поля магнитная жидкость является обычным

коллоидным раствором. Её вязкость в этом случае зависит только от содержания дисперсной магнитной фазы. Присутствие магнитного поля приводит к резкому (в десятки раз) возрастанию вязкости магнитной жидкости называемому магнитовязким эффектом.

В первоначальных теориях разбавленных магнитных жидкостей, не учитывающих взаимодействие между феррочастицами [16, 22, 79], магнитовязкий эффект наблюдался при учете вращательной вязкости, проявляющейся в том, что приложенное внешнее поле предотвращает свободное вращение магнитных частиц в завихренном гидродинамическом потоке. Хотя проведенные расчеты в этих теориях показывают увеличение вязкости магнитной жидкости с повышением значения внешнего магнитного поля, как отмечается в [80], максимальное значение вращательной вязкости не может превышать значение $3/2\eta_{s0}\varphi$, где η_{s0} – вязкость жидкости-носителя.

С другой стороны, теоретические и экспериментальные работы, выполненные в последние годы [81–83], показывают сильный магнитовязкий эффект, существующий во всех магнитных жидкостях. Согласно данных этих работ под действием внешнего поля вязкость может увеличиваться от нескольких десятков до сотен раз.

Впервые явление магнитовязкого эффекта при наличии внешнего магнитного поля было описано в экспериментальных работах [16, 84]. В этих же работах была исследована вращательная вязкость, связанная с переориентации магнитного момента магнитных наночастиц во внешнем поле. Позже явление магнитовязкого эффекта исследовалось в теоретических работах [85–87]. Показано, что максимальное значение вращательной вязкости наступает когда магнитные моменты твердых частиц жестко ориентированы под действием внешнего магнитного поля.

В работах [85, 87] для оценки магнитовязкого эффекта в разбавленной магнитной жидкости предложена формула

$$\Delta\eta_s = \frac{3}{4}\varphi\eta,$$

где $\Delta\eta_s = \frac{\eta_s(H) - \eta_s(0)}{\eta_s(0)}$, $\eta_s(H)$ – коэффициент вязкости при заданном значении внешнего магнитного поля, $\eta_s(0)$ – значение коэффициента вязкости при отсутствии магнитного поля.

В данной модели магнитные частицы считаются монодисперсными и учитывается только их броуновская релаксация. Известно, что в реальной магнитной жидкости имеет место определенный разброс по размерам магнитных частиц и для них характерны как броуновский, так и неелевский механизмы релаксации. На основе этого в [86] при оценке магнитовязкого эффекта учтены оба механизмы релаксации намагниченности магнитных частиц.

Впервые двукратное увеличение коэффициента вязкости под действием внешнего магнитного поля наблюдалось в экспериментальной работе [84], которое позже нашло свое подтверждение в [88]. Относительно сильное увеличение коэффициента вязкости при наличии внешнего магнитного поля было обнаружено при помещении магнитореологических суспензий во внешнее магнитное поле [89]. В магнитореологических суспензиях с магнитными частицами микронного размера при наличии магнитного поля коэффициент вязкости возрастал на порядок [90, 91], но они не являются такими устойчивыми, как магнитные жидкости, и в них со временем происходит фазовое расслоение.

В экспериментальных работах [92, 93] для концентрированных магнитных жидкостей при высоких скоростях сдвига наблюдалось сильное увеличение вязкости в магнитном поле. Такое приращение коэффициента вязкости с увеличением магнитного поля невозможно было объяснить на основе существующих теоретических моделей. В рамках этих моделей магнитная жидкость рассматривалась как дисперсная система с невзаимодействующими сферическими магнитными частицами, магнитные

моменты которых вморожены в их тела. На эти частицы действуют только внешнее магнитное поле и гидродинамическое течение среды. Теоретические расчеты, проведенные на основе принятой модели, предсказывали слабый магнитовязкий эффект, где даже при концентрации соответствующей плотной упаковки твердых частиц и бесконечно сильного внешнего магнитного поля коэффициент вязкости магнитной жидкости не мог превышать 10% коэффициента вязкости жидкости основы. В рамках применимости этих моделей для разбавленных магнитных жидкостей они показали хорошее согласие с экспериментальными результатами [94]. До не давних пор результаты экспериментальных работ [95–109] удачно интерпретировались на основе модели идеальных магнитных жидкостей. Однако в последние годы появились многие экспериментальные данные по исследованию коммерческих высококонцентрированных магнитных жидкостей, результаты которых невозможно объяснить в рамках модели идеальных магнитных жидкостей. В этих экспериментах возрастание коэффициента вязкости под действием магнитного поля было намного больше, чем предсказывали модели идеальных магнитных жидкостей [92]. Например, в экспериментальной работе [110] измерение коэффициента вязкости кобальтовых магнитных жидкостей в магнитном поле показало его увеличение в 100 раз. Одновременно в этих экспериментах наблюдалось сильное уменьшение коэффициента вязкости с увеличением скорости сдвига.

Сильное возрастание коэффициента вязкости концентрированных магнитных жидкостей при увеличении магнитного поля можно объяснить диполь-дипольным взаимодействием магнитных частиц, приводящим к образованию различных цепочечных и кластерных структур. В серии работ А.Ю. Зубарева с сотрудниками [111–113] появление сильного магнитовязкого эффекта объясняется на основе механизма возникновения цепочечных агрегатов магнитных частиц в магнитной жидкости. Для упрощения математической модели предполагается, что магнитные частиц в агрегатах

соединяются по принципу голова-хвост и образуют жесткие стрежни. Несмотря на сильное упрощение модели цепочек в большинстве случаев она хорошо согласуется с экспериментальными результатами [114].

В работах [115–119] исследованы методы увеличения магнитовязкого эффекта путем изменения физических и химических свойств магнитных жидкостей. В [120, 121] было установлено, что изменение размера магнитных наночастиц существенно влияет на магнитовязкий эффект. Для магнитных жидкостей с частицами размером меньше 10 нм магнитовязкий эффект незначителен. Также в [122] показано, что распределение магнитных частиц по размерам тоже влияет на магнитовязкий эффект. В работах [123, 124] исследовано влияние типа поверхностно-активного вещества на вязкостные свойства магнитных жидкостей.

На основе метода статистической теории в [125–128] для модели идеальной изотропной намагниченной магнитной жидкости были исследованы вязкостные свойства магнитных жидкостей. В рамках принятой модели были получены динамические выражения для коэффициентов сдвиговой и объемной вязкости, учитывающие структурные релаксационные процессы, происходящие в магнитной жидкости. Проведенные численные расчеты на основе этих выражений для разбавленных магнитных жидкостей находились в хорошем согласии с экспериментальными результатами.

Из рассмотренных теоретических и экспериментальных исследований можно заключить, что вязкость магнитных жидкостей в зависимости от концентрации магнитных наночастиц, их типа и ориентации магнитных моментов, содержания поверхностно-активного вещества, свойства жидкости-носителя и других факторов проявляется по разному. Кроме того, в большинство случаев определяется только статический коэффициент сдвиговой вязкости. Роль динамических процессов на изменение свойств магнитных жидкостей и механизмы релаксационных процессов мало изучены.

В магнитных жидкостях под воздействием внешнего магнитного поля релаксационные процессы существенно влияют на поведение их термодинамических параметров. Следовательно, для выявления вклада релаксационных процессов в вязкостные свойства магнитных жидкостей необходимо систематическое исследование динамических коэффициентов вязкости на основе строгих микроскопических теорий, позволяющих учитывать вклады различных релаксационных процессов, в частности, структурной релаксации.

1.3. Теоретические и экспериментальные исследования упругих свойств магнитных жидкостей

Управление физическими свойствами жидкостей с помощью внешнего магнитного поля позволяет получить новые решения ряда технических и инженерных задач. Магнитные жидкости, как искусственно синтезированные материалы, легко управляются слабыми магнитными полями. Помещая магнитную жидкость во внешнее магнитное поле, можно легко изменять ее поведение и физические свойства, такие, как вязкость, упругость, теплопроводность, оптическая проницаемость [129, 130].

Теоретические и экспериментальные работы, посвященные исследованию вязкостных свойств магнитных жидкостей, позволяют решить задачи, связанные с их применением в качестве смазывающих материалов, измерительных приборов, герметизирующих устройств. Вместе с тем многие колебательные системы, созданные на основе магнитных жидкостей, такие как амортизаторы и демпфирующие устройства, датчики перемещения и акустические системы, основаны на упругих колебаниях магнитных

жидкостей [77, 131]. Следовательно, требуется детальный теоретический и экспериментальный анализ упругих свойств магнитных жидкостей.

В [132] теоретически исследованы магнитореологические свойства магнитных жидкостей с кластерными частицами и показано, что предложенная модель объясняет обнаруженные в экспериментах эффекты длительной релаксации напряжения с характерным временем и существованием остаточного напряжения, сохраняющегося после прекращения течения среды.

Механическая реакция эластомерных композитов с железными частицами на приложенное магнитное поле исследована в [133]. Показано, что модуль упругости композита под воздействием магнитного поля, увеличивается на 30–40%. Также изучено влияние частоты на модуль упругости и показано, что возрастание частоты приводит к увеличению этого модуля композитного материала.

Упругие свойства магнитных гелей, представляющих собой намагничивающиеся частицы, распределенные в мягкой и упругой матрице, исследованы в [134, 135].

В [136] представлены результаты теоретического изучения эффективного модуля сдвига магнитного геля, состоящего из намагниченных частиц, изотропно распределенных в упругой матрице. Там же, на основе аналогии между решениями задач о вязком течении и упругих свойствах, а также известных результатов теории намагничиваемости макроскопическое напряжение композита представили в виде

$$\sigma = \sigma_{\mathrm{el}} + \sigma_{\mathrm{m}}, \tag{1.12}$$

где $\sigma_{\mathrm{el}} = G_{\mathrm{el}}\gamma$ – напряжение сдвига в упругом композите с твердыми частицами, G_{el} – соответствующий модуль сдвига композита, $\sigma_{\mathrm{m}} = \frac{1}{2}\varphi\mu_0\langle M_x\rangle$ – часть общего напряжения, создаваемая приложенным магнитным полем, $\langle M_x\rangle$ – соответствующая составляющая намагниченности, усредненная по

всем относительным положениям частиц в композите, φ – объемная концентрация частиц, μ_0 – магнитная проницаемость вакуума.

На основе результатов работы Бэтчелора и Грина [137] эффективный модуль сдвига G_{el} представлен в виде

$$G_{el} = G_0(1 + 2.5\varphi + 5.2\varphi^2), \tag{1.13}$$

где G_0 является модулем сдвига материала матрицы композита.

Как известно, формула (1.13) для обычных суспензий и композитных материалов хорошо описывает экспериментальные данные при концентрации частиц твердой фазы до 10–15%. Для более точного определения модуля сдвига феррожидкостей, магнитных суспензий и магнитных гелей, необходимо учесть магнитное взаимодействие между твердыми частицами.

В [136] при учете магнитного взаимодействия твердых частиц, показано, что при незначительной магнитоиндуцированной анизотропии приложенное поле приводит к уменьшению модуля сдвига, тогда как сильная анизотропия может вызвать его увеличение с возрастанием напряженности магнитного поля.

В [138] рассматривается возможность применения магнитных жидкостей в качестве магнитожидкостной мембраны, принцип работы которого, основан на упругих колебаниях магнитной жидкости. В работе экспериментально исследовано поведение магнитожидкостной мембраны, получены значения частот собственных колебаний и коэффициент затухания колебательной системы при различных значениях объемной концентрации магнитных частиц.

Процесс образования воздушной полости в магнитной жидкости, транспорт и удержание ее силами магнитной левитации изучены в [139]. В работе исследованы упругие и диссипативные свойства магнитной жидкости на основе керосина с частицами магнетита Fe_3O_4. Экспериментально показано, что транспортируемую воздушную полость можно использовать в качестве подвижного рефлектора звуковой волны в магнитной жидкости. Установлено,

что диссипация упругой энергии в магнитной жидкости обусловлена тремя механизмами: механизмом вязкого течения пристеночных слоев магнитной жидкости, механизмом излучения упругих колебаний в окружающую среду и механизмом межфазного теплообмена. При оценке параметров выяснено, что основные вклады в диссипацию упругой энергии магнитной жидкости дают механизмы межфазного теплообмена и вязкого течения пристеночных слоев магнитной жидкости.

В [140] исследованы упругие свойства магнитной жидкости в сильном магнитном поле. Проведены комплексные измерения частоты и коэффициента затухания колебаний в магнитной жидкости, коэффициента пондермоторной упругости, кривой намагничивания, напряженности магнитного поля, а также смещения жидкости под действием гидростатического давления. Также в работе строится модельная теория формирования упругости магнитной жидкости в трубке, удерживаемой магнитной левитацией в сильном магнитном поле, определяются пондермоторный, статический и динамический коэффициенты упругости магнитной жидкости. В работе показано, что на основе данных о коэффициенте пондермоторной упругости и гидростатического коэффициента упругости можно определить намагниченность насыщения магнитной жидкости.

На основе кинетических уравнений для одночастичной и двухчастичной функций распределения и микроскопического выражения тензора напряжения, полученных в [126], получены аналитические выражения для динамических сдвигового и объемного модулей упругости магнитных жидкостей, учитывающих релаксационные процессы, протекающие в исследуемой системе. Показано, что полученные выражения описывают динамическое поведение упругих свойств магнитных жидкостей в широком диапазоне частот. Рассмотрено асимптотическое поведение модулей упругости при низких и высоких частотах. В [127] на основе аналитических выражений для сдвигового и объемного модулей упругости магнитной

жидкости на основе керосина проведены численные расчеты их зависимости от частоты внешнего возмущения при различных значениях градиента напряженности внешнего магнитного поля. Показано качественное согласие полученных теоретических результатов с общей релаксационной теорией. Также в [141] на основе полученных в [126] динамических выражений для сдвигового и объемного модулей упругости для магнитной жидкости на основе керосина с частицами магнетита проведены численные расчеты зависимости этих величин от концентрации, плотности, намагниченности, температуры и градиента напряженности магнитного поля. Показано, что обоих модулей упругости с увеличением концентрации, плотности и намагниченности возрастают. С увеличением температуры наблюдается нелинейное уменьшение сдвигового и объемного модулей упругости. С ростом величины градиента напряженности магнитного поля модули упругости линейно возрастают.

Следует отметить, что хотя исследованию упругих свойств магнитных жидкостей посвящено большое количество работ, в основном параметры определены статически и не учитываются вклады релаксационных процессов, происходящих в магнитной жидкости. Аналитические выражения для модулей упругости, приведенные в [126, 127, 141], учитывают вклады различных релаксационных процессов, протекающих в магнитных жидкостях, однако эти выражения получены в рамках идеализированной магнитной жидкости, и не могут описывать свойства высококонцентрированных магнитных жидкостей.

Следовательно, всестороннее исследование динамических упругих свойств в магнитных жидкостях в широком интервале изменения концентрации и других термодинамических параметров системы, с учетом вкладов различных релаксационных процессов представляет значительный интерес.

1.4. Теоретические и экспериментальные исследования акустических свойств магнитных жидкостей

Исследование процессов распространения и поглощения акустических волн в жидкостях позволяет определить физические свойства исследуемых жидкостей и использовать их в практических целях. В настоящее время очень хорошо развиты акустические методы исследования, и их результаты нашли широкое применение в различных областях физики. В последнее время все чаще появляются публикации по исследованию наноструктур и свойств магнитных жидкостей на основе акустического анализа [131, 142].

Магнитные жидкости, проявляя высокую чувствительность к воздействию внешнего магнитного поля, под его действием резко изменяют свои физические свойства, такие как вязкость, текучесть, сжимаемость, упругость, теплопроводность и другие. Перспективы их технического применения зависят от уровня имеющейся информации о поведении магнитных жидкостей под действием внешнего магнитного поля. Одним из предпочтительных методов исследования магнитных жидкостей является метод акустических исследований, который позволяет получить информацию о структуре магнитной жидкости и отслеживать релаксационные процессы, происходящие в ней.

В первоначальных экспериментальных исследованиях зависимости скорости распространения и коэффициента поглощения акустических волн от термодинамических параметров системы в магнитных жидкостях были проведены в отсутствии внешнего магнитного поля. Также в теоретических моделях, где магнитная жидкость рассматривалась как идеальная дисперсная система из твердых магнитных частиц, стабилизированных поверхностно-активным слоем в жидкости носителе, при распространении и поглощении акустических волн не учитывалось влияние внешнего магнитного поля.

Первые экспериментальные исследования по измерению скорости ультразвука в магнитных жидкостях были проведены в [143]. Было установлено, что присутствие магнитных частиц в магнитной жидкости приводит к уменьшению скорости звука. Также показано, что с ростом температуры скорость ультразвука в магнитной жидкости уменьшается. Установлено, что температурная зависимость скорости звука в магнитной жидкости в основном определяется температурной зависимостью жидкости-носителя.

В [144] была исследована температурная зависимость скорости распространения звука в магнитных жидкостях на основе керосина и воды. Установлено, что в магнитной жидкости на основе керосина температурный коэффициент скорости звука является отрицательным, когда объемная концентрация магнитных частиц варьируется в пределе 1.7–10.5%. Для магнитной жидкости на основе воды на температурной зависимости скорости звука был обнаружен максимум, положение которого, изменялось с изменением концентрации магнетита.

В [145] была измерена скорость ультразвука в магнитной жидкости на основе керосина с различными концентрациями и установлено, что с увеличением объемной концентрации магнитных частиц скорость ультразвука заметно уменьшается. Полученные результаты хорошо согласовывались с результатами работы [144].

Исследование зависимости скорости ультразвука в магнитной жидкости на основе керосина от концентрации магнетитов, проведенное в [146], являлось более содержательным. Измерения проводились на основе импульсно-фазового метода на частоте 2.5 Мгц. При измерении скорости звука объемная концентрация магнетитов изменялась в пределах $0-27.1\%$, при этом, скорость звука уменьшалась на 20%, а волновое сопротивление увеличилось почти в 2 раза. В работе [147] систематически исследованы акустические свойства магнитных жидкостей на основе керосина,

трансформаторного масла и воды. Проводилась серия измерений скорости распространения ультразвука в магнитных жидкостях в диапазоне температур 293–253 К. Во всех исследуемых магнитных жидкостях наблюдалось уменьшение скорости ультразвука с увеличением объемной концентрации магнитных частиц. Как и в [144] был найден сдвиг максимума в температурной зависимости скорости звука в магнитной жидкости на основе воды.

В [148] исследованы физические свойства магнитной жидкости на основе керосина с различными концентрациями магнетита в пределе 0.2–9.75%. Скорость ультразвука измерялась на частоте 25 МГц, а измерение коэффициента поглощения проводились на частотах 15 и 25 МГц. Показано, что потери ультразвуковой энергии в магнитной жидкости связаны с механизмом вязкого трения, а также с запаздыванием теплообмена между двумя фазами, обусловленным различием их физических свойств. На основе полученных результатов авторы приходят к заключению, что активные механизмы диссипации в магнитной жидкости разделяются на вязкие потери, рассеяние на дисперсной фазе и внутренний теплообмен.

В работах [149–151] на основе метода акустической спектроскопии исследованы скорость распространения и коэффициент поглощения ультразвуковых волн в магнитных жидкостях в диапазоне частот 3–50 МГц. Измерения скорости и коэффициента поглощения звуковых волн были проведены в магнитных жидкостях на основе керосина, воды и трансформаторного масла в диапазоне температур 293–333 К. В магнитной жидкости на основе керосина с объемной концентрацией 22.2% была обнаружена дисперсия скорости ультразвука, которая с ростом температуры уменьшалась. Проведенные измерения в широком диапазоне частот позволяли обнаружить релаксационный характер затухания ультразвука и установить область дисперсии коэффициента поглощения в магнитных жидкостях на основе воды и керосина.

В работе [152] экспериментально измерены значения коэффициента поглощения ультразвука в магнитной жидкости на основе воды с концентрацией магнетита $\varphi = 0.357$ при температурах 283, 293 и 303 К в диапазоне частот 3–40 МГц. Установлено, что коэффициент поглощения ультразвука с возрастанием частоты нелинейно уменьшается. При постоянной частоте коэффициент поглощения с ростом температуры уменьшался, находясь в согласии с данными [150].

В [153] теоретически исследован вязкостный механизм затухания звуковых волн в магнитных жидкостях и для случая сферических магнитных частиц получено следующее выражение для декремента затухания:

$$\delta^* = \frac{\varphi}{2}(1-\varphi)\frac{(\rho_p - \rho_f)^2}{\rho_p \rho_f}\omega\tau, \tag{1.14}$$

где $\tau = \frac{2}{9}\frac{r^2(1-\varphi)\rho_p\rho_f}{\eta\rho}$, ρ_p, ρ_f – плотности дисперсной фазы и несущей среды, соответственно.

Результаты теоретических расчетов [153] были уточнены в работе [154] и выражение для декремента затухания (1.14) приведена к следующему виду:

$$\delta^* = \frac{1}{2}m^2\omega\tau\frac{Q}{Q^2 + S^2}, \tag{1.15}$$

где

$$Q = 1 + D_b\sqrt{\omega\tau}, \; m^2 = \varphi\frac{(\rho_p - \rho_f)^2}{\rho_p\rho_f}, \; D_b = \sqrt{\frac{k_\tau}{2}},$$

$$S = \sqrt{\omega\tau}\left[D_b + (1 + D_\lambda)\sqrt{\omega\tau}\right], \; D_\lambda = \frac{k}{9}, \; k_\tau = \frac{9}{2}\frac{\rho}{(1-\varphi)\rho_p}.$$

Выражение (1.15) полностью совпадает с выражением коэффициента затухания, полученным в [155] на основе вязкостного механизма затухания ультразвука в магнитной жидкости. Однако численные расчеты коэффициента затухания ультразвука, проведенные в [155], показали, что вязкостный

механизм не может описывать экспериментальные результаты, полученные для магнитных жидкостей на основе керосина, додекана и воды.

В работах [156, 157] также были предприняты попытки описать дисперсию скорости звука в магнитных жидкостях на основе вязкостного механизма поглощения звука. Однако эти исследования не привели к заметному успеху.

Как известно присутствие внешнего магнитного поля приводит к резкому изменению физических свойств магнитных жидкостей. Следовательно, при наличии внешнего магнитного поля в теории распространения волн в магнитных жидкостях необходимо учитывать зависимости акустических параметров от напряженности магнитного поля, что в значительной мере усложняет теоретические исследования. В связи с этим, несмотря на существование большого количества теоретических моделей магнитных жидкостей [158] все еще строятся новые модели [107, 159, 160], позволяющие учитывать те эффекты в магнитных жидкостях, которые проявляются при наличии внешнего магнитного поля.

Как отмечается в [161], результаты экспериментальных исследований о влиянии внешнего магнитного поля на акустические параметры в магнитных жидкостях во многих случаях противоречивы. В одном из первых исследований [157], в котором учитывалось влияние магнитного поля на скорость распространения звука, сообщалось о значительном повышении скорости ультразвука (до 30–50%) в магнитной жидкости на основе воды. В [162] указывалось на методические ошибки в работе [157] и показано, что результаты завышены почти на два порядка.

В [143] показано, что действие однородного и неоднородного магнитного поля силой до 600 Э в магнитной жидкости на основе керосина не вызывает изменения скорости распространения звука. Также в работе [147] авторы, используя фазовый и импульсный методы измерения скорости ультразвука при наличии внешнего магнитного поля до 40 кА/м в магнитных

жидкостях на основе воды, керосина и трансформаторного масла, не заметили изменения скорости звука. Экспериментальные исследования, проведенные в [163], показали, что в магнитной жидкости на основе воды с концентрацией 8% при наличии внешнего магнитного поля до 380 кА/м скорость звука ни в продольном, ни в поперечном направлении относительно волнового вектора ультразвуковой волны не изменяется.

В [164] исследовано влияние внешнего магнитного поля на скорость распространения ультразвуковых волн в магнитной жидкости на основе керосина. Результаты измерения показали, что в магнитной жидкости с намагниченностью насыщения 48 кА/м в отсутствии магнитного поля скорость ультразвука равна 1135 м/с. При наличии внешнего магнитного поля напряженностью 100 кА/м при совпадении направлений вектора магнитного поля и волнового вектора скорость равна 1139 м/с, а в случае, когда эти векторы перпендикулярны, скорость звука составляла 1137 м/с.

В [165] исследовано затухание ультразвука в зависимости от угла между волновым вектором и вектором напряженности магнитного поля на частоте 2.25 МГц в магнитной жидкости на основе воды. Измерения коэффициента затухания проводилась при фиксированном угле с постепенным увеличением напряженности магнитного поля до 2.5 кГс. Установлено, что для некоторых значений углов при увеличении напряженности магнитного поля коэффициент затухания, постепенно увеличиваясь, при $H = 300$ Гс достигает максимума, после чего начинает уменьшатся. При дальнейшем увеличении внешнего поля коэффициент затухания пройдя минимум, снова начнет нелинейно возрастать. При некоторых углах, при включении и увеличении магнитного поля коэффициент затухания сначала уменьшается, после, пройдя через минимум начинает возрастать.

В ряде экспериментальных работ были изучены характер изменения скорости и коэффициента затухания ультразвука в магнитных жидкостях при их помещении во внешнее магнитное поле, меняющееся во времени с

заданной скоростью. В работе [166] приведены результаты измерения коэффициента поглощения в магнитной жидкости на основе воды при коллинеарной и ортогональной ориентации волнового вектора с напряженностью магнитного поля, когда скорость возрастания магнитного поля изменялась от 15 А·м/с до 1.5 кА·м/с. В некоторых измерениях наблюдалось резонансное поглощение ультразвука, ранее обнаруженное в [167].

В работе [168] экспериментально исследовано изменение скорости ультразвука в магнитной жидкости на основе воды при коллинеарной ориентации волнового и магнитного поля с различными скоростями возрастания магнитного поля: 16, 48, 136 и 480 А·м/с. Во всех случаях возрастания напряженности магнитного поля увеличение скорости звука не превышало 25 м/с.

В [169] была исследована анизотропия коэффициента поглощения звука под действием возрастающего внешнего магнитного поля со скоростью 200 А·м/с. Измерения зависимости коэффициента поглощения от напряженности магнитного поля проводились при фиксированных углах. Показано, что с возрастанием напряженности магнитного поля анизотропия коэффициента поглощения увеличивается.

Согласно нового механизма, предложенного в [170], процесс диссипации энергии ультразвука в магнитной жидкости происходит за счет колебаний двух феррочастиц в вязкой среде. Изменение среднего расстояния между этими частицами имеет релаксационный характер и зависит от угла, образованного осью частиц и волновым вектором. Теоретические численные расчеты, проведенные в [170], показали их хорошие согласие с экспериментальными результатами [169].

В [171] экспериментально исследована частотная зависимость анизотропии скорости ультразвука в магнитной жидкости на основе воды. В отсутствии магнитного поля в магнитной жидкости плотностью 1148 кг/м^3,

намагниченностью насыщения $M_s = 12$ кА/м при температуре 293 К скорость звука была равна $c = 1481$ м/с. Перед измерением акустическая ячейка с магнитной жидкостью в течение 50 ч выдерживалась в магнитном поле с индукцией 0.27 Тл. Измерения анизотропии скорости звука проводилась на частотах 2.733, 8.132 и 14.053 Мгц, и значение угла между волновым вектором и направлением внешнего магнитного поля изменялось от 0 до 90°. Показано, что частотную зависимость анизотропии скорости звука наиболее отчетливо можно наблюдать при малых углах.

Процессы распространения ультразвуковых волн в коммерческих магнитных жидкостях на основе воды (W-40) и керосина (HC-50) на частотах 1, 2 и 4 МГц были исследованы в [172]. Экспериментальные измерения были проведены импульсным методом. При измерении угол между волновым вектором и вектором магнитного поля варьировался от 0 до 90° с постепенным увеличением внешнего магнитного поля до 550 мТл. Показано, что скорость ультразвука в магнитных жидкостях зависит от частоты, температуры, времени приложения магнитного поля и значения напряженности магнитного поля. В эксперименте были обнаружены гистерезис и анизотропия скорости звука в используемых магнитных жидкостях.

Экспериментальные исследования распространения ультразвука в магнитной жидкости на основе воды [172] показали, что анизотропия скорости распространения и коэффициент затухания звука зависят от концентрации магнитного материала. В слабоконцентрированной магнитной жидкости при значении магнитного поля 1.5 кГс с увеличением угла между волновым вектором и вектором напряженности магнитного поля скорость ультразвука и коэффициент затухания монотонно возрастая, при $\vartheta = \pi / 2$ достигают максимума. В концентрированной магнитной жидкости при тех же условиях эксперимента наблюдается противоположное явление.

Влияние частоты внешнего возмущения, температуры и концентрации магнетита на скорость распространения и коэффициент поглощения звуковых

волн в магнитных жидкостях систематически исследовались в ряде работ [174–176].

В серии работ В.М. Полунина с сотрудниками, систематизированных в его монографиях [131, 177], подробно исследованы особенности распространения звуковых волн в магнитных жидкостях. Рассмотрены такие важные явления, как акустомагнитный и магнитоакустические эффекты в магнитных жидкостях. Систематически анализировался акустогранулометрический метод, позволяющий определить распределение магнитных частиц по размерам в магнитных жидкостях и изучать вещества в нанокристаллическом состоянии.

Основные трудности, возникающие при исследовании акустических параметров магнитной жидкости, связаны с ее многокомпонентностью. При вычислении скорости звука в дисперсных системах необходимо учитывать взаимодействие компонентов системы. В [131] при исследовании распространения звуковых волн в магнитных жидкостях используется аддитивная модель формирования упругости в микронеоднородной среде [178–182] и на основе этой модели получено выражение для адиабатной скорости звука.

В [183] получены выражения для скорости и коэффициента поглощения ультразвука в полидисперсных магнитных жидкостях и, на основе анализа акустических спектров магнитной жидкости, предлагается метод определения концентрации и размеров частиц дисперсной фазы. Измерения проводились в магнитной жидкости на основе додекана на частотах 12–2000 МГц. Показано, что распределение магнитных частиц по размерам описывается функцией логарифмического нормального распределения. Результаты экспериментальных исследований показали, что с увеличением частоты скорость распространения звука возрастает, а коэффициент поглощения уменьшается.

В серии работ И.Э. Овчинникова и В.В. Соколова [184–188] при исследовании явления распространения и поглощения акустических волн в

магнитных жидкостях используются различные континуальные модели. В [184] исследуется распространение магнитозвуковых волн в идеальной магнитной жидкости с вмороженной намагниченностью. На основе этой модели получены выражения для скорости распространения трех волн: быстрой и медленной магнитозвуковых волн и волны альфвеновского типа. Проведены численные расчеты на примере магнитной жидкости на основе воды и показано согласие полученных расчетов с экспериментальными результатами для быстрой магнитозвуковой волны.

В [185, 186] теоретически исследовано распространение звуковых волн в магнитной жидкости с внутренним вращением. На основе этой же модели с учетом однородного стационарного магнитного поля получены выражения для скорости распространения и коэффициента поглощения быстрой, медленной и альфвеновской волн. Проведен численный расчет угловой зависимости скорости медленной магнитозвуковой волны в магнитной жидкости EMG-605 с объемной концентрацией $\varphi = 0.039$, плотностью $\rho = 1180$ кг/м^3 при действии однородного стационарного магнитного поля $H = 160$ кА/м. Показано, что в отличие от теории магнитной жидкости с вмороженной намагниченностью [184], где медленная волна не может распространяться перпендикулярно магнитному полю, в модели магнитной жидкости с внутренним вращением медленная волна распространяется как в направлении, так и перпендикулярно внешнему магнитному полю.

В [187, 188] исследованы распространение звуковых волн в магнитных жидкостях с равновесной и вмороженной намагниченностью. Показано, что в магнитной жидкости с равновесной намагниченностью распространяется одна звуковая волна. Напротив, в магнитной жидкости с вмороженной намагниченностью распространяются три волны: быстрая и медленная магнитозвуковая волна и волна альфвеновског типа. Проведены численные расчеты угловой зависимости скорости распространения магнитозвуковых

волн в магнитных жидкостях на основе воды W-40 и EMG-605 и показано хорошее их согласие с экспериментальными результатами.

Следует отметить, что в литературе существуют различные теории, описывающие акустические явления в магнитных жидкостях. Существование значительного количества акустических моделей связано со сложной структурой магнитной жидкости и выбора ее модели с применением тех или иных критериев. В зависимости от выбранных моделей в одних теориях скорость звука получается изотропной, в других анизотропной [161]. Кроме того, в теориях последовательно не учитывается влияние релаксационных процессов на акустические параметры.

Следовательно, систематическое исследование акустических параметров магнитных жидкостей на основе точных аналитических методов с учетом вкладов различных релаксационных процессов представляет значительный интерес.

Глава 2. СТАТИСТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ГЕТЕРОГЕННОЙ МАГНИТНОЙ ЖИДКОСТИ

2.1. Модель двухкомпонентной системы и кинетические уравнения для дисперсной магнитной жидкости

Когда первые синтезированные магнитные жидкости показали широкую возможность управлять их физическими свойствами внешним магнитным полем, они сразу нашли своё применения в науке, технике и самых различных областях человеческой деятельности. Вместе с тем были развиты различные теории по физико-химическим свойствам магнитных жидкостей, начиная от простых моделей идеальной магнитной жидкости до сложных теорий учитывающих в них неравновесную намагниченность и другие внутренние явления.

Магнитные жидкости, сильно взаимодействуя с внешним магнитным полем и сохраняя высокую степень текучести, проявляют уникальные механические, термодинамические, вязкоупругие, акустические, оптические и другие свойства. Естественные жидкости обычно диамагнитны и не могут сильно взаимодействовать с магнитным полем. Напротив, искусственно созданные магнитные жидкости, благодаря присутствию в них частицы магнитного материала, легко управляются слабыми магнитными полями. Вследствие малого размера магнитных частиц магнитной жидкости, они практически являются однодоменными, и имеют большой магнитный момент. В связи с этим магнитная восприимчивость магнитных жидкостей в десятки и сотни раз выше обычных жидкостей и ее намагниченность насыщения в средних магнитных полях достигает 100 кА/м. Для предотвращения слипания магнитных частиц в магнитной жидкости, их покрывают поверхностно-

активным слоем, что с одной стороны повышает длительную устойчивость магнитной жидкости, а с другой, уменьшая размеры магнитного ядра частиц, ухудшает ее магнитные свойства. Соответственно, при получении магнитных жидкостей необходимо соблюдать оптимальное соотношение между поверхностно-активным веществом и магнетитом, чтобы сохранять как их устойчивость, так и хорошие магнитные характеристики. Магнитные частицы, взвешенные в жидкости-носителе, благодаря их малым размером и присутствии стабилизирующего вещества, все время находятся в тепловом броуновском движении.

Природу теплового движения, явления переноса и диссипативных процессов, происходящих в жидкостях, можно изучить на основе информации, полученной при отклонении их структуры от равновесной. Неравновесные процессы в жидкостях исследуются на основе различных методов: неравновесного статистического оператора, временных корреляционных функций, кинетического уравнения, проекционных операторов, молекулярной динамике и др.

В методе неравновесной статистической теории, как известно, одним из самых первых, в тоже время самых важных кинетических уравнений является кинетическое уравнение Больцмана [189, 190]. В любом кинетическом уравнении до тех пор, пока не определен явный вид интеграла столкновений, его практическое применение и описание релаксационных процессов не возможно. При определении интеграла столкновений в уравнении Больцмана для газов принимаются некоторые предположения. Во первых, газ предполагается достаточно разреженным, что происходят только парные столкновения частиц с сильными отталкиваниями, приводящими к большому изменению импульса. Во-вторых, поскольку газ разреженный и средняя длина свободного пробега много больше радиуса действия межмолекулярных сил, можно исключить эффекты, связанные с корреляцией скоростей. Это позволяет использовать предположение «молекулярного хаоса»,

обеспечивающего необратимость кинетического уравнения. В основном в интеграле столкновений уравнения Больцмана эволюция частиц при взаимодействии определяется большими изменениями их импульсов.

Уравнение Больцмана описывает неравновесные свойства разреженных газов и позволяет получить коэффициенты переноса, которые содержат члены первого порядка по плотности. Полученные результаты согласуются с экспериментом лишь в пределах малой плотности. Другим же методом, на основе анализа Чепмена–Энскога [190] и применения параметра разложения, также можно получить коэффициенты переноса, удовлетворительно описывающие плотные одноатомные газы. В теории Чепмена–Энскога, как и при построении уравнения Больцмана, используется гипотеза молекулярного хаоса, которая с увеличением плотности становится все менее справедливой. Следующим шагом для последовательного получения коэффициентов переноса из уравнения Больцмана и получения замкнутой системы уравнений гидродинамики, является моментный метод Грэда [191].

При определении интеграла столкновений Больцмана, согласно первому предположению, газ принимается достаточно разреженным, чтобы учитывать лишь парные столкновения. В малые интервалы времени в системе твердых сфер даже при высокой плотности процессы межчастичного взаимодействия можно рассматривать как последовательность парных столкновений. В этом случае плотность системы на определение интеграла столкновений никакого влияния не оказывает.

Однако неприменимость уравнения Больцмана к жидкостям заключается в том, что в нем используется гипотеза молекулярного хаоса и в интеграле столкновений вместо двухчастичной функции распределения, учитывающей корреляции между молекулами, содержатся парные произведения одночастичных функций распределения.

Согласно рентгенографическим данным в структуре жидкости имеется ближний порядок. Количественной структурной характеристикой жидкости

является радиальная функция распределения $g(r)$, которая тесно связана с двухчастичной функцией распределения:

$$F_2(\mathbf{q}_1,\mathbf{q}_2,\mathbf{p}_1,\mathbf{p}_2,t) = F_1(\mathbf{q}_1,\mathbf{p}_1,t)F_1(\mathbf{q}_2,\mathbf{p}_2,t)g(r_{12}).$$

Для газов, где ближний порядок отсутствует, двухчастичная функция распределения, как в уравнении Больцмана, просто превращается в произведение одночастичных функций распределения:

$$F_2(\mathbf{q}_1,\mathbf{q}_2,\mathbf{p}_1,\mathbf{p}_2,t) = F_1(\mathbf{q}_1,\mathbf{p}_1,t)F_1(\mathbf{q}_2,\mathbf{p}_2,t).$$

Другим важным и наиболее известным уравнением в методе кинетической теории является уравнение Фоккера-Планка. Уравнение Феккера-Планка описывает систему высокой плотности, состоящую из частиц с плавно убывающим потенциалом межчастичного взаимодействия. В таких системах понятие парных столкновений теряет смысл и эволюция больше не определяется большими изменениями импульсов пар взаимодействующих молекул. В этом случае движение выделенной частицы рассматривается как стохастическое со временем корреляции τ, так что при больших значениях времени ее движение не коррелирует с начальным движением. То есть должно выполняться условие, в котором автокорреляционная функция действующей на частицу силы на временах $s > \tau$ должна обращаться в нуль:

$$\langle F_1(t)F_1(t+s)\rangle = 0.$$

Это условие вводя диссипацию в динамическое описание системы заменяет гипотезу молекулярного хаоса и тем самым обеспечивает необратимость кинетического уравнения.

Следует отметить, что в плотных газах или жидкостях ни интеграл столкновений Больцмана, ни интеграл столкновений Фоккера-Планка не обеспечивают адекватного описания эволюции системы. В жидкостях частицы, интенсивно взаимодействуя, принимают коллективный характер. Соответственно, в неравновесных жидкостях присутствуют как пространственные корреляции плотности, так и корреляции скоростей.

Райс и Олнет предположили, что для учета обоих корреляций правую часть кинетического уравнения можно представить в виде суммы интегралов столкновений Больцмана и Фоккера-Планка. При этом предполагается, что столкновение происходит в два этапа: короткий процесс, сопровождающийся сильным изменением импульса, и длительный процесс, во время которого имеет место последовательность случайных малых изменений импульса.

Н.Н. Боголюбов [192], принимая условия полного ослабления начальных корреляций за время, много меньшее времени парных столкновений, указал путь систематического вывода разложения кинетического уравнения по степеням плотности. Из этих уравнений в приближении малой плотности получается уравнение Больцмана, а для систем со слабым взаимодействием кинетические уравнения Власова и Ландау.

В начале показалось, что этот метод дает возможность построить кинетическое уравнение в любом приближении по плотности. Однако дальнейшие исследования показали, что для плотных систем в цепочке уравнений для функций распределения в интегралах столкновений, учитывающих функции распределения высокого порядка, наблюдается расхождение.

Ю.Л. Климонтович в [193] показал, что если требование полного ослабления начальных корреляций за время, много меньшее времени парных столкновений, заменить менее жестким требованием – частичным ослаблением начальных корреляций, тогда можно получить уравнения для сглаженных функций распределения, учитывающие диссипации, обусловленные парными столкновениями.

На основе метода построения кинетических уравнений, предложенного Ю.Л. Климонтовичем в работе [194], были получены кинетические уравнения для сглаженных неравновесных одночастичной $f_1(\mathbf{q}_1,\mathbf{p}_1,t)$ и двухчастичной $f_2(\mathbf{q}_1,\mathbf{q}_2,\mathbf{p}_1,\mathbf{p}_2,t)$ функций распределения частиц, описывающие необратимые процессы в классических жидкостях. В более поздних работах [126, 127, 195–

199], эти уравнения обобщены для растворов электролитов и магнитных жидкостей, и на их основе исследованы вязкоупругие, термоупругие и акустические свойства упомянутых жидкостей.

Как уже отметили в главе I, для модели однородной, невзаимодействующей магнитной жидкости результаты проведенных теоретических исследований в [125–128, 195, 196] по вязкоупругим и акустическим свойствам магнитных жидкостей в пределах малых концентраций находились в удовлетворительном согласии с экспериментальными литературными данными. Однако в последние время получены высококонцентрированные магнитные жидкости, объемная доля магнитных частиц которых достигает до 20%. Их вязкость в присутствии магнитного поля в десятки и сотни раз возрастает. Результаты наблюдения показывают, что даже при таких высоких концентрациях и больших значениях магнитного поля магнитная жидкость ведет себя как одно целое и долгое время сохраняет своею устойчивость. Если магнитные свойства магнитной жидкости определяется присутствием в ней магнетита, во многих других динамических процессах, таких как процессы переноса, диссипации и т.д., существенный вклад вносит несущая жидкость. Теоретические модели, построенные в рамках идеализированной магнитной жидкости не в силах описать физические свойства концентрированных магнитных жидкостей. Для этого необходимо построить теорию, на основе которой магнитную жидкость можно рассмотреть как двухкомпонентную систему.

Одной из теоретических моделей, использующейся для описания свойств жидкостей, является ячеечная модель или теория свободного объема [200, 201], особенность которой заключается в ее связанности со свойствами межмолекулярного взаимодействия и удачном выборе потенциалов взаимодействия между структурными единицами системы. В ячеечной модели полный объем системы разбивается на периодически повторяющиеся элементарные объемы, т.е. ячейки, в каждой ячейке которой находится одна

частица. В некоторых вариантах модели в ячейках могут находиться несколько частиц. Чтобы приблизить ячеечные модели к реальным жидкостям, допускают, что ячейки в системе имеют разные размеры и расположены неупорядоченным образом.

В работе [202] на основе ячеечной модели построена статистическая теория, позволяющая рассматривать магнитную жидкость как совокупность двух независимых подсистем: магнитная подсистема, состоящая из магнитных частиц и молекулярная подсистема, состоящая из молекул жидкости-носителя. Такой подход показывает, что свободные энергии подсистемы дают аддитивный вклад в полную свободную энергию системы и, соответственно, термодинамика системы аддитивна по термодинамикам подсистемы. Независимость подсистем позволяет проводить независимые вычисления их корреляционных функций.

В монографии [203], также на основе представленой ячеечной модели, исследуются физические свойства магнитных жидкостей. Рассматривается магнитная подсистема при слабых и произвольных полях, оценивается поведение магнитной восприимчивости в зависимости от параметров состояния системы, а также рассматривается свободная энергия и магнитостатика системы.

Согласно этой модели, некоторый объем V магнитной жидкости содержащий N молекул жидкости-носителя и n феррочастиц, покрытых слоем поверхностно-активного вещества, разбивается на n ячеек так, чтобы в каждой ячейке содержалась одна феррочастица и молекулы жидкости-носителя (рис. 1). Объемная концентрация феррочастиц с диаметром $d \approx 5-10$ нм считается малой: $\varphi \approx 0.1-0.001$. В каждой ячейке в среднем будет содержаться $N_{\Delta} = N / n = 10^5 - 10^7$ молекул.

При таком разбиении станет возможным: 1) пренебрегать энергией взаимодействия молекул из разных ячеек, по сравнению с энергией взаимодействия молекул внутри ячейки; 2) для каждой феррочастицы, кроме

феррит-ферритного взаимодействия, учитывается ее взаимодействие с молекулами только из ее ячейки (из-за того, что размер феррочастицы много больше размера молекулы, а убывание потенциала имеет степенной характер, погрешность расчета энергии ~ $N_{\Delta}^{-1/3}$).

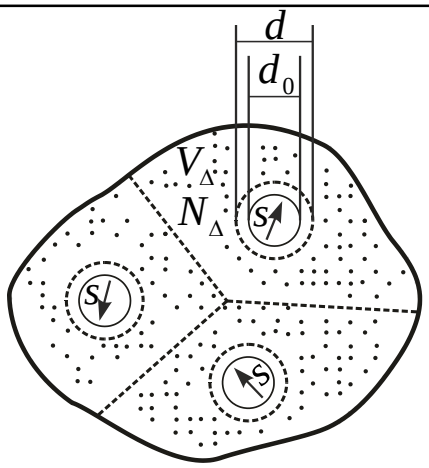


Рис. 1. Ячеечная модель магнитной жидкости

Таким образом, сделанные допущения позволяют считать ячейки независимыми, и, в силу аддитивного свойства потенциальной энергии, магнитную жидкость можно рассматривать как совокупность двух независимых подсистем: магнитной подсистемы, состоящей из феррочастиц, находящихся во внешнем магнитном поле, взаимодействующих между собой посредством диполь-дипольного потенциала и короткодействующего отталкивательного потенциала поверхностно-активного слоя; молекулярной подсистемы, состоящей из молекул жидкости-носителя, взаимодействующих между собой посредством потенциала, имеющего сферически симметричную асимптотику и диполь-дипольное взаимодействие.

Рассмотрим двухкомпонентную магнитную жидкость, содержащую N частиц, N_{f} из которых являются монодисперсными сферическими феррочастицами, а N_{s} из них, молекулы жидкости-носителя. Состояние такой системы описывается функцией распределения $F_{N_{\mathrm{s}}+N_{\mathrm{f}}}(\mathbf{q}_{1\mathrm{s}},...,\mathbf{q}_{N\mathrm{s}},\mathbf{q}_{1\mathrm{f}},...,\mathbf{q}_{N\mathrm{f}},\mathbf{p}_{1\mathrm{s}},...,\mathbf{p}_{N\mathrm{s}},\mathbf{p}_{1\mathrm{f}},...,\mathbf{p}_{N\mathrm{f}},t)$ определяемая уравнением Лиувилля

$$\frac{\partial F_{N_{\mathrm{s}}+N_{\mathrm{f}}}}{\partial t}+\sum_{1\le \mathrm{n}\le N_{\mathrm{s}}+N_{\mathrm{f}}}\left(\frac{\partial H}{\partial \mathbf{p}_{\mathrm{n}}}\frac{\partial F_{N_{\mathrm{s}}+N_{\mathrm{f}}}}{\partial \mathbf{q}_{\mathrm{n}}}-\frac{\partial H}{\partial \mathbf{q}_{\mathrm{n}}}\frac{\partial F_{N_{\mathrm{s}}+N_{\mathrm{f}}}}{\partial \mathbf{p}_{\mathrm{n}}}\right)=0. \qquad (2.1)$$

Если потенциальную энергию системы принять как сумму парных потенциальных энергий взаимодействия частиц системы и сумму их потенциалов во внешнем поле в виде

$$\Phi = \sum_{\mathrm{n}} U_0(\mathbf{q}_{\mathrm{n}}) + \frac{1}{2} \sum_{\substack{\mathrm{n,m=1} \\ (\mathrm{m} \neq \mathrm{n})}} \Phi(|\,\mathbf{q}_{\mathrm{n}} - \mathbf{q}_{\mathrm{m}}\,|), \tag{2.2}$$

для функции Гамильтона имеем:

$$\begin{aligned} H = &\sum_{\mathrm{n=1}}^{N_{\mathrm{s}}} T(\mathbf{p}_{\mathrm{ns}}) + \sum_{\mathrm{n=1}}^{N_{\mathrm{f}}} T(\mathbf{p}_{\mathrm{nf}}) + \sum_{\mathrm{n=1}}^{N_{\mathrm{f}}} U_0(\mathbf{q}_{\mathrm{nf}}) + \\ &+ \sum_{\substack{\mathrm{n,m} \\ (\mathrm{m>n})}}^{N_{\mathrm{s}}} \Phi(|\,\mathbf{q}_{\mathrm{ns}} - \mathbf{q}_{\mathrm{ms}}\,|) + \sum_{\substack{\mathrm{n,m} \\ (\mathrm{m>n})}}^{N_{\mathrm{f}}} \Phi(|\,\mathbf{q}_{\mathrm{nf}} - \mathbf{q}_{\mathrm{mf}}\,|) + \sum_{\mathrm{n=1}}^{N_{\mathrm{s}}} \sum_{\mathrm{m=1}}^{N_{\mathrm{f}}} \Phi(|\,\mathbf{q}_{\mathrm{ns}} - \mathbf{q}_{\mathrm{mf}}\,|). \end{aligned} \tag{2.3}$$

Теперь, учитывая (2.2) и (2.3) в (2.1), интегрируя его по координатам фазового пространства и переходя к частичным функциям распределения

$$F_{\mathrm{s}}(\mathbf{q}_{1\mathrm{s}}, \mathbf{p}_{1\mathrm{s}}, t) = \int F_{N_{\mathrm{s}}+N_{\mathrm{f}}}\, d\mathbf{q}_{2\mathrm{s}} \cdots d\mathbf{q}_{N\mathrm{s}} d\mathbf{q}_{1\mathrm{f}} \cdots d\mathbf{q}_{N\mathrm{f}} d\mathbf{p}_{2\mathrm{s}} \cdots d\mathbf{p}_{N\mathrm{s}} d\mathbf{p}_{1\mathrm{f}} \cdots d\mathbf{p}_{N\mathrm{f}},$$

$$F_{\mathrm{ss}}(\mathbf{q}_{1\mathrm{s}}, \mathbf{q}_{2\mathrm{s}}, \mathbf{p}_{1\mathrm{s}}, \mathbf{p}_{2\mathrm{s}}, t) = \int F_{N_{\mathrm{s}}+N_{\mathrm{f}}}\, d\mathbf{q}_{3\mathrm{s}} \cdots d\mathbf{q}_{N\mathrm{s}} d\mathbf{q}_{1\mathrm{f}} \cdots d\mathbf{q}_{N\mathrm{f}} d\mathbf{p}_{3\mathrm{s}} \cdots d\mathbf{p}_{N\mathrm{s}} d\mathbf{p}_{1\mathrm{f}} \cdots d\mathbf{p}_{N\mathrm{f}},$$

$F_{\mathrm{f}}(\mathbf{q}_{1\mathrm{f}}, \mathbf{p}_{1\mathrm{f}}, t)$, $F_{\mathrm{ff}}(\mathbf{q}_{1\mathrm{f}}, \mathbf{q}_{2\mathrm{f}}, \mathbf{p}_{1\mathrm{f}}, \mathbf{p}_{2\mathrm{f}}, t)$, $F_{\mathrm{sf}}(\mathbf{q}_{1\mathrm{s}}, \mathbf{q}_{2\mathrm{f}}, \mathbf{p}_{1\mathrm{s}}, \mathbf{p}_{2\mathrm{f}}, t)$ получим цепочку уравнений:

$$\begin{aligned} &\frac{\partial F_{\mathrm{s}}}{\partial t} + \frac{p_{1\mathrm{s}}^{\alpha}}{m_{\mathrm{s}}} \frac{\partial F_{\mathrm{s}}}{\partial q_{1\mathrm{s}}^{\alpha}} - \frac{N_{\mathrm{s}} - 1}{V} \int \frac{\partial \Phi(|\,\mathbf{q}_{1\mathrm{s}} - \mathbf{q}_{2\mathrm{s}}\,|)}{\partial q_{1\mathrm{s}}^{\alpha}} \frac{\partial F_{\mathrm{ss}}}{\partial p_{1\mathrm{s}}^{\alpha}} d\mathbf{q}_{2\mathrm{s}} d\mathbf{p}_{2\mathrm{s}} - \\ &- \frac{N_{\mathrm{f}}}{V} \int \frac{\partial \Phi(|\,\mathbf{q}_{1\mathrm{s}} - \mathbf{q}_{1\mathrm{f}}\,|)}{\partial q_{1\mathrm{s}}^{\alpha}} \frac{\partial F_{\mathrm{sf}}}{\partial p_{1\mathrm{s}}^{\alpha}} d\mathbf{q}_{1\mathrm{f}} d\mathbf{p}_{1\mathrm{f}} = 0, \\ &\frac{\partial F_{\mathrm{ss}}}{\partial t} + \sum_{\mathrm{n=1}}^{2} \Bigg[\frac{p_{\mathrm{ns}}^{\alpha}}{m_{\mathrm{s}}} \frac{\partial F_{\mathrm{ss}}}{\partial q_{\mathrm{ns}}^{\alpha}} - \frac{\partial \Phi(|\,\mathbf{q}_{1\mathrm{s}} - \mathbf{q}_{2\mathrm{s}}\,|)}{\partial q_{\mathrm{ns}}^{\alpha}} \frac{\partial F_{\mathrm{ss}}}{\partial p_{\mathrm{ns}}^{\alpha}} - \frac{N_{\mathrm{s}} - 2}{V} \int \frac{\partial \Phi(|\,\mathbf{q}_{\mathrm{ns}} - \mathbf{q}_{3\mathrm{s}}\,|)}{\partial q_{\mathrm{ns}}^{\alpha}} \times \\ &\times \frac{\partial F_{\mathrm{sss}}}{\partial p_{\mathrm{ns}}^{\alpha}} d\mathbf{q}_{3\mathrm{s}} d\mathbf{p}_{3\mathrm{s}} - \frac{N_{\mathrm{f}}}{V} \int \frac{\partial \Phi(|\,\mathbf{q}_{\mathrm{ns}} - \mathbf{q}_{1\mathrm{f}}\,|)}{\partial q_{\mathrm{ns}}^{\alpha}} \frac{\partial F_{\mathrm{ssf}}}{\partial p_{\mathrm{ns}}^{\alpha}} d\mathbf{q}_{1\mathrm{f}} d\mathbf{p}_{1\mathrm{f}} \Bigg] = 0, \end{aligned} \tag{2.4}$$

$$\frac{\partial F_{\mathrm{f}}}{\partial t}+\frac{p_{1\mathrm{f}}^{\alpha}}{m_{\mathrm{f}}}\frac{\partial F_{\mathrm{f}}}{\partial q_{1\mathrm{f}}^{\alpha}}+F_{m}^{\alpha}(\mathbf{q}_{1\mathrm{f}},t)\frac{\partial F_{\mathrm{f}}}{\partial p_{1\mathrm{f}}^{\alpha}}-\frac{N_{\mathrm{f}}-1}{V}\int\frac{\partial\Phi(|\mathbf{q}_{1\mathrm{f}}-\mathbf{q}_{2\mathrm{f}}|)}{\partial q_{1\mathrm{f}}^{\alpha}}\frac{\partial F_{\mathrm{ff}}}{\partial p_{1\mathrm{f}}^{\alpha}}d\mathbf{q}_{2\mathrm{f}}d\mathbf{p}_{2\mathrm{f}}-$$
$$-\frac{N_{\mathrm{s}}}{V}\int\frac{\partial\Phi(|\mathbf{q}_{1\mathrm{s}}-\mathbf{q}_{1\mathrm{f}}|)}{\partial q_{1\mathrm{f}}^{\alpha}}\frac{\partial F_{\mathrm{sf}}}{\partial p_{1\mathrm{f}}^{\alpha}}d\mathbf{q}_{1\mathrm{s}}d\mathbf{p}_{1\mathrm{s}}=0,$$
$$\frac{\partial F_{\mathrm{ff}}}{\partial t}+\sum_{\mathrm{n}=1}^{2}\left[\frac{p_{\mathrm{nf}}^{\alpha}}{m_{\mathrm{f}}}\frac{\partial F_{\mathrm{ff}}}{\partial q_{\mathrm{nf}}^{\alpha}}+F_{m}^{\alpha}(\mathbf{q}_{\mathrm{nf}},t)\frac{\partial F_{\mathrm{ff}}}{\partial p_{\mathrm{nf}}^{\alpha}}-\frac{\partial\Phi(|\mathbf{q}_{1\mathrm{f}}-\mathbf{q}_{2\mathrm{f}}|)}{\partial q_{\mathrm{nf}}^{\alpha}}\frac{\partial F_{\mathrm{ff}}}{\partial p_{\mathrm{nf}}^{\alpha}}-\frac{N_{\mathrm{f}}-2}{V}\times\right.$$
$$\left.\times\int\frac{\partial\Phi(|\mathbf{q}_{\mathrm{nf}}-\mathbf{q}_{3\mathrm{f}}|)}{\partial q_{\mathrm{nf}}^{\alpha}}\frac{\partial F_{\mathrm{fff}}}{\partial p_{\mathrm{nf}}^{\alpha}}d\mathbf{q}_{3\mathrm{f}}d\mathbf{p}_{3\mathrm{f}}-\frac{N_{\mathrm{s}}}{V}\int\frac{\partial\Phi(|\mathbf{q}_{\mathrm{nf}}-\mathbf{q}_{1\mathrm{s}}|)}{\partial q_{\mathrm{nf}}^{\alpha}}\frac{\partial F_{\mathrm{ffs}}}{\partial p_{\mathrm{nf}}^{\alpha}}d\mathbf{q}_{1\mathrm{s}}d\mathbf{p}_{1\mathrm{s}}\right]=0, \tag{2.5}$$

$$\frac{\partial F_{\mathrm{sf}}}{\partial t}+\left(\frac{p_{1\mathrm{s}}^{\alpha}}{m_{\mathrm{s}}}\frac{\partial}{\partial q_{1\mathrm{s}}^{\alpha}}+\frac{p_{1\mathrm{f}}^{\alpha}}{m_{\mathrm{f}}}\frac{\partial}{\partial q_{1\mathrm{f}}^{\alpha}}+F_{m}^{\alpha}(\mathbf{q}_{1\mathrm{f}},t)\frac{\partial}{\partial p_{1\mathrm{f}}^{\alpha}}\right)F_{\mathrm{sf}}-\frac{\partial\Phi(|\mathbf{q}_{1\mathrm{s}}-\mathbf{q}_{1\mathrm{f}}|)}{\partial q_{1\mathrm{s}}^{\alpha}}\frac{\partial F_{\mathrm{sf}}}{\partial p_{1\mathrm{s}}^{\alpha}}-$$
$$-\frac{\partial\Phi(|\mathbf{q}_{1\mathrm{s}}-\mathbf{q}_{1\mathrm{f}}|)}{\partial q_{1\mathrm{f}}^{\alpha}}\frac{\partial F_{\mathrm{sf}}}{\partial p_{1\mathrm{f}}^{\alpha}}-\frac{N_{\mathrm{s}}-1}{V}\int\frac{\partial\Phi(|\mathbf{q}_{1\mathrm{s}}-\mathbf{q}_{2s}|)}{\partial q_{1\mathrm{s}}^{\alpha}}\frac{\partial F_{\mathrm{sf\,s}}}{\partial p_{1\mathrm{s}}^{\alpha}}d\mathbf{q}_{2\mathrm{s}}d\mathbf{p}_{2\mathrm{s}}-$$
$$-\frac{N_{\mathrm{s}}-1}{V}\int\frac{\partial\Phi(|\mathbf{q}_{1\mathrm{f}}-\mathbf{q}_{2s}|)}{\partial q_{1\mathrm{f}}^{\alpha}}\frac{\partial F_{\mathrm{sf\,s}}}{\partial p_{1\mathrm{f}}^{\alpha}}d\mathbf{q}_{2\mathrm{s}}d\mathbf{p}_{2\mathrm{s}}-\frac{N_{\mathrm{f}}-1}{V}\int\frac{\partial\Phi(|\mathbf{q}_{1\mathrm{f}}-\mathbf{q}_{2\mathrm{f}}|)}{\partial q_{1\mathrm{f}}^{\alpha}}\times$$
$$\times\frac{\partial F_{\mathrm{sff}}}{\partial p_{1\mathrm{f}}^{\alpha}}d\mathbf{q}_{2\mathrm{f}}d\mathbf{p}_{2\mathrm{f}}-\frac{N_{\mathrm{f}}-1}{V}\int\frac{\partial\Phi(|\mathbf{q}_{1\mathrm{s}}-\mathbf{q}_{2\mathrm{f}}|)}{\partial q_{1\mathrm{s}}^{\alpha}}\frac{\partial F_{\mathrm{sff}}}{\partial p_{1\mathrm{s}}^{\alpha}}d\mathbf{q}_{2\mathrm{f}}d\mathbf{p}_{2\mathrm{f}}=0. \tag{2.6}$$

На основе этих уравнений формально можно получить систему уравнений гидродинамики для двухкомпонентной системы. Однако, в дальнейшем возникают трудности. Если импульсные моменты одночастичных функций распределения дают обычные макроскопические параметры подсистемы –

$$n_{\mathrm{s}}(\mathbf{q}_{1\mathrm{s}},t)=\frac{N_{\mathrm{s}}}{V}\int F_{\mathrm{s}}(\mathbf{q}_{1\mathrm{s}},\mathbf{p}_{1\mathrm{s}},t)d\mathbf{p}_{1\mathrm{s}}, \qquad n_{\mathrm{s}}(\mathbf{q}_{1\mathrm{s}},t)\upsilon_{\mathrm{s}}(\mathbf{q}_{1\mathrm{s}},t)=\frac{N_{\mathrm{s}}}{V}\int\frac{\mathbf{p}_{1\mathrm{s}}}{m_{\mathrm{s}}}F_{\mathrm{s}}(\mathbf{q}_{1\mathrm{s}},\mathbf{p}_{1\mathrm{s}},t)d\mathbf{p}_{1\mathrm{s}},$$

$$n_{\mathrm{f}}(\mathbf{q}_{1\mathrm{f}},t)=\frac{N_{\mathrm{f}}}{V}\int F_{\mathrm{f}}(\mathbf{q}_{1\mathrm{f}},\mathbf{p}_{1\mathrm{f}},t)d\mathbf{p}_{1\mathrm{f}}, \qquad n_{\mathrm{f}}(\mathbf{q}_{1\mathrm{f}},t)\upsilon_{\mathrm{f}}(\mathbf{q}_{1\mathrm{f}},t)=\frac{N_{\mathrm{f}}}{V}\int\frac{\mathbf{p}_{1\mathrm{f}}}{m_{\mathrm{f}}}F_{\mathrm{f}}(\mathbf{q}_{1\mathrm{f}},\mathbf{p}_{1\mathrm{f}},t)d\mathbf{p}_{1\mathrm{f}},$$

и т.д., то при определении импульсных моментов двухчастичных функций распределений наряду с функциями бинарной плотности в конфигурационном пространстве $n_{\mathrm{ss}}(\mathbf{q}_{1\mathrm{s}},\mathbf{q}_{2\mathrm{s}},t)$, $n_{\mathrm{ff}}(\mathbf{q}_{1\mathrm{f}},\mathbf{q}_{2\mathrm{f}},t)$, получаются функция $n_{\mathrm{sf}}(\mathbf{q}_{\mathrm{s}},\mathbf{q}_{\mathrm{f}},t)=\frac{N_{\mathrm{s}}^{2}}{V^{2}}\int F_{\mathrm{sf}}(\mathbf{q}_{\mathrm{s}},\mathbf{q}_{\mathrm{f}},\mathbf{p}_{\mathrm{s}},\mathbf{p}_{\mathrm{f}},t)d\mathbf{p}_{\mathrm{s}}d\mathbf{p}_{\mathrm{f}}$ и соответствующие потоки

$j^{\alpha}_{\mathrm{sf}\,(n)}(\mathbf{q}_{\mathrm{s}},\mathbf{q}_{\mathrm{f}},t)=\dfrac{N_{\mathrm{s}}^{2}}{V^{2}}\int\dfrac{p_{n}^{\alpha}}{m_{n}}F_{\mathrm{sf}}(\mathbf{q}_{\mathrm{s}},\mathbf{q}_{\mathrm{f}},\mathbf{p}_{\mathrm{s}},\mathbf{p}_{\mathrm{f}},t)d\mathbf{p}_{\mathrm{s}}d\mathbf{p}_{\mathrm{f}}$, которые при переходе к равновесным параметрам, определяются посредством радиальной функции распределения g_{sf} и потенциальной энергии взаимодействия Φ_{sf}. Но в силу неопределенности взаимодействия молекул жидкости-носителя с магнитными частицами, величины Φ_{sf} и g_{sf} остаются неизвестными.

В работе Гурова [189] при выводе кинетических уравнений для смеси газов показывается, что если массы и размеры отдельных сортов частиц сильно отличаются друг от друга, в силу сильного отличия их интегралов столкновения практически в каждой подсистеме первоначально происходит свой процесс релаксации за счет соударений между частицами только своего сорта. В каждой подсистеме устанавливается своё квазиравновесное распределение и температура в каждой подсистеме будет своей. Лишь после установления квазиравновесных распределений в подсистемах начнется процесс выравнивания температур.

В [204] построена кинетическая теория дисперсных систем, введены кинетические уравнения для ультрадисперсных и мелкодисперсных газовзвесей. В работе для выявлении порядка величин слагаемых, входящих в уравнение Лиувилля, используются безразмерные переменные $\tilde{t}=t/\tau$, $\tilde{\mathbf{r}}_{\mathrm{i}}=\mathbf{r}_{\mathrm{i}}/L_{\mathrm{g}}$, $\tilde{\mathbf{R}}_{\mathrm{i}}=\mathbf{R}_{\mathrm{i}}/L_{\mathrm{p}}$, $\tilde{\mathbf{p}}_{\mathrm{i}}=\mathbf{p}_{\mathrm{i}}/mc_{0\mathrm{g}}$, $\tilde{\mathbf{P}}_{\mathrm{i}}=\mathbf{P}_{\mathrm{i}}/Mc_{0\mathrm{p}}$, $\tilde{m}=\tilde{M}=1$, $\tilde{U}_{\mathrm{ij}}=U_{\mathrm{ij}}/U_{0}$, $\tilde{\Phi}_{ij}=\Phi_{ij}/\Phi_{0}$, $\tilde{\Psi}_{\mathrm{ij}}=\Psi_{\mathrm{ij}}=\Psi_{0}$, где τ – некоторое характерное время системы, L_{g}, L_{p} – характерные линейные масштабы изменения переменных газа и дисперсных частиц, U_0, Φ_0, Ψ_0 – характерные значения потенциалов взаимодействия U_{ij}, Φ_{ij}, Ψ_{ij}. Предполагается, что в системе нейтральных частиц имеет место: $U_0\sim\Phi_0\sim\Psi_0\sim kT_0$. Приведение уравнения Лиувилля к безразмерному виду показывает, что в нем содержатся малые параметры и их комбинации, и это позволяет, в определенных условиях, вывести замкнутые кинетические уравнения дисперсных систем. Дальнейший анализ

кинетических уравнений показывает, что для бинарной смеси с сильно различающимися массами частиц, когда интегралы прямых соударений I_{gg}, I_{pp} много больше перекрестных I_{pg}, получаемые уравнения переноса будут уравнениями двухжидкостной гидродинамики и в результате получаются независимые замкнутые уравнения переноса отдельных компонентов.

Кинетические уравнения (2.4)–(2.6) являются аналогичными кинетическим уравнениям, полученным в [189, 204]. Поскольку в магнитной жидкости масса и размеры феррочастиц и молекулы жидкости-носителя также сильно отличаются друг от друга, дальнейшие исследования кинетических уравнений (2.4)–(2.6) приводят к тем же результатам, что получены в [189, 204]. Следовательно, основываясь на моделях, приведенных в [189, 204], а также принимая во внимание работы [202, 203], пренебрегаем перекрестными двухчастичными и трехчастичными функциями распределения в уравнениях (2.4), (2.5) и разделяем их на две независимые системы уравнений.

В уравнениях (2.4) и (2.5) представляем двухчастичную функцию распределения $F_{2\mathrm{i}}(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},\mathbf{q}_{2\mathrm{i}},\mathbf{p}_{1\mathrm{i}},\mathbf{p}_{2\mathrm{i}},t)$ $(\mathrm{i}=\mathrm{s},\mathrm{f})$ в виде

$$F_{2\mathrm{i}}(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},\mathbf{q}_{2\mathrm{i}},\mathbf{p}_{1\mathrm{i}},\mathbf{p}_{2\mathrm{i}},t)=\tilde{F}_{2\mathrm{i}}(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},\mathbf{q}_{2\mathrm{i}},\mathbf{p}_{1\mathrm{i}},\mathbf{p}_{2\mathrm{i}},t)+F_{2\mathrm{i}}^{(1)}(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},\mathbf{q}_{2\mathrm{i}},\mathbf{p}_{1\mathrm{i}},\mathbf{p}_{2\mathrm{i}},t),$$

где $\tilde{F}_{2i}(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},\mathbf{q}_{2\mathrm{i}},\mathbf{p}_{1\mathrm{i}},\mathbf{p}_{2\mathrm{i}},t)$ – сглаженная функция распределения, описывающая поведение частиц на больших расстояниях, $F_{2\mathrm{i}}^{(1)}(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},\mathbf{q}_{2\mathrm{i}},\mathbf{p}_{1\mathrm{i}},\mathbf{p}_{2\mathrm{i}},t)$ – быстроменяющаяся функция распределения. Далее для удобства функцию $F_{1\mathrm{i}}(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},\mathbf{p}_{1\mathrm{i}},t)$ заменим на $f_{1\mathrm{i}}(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},\mathbf{p}_{1\mathrm{i}},t)=\dfrac{N_{\mathrm{i}}}{V}F_{1\mathrm{i}}(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},\mathbf{p}_{1\mathrm{i}},t)$ и, используя метод построения кинетических уравнений, приведенный в [126, 194], для двухкомпонентной магнитной жидкости, состоящей из феррочастиц и молекулы несущей среды, получим кинетические уравнения для одночастичных и двухчастичных функций распределения в виде [205]

$$\frac{\partial f_{1\mathrm{i}}}{\partial t}+\frac{p_{1\mathrm{i}}^{\alpha}}{m_{\mathrm{i}}}\frac{\partial f_{1\mathrm{i}}}{\partial q_{1\mathrm{i}}^{\alpha}}+F^{\alpha}(\mathbf{q}_{1\mathrm{f}},t)\frac{\partial f_{1\mathrm{i}}}{\partial p_{1\mathrm{i}}^{\alpha}}-\int\frac{\partial\Phi(|\mathbf{q}_{1\mathrm{i}}-\mathbf{q}_{2\mathrm{i}}|)}{\partial q_{1\mathrm{i}}^{\alpha}}\frac{\partial f_{2\mathrm{i}}}{\partial p_{1\mathrm{i}}^{\alpha}}d\mathbf{q}_{2\mathrm{i}}d\mathbf{p}_{2\mathrm{i}}=$$
$$=\beta_{\mathrm{i}}\frac{\partial}{\partial p_{1\mathrm{i}}^{\alpha}}\left[\frac{\tilde{p}_{1\mathrm{i}}^{\alpha}}{m_{\mathrm{i}}}f_{1\mathrm{i}}+kT(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},t)\frac{\partial f_{1\mathrm{i}}}{\partial p_{1\mathrm{i}}^{\alpha}}\right], \tag{2.7}$$

$$\frac{\partial f_{2\mathrm{i}}}{\partial t}+\sum_{\mathrm{n}=1}^{2}\left[\frac{p_{\mathrm{ni}}^{\alpha}}{m_{\mathrm{i}}}\frac{\partial f_{2\mathrm{i}}}{\partial q_{\mathrm{ni}}^{\alpha}}+F^{\alpha}(\mathbf{q}_{\mathrm{nf}},t)\frac{\partial f_{2\mathrm{i}}}{\partial p_{\mathrm{ni}}^{\alpha}}-\frac{\partial\Phi(|\mathbf{q}_{1\mathrm{i}}-\mathbf{q}_{2\mathrm{i}}|)}{\partial q_{\mathrm{ni}}^{\alpha}}\frac{\partial f_{2\mathrm{i}}}{\partial p_{\mathrm{ni}}^{\alpha}}-\right.$$
$$\left.-\int\frac{\partial\Phi(|\mathbf{q}_{\mathrm{ni}}-\mathbf{q}_{3\mathrm{i}}|)}{\partial q_{\mathrm{ni}}^{\alpha}}\frac{\partial f_{3\mathrm{i}}}{\partial p_{\mathrm{ni}}^{\alpha}}d\mathbf{q}_{3\mathrm{i}}d\mathbf{p}_{3\mathrm{i}}\right]=\sum_{\mathrm{n}=1}^{2}\beta_{\mathrm{i}}\frac{\partial}{\partial p_{\mathrm{ni}}^{\alpha}}\left[\frac{\tilde{p}_{\mathrm{ni}}{}^{\alpha}}{m_{\mathrm{i}}}+kT(\mathbf{q}_{\mathrm{ni}},t)\frac{\partial}{\partial p_{\mathrm{ni}}^{\alpha}}\right]f_{2\mathrm{i}}, \tag{2.8}$$

где $F^{\alpha}(\mathbf{q}_{\mathrm{nf}},t)$ – сила действия внешнего магнитного поля $\mathbf{H}(\mathbf{q}_{\mathrm{nf}},t)$ на ферромагнитные частицы магнитной жидкости. Поскольку внешнее магнитное поле на молекулярную часть системы не влияет, в уравнениях, описывающих молекулярную часть, слагаемые, содержащие эту силу, равны нулю.

Видно, что уравнения (2.7) для одночастичных функций распределения $f_{1\mathrm{i}}$ не являются замкнутыми, так как в них входят двухчастичные функции распределения $f_{2\mathrm{i}}$. Аналогично, уравнения (2.8) для двухчастичных функций распределения не замкнуты и в них входят трехчастичные функции распределения $f_{3\mathrm{i}}$. В уравнения для $f_{3\mathrm{i}}$, входят четырехчастичные функции распределения $f_{4\mathrm{i}}$ и так будет продолжаться до получения уравнения для функции распределения всех частиц системы. Чтобы разорвать эти зацепляющие цепочку уравнения необходимо, либо усреднять их по каким-нибудь малым параметрам, или использовать какие-нибудь аппроксимации для расщепления функций распределения высокого ранга через низших. В практике для описании свойств жидкостей достаточно знать двухчастичную функцию распределения, которая связана с радиальной функцией распределения, позволяющая рассчитать термодинамические параметры системы и определить ее внутреннюю структуру. Для этой цели, принимая суперпозиционное приближение Кирквуда [194], трехчастичные функции

распределения f_{3i} выражаем посредством одночастичных f_{1i} и двухчастичных f_{2i} в виде

$$f_{3i}(\mathbf{x}_{1i},\mathbf{x}_{2i},\mathbf{x}_{3i},t)=\frac{f_{2i}(\mathbf{x}_{1i},\mathbf{x}_{2i},t)\,f_{2i}(\mathbf{x}_{1i},\mathbf{x}_{3i},t)\,f_{2i}(\mathbf{x}_{2i},\mathbf{x}_{3i},t)}{f_{1i}(\mathbf{x}_{1i},t)\,f_{1i}(\mathbf{x}_{2i},t)\,f_{1i}(\mathbf{x}_{3i},t)}, \qquad (2.9)$$

где $\mathbf{x}_i=\mathbf{q}_i,\mathbf{p}_i$.

Таким образом, применение аппроксимации (2.9) в (2.8) замыкает систем кинетических уравнений для одночастичных и двухчастичных функций распределения и позволяет исследовать физические процессы происходящие в магнитных жидкостях.

2.2. Уравнения обобщенной гидродинамики двухкомпонентной магнитной жидкости

В неравновесном состоянии в системе возникают необратимые процессы, которые связаны с пространственным переносом массы, импульса и энергии частиц. Эти переносы приводят к таким физическим явлениям, как диффузия, вязкость и теплопроводность. Методы феноменологической и статистической термодинамики показывают, что для этих физических величин выполняются законы сохранения и на их основе формулируются система уравнений гидродинамики.

Использование магнитных жидкостей в технике и технологии требует знания вязкоупругих, термоупругих, акустических и других свойств, которые определяются посредством коэффициентов сдвиговой и объемной вязкости, модулей упругости, коэффициента теплопроводности и других физических характеристик, входящих в уравнения гидродинамики. В гидродинамике жидкость представляется как сплошная среда и феноменологические

уравнения формулируются для средних значений физических величин, связывающих потоки с градиентами термодинамических величин.

Если жидкость является электропроводящей, при ее движении в магнитном поле в ней индуцируется электрическое поле и возникает электрический ток. Взаимодействие тока и внешнего магнитного поля приводит к изменению свойств жидкости и изменению магнитного поля [206]. Также воздействие внешнего электрического поля приводит к существенному изменению свойств электропроводящей жидкости. Магнитные жидкости, благодаря присутствию в них магнитных частиц, сильно могут взаимодействовать с внешним магнитным полям.

Исследования взаимодействия внешних полей и жидкостей привело к появлению таких новых разделов в механике сплошных сред, как электрогидродинамика, магнитная гидродинамика и феррогидродинамика. В электрогидродинамике изучается взаимодействие внешнего электрического поля с жидкостями. Магнитная гидродинамика изучает взаимодействие внешнего магнитного поля с электропроводящей жидкостью. В феррогидродинамике исследуются физические свойства магнитных жидкостей при наличии внешнего однородного и неоднородного магнитных полей [3].

Вопрос выбора вида внешнего магнитного поля, действующего на магнитную жидкость, является важной задачей. В магнитной гидродинамике, где исследуются электропроводящие жидкости и ионизированные газы, внешняя силой, действующей на объем системы, является сила Лоренца, появляющаяся при взаимодействии электрических токов, возникающих в системе с внешним магнитным полем. В неэлектропроводящей магнитной жидкости, где нет электрических зарядов, объемная сила, действующая на магнитную жидкость, появляется при взаимодействии внешнего магнитного поля с магнитными моментами ферромагнитных частиц, присутствующих в магнитной жидкости. В монографии Розенцвейга [3] большое внимание

уделяется вопросу выбора вида объемных магнитных сил действующих на магнитную жидкость и предлагаются различные выражения для тензора магнитных напряжений.

В [207] исследуется реология дисперсных систем при их стационарном течении при наличии внешних электрических и магнитных полей. В монографии рассматриваются различные модели, описывающие внутреннюю структуру дисперсных систем при воздействии внешнего электрического и магнитного полей.

В [208] построена теория, описывающая динамическое поведение разбавленных суспензий с полярными и неполярными дисперсными частицами. Исследуется динамика суспензий в отсутствии и при наличии внешнего поля. Рассматривается кинетика ориентации полярных и неполярных дисперсных частиц и определятся тензор напряжения в движущейся суспензии.

Следует отметить, что в обычной гидродинамике коэффициенты переноса, модули упругости и другие физические параметры, определяемые феноменологически, являются статическими. В статистической неравновесной термодинамике формулируется система уравнений обобщенной гидродинамики, коэффициенты переноса в которых являются функциями пространства и времени и учитывают молекулярную структуру системы [209, 210]. Таким образом, для исследовании процессов переноса в магнитных жидкостях необходимо получить систему уравнений обобщенной гидродинамики, входящие в которые коэффициенты переноса являются динамическими и зависят от пространственных и временных переменных.

Для решения этой задачи будем исходить из системы уравнений (2.7) и (2.8). При выводе уравнений гидродинамики основными характеристиками системы являются плотность числа частиц, плотность импульса и плотность энергии. Если процессы являются неравновесными, эти величины будут зависеть от координат и времени. Используя импульсные моменты

одночастичных функций распределения, определяем макроскопические плотности числа частиц, локальные скорости и локальные температуры в следующем виде:

$$n_{\mathrm{i}}(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},t)=\int f_{1\mathrm{i}}(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},\mathbf{p}_{1\mathrm{i}},t)d\mathbf{p}_{1\mathrm{i}},$$
$$n_{\mathrm{i}}(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},t)\boldsymbol{\upsilon}_{1\mathrm{i}}(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},t)=\int\frac{\mathbf{p}_{1\mathrm{i}}}{m_{\mathrm{i}}}f_{1\mathrm{i}}(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},\mathbf{p}_{1\mathrm{i}},t)d\mathbf{p}_{1\mathrm{i}}, \tag{2.10}$$
$$\frac{3}{2}n_{\mathrm{i}}(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},t)kT(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},t)=\int\frac{p_{1\mathrm{i}}^2}{2m_{\mathrm{i}}}f_{1\mathrm{i}}(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},\mathbf{p}_{1\mathrm{i}},t)d\mathbf{p}_{1\mathrm{i}}.$$

Интегрируя уравнения (2.7) по импульсу $\mathbf{p}_{1\mathrm{i}}$, учитывая в них импульсные моменты (2.10), и суммируя полученные уравнения по компонентам i, получим:

$$\sum_{\mathrm{i=s,f}}\frac{d\rho_{\mathrm{i}}(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},t)}{dt}+\sum_{\mathrm{i=s,f}}\rho_{\mathrm{i}}\,\mathrm{div}\boldsymbol{\upsilon}_{1\mathrm{i}}(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},t)=0\,. \tag{2.11}$$

Это уравнение представляет собой закон сохранения массы единицы объема магнитной жидкости.

Для определения закона сохранения импульса умножим уравнения (2.7) на $\mathrm{p}_{1\mathrm{i}}^{\alpha}/m_{\mathrm{i}}$ и проинтегрируем их по импульсу $\mathbf{p}_{1\mathrm{i}}$. Далее, учитывая в этих уравнениях импульсные моменты

$$n_{2\mathrm{i}}(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},\mathbf{q}_{2\mathrm{i}},t)=\int f_{2\mathrm{i}}(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},\mathbf{q}_{2\mathrm{i}},\mathbf{p}_{1\mathrm{i}},\mathbf{p}_{2\mathrm{i}},t)d\mathbf{p}_{1\mathrm{i}}d\mathbf{p}_{2\mathrm{i}},$$
$$K_{\mathrm{i}}^{\alpha\beta}(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},t)=\int\frac{\tilde{p}_{1\mathrm{i}}^{\alpha}\tilde{p}_{1\mathrm{i}}^{\beta}}{m_{\mathrm{i}}}f_{1\mathrm{i}}(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},t)d\mathbf{p}_{1\mathrm{i}}, \tag{2.12}$$

и суммируя полученные уравнения по компонентам i, имеем:

$$\sum_{\mathrm{i=s,f}}\rho_i\frac{d\upsilon_{1\mathrm{i}}^{\alpha}(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},t)}{dt}-\sum_{\mathrm{i=s,f}}\frac{\partial\sigma_{\mathrm{i}}^{\alpha\beta}(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},t)}{\partial q_{1\mathrm{i}}^{\beta}}=n_{\mathrm{f}}\mu_0 m^{\beta}\frac{\partial H^{\alpha}}{\partial q_{1\mathrm{f}}^{\beta}}, \tag{2.13}$$

где

$$\sigma_{\mathrm{i}}^{\alpha\beta}(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},t)=-K_{\mathrm{i}}^{\alpha\beta}(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},t)+\frac{\sigma_{\mathrm{i}}^3}{2}\int\frac{\partial\Phi(r_{\mathrm{i}})}{\partial r_{\mathrm{i}}}\frac{r_{\mathrm{i}}^{\alpha}r_{\mathrm{i}}^{\beta}}{r_{\mathrm{i}}}n_{2\mathrm{i}}(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},\mathbf{r}_{\mathrm{i}},t)d\mathbf{r}_{\mathrm{i}} \tag{2.14}$$

– микроскопическое выражение тензора напряжения i-й подсистемы, $K_{\mathrm{i}}^{\alpha\beta}(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},t)=P_{\mathrm{ki}}(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},t)\delta^{\alpha\beta}+k_{\mathrm{i}}^{\alpha\beta}(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},t)$ – кинетическая часть тензора потока

импульса, $k_{\mathrm{i}}^{\alpha\beta}(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},t)=\int\frac{1}{m_{\mathrm{i}}}\left(p_{1\mathrm{i}}^{\alpha}p_{1\mathrm{i}}^{\beta}-\frac{1}{3}p_{1\mathrm{i}}^{2}\delta^{\alpha\beta}\right)f_{1\mathrm{i}}(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},\mathbf{p}_{1\mathrm{i}},t)d\mathbf{p}_{1\mathrm{i}}$ – кинетическая часть вязкого тензора напряжения, $P_{\mathrm{ki}}(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},t)=\frac{1}{3}\int\frac{p_{1\mathrm{i}}^{2}}{m_{\mathrm{i}}}f_{1\mathrm{i}}(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},\mathbf{p}_{1\mathrm{i}},t)d\mathbf{p}_{1\mathrm{i}}$ – кинетическая часть неравновесного давления, $n_{2\mathrm{i}}(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},\mathbf{r}_{\mathrm{i}},t)$ – неравновесная бинарная плотность в конфигурационном пространстве, σ_{i} – диаметр частицы соответствующей подсистемы, $r_{\mathrm{i}}=|\mathbf{q}_{2\mathrm{i}}-\mathbf{q}_{1\mathrm{i}}|/\sigma_{\mathrm{i}}=x_{\mathrm{i}}/\sigma_{\mathrm{i}}$ – безразмерное расстояние между частицами.

Уравнение (2.13) является обобщенным уравнением движения и описывает закон сохранения импульса в магнитной жидкости.

Рассмотрим теперь уравнение закона сохранения энергии магнитной жидкости. Воспользуемся определением полной энергии единицы объема среды [194]:

$$n_{\mathrm{i}}E_{\mathrm{i}}=\int\frac{p_{1\mathrm{i}}^{2}}{m_{\mathrm{i}}}f_{1\mathrm{i}}(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},\mathbf{p}_{1\mathrm{i}},t)d\mathbf{p}_{1\mathrm{i}}+\frac{1}{2}\int\Phi(|\mathbf{q}_{1\mathrm{i}}-\mathbf{q}_{2\mathrm{i}}|)f_{2\mathrm{i}}(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},\mathbf{q}_{2\mathrm{i}},\mathbf{p}_{1\mathrm{i}},\mathbf{p}_{2\mathrm{i}},t)d\mathbf{p}_{1\mathrm{i}}d\mathbf{p}_{2\mathrm{i}}d\mathbf{q}_{2\mathrm{i}}\,.$$

Дифференцируем эти выражения по времени:

$$\begin{aligned}\frac{\partial n_{\mathrm{i}}E_{\mathrm{i}}}{\partial t}&=\int\frac{p_{1\mathrm{i}}^{2}}{m_{\mathrm{i}}}\frac{\partial f_{1\mathrm{i}}(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},\mathbf{p}_{1\mathrm{i}},t)}{\partial t}d\mathbf{p}_{1\mathrm{i}}+\frac{1}{2}\int\Phi(|\mathbf{q}_{1\mathrm{i}}-\mathbf{q}_{2\mathrm{i}}|)\times\\&\times\frac{\partial f_{2\mathrm{i}}(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},\mathbf{q}_{2\mathrm{i}},\mathbf{p}_{1\mathrm{i}},\mathbf{p}_{2\mathrm{i}},t)}{\partial t}d\mathbf{p}_{1\mathrm{i}}d\mathbf{p}_{2\mathrm{i}}d\mathbf{q}_{2\mathrm{i}}.\end{aligned}\tag{2.15}$$

Теперь, подставляя $\frac{\partial f_{1\mathrm{i}}(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},\mathbf{p}_{1\mathrm{i}},t)}{\partial t}$ и $\frac{\partial f_{2\mathrm{i}}(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},\mathbf{q}_{2\mathrm{i}},\mathbf{p}_{1\mathrm{i}},\mathbf{p}_{2\mathrm{i}},t)}{\partial t}$ из (2.7) и (2.8) в (2.15) и учитывая в нем импульсные моменты (2.10), (2.12), а также определения бинарного потока частиц в конфигурационном пространстве

$$j_{2\mathrm{i(k)}}^{\alpha}(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},\mathbf{q}_{2\mathrm{i}},t)=\int\frac{p_{\mathrm{ki}}^{\alpha}}{m_{\mathrm{k}}}f_{2\mathrm{i}}(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},\mathbf{q}_{2\mathrm{i}},\mathbf{p}_{1\mathrm{i}},\mathbf{p}_{2\mathrm{i}},t)d\mathbf{p}_{1\mathrm{i}}d\mathbf{p}_{2\mathrm{i}}$$

затем, переходя от координат $\mathbf{q}_{1\mathrm{i}}$, $\mathbf{q}_{2\mathrm{i}}$ к средним $\mathbf{q}_{\mathrm{i}}=\frac{\mathbf{q}_{1\mathrm{i}}+\mathbf{q}_{2\mathrm{i}}}{2}$ и взаимным $\mathbf{r}_{\mathrm{i}}=\mathbf{q}_{2\mathrm{i}}-\mathbf{q}_{1\mathrm{i}}$ координатам, разлагая $n_{2\mathrm{i}}(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},\mathbf{r}_{\mathrm{i}},t)$ и $j_{2\mathrm{i(k)}}^{\alpha}(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},\mathbf{r}_{\mathrm{i}},t)$ в ряд Тейлора

около $\mathbf{q}_{1\mathrm{i}}$, после некоторых преобразований и суммирования по компонентам i, получим:

$$\sum_{\mathrm{i=s,f}} n_{\mathrm{i}} \frac{dE_{\mathrm{i}}}{dt} + \sum_{\mathrm{i=s,f}} \frac{\partial S_{\mathrm{i}}^{\alpha}}{\partial q_{1\mathrm{i}}^{\alpha}} - \sum_{\mathrm{i=s,f}} \frac{\partial(\sigma_{\mathrm{i}}^{\alpha\beta}\upsilon_{1\mathrm{i}}^{\alpha})}{\partial q_{1\mathrm{i}}^{\beta}} = n_{\mathrm{f}}\upsilon_{1i}^{\alpha}\mu_0 m^{\beta}\frac{\partial H^{\alpha}}{\partial q_{1\mathrm{f}}^{\beta}}, \qquad (2.16)$$

где

$$S_{\mathrm{i}}^{\alpha}(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},t) = S_{\mathrm{ki}}^{\alpha}(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},t) + \frac{1}{4}\int\left[\Phi_{\mathrm{i}}(r_{\mathrm{i}})\delta^{\alpha\beta} - \frac{d\Phi_{\mathrm{i}}(r_{\mathrm{i}})}{dr_{\mathrm{i}}}\frac{r_{\mathrm{i}}^{\alpha}r_{\mathrm{i}}^{\beta}}{r_{\mathrm{i}}}\right]J_{2\mathrm{i}}^{\beta}(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},\mathbf{r}_{\mathrm{i}},t)d\mathbf{r}_{\mathrm{i}} \qquad (2.17)$$

– молекулярное выражение для компонентов вектора потока тепла i-й подсистемы,

$$S_{\mathrm{ki}}^{\alpha}(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},t) = \frac{1}{2}\int\frac{\tilde{p}_{1\mathrm{i}}^{2}\tilde{p}_{1\mathrm{i}}^{\alpha}}{m_{\mathrm{i}}^{2}} f_{1\mathrm{i}}(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},\mathbf{p}_{1\mathrm{i}},t)d\mathbf{p}_{1\mathrm{i}}$$

– кинетическая часть вектора потока тепла.

Уравнение (2.16) выражает закон сохранения энергии единицы объема магнитной жидкости. В нем второе слагаемое в левой части описывает пространственный перенос тепла, связанного с теплопроводностью. Третье слагаемое определяет изменение потока, связанного с процессами внутреннего трения. В (2.16) выражая энергию системы E_{i} через ее внутреннюю энергию: $E_{\mathrm{i}} = \frac{m_{\mathrm{i}}\upsilon_{1\mathrm{i}}^{2}}{2} + \varepsilon_{\mathrm{i}}$, а также представляя внутреннюю энергию в виде $\varepsilon_{\mathrm{i}}(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},t) = \left(\frac{\partial\varepsilon_{\mathrm{i}}}{\partial T}\right)_{n_{\mathrm{i}}} T(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},t) + \left(\frac{\partial\varepsilon_{\mathrm{i}}}{\partial n_{\mathrm{i}}}\right)_{T} n_{\mathrm{i}}(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},t)$, получим уравнение теплопроводности для магнитной жидкости:

$$\sum_{\mathrm{i=s,f}} n_{\mathrm{i}}C_{V\mathrm{i}}\frac{dT}{dt} + \sum_{\mathrm{i=s,f}} T\left(\frac{\partial P_{\mathrm{i}}}{\partial T}\right)_{n_{\mathrm{i}}}\mathrm{div}\boldsymbol{\upsilon}_{1\mathrm{i}} + \sum_{\mathrm{i=s,f}}\frac{\partial S_{\mathrm{i}}^{\alpha}}{\partial q_{1\mathrm{i}}^{\alpha}} - \sum_{\mathrm{i=s,f}}\tilde{\sigma}_{\mathrm{i}}^{\alpha\beta}\frac{\partial\upsilon_{1\mathrm{i}}^{\alpha}}{\partial q_{1\mathrm{i}}^{\beta}} = 0, \qquad (2.18)$$

где $\tilde{\sigma}_{\mathrm{i}}^{\alpha\beta}(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},t) = \sigma_{\mathrm{i}}^{\alpha\beta}(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},t) - P_{\mathrm{i}}(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},t)\delta^{\alpha\beta}$, $P_{\mathrm{i}}(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},t)$ – релаксационная часть давления.

Это уравнение описывает изменение количества тепла, отнесенное к единице объема магнитной жидкости вследствие диссипации энергии, обусловленной вязкостью и теплопроводностью.

Уравнения (2.11), (2.13) и (2.16) составляют систему уравнений обобщенной гидродинамики для магнитной жидкости. Эти уравнения по виду не отличаются от обычных уравнений гидродинамики. Однако все входящие в них потоки и физические величины определяются микроскопически.

В уравнениях закона сохранения импульса (2.13) и закона сохранения энергии (2.16) содержатся тензоры напряжения $\sigma_{\mathrm{i}}^{\alpha\beta}(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},t)$ и компоненты вектора потока тепла $S_{\mathrm{i}}^{\alpha}(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},t)$, для которых необходимо иметь явные выражения. Согласно (2.14) кинетические части тензоров напряжения определяются посредством кинетических частей неравновесного давления $P_{\mathrm{ki}}(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},t)$, вязкого тензора напряжения $k_{\mathrm{i}}^{\alpha\beta}(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},t)$. Соответственно в (2.17) кинетические части компонентов вектора потока тепла определяются кинетическими частями вектора потока тепла $S_{\mathrm{ki}}^{\alpha}(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},t)$. Следовательно для них необходимо иметь уравнения.

Уравнения для $P_{\mathrm{ki}}(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},t)$, $k_{\mathrm{i}}^{\alpha\beta}(\mathbf{q}_{1i},t)$ и $S_{\mathrm{ki}}^{\alpha}(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},t)$ получаются из (2.7) при последовательном их умножении на $\tilde{p}_{1\mathrm{i}}^{\alpha}\tilde{p}_{1\mathrm{i}}^{\beta}/m_i$, $\tilde{p}_{1\mathrm{i}}^{\alpha}\tilde{p}_{1\mathrm{i}}^{\beta}\tilde{p}_{1\mathrm{i}}^{\gamma}/(2m_{\mathrm{i}}^2)$ с последующем интегрированием по импульсам $\mathbf{p}_{1\mathrm{i}}$, которые имеют вид:

$$\frac{\partial P_{\mathrm{ki}}\left(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},t\right)}{\partial t}+\frac{5}{3}P_{\mathrm{ki}}(0)\mathrm{div}\upsilon_{1\mathrm{i}}+\frac{2}{3}\frac{\partial S_{\mathrm{ki}}^{\alpha}}{\partial q_{1\mathrm{i}}^{\alpha}}+\frac{2}{3}\int\frac{\partial\Phi(r_{\mathrm{i}})}{\partial r_{\mathrm{i}}^{\alpha}}J_{2\mathrm{i}(1)}^{\alpha}d\mathbf{r}_{\mathrm{i}}=0, \qquad (2.19)$$

$$\frac{\partial k_{\mathrm{i}}^{\alpha\beta}\left(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},t\right)}{\partial t}+2P_{\mathrm{ki}}(0)\left\{\frac{\partial\upsilon_{1\mathrm{i}}^{\alpha}}{\partial q_{1\mathrm{i}}^{\beta}}\right\}+\frac{4}{5}\left\{\frac{\partial S_{\mathrm{ki}}^{\alpha}}{\partial q_{1\mathrm{i}}^{\beta}}\right\}+2\int\left\{\frac{\partial\Phi(r_{\mathrm{i}})}{\partial r_{\mathrm{i}}^{\alpha}}J_{2\mathrm{i}(1)}^{\beta}\right\}d\mathbf{r}_{\mathrm{i}}=-\frac{2\beta_{\mathrm{i}}}{m_{\mathrm{i}}}k_{\mathrm{i}}^{\alpha\beta}, \qquad (2.20)$$

$$\frac{\partial S_{\mathrm{ki}}^{\alpha}}{\partial t}+\frac{5}{2}\frac{k}{m_{\mathrm{i}}}P_{\mathrm{ki}}(0)\frac{\partial T}{\partial q_{1\mathrm{i}}^{\alpha}}+\frac{5}{2}\frac{kT_0}{m_{\mathrm{i}}}\frac{\partial P_{\mathrm{ki}}}{\partial q_{1\mathrm{i}}^{\alpha}}+\frac{7}{2}\frac{\partial}{\partial q_{1\mathrm{i}}^{\beta}}\left(\frac{kT}{m_{\mathrm{i}}}k_{\mathrm{i}}^{\alpha\beta}\right)=-\frac{3\beta_{\mathrm{i}}}{m_{\mathrm{i}}}S_{\mathrm{ki}}^{\alpha}+\frac{5\beta_{\mathrm{i}}kT_0}{m_{\mathrm{i}}}j_{1\mathrm{i}}^{\alpha}. \qquad (2.21)$$

Согласно (2.14) и (2.17) потенциальные части тензоров напряжения $\sigma_{\mathrm{i}}^{\alpha\beta}(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},t)$ и компонентов вектора потока тепла $S_{\mathrm{i}}^{\alpha}(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},t)$ описываются, соответственно, посредством неравновесной бинарной плотности $n_{2\mathrm{i}}(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},\mathbf{r}_{\mathrm{i}},t)$ и бинарного потока частиц $J_{2\mathrm{i}}^{\beta}(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},\mathbf{r}_{\mathrm{i}},t)$ в конфигурационном пространстве, для которых необходимо иметь уравнения. Таким образом, если имеем уравнения

для $n_{2i}(\mathbf{q}_{1i},\mathbf{r}_i,t)$ и $J_{2i}^{\beta}(\mathbf{q}_{1i},\mathbf{r}_i,t)$, учитывая их вместе с (2.19)–(2.20) в уравнениях (2.13) и (2.16), получаем замкнутую систему уравнений обобщенной гидродинамики, которые позволяют исследовать различные физические свойства магнитных жидкостей с учетом вкладов различных релаксационных процессов, протекающих в них.

2.3. Уравнения для неравновесной бинарной плотности частиц магнитной жидкости в конфигурационном пространстве и их общие решения

При использовании магнитных жидкостей в различных технологических процессах в качестве рабочего тела, они всегда находятся в динамическом состоянии и в них происходят необратимые процессы переноса вещества и энергии. Для исследования необратимых процессов в жидкостях строятся различные модели, основанные на феноменологической и статистической теории.

Феноменологические теории необратимых процессов в жидкостях опираются на макроскопические законы сохранения массы, импульса и энергии. При статистическом описании необратимых процессов в жидкостях учитывается молекулярная структура исследуемой системы и устанавливается связь основных термодинамических параметров системы с межмолекулярными силами.

Жидкости по своей структуре, интенсивности молекулярного взаимодействия и расположению молекул принципиально отличаются от газов и тверды тел. Хотя в жидкостях можно наблюдать некоторые черты и свойства газовых и твердых систем, присутствие в них некоторого ближнего

порядка с непрерывным переходом к молекулярному хаосу затрудняет применение более простых моделей.

Известно, что на основе статистической теории физические свойства газов и необратимые процессы, протекающие в них, полностью можно описать одночастичной функцией распределения $f_1(\mathbf{q}_1,\mathbf{p}_1,t)$. Для описании свойств жидкостей, молекулы которых всегда находятся в интенсивном коллективном взаимодействии, знание только одночастичной функции распределения недостаточно. По меньшей мере, для них необходимо задать еще и двухчастичную коррелятивную функцию распределения $f_2(\mathbf{q}_1,\mathbf{q}_2,\mathbf{p}_1,\mathbf{p}_2,t)$, описывающую вероятность нахождения двух частиц на определенном расстояние друг от друга с определенным импульсом. Определив вероятности нахождения двух частиц в точках $\mathbf{q}_1$ и $\mathbf{q}_2$, посредством неравновесной бинарной плотности $n_2(\mathbf{q}_1,\mathbf{q}_2,t)=\int f_2(\mathbf{q}_1,\mathbf{q}_2,\mathbf{p}_1,\mathbf{p}_2,t)d\mathbf{p}_1 d\mathbf{p}_2$, можно показать, что дальнейшая задача нахождения функции $n_2(\mathbf{q}_1,\mathbf{q}_2,t)$ приводит к определению вида радиальной функции распределения $g(\mathbf{r},t)$, описывающей структуру ближней упорядоченности в жидкости. Функция $g(\mathbf{r},t)$ является важнейшей характеристикой структуры жидкости, которую можно определить экспериментально при исследовании дифракции электронов и рентгеновских лучей молекулами жидкости. Экспериментальные исследования структуры жидкостей показали, что при возникновении диссипативных процессов, их равновесная структура нарушается и это приводит к изменению вида функцию $n_2(\mathbf{q}_1,\mathbf{q}_2,t)$. Соответственно, пространственно-временное поведение функции бинарной плотности описывает структурные релаксационные процессы, происходящие в жидкостях. В связи с этим, получение уравнения для неравновесной бинарной плотности и его решение является одной из важных задач кинетической теории.

Впервые уравнение для неравновесной бинарной плотности, имеющее вид уравнения Смолуховского, было получено Кирквудом в [211]. Однако было найдено только стационарное решение этого уравнения и полученные на основе этого решения коэффициенты переноса являлись статическими. Соответственно релаксационные процессы не были рассмотрены.

Общее решение уравнения Смолуховского для неравновесной бинарной плотности $n_2(\mathbf{q}_1,\mathbf{r}_2,t)$ впервые было найдено С. Одинаевым [194]. На его основе были исследованы вязкоупругие, термоупругие и акустические свойства классических жидкостей с учетом вкладов различных релаксационных процессов. В дальнейшем в [212–217] на основе найденного общего решения уравнения Смолуховского для бинарной плотности были исследованы различные физические свойства растворов электролитов и магнитных жидкостей.

Теперь обобщая предыдущие вычисления, проведенные для однородной магнитной жидкости [126], запишем уравнение Смолуховского для возмущенной части бинарной плотности частиц каждой подсистемы магнитной жидкости [205]:

$$\frac{\partial n'_{2\mathrm{i}}}{\partial t}+\omega_{0\mathrm{i}}\hat{L}_{\mathrm{i}}n'_{2\mathrm{i}}\left(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},\mathbf{r}_{\mathrm{i}},t\right)=R_{\mathrm{i}}\left(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},\mathbf{r}_{\mathrm{i}},t\right), \tag{2.22}$$

где $R_{\mathrm{s}}(\mathbf{q}_{1\mathrm{s}},\mathbf{r}_{\mathrm{s}},t)=-\varphi_{\mathrm{s}}(r_{\mathrm{s}})\mathrm{div}\dot{\mathbf{u}}_{\mathrm{s}}-\varphi_{\mathrm{s}}^{\alpha\beta}(r_{\mathrm{s}})\left\{\frac{\partial\dot{u}_{\mathrm{s}}^{\alpha}}{\partial q_{1\mathrm{s}}^{\beta}}\right\}$,

$$R_{\mathrm{f}}\left(\mathbf{q}_{1\mathrm{f}},\mathbf{r}_{\mathrm{f}},t\right)=-\left[\varphi_{\mathrm{f}}(r_{\mathrm{f}})+\frac{n_{\mathrm{f}}^{2}\mu_{0}}{9\beta_{\mathrm{f}}}\left(\mathbf{m}\nabla\right)\left(\frac{\partial H}{\partial\dot{u}_{\mathrm{f}}}\right)_{n,T}r_{\mathrm{f}}\left(\frac{\partial g_{\mathrm{f}}(r_{\mathrm{f}})}{\partial r_{\mathrm{f}}}\right)\right]\mathrm{div}\dot{\mathbf{u}}_{\mathrm{f}}-$$

$$-\varphi_{\mathrm{f}}^{\alpha\beta}(r_{\mathrm{f}})\left[1+\frac{\mu_{0}}{6\beta_{\mathrm{f}}}\left(\mathbf{m}\nabla\right)\left(\frac{\partial H}{\partial\dot{u}_{\mathrm{f}}}\right)_{n,T}\right]\left\{\frac{\partial\dot{u}_{\mathrm{f}}^{\alpha}}{\partial q_{1\mathrm{f}}^{\beta}}\right\},$$

$$\varphi_{\mathrm{i}}(r_{\mathrm{i}}) = 2n_{\mathrm{i}}^2 g_{\mathrm{i}}(r_{\mathrm{i}})\left\{1 + \frac{1}{6}\frac{\partial \ln g_{\mathrm{i}}(r_{\mathrm{i}})}{\partial \ln r_{\mathrm{i}}} - \frac{1}{2}\left[n_{\mathrm{i}}\left(\frac{\partial \ln g_{\mathrm{i}}(r_{\mathrm{i}})}{\partial n_{\mathrm{i}}}\right)_T + \gamma_{\mathrm{i}} T\left(\frac{\partial \ln g_{\mathrm{i}}(r_{\mathrm{i}})}{\partial T}\right)_{n_{\mathrm{i}}}\right]\right\},$$

$$\gamma_{\mathrm{i}} = \frac{1}{n_{\mathrm{i}} C_{V\mathrm{i}}}\left(\frac{\partial P_{\mathrm{i}}}{\partial T}\right)_{n_{\mathrm{i}}},$$

$$\varphi_{\mathrm{i}}^{\alpha\beta}(r_{\mathrm{i}}) = 2n_{\mathrm{i}}^2 \frac{\left(r_{\mathrm{i}}^{\alpha} r_{\mathrm{i}}^{\beta} - \frac{1}{3} r_{\mathrm{i}}^2 \delta^{\alpha\beta}\right)}{r_{\mathrm{i}}} \frac{\partial g_{\mathrm{i}}(r_{\mathrm{i}})}{\partial r_{\mathrm{i}}}, \quad \left\{\frac{\partial \dot{u}_{\mathrm{i}}^{\alpha}}{\partial q_{1\mathrm{i}}^{\beta}}\right\} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial \dot{u}_{\mathrm{i}}^{\alpha}}{\partial q_{1\mathrm{i}}^{\beta}} + \frac{\partial \dot{u}_{\mathrm{i}}^{\beta}}{\partial q_{1\mathrm{i}}^{\alpha}} - \frac{2}{3}\delta^{\alpha\beta}\mathrm{div}\dot{\mathbf{u}}_{\mathrm{i}}\right),$$

$\hat{L}_{\mathrm{i}} = -\frac{\partial}{\partial r_{\mathrm{i}}^{\alpha}}\left[\frac{\partial}{\partial r_{\mathrm{i}}^{\alpha}} - \frac{\partial}{\partial r_{\mathrm{i}}^{\alpha}}\ln g_{\mathrm{i}}(r_{\mathrm{i}})\right]$ – оператор Смолуховского в конфигурационном пространстве, $\omega_{0\mathrm{i}} = 1/\tau_{0\mathrm{i}} = 2kT/\beta_{\mathrm{i}}\sigma_{\mathrm{i}}^2$, n_{i}, β_{i}, $C_{V\mathrm{i}}$, P_{i}, g_{i} – соответствующие *i*-ой подсистеме характерная циклическая частота, числовая плотность, коэффициент трения, теплоемкость, давление и радиальная функция распределения, T – температура системы, H – внешнее магнитное поле, $\mathbf{m}$ – магнитный момент магнитной частицы, $\mathbf{u}$ – вектор смещения.

В соответствии с [194, 126] решение уравнения для $n'_{2\mathrm{i}}(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}}, \mathbf{r}_{\mathrm{i}}, t)$ представим в виде:

$$n'_{2\mathrm{i}}(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}}, \mathrm{r}_{\mathrm{i}}, t) = \int_0^t dt_1 \int_{-\infty}^{\infty} G_{\mathrm{i}}(r_{\mathrm{i}}, r_{1\mathrm{i}}, t - t_1) R_{\mathrm{i}}(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}}, \mathbf{r}_{1\mathrm{i}}, t_1) d\mathbf{r}_{1\mathrm{i}}. \tag{2.23}$$

Функция

$$G_{\mathrm{i}}\left(r_{\mathrm{i}}, r_{1\mathrm{i}}, t - t_1\right) = 2\left(2\pi\right)^{-3}\left(r_{\mathrm{i}i} r_{1\mathrm{i}}\right)^{-1}\left(\frac{\pi}{\omega_{0\mathrm{i}}\left(t - t_1\right)}\right)^{1/2}\left\{\exp\left[-\frac{\left(r_{\mathrm{i}} - r_{1\mathrm{i}}\right)^2}{4\omega_{0\mathrm{i}}\left(t - t_1\right)}\right] - \right.$$
$$\left. - \exp\left[-\frac{\left(r_{\mathrm{i}} + r_{1\mathrm{i}}\right)^2}{4\omega_{0\mathrm{i}}\left(t - t_1\right)}\right]\right\}, \tag{2.24}$$

являясь функцией Грина или фундаментальным решением однородного уравнения Смолуховского, описывает пространственно-временное поведение неравновесной бинарной плотности $n_{2\mathrm{i}}(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}}, \mathbf{r}_{\mathrm{i}}, t)$ под действием приложенной гидродинамической силы $R_{\mathrm{i}}\left(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}}, \mathbf{r}_{\mathrm{i}}, t\right)$.

Из анализа (2.22) и (2.23) видно, что процесс перестройки структуры магнитной жидкости носит диффузионный характер и описывается непрерывным спектром времен релаксации. Асимптотическое поведение функций Грина $G_{\mathrm{i}}\left(r_{\mathrm{i}}, r_{1\mathrm{i}}, t-t_1\right)$, аналогично [126], изменяется по степенному закону и имеет вид:

$$G_{\mathrm{i}}\left(r_{\mathrm{i}}, r_{1\mathrm{i}}, t-t_1 \to \infty\right) = \frac{\beta_{\mathrm{i}}}{8\pi^2} \frac{\sigma_{\mathrm{i}}^2}{kT_0} \left(t-t_1\right)^{-3/2}, \tag{2.25}$$

который совпадает с дальневременным асимптотическим поведением временных автокорреляционных функций [218–221].

Таким образом, подставляя решения (2.23) в выражение тензора напряжения магнитной жидкости (2.14), и учитывая в нем (2.19)–(2.21), имеем возможность исследовать вязкоупругие и акустические свойства двухкомпонентной магнитной жидкости при наличии внешнего магнитного поля с учетом вкладов трансляционной и структурной релаксационных процессов.

Глава 3. РЕЛАКСАЦИОННЫЕ ПРОЦЕССЫ И ВЯЗКОУПРУГИЕ СВОЙСТВА НЕЭЛЕКТРОПРОВОДЯЩИХ МАГНИТНЫХ ЖИДКОСТЕЙ

3.1. Микроскопическое описание процессов переноса в неэлектропроводящих магнитных жидкостях

Магнитные жидкости со своими уникальным свойствами, раскрывая широкий обзор их технического применения, все больше привлекают внимание ученых и повышают интерес исследователей к ним. Научные рекомендации по техническому применению магнитных жидкостей зависят от уровня проведенных экспериментальных и теоретических исследований их физико-химических характеристик.

Известно, что одним из основных свойств жидкостей является их текучесть и способность к свободному изменению формы. При изменении формы в жидкости появляется внутреннее трение, оказывающее сопротивление перемещению ее одной части относительно другой. Однако в ней не возникают силы, стремящиеся вернуть ее в первоначальное состояние, т.е. жидкости не обладают упругими свойствами по отношению к изменениям формы. В то же время жидкости проявляют идеальные упругие свойства по отношению к изменению объема. Следовательно, единственной упругой реакцией жидкости на медленное внешнее воздействие является ее сопротивление всестороннему сжатию, характеризующееся коэффициентом изотермической сжимаемости β_T или соответствующим адиабатическим объемным модулем упругости K_0.

Если жидкость подвергается очень быстрым внешним воздействиям, в ней обнаруживаются упругие свойства такого же рода, как в упругом твердом теле. В жидкостях, наряду с вязким течением, проявляется упругость, при этом жидкости, становясь неньютоновскими, подчиняются обобщенному закону Гука, а их реологическое уравнение является уравнением Кельвина–Фойгта или уравнением Максвелла. Тензор напряжения, возникающего в жидкости, складывается из упругого напряжения, пропорционального деформации среды $\mathbf{u}$, и вязкого напряжения, пропорционального скорости деформации $\dot{\mathbf{u}}$ [222]:

$$\begin{aligned}\sigma^{\alpha\beta} &= -P\delta^{\alpha\beta} + K\,\mathrm{div}\mathbf{u}\,\delta^{\alpha\beta} + \eta_{\mathrm{v}}\,\mathrm{div}\dot{\mathbf{u}}\delta^{\alpha\beta} + \\ &+2\mu\left(u^{\alpha\beta} - \frac{1}{3}\mathrm{div}\mathbf{u}\delta^{\alpha\beta}\right) + 2\eta_{\mathrm{s}}\left(\dot{u}^{\alpha\beta} - \frac{1}{3}\mathrm{div}\dot{\mathbf{u}}\delta^{\alpha\beta}\right).\end{aligned} \tag{3.1}$$

В этом случае каждому виду переноса соответствует определенный модуль упругости, т.е. между уравнениями теории упругости и соответствующими уравнениями движения вязких жидкостей можно обнаружить аналогию, где кинетическим коэффициентам объемной η_{v} и сдвиговой η_{s} вязкости соответствуют объемный K и сдвиговый μ модули упругости.

Широкое применение магнитных жидкостей в качестве смазывающих материалов, уплотнителей, теплоносителей, акустических приборов и т.д. требует подробного исследования диссипативных процессов в магнитной жидкости, описывающихся посредством коэффициентов объемной и сдвиговой вязкости, а также соответствующих модулей упругости.

Теоретические исследования вязкоупругих свойств магнитных жидкостей базируются на существующих теориях жидкостей и ведутся в разных направлениях: феноменологическими теориями, строгими статистическими методами, численными методами и модельными теориями.

Обнаруженные сильные магнитовязкие эффекты в экспериментах с магнитными жидкостями [223–227] вызывают большой интерес к их

вязкостным свойствам, как с научной, так и с практической точек зрения. Существуют упрощенные теоретические модели, такие как кластерная модель, Вейс-модель, цепочечная модель и т.д., позволяющие учитывать эти эффекты в магнитных жидкостях. Хотя исследованию вязкостных и упругих свойств магнитных жидкостей посвящено большое количество экспериментальных и теоретических работ, к сожалению, за исключением работ В. М. Полунина с коллегами по исследованию объемной вязкости [131] исследований, касающихся объемной вязкости и объемного модуля упругости магнитных жидкостей, в литературе не встречается. До настоящего времени в литературе мало встречаются теоретические модели, способные объяснить механизм проявления диссипативных процессов в магнитных жидкостях с микроскопической точки зрения.

В связи с этим, исследование вязкоупругих свойств магнитных жидкостей и выявление в них природы релаксационных процессов представляет большой интерес.

Для исследования вязкоупругих свойств магнитных жидкостей будем исходить из выражения (2.14) для тензоров напряжения двухкомпонентной магнитной жидкости. Согласно (2.14) тензоры напряжения магнитной жидкости определяются посредством функций неравновесной бинарной плотности частиц в конфигурационном пространстве $n_{2\mathrm{i}}(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},\mathbf{r}_{\mathrm{i}},t)$. Теперь, записываем неравновесную бинарную плотность в виде, состоящем из локально-равновесной и возмущенной частей:

$$n_{2\mathrm{i}}\left(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},\mathbf{r}_{\mathrm{i}},t\right)=n_{2\mathrm{i}}^{0}\left(|\mathbf{r}_{\mathrm{i}}|,n_{\mathrm{i}}(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},t),T(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},t)\right)+n_{2\mathrm{i}}'\left(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},\mathbf{r}_{\mathrm{i}},t\right), \tag{3.2}$$

где $n_{2\mathrm{i}}^{0}\left(|\mathbf{r}_{\mathrm{i}}|,n_{\mathrm{i}}(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},t),T(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},t)\right)=n_{2\mathrm{i}}^{0}(|\mathbf{r}_{\mathrm{i}}|)+\tilde{n}_{2\mathrm{i}}\left(|\mathbf{r}_{\mathrm{i}}|,n_{\mathrm{i}},T,t\right)$,

$$\tilde{n}_{2\mathrm{i}}\left(|\mathbf{r}_{\mathrm{i}}|,n_{\mathrm{i}},T,t\right)=\left(\frac{\partial n_{2\mathrm{i}}^{0}(|\mathbf{r}_{\mathrm{i}}|)}{\partial n_{\mathrm{i}}}\right)_{T}n_{\mathrm{i}}'(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},t)+\left(\frac{\partial n_{2\mathrm{i}}^{0}(|\mathbf{r}_{\mathrm{i}}|)}{\partial T}\right)_{n_{\mathrm{i}}}T'(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},t),$$

$n_{2\mathrm{i}}^{0}(|\mathbf{r}_{\mathrm{i}}|)=n_{\mathrm{i}}^{2}g_{\mathrm{i}}(r_{\mathrm{i}})$ – равновесная бинарная плотность. Далее подставляя решение (2.23) для возмущенной части $n_{2\mathrm{i}}(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},\mathbf{r}_{\mathrm{i}},t)$ в определение (3.2) и

учитывая его вместе с решениями $P_{\mathrm{ki}}\left(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},t\right)$ и $k_{\mathrm{i}}^{\alpha\beta}\left(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},t\right)$ из (2.19), (2.20) в (2.14), и совершив после этого в нем фурье-преобразование по времени, получим:

$$\sigma^{\alpha\beta}(\omega)=-\sum_{\mathrm{i=s,f}}P_{\mathrm{ki}}(0)\delta^{\alpha\beta}+\sum_{\mathrm{i=s,f}}(1+\gamma_{\mathrm{i}})P_{\mathrm{ki}}(0)\mathrm{div}\mathbf{u}_{\mathrm{i}}\delta^{\alpha\beta}-$$

$$-\sum_{\mathrm{i=s,f}}\frac{i\omega\tau_{1i}}{1-i\omega\tau_{1\mathrm{i}}}2P_{\mathrm{ki}}(0)\left\{\frac{\partial u_{\mathrm{i}}^{\alpha}}{\partial q_{1\mathrm{i}}^{\beta}}\right\}+\sum_{\mathrm{i=s,f}}\frac{\sigma_{\mathrm{i}}^{3}}{2}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\partial\Phi(r_{\mathrm{i}})}{\partial r_{\mathrm{i}}}\frac{r_{\mathrm{i}}^{\alpha}r_{\mathrm{i}}^{\beta}}{r_{\mathrm{i}}}n_{2\mathrm{i}}^{0}\left(|\mathbf{r}_{\mathrm{i}}|,n_{\mathrm{i}},T\right)d\mathbf{r}_{\mathrm{i}}+, \quad (3.3)$$

$$+\sum_{\mathrm{i=s,f}}\frac{\sigma_{\mathrm{i}}^{3}}{2}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\partial\Phi(r_{\mathrm{i}})}{\partial r_{\mathrm{i}}}\frac{r_{\mathrm{i}}^{\alpha}r_{\mathrm{i}}^{\beta}}{r_{\mathrm{i}}}\int_{-\infty}^{\infty}G_{0\mathrm{i}}(r_{\mathrm{i}},r_{1\mathrm{i}},\omega)R_{\mathrm{i}}(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},\mathbf{r}_{1\mathrm{i}},\omega)d\mathbf{r}_{1\mathrm{i}}d\mathbf{r}_{\mathrm{i}},$$

где $G_{0\mathrm{i}}(r_{\mathrm{i}},r_{1\mathrm{i}},\omega)=\int_{0}^{t}e^{i\omega(t-t_1)}G_{\mathrm{i}}(r_{\mathrm{i}},r_{1\mathrm{i}},t-t_1)dt_1$.

Используя в (3.3) термодинамических соотношениях

$$P_{\mathrm{i}}(0)=P_{\mathrm{ki}}(0)-\frac{n_{\mathrm{i}}^{2}\sigma_{\mathrm{i}}^{3}}{6}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\partial\Phi(r_{\mathrm{i}})}{\partial r_{\mathrm{i}}}g_{\mathrm{i}}(r_{\mathrm{i}})r_{\mathrm{i}}d\mathbf{r}_{\mathrm{i}},$$

$$\left(\frac{\partial P_{\mathrm{i}}(0)}{\partial n_{\mathrm{i}}}\right)_{T}=kT-\frac{n_{\mathrm{i}}^{2}\sigma_{\mathrm{i}}^{3}}{6}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\partial\Phi(r_{\mathrm{i}})}{\partial r_{\mathrm{i}}}\left(\frac{\partial g_{\mathrm{i}}(r_{\mathrm{i}})}{\partial n_{\mathrm{i}}}\right)_{T}r_{\mathrm{i}}d\mathbf{r}_{\mathrm{i}},$$

$\left(\frac{\partial P_{\mathrm{i}}(0)}{\partial T}\right)_{n_{\mathrm{i}}}=n_{\mathrm{i}}T-\frac{n_{\mathrm{i}}^{2}\sigma_{\mathrm{i}}^{3}}{6}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\partial\Phi(r_{\mathrm{i}})}{\partial r_{\mathrm{i}}}\left(\frac{\partial g_{\mathrm{i}}(r_{\mathrm{i}})}{\partial T}\right)_{n_{\mathrm{i}}}r_{\mathrm{i}}d\mathbf{r}_{\mathrm{i}}$ и фурье-образ $R_{\mathrm{i}}(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},\mathbf{r}_{1\mathrm{i}},\omega)$, выражение для тензора напряжения приводим к следующему виду:

$$\sigma^{\alpha\beta}(\omega)=-\sum_{\mathrm{i=s,f}}P_{\mathrm{i}}(0)\delta^{\alpha\beta}+\left[\sum_{\mathrm{i=s,f}}\left(K_{S\mathrm{i}}+i\omega\frac{n_{\mathrm{i}}^{2}\sigma_{\mathrm{i}}^{3}}{6}\int_{-\infty}^{\infty}r_{\mathrm{i}}\frac{\partial\Phi(r_{\mathrm{i}})}{\partial r_{\mathrm{i}}}\times\right.\right.$$

$$\left.\times\int_{-\infty}^{\infty}G_{0\mathrm{i}}(r_{\mathrm{i}},r_{1\mathrm{i}},\omega)\varphi_{\mathrm{i}}^{*}(r_{1\mathrm{i}})d\mathbf{r}_{1\mathrm{i}}d\mathbf{r}_{\mathrm{i}}\right)+i\omega\frac{n_{\mathrm{f}}^{2}\sigma_{\mathrm{f}}^{3}}{54}\int_{-\infty}^{\infty}r_{\mathrm{f}}\frac{\partial\Phi(r_{\mathrm{f}})}{\partial r_{\mathrm{f}}}\int_{-\infty}^{\infty}G_{0\mathrm{f}}(r_{\mathrm{f}},r_{1\mathrm{f}},\omega)\times$$

$$\left.\times\frac{\mu_0}{\beta_{\mathrm{f}}}(\mathbf{m}\nabla)\frac{\partial H}{\partial\dot{u}_i}\frac{\partial g_{\mathrm{f}}(r_{1\mathrm{f}})}{\partial r_{1\mathrm{f}}}r_{1\mathrm{f}}d\mathbf{r}_{1\mathrm{f}}d\mathbf{r}_{\mathrm{f}}\right]\mathrm{div}\mathbf{u}_{\mathrm{i}}\delta^{\alpha\beta}+\left[i\omega\sum_{\mathrm{i=s,f}}\left(-\frac{2n_{\mathrm{i}}kT\tau_{1\mathrm{i}}}{1-i\omega\tau_{1\mathrm{i}}}+\right.\right. \quad (3.4)$$

$$\left.+\frac{n_{\mathrm{i}}^{2}\sigma_{\mathrm{i}}^{3}}{15}\int_{-\infty}^{\infty}r_{\mathrm{i}}\frac{\partial\Phi(r_{\mathrm{i}})}{\partial r_{\mathrm{i}}}\int_{-\infty}^{\infty}G_{0\mathrm{i}}(r_{\mathrm{i}},r_{1\mathrm{i}},\omega)\frac{\partial g_{\mathrm{i}}(r_{1\mathrm{i}})}{\partial r_{1\mathrm{i}}}r_{1\mathrm{i}}d\mathbf{r}_{1\mathrm{i}}d\mathbf{r}_{\mathrm{i}}\right)+i\omega\frac{n_{\mathrm{f}}^{2}\sigma_{\mathrm{f}}^{3}}{45}\times$$

$$\left.\left.\times\int_{-\infty}^{\infty}r_{\mathrm{f}}\frac{\partial\Phi(r_{\mathrm{f}})}{\partial r_{\mathrm{f}}}\int_{-\infty}^{\infty}G_{0\mathrm{f}}(r_{\mathrm{f}},r_{1\mathrm{f}},\omega)\frac{\mu_0}{\beta_{\mathrm{f}}}(\mathbf{m}\nabla)\frac{\partial H}{\partial\dot{u}_i}\frac{\partial g_{\mathrm{f}}(r_{1\mathrm{f}})}{\partial r_{1\mathrm{f}}}r_{1\mathrm{f}}d\mathbf{r}_{1\mathrm{f}}d\mathbf{r}_{\mathrm{f}}\right]\left\{\frac{\partial u_i^{\alpha}(\omega)}{\partial q_{1i}^{\beta}}\right\}.$$

Из выражения (3.4) видно, что, как и в (1.12), в присутствии магнитного поля тензор напряжения в магнитной жидкости складывается из напряжения, возникающего в отсутствие поля, и напряжения, создаваемого приложенным магнитным полем.

Далее в (3.4), применяя к реальной и мнимой частям функции $G_{0i}(r_i, r_{1i}, \omega)$ косинус и синус преобразования Фурье соответственно и сравнивая полученное выражение с фурье-образом (3.1), для динамических коэффициентов объемной $\eta_{\mathrm{v}}(\omega)$ и сдвиговой $\eta_{\mathrm{s}}(\omega)$ вязкости и соответствующих им релаксационного объемного $K_{\mathrm{r}}(\omega) = K(\omega) - K_0$ и сдвигового $\mu(\omega)$ модулей упругости магнитной жидкости, получим [205, 228–231]:

$$\begin{aligned}
\eta_{\mathrm{v}}(\omega) &= \sum_{\mathrm{i=s,f}} \frac{n_{\mathrm{i}}^2 \sigma_{\mathrm{i}}^3}{24\pi} \int_0^\infty \frac{\partial \Phi(r_{\mathrm{i}})}{\partial r_{\mathrm{i}}} \int_0^\infty G_{1\mathrm{i}}(r_{\mathrm{i}}, r_{1\mathrm{i}}, \omega) \varphi_{\mathrm{i}}^*(r_{1\mathrm{i}}) r_{1\mathrm{i}}^{-1} d\mathbf{r}_{1\mathrm{i}} d\mathbf{r}_{\mathrm{i}} + \\
&+ \frac{n_{\mathrm{f}}^2 \sigma_{\mathrm{f}}^3}{216\pi} \int_0^\infty \frac{\partial \Phi(r_{\mathrm{f}})}{\partial r_{\mathrm{f}}} \int_0^\infty G_{1\mathrm{f}}(r_{\mathrm{f}}, r_{1\mathrm{f}}, \omega) \frac{\mu_0}{\beta_{\mathrm{f}}} (\mathbf{m}\nabla) \frac{\partial H}{\partial \dot{u}} \frac{\partial g_{\mathrm{f}}(r_{1\mathrm{f}})}{\partial r_{1\mathrm{f}}} d\mathbf{r}_{1\mathrm{f}} d\mathbf{r}_{\mathrm{f}}, \\
\eta_{\mathrm{s}}(\omega) &= \sum_{\mathrm{i=s,f}} \frac{n_{\mathrm{i}} kT \tau_{1\mathrm{i}}}{1 + (\omega\tau_{1\mathrm{i}})^2} + \sum_{\mathrm{i=f,s}} \frac{n_{\mathrm{i}}^2 \sigma_{\mathrm{i}}^3}{120\pi} \int_0^\infty \frac{\partial \Phi(r_{\mathrm{i}})}{\partial r_{\mathrm{i}}} \int_0^\infty G_{1\mathrm{i}}(r_{\mathrm{i}}, r_{1\mathrm{i}}, \omega) \frac{\partial g_{\mathrm{i}}(r_{1\mathrm{i}})}{\partial r_{1\mathrm{i}}} d\mathbf{r}_{1\mathrm{i}} d\mathbf{r}_{\mathrm{i}} + \\
&+ \frac{n_{\mathrm{f}}^2 \sigma_{\mathrm{f}}^3}{360\pi} \int_0^\infty \frac{\partial \Phi(r_{\mathrm{f}})}{\partial r_{\mathrm{f}}} \int_0^\infty G_{1\mathrm{f}}(r_{\mathrm{f}}, r_{1\mathrm{f}}, \omega) \frac{\mu_0}{\beta_{\mathrm{f}}} (\mathbf{m}\nabla) \frac{\partial H}{\partial \dot{u}} \frac{\partial g_{\mathrm{f}}(r_{1\mathrm{f}})}{\partial r_{1\mathrm{f}}} d\mathbf{r}_{1\mathrm{f}} d\mathbf{r}_{\mathrm{f}},
\end{aligned} \tag{3.5}$$

$$\begin{aligned}
K_{\mathrm{r}}(\omega) &= \sum_{\mathrm{i=s,f}} \frac{n_{\mathrm{i}}^2 \sigma_{\mathrm{i}}^3 \omega}{24\pi} \int_{-\infty}^\infty \frac{\partial \Phi(r_{\mathrm{i}})}{\partial r_{\mathrm{i}}} \int_{-\infty}^\infty G_{2\mathrm{i}}(r_{\mathrm{i}}, r_{1\mathrm{i}}, \omega) \varphi_{\mathrm{i}}^*(r_{1\mathrm{i}}) r_{1\mathrm{i}}^{-1} d\mathbf{r}_{1\mathrm{i}} d\mathbf{r}_{\mathrm{i}} + \\
&+ \frac{n_{\mathrm{f}}^2 \sigma_{\mathrm{f}}^3 \omega}{216\pi} \int_{-\infty}^\infty \frac{\partial \Phi(r_{\mathrm{f}})}{\partial r_{\mathrm{f}}} \int_{-\infty}^\infty G_{2\mathrm{f}}(r_{\mathrm{f}}, r_{1\mathrm{f}}, \omega) \frac{\mu_0}{\beta_{\mathrm{f}}} (\mathbf{m}\nabla) \frac{\partial H}{\partial \dot{u}} \frac{\partial g_{\mathrm{f}}(r_{1\mathrm{f}})}{\partial r_{1\mathrm{f}}} d\mathbf{r}_{1\mathrm{f}} d\mathbf{r}_{\mathrm{f}}, \\
\mu(\omega) &= \sum_{\mathrm{i=s,f}} \frac{n_{\mathrm{i}} kT (\omega\tau_{1\mathrm{i}})^2}{1 + (\omega\tau_{1\mathrm{i}})^2} + \sum_{\mathrm{i=f,s}} \frac{n_{\mathrm{i}}^2 \sigma_{\mathrm{i}}^3 \omega}{120\pi} \int_{-\infty}^\infty \frac{\partial \Phi(r_{\mathrm{i}})}{\partial r_{\mathrm{i}}} \int_{-\infty}^\infty G_{2\mathrm{i}}(r_{\mathrm{i}}, r_{1\mathrm{i}}, \omega) \frac{\partial g_{\mathrm{i}}(r_{1\mathrm{i}})}{\partial r_{1\mathrm{i}}} d\mathbf{r}_{1\mathrm{i}} d\mathbf{r}_{\mathrm{i}} + \\
&+ \frac{n_{\mathrm{f}}^2 \sigma_{\mathrm{f}}^3 \omega}{360\pi} \int_{-\infty}^\infty \frac{\partial \Phi(r_{\mathrm{f}})}{\partial r_{\mathrm{f}}} \int_{-\infty}^\infty G_{2\mathrm{f}}(r_{\mathrm{f}}, r_{1\mathrm{f}}, \omega) \frac{\mu_0}{\beta_{\mathrm{f}}} (\mathbf{m}\nabla) \frac{\partial H}{\partial \dot{u}} \frac{\partial g_{\mathrm{f}}(r_{1\mathrm{f}})}{\partial r_{1\mathrm{f}}} d\mathbf{r}_{1\mathrm{f}} d\mathbf{r}_{\mathrm{f}},
\end{aligned} \tag{3.6}$$

где

$$\varphi_{\mathrm{i}}^{*}\left(r_{1\mathrm{i}}\right)=\frac{r_{1\mathrm{i}}}{3}\frac{\partial g_{\mathrm{i}}(r_{1\mathrm{i}})}{\partial r_{1\mathrm{i}}}-n_{\mathrm{i}}\left(\frac{\partial g_{\mathrm{i}}(r_{1\mathrm{i}})}{\partial n_{\mathrm{i}}}\right)_{T}-\gamma_{\mathrm{i}}T\left(\frac{\partial g_{\mathrm{i}}(r_{1\mathrm{i}})}{\partial T}\right)_{n_{\mathrm{i}}},$$

$$G_{(1,2)\mathrm{i}}\left(r_{\mathrm{i}},r_{1\mathrm{i}},\omega\right)=\pm\frac{\tau_{0\mathrm{i}}}{2}\left(\frac{2}{\omega\tau_{0\mathrm{i}}}\right)^{1/2}\left[\left(\sin\varphi_{1\mathrm{i}}\mp\cos\varphi_{1\mathrm{i}}\right)e^{-\varphi_{1\mathrm{i}}}-\left(\sin\varphi_{2\mathrm{i}}\mp\cos\varphi_{2\mathrm{i}}\right)e^{-\varphi_{2\mathrm{i}}}\right],$$

$\varphi_{(1,2)\mathrm{i}}\left(r_{\mathrm{i}},r_{1\mathrm{i}},\omega\right)=\left(\frac{\omega\tau_{0\mathrm{i}}}{2}\right)^{1/2}\left(r_{\mathrm{i}}\mp r_{1\mathrm{i}}\right)$, $\tau_{1\mathrm{i}}=\frac{m_{\mathrm{i}}}{2\beta_{\mathrm{i}}}$ – время трансляционной релаксации вязкого тензора напряжений, $\tau_{0\mathrm{i}}=\frac{\beta_{\mathrm{i}}\sigma_{\mathrm{i}}^{2}}{2kT}$ – феноменологическое время структурной релаксации.

Аналитические выражения (3.5), (3.6) позволяют определить динамические коэффициенты вязкости и модулей упругости магнитной жидкости в широком диапазоне изменения частоты и термодинамических параметров состояния. Первые слагаемые $\eta_s(\omega)$ и $\mu(\omega)$ учитывают трансляционную релаксацию в магнитной жидкости с характерными временами τ_{1i}. Потенциальные части $\eta_{\mathrm{v}}(\omega)$, $\eta_{\mathrm{s}}(\omega)$, $K_{\mathrm{r}}(\omega)$ и $\mu(\omega)$ содержат функции $G_{(1,2)\mathrm{i}}\left(r_{\mathrm{i}},r_{1\mathrm{i}},\omega\right)$ с характерными временами $\tau_{0\mathrm{i}}$ и определяют вклад структурной релаксации в динамические коэффициенты вязкости и модули упругости. Следовательно, релаксация сдвиговой вязкости и сдвигового модуля упругости в магнитной жидкости является как трансляционной, так и структурной. Однако, релаксация объемной вязкости и объемного модуля упругости в магнитной жидкости является, только структурной. Последние слагаемые в выражениях (3.5) и (3.6) учитывают вклад воздействия внешнего магнитного поля в вязкоупругие свойства магнитных жидкостей.

Следует отметить, что поскольку функция Грина $G_{(1,2)\mathrm{i}}\left(r_{\mathrm{i}},r_{1\mathrm{i}},\omega\right)$ согласно (2.25) является медленно меняющейся функцией, соответственно частотная дисперсия коэффициентов вязкости и модулей упругости, обусловленная релаксационным процессом, протекающим в магнитной жидкости, не

подчиняясь экспоненциальному закону, изменяется по степенному закону [232].

Известно, что одним из успешных методов исследования жидкостей является метод статистической теории, к которому можно отнести временные корреляционные функции Ван-Хова, методы Энскога, проекционные операторы Мори, неравновесные статистические операторы Зубарева, молекулярно-кинетическую теорию и др. Хотя во всех этих методах очень ясно и красиво определяются кинетические коэффициенты, поведение корреляционных функций в них при достаточно больших временах отличается друг от друга, и это, соответственно, приводит к различным результатам по частотной дисперсии кинетических коэффициентов и акустических параметров.

Ранее проведенные исследования на основе простых моделей, таких как броуновское движение, теория марковских случайных процессов и уравнение Больцмана, привели специалистов к убеждению, что автокорреляционные функции со временем затухают экспоненциально. Однако вычисление корреляционных функций, содержащих функцию Грина, учитывающих корреляции положений и скоростей, показали, что эти функции могут изменяться не экспоненциально, а по степенному закону.

Впервые в [233] на основе машинного эксперимента методом молекулярной динамики было показано, что автокорреляционная функция скоростей в течение длительного времени, не распадаясь экспоненциально, изменяется по закону $t^{-d/2}$, где d – размерность системы. Эта работа привлекала внимание многих специалистов, и несколько позже такой же характер затухания автокорреляционных функций обнаружился в теоретических работах [234–240]. Особое внимание этому вопросу уделили Резибуа с коллегами [241, 242]. Они как на основе феноменологической теории с применением метода Ландау–Плачека, так и на основе кинетической теории, подробно исследовав поведение временных корреляционных

функций, показали, что медленное затухание подынтегральных функций Грина–Кубо по степенному закону обусловлено коллективным гидродинамическим эффектом и распространением флуктуации гидродинамических переменных на большие расстояния.

Фишер [240], исследовав происхождение долговременных хвостов корреляционных функций при описании процессов переноса, исходил из того, что скорость теплового движения молекул можно представить в виде суммы двух составляющих:

$$\upsilon(t) = \upsilon_c(t) + \upsilon'(t),$$

где $\upsilon_c(t)$ представляет коллективное перемещение ближайших молекул, а $\upsilon'(t)$ – скорость движения выбранной молекулы относительно ее окружения. Принимая эти составляющие как статистически независимые, движение выбранной молекулы он рассматривал как совместное со своим окружением в составе «жидкой частицы», впоследствии называемое лагранжевой частицей. Далее он предполагал, что временная эволюция $\upsilon_c(t)$ более медленная, и автокорреляционную функцию скорости аппроксимировал для частицы Лагранжа. Для расчета автокорреляционной функции, принимая лагранжевую теорию тепловых гидродинамических флуктуаций, получил результаты, которые полностью согласовывались как с результатами феноменологических подходов [234–236], так и с расчетами, проведенными на основе молекулярно-кинетической теории [239, 241, 242]. Дальнейшее развитие метода, предложенного в [240], можно видеть в работах [243–246], где построена последовательная теория тепловых гидродинамических флуктуаций Лагранжа и с применением метода молекулярной динамики детально анализируется автокорреляционная функция скорости частицы Лагранжа.

Необходимо отметить, что хотя долговременные хвосты автокорреляционных функций подробно исследованы во многих теоретических работах до настоящего времени физические эксперименты по доказательству их существования практически отсутствуют. Однако методы

компьютерного моделирования имеют широкие возможности наглядно показать медленное затухание автокорреляционных функций, содержащихся в выражениях для коэффициентов переноса. Как известно, автокорреляционная функция скоростей позволяет определить усредненные характеристики движения микрочастиц, и исследование этой функции методом молекулярной динамики дает возможность выявить основные закономерности коллективных движений частиц в жидкости.

В обзоре [247], который посвящен методу молекулярной динамики и его применению в статистической физике, подробно проанализировано долговременное поведение временных корреляционных функций скорости, автокорреляционных функций сила–сила, плотность–плотность и показано, что их распад всегда подчиняется степенному закону $t^{-d/2}$. Там же отмечается, что справедливость результатов, полученных в [233] для трехмерной системы твердых шариков, содержащей 500 частиц, при установлении асимптотического закона $t^{-3/2}$ из-за слишком малого числа частиц ставится под сомнение. Однако исследования, проведенные для системы, содержащей 4000 частиц [248], подтвердили справедливость асимптотического закона $t^{-3/2}$, обнаруженного в [233]. Недавно опубликованные работы по исследованию свойств простых жидкостей для систем из 32000 и 10976 частиц [249], для моделей воды из 10000 и 50000 молекул [246], а также дисперсных систем с 8000 частицами и различным соотношением масс наночастиц и молекул несущей среды [250, 251] показывают, что закон $t^{-3/2}$, проявляющийся при исследовании коллективных релаксационных процессов, является всеобщим и его можно наблюдать во всех жидкостях.

Ранее в работах [252–257] на основе метода молекулярно-кинетической теории были исследованы вязкоупругие и акустические свойства магнитных жидкостей с учетом различных релаксационных процессов. В этих работах на основе кинетических уравнений, учитывающих вклады пространственных корреляций плотности и корреляции скоростей, были получены

микроскопические уравнения обобщенной гидродинамики, учитывающие различные релаксационные процессы. На основе полученных уравнений были выведены аналитические выражения для динамических коэффициентов вязкости и модулей упругости однородной магнитной жидкости, содержащие функцию $G(r, r_1, \omega)$, асимптотика, которой при больших временах совпадает с асимптотиками автокорреляционных функций, то есть имеет место закон $t^{-3/2}$. Показано, что как следствие медленного затухания функции Грина, область частотной дисперсии коэффициентов переноса, модулей упругости и акустических параметров всегда является широкой и составляет пять декад.

Хотя многие теоретические модели показывают существование широкого спектра частотной дисперсии для многих жидкостей и суспензий, в экспериментальных работах область частотной дисперсии коэффициентов переноса и акустических параметров простых жидкостей [182], а также ферроколлоидов [131] не превышает 1–2 декад. Согласно [182], для некоторых жидкостей с очень большой вязкостью, таких как канифоль и полиметилметакрилат, в области затвердевания удалось наблюдать широкий релаксационный спектр, а для некоторых вязких масел область частотной дисперсии составляла до пяти декад.

Теперь рассмотрим поведение коэффициентов вязкости и модулей упругости магнитных жидкостей в предельно низких и высоких частотах.

В гидродинамическом режиме, когда $\omega\tau_{0i} << 1$, в (3.5) и (3.6), разлагая функции $G_{1i}(r_i, r_{1i}, \omega)$ и $G_{2i}(r_i, r_{1i}, \omega)$ в ряд по степеням $\omega\tau_0$ и ограничиваясь членами второго порядка, для низкочастотных асимптотик динамических коэффициентов вязкости и модулей упругости магнитных жидкостей получим:

$$\begin{aligned} \eta_v(\omega) &= \eta_v(0) + \sum_{i=s,f} \left(\omega\tau_{0i}/2\right)^{1/2} A_{vi} + \left(\omega\tau_{0f}/2\right)^{1/2} \frac{A_f}{3}, \\ \eta_s(\omega) &= \eta_s(0) + \sum_{i=s,f} \left(\omega\tau_{0i}/2\right)^{1/2} A_{si} + \left(\omega\tau_{0f}/2\right)^{1/2} \frac{A_f}{5}, \end{aligned} \tag{3.7}$$

$$K(\omega)-K_0=-\sum_{\mathrm{i=s,f}}\left(\omega\tau_{0\mathrm{i}}/2\right)^{3/2}B_{\mathrm{vi}}-\left(\omega\tau_{0\mathrm{f}}/2\right)^{3/2}\frac{B_{\mathrm{f}}}{3},$$
$$\mu(\omega)=-\sum_{\mathrm{i=s,f}}\left(\omega\tau_{0\mathrm{i}}/2\right)^{3/2}B_{\mathrm{si}}-\left(\omega\tau_{0\mathrm{f}}/2\right)^{3/2}\frac{B_{\mathrm{f}}}{5}, \tag{3.8}$$

где

$$\eta_{\mathrm{s}}(0)=\sum_{\mathrm{i=f,s}}n_{\mathrm{i}}kT\tau_{1\mathrm{i}}-\sum_{\mathrm{i=s,f}}\frac{n_{\mathrm{i}}^2\sigma_{\mathrm{i}}^3\tau_{0\mathrm{i}}}{60\pi}\int_0^\infty\frac{\partial\Phi(r_{\mathrm{i}})}{\partial r_{\mathrm{i}}}\int_0^\infty\frac{\partial g_{\mathrm{i}}(r_{1\mathrm{i}})}{\partial r_{1\mathrm{i}}}r_{1\mathrm{i}}d\mathbf{r}_{1\mathrm{i}}d\mathbf{r}_{\mathrm{i}}-$$
$$-\frac{n_{\mathrm{f}}^2\sigma_{\mathrm{f}}^3\tau_{0\mathrm{f}}}{180\pi}\int_0^\infty\frac{\partial\Phi(r_{\mathrm{f}})}{\partial r_{\mathrm{f}}}\int_0^\infty\frac{\mu_0}{\beta_{\mathrm{f}}}(\mathbf{m}\nabla)\frac{\partial H}{\partial\dot{u}_{\mathrm{f}}}\frac{\partial g_{\mathrm{f}}(r_{1\mathrm{f}})}{\partial r_{1\mathrm{f}}}r_{1\mathrm{f}}d\mathbf{r}_{1\mathrm{f}}d\mathbf{r}_{\mathrm{f}},$$

$$\eta_{\mathrm{v}}(0)=-\sum_{\mathrm{i=s,f}}\frac{n_{\mathrm{i}}^2\sigma_{\mathrm{i}}^3\tau_{0\mathrm{i}}}{12\pi}\int_0^\infty\frac{\partial\Phi(r_{\mathrm{i}})}{\partial r_{\mathrm{i}}}\int_0^\infty\varphi_{\mathrm{i}}^*(r_{1\mathrm{i}})d\mathbf{r}_{1\mathrm{i}}d\mathbf{r}_{\mathrm{i}}-$$
$$-\frac{n_{\mathrm{f}}^2\sigma_{\mathrm{f}}^3\tau_{0\mathrm{f}}}{108\pi}\int_0^\infty\frac{\partial\Phi(r_{\mathrm{f}})}{\partial r_{\mathrm{f}}}\int_0^\infty\frac{\mu_0}{\beta_{\mathrm{f}}}(\mathbf{m}\nabla)\frac{\partial H}{\partial\dot{u}_{\mathrm{f}}}\frac{\partial g_{\mathrm{f}}(r_{1\mathrm{f}})}{\partial r_{1\mathrm{f}}}r_{1\mathrm{f}}d\mathbf{r}_{1\mathrm{f}}d\mathbf{r}_{\mathrm{f}},$$

$$A_{\mathrm{si}}=\frac{n_{\mathrm{i}}^2\sigma_{\mathrm{i}}^3\tau_{0\mathrm{i}}}{60\pi}\int_0^\infty r_{\mathrm{i}}\frac{\partial\Phi_{\mathrm{i}}(r_{\mathrm{i}})}{\partial r_{\mathrm{i}}}\int_0^\infty\frac{\partial g_{\mathrm{i}}(r_{1\mathrm{i}})}{\partial r_{1\mathrm{i}}}r_{1\mathrm{i}}d\mathbf{r}_{1\mathrm{i}}d\mathbf{r}_{\mathrm{i}},\quad A_{\mathrm{vi}}=\frac{n_{\mathrm{i}}^2\sigma_{ii}^3\tau_{0\mathrm{i}}}{12\pi}\int_0^\infty r_{\mathrm{i}}\frac{\partial\Phi(r_{\mathrm{i}})}{\partial r_{\mathrm{i}}}\int_0^\infty\varphi_{\mathrm{i}}^*(r_{1\mathrm{i}})d\mathbf{r}_{1\mathrm{i}}d\mathbf{r}_{\mathrm{i}},$$

$$A_{\mathrm{f}}=\frac{n_{\mathrm{f}}^2\sigma_{\mathrm{f}}^3\tau_{0\mathrm{f}}}{36\pi}\int_0^\infty r_{\mathrm{f}}\frac{\partial\Phi(r_{\mathrm{f}})}{\partial r_{\mathrm{f}}}\int_0^\infty\frac{\mu_0}{\beta_f}(\mathbf{m}\nabla)\frac{\partial H}{\partial\dot{u}_{\mathrm{f}}}\frac{\partial g_f(r_{1\mathrm{f}})}{\partial r_{1\mathrm{f}}}r_{1\mathrm{f}}d\mathbf{r}_{1\mathrm{f}}d\mathbf{r}_{\mathrm{f}},$$

$$B_{\mathrm{si}}=\frac{n_{\mathrm{i}}^2\sigma_{\mathrm{i}}^3}{30\pi}\int_0^\infty r_{\mathrm{i}}\frac{\partial\Phi(r_{\mathrm{i}})}{\partial r_{\mathrm{i}}}\int_0^\infty\frac{\partial g_{\mathrm{i}}(r_{1\mathrm{i}})}{\partial r_{1\mathrm{i}}}r_{1\mathrm{i}}d\mathbf{r}_{1\mathrm{i}}d\mathbf{r}_{\mathrm{i}},\quad B_{\mathrm{vi}}=\frac{n_{\mathrm{i}}^2\sigma_{\mathrm{i}}^3}{6\pi}\int_0^\infty r_{\mathrm{i}}\frac{\partial\Phi(r_{\mathrm{i}})}{\partial r_{\mathrm{i}}}\int_0^\infty\varphi_{\mathrm{i}}^*(r_{1\mathrm{i}})d\mathbf{r}_{1\mathrm{i}}d\mathbf{r}_{\mathrm{i}},$$

$$B_{\mathrm{f}}=\frac{n_{\mathrm{f}}^2\sigma_{\mathrm{f}}^3}{18\pi}\int_0^\infty r_{\mathrm{f}}\frac{\partial\Phi(r_{\mathrm{f}})}{\partial r_{\mathrm{f}}}\int_0^\infty\frac{\mu_0}{\beta_f}(\mathbf{m}\nabla)\frac{\partial H}{\partial\dot{u}_{\mathrm{f}}}\frac{\partial g_f(r_{1\mathrm{f}})}{\partial r_{1\mathrm{f}}}r_{1\mathrm{f}}d\mathbf{r}_{1\mathrm{f}}d\mathbf{r}_{\mathrm{f}}.$$

$K_0=\sum_{\mathrm{i=s,f}}\left(n_{\mathrm{i}}\left(\frac{\partial P_{\mathrm{i}}}{\partial n_{\mathrm{i}}}\right)_T+\gamma_{\mathrm{i}}T\left(\frac{\partial P_{\mathrm{i}}}{\partial T}\right)_{n_{\mathrm{i}}}\right)$ – адиабатический объемный модуль упругости.

Согласно (3.7) в гидродинамическом режиме динамические коэффициенты объемной и сдвиговой вязкости магнитных жидкостей имеют асимптотики, пропорциональные $(\omega\tau_{0\mathrm{i}})^{1/2}$, что совпадает с низкочастотными асимптотиками [258–260].

Согласно (3.8) объемный модуль упругости стремится к значению статического адиабатического объемного модуля упругости K_0, а сдвиговый модуль упругости к нулю по закону $(\omega\tau_{0i})^{3/2}$, что совпадает с результатом полученным в [259].

При высоких частотах, когда $\omega\tau_{0i} >> 1$, т.е. при $\omega \to \infty$, из (3.5) и (3.6) для динамических коэффициентов вязкости и модулей упругости получим:

$$\eta_v(\omega \to \infty) = \frac{1}{\omega}\left(\sum_{i=s,f} K_{0i} - K_\infty\right),$$
$$\eta_s(\omega \to \infty) = \frac{1}{\omega}\left(\sum_{i=s,f} n_i kT - \mu_\infty(\omega)\right), \tag{3.9}$$

$$K_\infty(\omega) = \sum_{i=s,f}(1+\gamma_i)n_i kT + \sum_{i=s,f}\frac{2\pi n_i^2\sigma_i^3}{9}\int_0^\infty \frac{d}{dr_i}\left(\frac{1}{r_i^2}\frac{\partial\Phi(r_i)}{\partial r_i}\right)g_i(r_i)r_i^6 dr_i +$$
$$+\frac{2\pi n_f^2\sigma_f^3}{27}\int_0^\infty \frac{d}{dr_f}\left(\frac{\partial\Phi}{\partial r_f}\frac{\mu_0}{\beta_f}(\mathbf{m}\nabla)\frac{\partial H}{\partial \dot{u}}r_f^4\right)g_f(r_f)dr_f,$$
$$\mu_\infty(\omega) = \sum_{i=s,f} n_i kT + \sum_{i=s,f}\frac{2\pi n_i^2\sigma_i^3}{15}\int_0^\infty \frac{d}{dr_i}\left(\frac{\partial\Phi(r_i)}{\partial r_i}r_i^4\right)g_i(r_i)dr_i +$$
$$+\frac{2\pi n_f^2\sigma_f^3}{45}\int_0^\infty \frac{d}{dr_f}\left(\frac{\partial\Phi}{\partial r_f}\frac{\mu_0}{\beta_f}(\mathbf{m}\nabla)\frac{\partial H}{\partial \dot{u}}r_f^4\right)g_f(r_f)dr_f. \tag{3.10}$$

Согласно (3.9), при высоких частотах динамические коэффициенты объемной и сдвиговой вязкости стремятся к нулю по закону ω^{-1}, а модули упругости не зависят от частоты и по виду совпадают с высокочастотными модулями упругости [261, 262].

Таким образом, на основе анализа асимптотических поведений коэффициентов вязкости и модулей упругости можно заключить, что в низкочастотном режиме магнитные жидкости в основном являются текучими, а их упругие свойства описывается только адиабатическим объемным модулем упругости. При высоких частотах в магнитной жидкости проявляются чисто упругие свойства, и в этом режиме наряду с объемным модулем, появляется также сдвиговый модуль упругости, которые

обеспечивают возможность распространения продольных и поперечных акустических волн в магнитных жидкостях.

Для более детального анализа динамических коэффициентов вязкости и модулей упругости магнитных жидкостей необходимо провести численные расчеты их зависимости от частоты внешнего возмущения и термодинамических параметров состояния системы.

3.2. Частотная зависимость коэффициентов вязкости и модулей упругости магнитных жидкостей

Выражения (3.5) и (3.6) для динамических коэффициентов вязкости и модулей упругости магнитных жидкостей являются сложными функциями потенциальных энергий взаимодействия частиц подсистем Φ_i и соответствующих радиальных функций распределения g_i. Поэтому для количественного исследования вязкоупругих свойств магнитных жидкостей необходим правильный выбор явных видов функций Φ_i и g_i, удовлетворительно описывающих структуру исследуемой магнитной жидкости.

Задача определения межмолекулярных взаимодействий долгое время оставалась дискуссионным вопросом, ей посвящено большое количество работ и монографий [263, 264]. Потенциалы межчастичного взаимодействия как жидкости-носителя, так и ферритной подсистемы достаточно сложны и обусловлены различными механизмами ориентационного, индукционного и дисперсионного взаимодействия. Особенно важным при исследовании физических свойств магнитных жидкостей является диполь-дипольное взаимодействие магнитных частиц и их взаимодействие с внешним магнитным полем. Известно, что в объемных интегралах, описывающих

свойства систем, если потенциальные энергии взаимодействия спадают быстрее r^{-3}, они являются сходящимися. Однако, если энергия взаимодействия частиц системы изменяется именно по закону r^{-3}, объемные интегралы сходятся лишь условно, поскольку степень r соответствует размерности пространства. Поэтому при исследовании систем с электрическим и магнитным дипольным взаимодействием надо быть осторожным, поскольку дипольные силы убывают как r^{-3}, являясь дальнодействующими.

В [265] исследованы процессы образования цепочек магнитных частиц в коллоидной системе. Показано, что результат интегрирования объемного интеграла от потенциала диполь-дипольного взаимодействия зависит как от порядка интегрирования по координатам, так и от выбранной системы координат.

В [266] рассмотрена термодинамическая модель стабильной макроскопически однородной магнитной жидкости содержащей монодисперсные сферические частицы с постоянными магнитными моментами. Показано, что при интегрировании объемных интегралов использование цилиндрического контейнера выгодно, так как в этом случае размагничивающие факторы не имеют значения и не нуждаются в учете.

В работе [267] доказывается существование термодинамического предела, не зависящего от формы и граничных условий, для жидкостей и твердых тел, состоящих из одинаковых частиц с электрическим или магнитным дипольным моментом. Показывается применимость полученных результатов к жидкостям с твердыми частицами и дипольными мягкими сферами, к жидкостям Штокмайера, к неупорядоченным твердым композитам и регулярным кристаллическим решеткам.

В [268] на основе метода разложения Борна-Майера исследуются магнитные свойства магнитных жидкостей с твердыми магнитными частицами, взаимодействующими между собой через дипольные силы. При

расчетах вокруг рассматриваемой магнитной частицы выделяется виртуальная сфера с радиусом R_s, внутри которой вклады дипольных взаимодействий являются существенными. Дипольное поле разделяется на «дальние» и «близкие» вклады и за счет обрезания дальнодействующих дипольных взаимодействий, рассматриваются дипольные силы с конечным радиусом действия. Дипольное поле за пределами выделенной сферы заменяется магнитным континуумом с намагниченностью M и магнитным полем H таким образом, чтобы он в центре сферы создал магнитное поле $H_s = H + M/3$.

Для дальнейших расчетов в первом приближении ограничимся известными и относительно простыми потенциалами. Энергию взаимодействия молекулярной подсистемы выбираем в виде модели Штокмайера

$$\Phi_s(\mathbf{r}_s) = \Phi_s^{L-J}(r_s) + \Phi^{pp}(\mathbf{r}_s), \tag{3.11}$$

где $\Phi^{L-J}(r_s) = 4\varepsilon_s\left(r_s^{-12} - r_s^{-6}\right)$, $\Phi^{pp}(\mathbf{r}_s) = \dfrac{p^2}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0\sigma_s^3}\left[\dfrac{(\mathbf{e}_a\mathbf{e}_b)}{r_{ab}^3} - \dfrac{3(\mathbf{e}_a\mathbf{r}_{ab})(\mathbf{e}_b\mathbf{r}_{ab})}{r_{ab}^5}\right]$.

В магнитной подсистеме, считая феррочастицы сферическими однодоменными частицами, покрытыми слоем поверхностно-активного вещества, и находящимися под действием внешнего магнитного поля, представим их взаимодействие в виде

$$\Phi(\mathbf{r}_f, \mathbf{H}) = \Phi^{L-J}(r_f) + \Phi^{mm}(\mathbf{r}_f) + \Phi^{H}(\mathbf{H}). \tag{3.12}$$

Условия взаимной непроницаемости частиц и учет отталкивающей силы, существующей из-за наличия поверхностно-активного слоя, обеспечиваются потенциалом Леннард-Джонса:

$$\Phi^{L-J}(r_f) = 4\varepsilon_f\left(r_f^{-12} - r_f^{-6}\right).$$

Хотя этот потенциал при описании взаимодействия коллоидных частиц широко используется, при определении значения глубины потенциальной ямы ε_f возникает серьезная проблема. Например, согласно [77], в магнитной

жидкости с магнитными частицами диаметром $10\,\text{нм}$, покрытыми поверхностно-активным слоем толщиной 2 нм, в отсутствие магнитного поля глубина минимума энергии равна $0.3\,kT$. При наличии внешнего магнитного поля глубина минимума составляет $0.9\,kT$.

Взаимодействие магнитных диполей между собой и с внешним магнитным полем описываются потенциалами

$$\Phi^{\text{mm}}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0 m^2}{4\pi\sigma_{\text{f}}^3}\left[\frac{(\mathbf{e}_{\text{a}}\mathbf{e}_{\text{b}})}{r_{\text{ab}}^3} - \frac{3(\mathbf{e}_{\text{a}}\mathbf{r}_{\text{ab}})(\mathbf{e}_{\text{b}}\mathbf{r}_{\text{ab}})}{r_{\text{ab}}^5}\right],\ \Phi^{\text{H}}(\mathbf{H}) = -\mu_0\mathbf{mH}.$$

Электрическое и магнитное диполь-дипольные потенциалы при переходе к сферической системе координат (рис. 2), представим в виде

$$\Phi^{dd}(r_{\text{ab}},\theta_{\text{a}},\theta_{\text{b}},\varphi_{\text{a}}-\varphi_{\text{b}}) = -A^d\frac{d^2}{r_{ab}^3}\chi(\theta_{\text{a}},\theta_{\text{b}},\varphi_{\text{a}}-\varphi_{\text{b}}). \qquad (3.13)$$

где при $d = p$ $A^p = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}$ и при $d = m$ $A^m = \dfrac{\mu_0}{4\pi}$. Значение функции $\chi(\theta_{\text{a}},\theta_{\text{b}},\varphi_{\text{a}}-\varphi_{\text{b}}) = 2\cos\theta_{\text{a}}\cos\theta_{\text{b}} - \sin\theta_{\text{a}}\sin\theta_{\text{b}}\cos(\varphi_{\text{a}}-\varphi_{\text{b}})$ зависит от ориентации диполей в сферической системе координат.

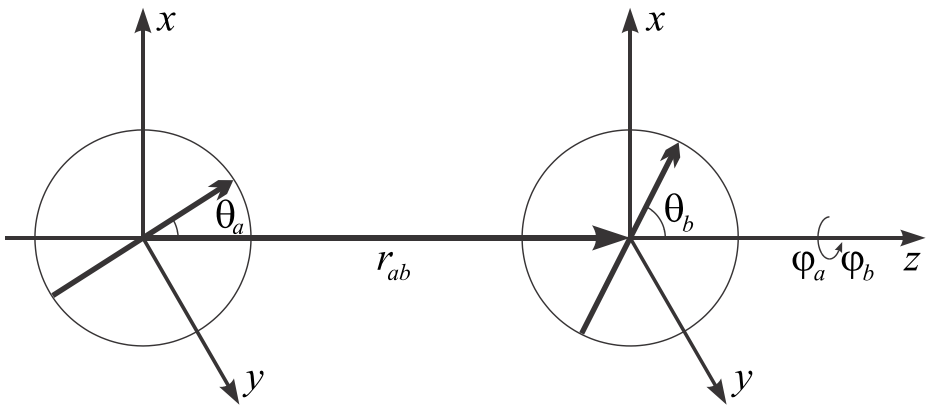


Рис. 2. Схематическое представление взаимодействия двух диполей в сферической системе координат.

Радиальные функции распределения для каждой подсистемы выбираем в виде

$$\begin{aligned} g_{\mathrm{s}}(r_{\mathrm{s}}, n_{\mathrm{s}}, T) &= y_{\mathrm{s}}(\rho^*)\exp\left[-\Phi(\mathbf{r}_{\mathrm{s}})/kT\right], \\ g_{\mathrm{f}}(r_{\mathrm{f}}, T, H) &= \exp\left[-\Phi(\mathbf{r}_{\mathrm{f}}, \mathbf{H})/kT\right]. \end{aligned} \quad (3.14)$$

Поскольку в магнитных жидкостях объемная доля феррочастиц составляет 10–15 %, молекулярную подсистему принимаем как близкую к системе с плотноупакованными твердыми частицами, и в качестве $y_{\mathrm{s}}(\rho^*)$ выбираем контактную функцию Карнахана–Старлинга: $y_{\mathrm{s}}(\rho^*) = (2-\rho_{\mathrm{s}}^*)/2(1-\rho_{\mathrm{s}}^*)^3$, где $\rho_{\mathrm{s}}^* = \pi\sigma^3 n_{\mathrm{s}}/6$.

Необходимо отметить, что непосредственная подстановка потенциалов (3.11) и (3.12) в выражения для коэффициентов вязкости приводит к неразрешимым математическим трудностям. Поэтому для упрощения задачи после перехода к сферической системе координат, следуя работам [269, 270], для двух ближайших частиц момент первой частицы принимаем вдоль радиус-вектора, соединяющего ее со второй частицей (рис. 2). Соответственно, в (3.13), положив $\theta_a = 0$, $\theta_b = \theta$ (рис. 2), энергию взаимодействия двух диполей выражаем в виде

$$\Phi^{dd}(r_i, \theta) = -2A^d \frac{d^2}{r_i^3}\cos\theta .$$

Аналогично, направляя напряженность внешнего магнитного поля $\mathbf{H}$ параллельно оси z системы, для потенциальной энергии взаимодействия магнитного диполя с внешним полем получим:

$$\Phi^H(H, \theta) = -\mu_0 m H \cos\theta .$$

Учитывая (3.11) и (3.12) в интегральных частях (3.5) и (3.6), можно видеть, что все объемные интегралы являются сходящимися. В качестве примера в (3.5) в выражении сдвиговой вязкости рассмотрим объемный интеграл магнитной подсистемы:

$$\int_0^\infty \frac{\partial\Phi(r_{\mathrm{f}})}{\partial r_{\mathrm{f}}} \int_0^\infty G_{1\mathrm{f}}(r_{\mathrm{f}}, r_{1\mathrm{f}}, \omega) \frac{\partial g_{\mathrm{f}}(r_{1\mathrm{f}})}{\partial r_{1\mathrm{f}}} d\mathbf{r}_{1\mathrm{f}} d\mathbf{r}_{\mathrm{f}} . \quad (3.15)$$

Для удобства расчетов функции $G_{1f}(r_f, r_{1f}, \omega)$ определяем в двух случаях, в предельно низких частотах, когда $\omega \to 0$ и предельно высоких частотах, когда $\omega \to \infty$. При низких частотах $G_{1f}(r_f, r_{1f}, \omega) = -2r_{1f}(1-(\omega\tau_{0f}/2)^{1/2} r_f)$ и далее представляя внутренний интеграл в виде суммы двух интегралов с пределами от 0 до r и от r до ∞, получим

$$\int_0^\infty G_{1f}(r_f, r_{1f}, \omega)\frac{\partial g_f(r_{1f})}{\partial r_{1f}} d\mathbf{r}_{1f} = -\int_0^r 2r_{1f}(1-(\omega\tau_{0f}/2)^{1/2} r_f)\frac{\partial g_f(r_{1f})}{\partial r_{1f}} d\mathbf{r}_{1f} = f(r_f).$$

Следовательно,

$$\int_0^\infty \frac{\partial \Phi(r_f)}{\partial r_f}\int_0^\infty G_{1f}(r_f, r_{1f}, \omega)\frac{\partial g_f(r_{1f})}{\partial r_{1f}} d\mathbf{r}_{1f} d\mathbf{r}_f = \int_0^\infty \frac{\partial \Phi(r_f)}{\partial r_f} f(r_f) d\mathbf{r}_f =$$

$$= A\left(\int_0^\infty r_f^{-5} f(r_f) dr + \int_0^\infty r_f^{-11} f(r_f) dr\right) + B\int_0^\infty r_f^{-4} f(r_f) dr_f.$$

По признаку Дирихле последние интегралы являются сходящимися, причем изменение порядка интегрирования не влияет на результаты их вычисления.

Аналогичным образом, при $\omega \to \infty$

$$\int_0^\infty G_{1f}(r_f, r_{1f}, \omega)\frac{\partial g_f(r_{1f})}{\partial r_{1f}} d\mathbf{r}_{1f} = \frac{4\pi}{\omega} r_f^2 \frac{\partial g_f(r_f)}{\partial r_f} = f(r_f)$$

Соответственно, учитывая последнее выражение в (3.15), видим, что и в этом случае интегралы сходятся.

Таким образом, подставляя выражения (3.11), (3.12) и (3.14) в (3.5) и (3.6), приведем их к виду для проведения численных расчетов [271–273]:

$$\begin{aligned} \eta_s(\omega) &= \sum_{i=s,f} \frac{n_i kT\tau_{1i}}{1+(\omega\tau_{1i})^2} + \sum_{i=s,f} \frac{4\varepsilon_i n_i^2 \sigma_i^3}{kT} J_{si}, \\ \eta_v(\omega) &= \sum_{i=s,f} \frac{4\varepsilon_i n_i^2 \sigma_i^3}{kT} J_{vi}, \end{aligned} \tag{3.16}$$

$$\mu(\omega)=\sum_{\mathrm{i=s,f}}\frac{n_{\mathrm{i}}kT(\omega\tau_{1\mathrm{i}})^2}{1+(\omega\tau_{1\mathrm{i}})^2}+\sum_{\mathrm{i=s,f}}\frac{4\varepsilon_{\mathrm{i}}n_{\mathrm{i}}^2\sigma_{\mathrm{i}}^3\omega}{kT}I_{\mathrm{si}},$$
$$K_{\mathrm{r}}(\omega)=\sum_{\mathrm{i=s,f}}\frac{4\varepsilon_{\mathrm{i}}n_{\mathrm{i}}^2\sigma_{\mathrm{i}}^3\omega}{kT}I_{\mathrm{vi}}. \qquad (3.17)$$

где

$$\begin{Bmatrix}J_{\mathrm{vs}}\\ I_{\mathrm{vs}}\end{Bmatrix}=\int_0^\infty(r_{\mathrm{s}}^{-5}-2r_{\mathrm{s}}^{-11})dr_{\mathrm{s}}\int_0^r\begin{Bmatrix}G_{1\mathrm{s}}(r_{\mathrm{s}},r_{1\mathrm{s}},\omega)\\ G_{2\mathrm{s}}(r_{\mathrm{s}},r_{1\mathrm{s}},\omega)\end{Bmatrix}y_{\mathrm{s}}(\rho^*)\exp\left[-\frac{\Phi_{\mathrm{s}}^{L-J}}{kT}\right]\Bigg[\Bigg(16\pi\varepsilon_{\mathrm{s}}\Big((4-\gamma_{\mathrm{s}})r_{1\mathrm{s}}^{-11}-$$
$$-(2-\gamma_{\mathrm{s}})r_{1\mathrm{s}}^{-5}\Big)+\frac{2p^2}{\varepsilon\varepsilon_0\sigma_{\mathrm{s}}^3r_{1\mathrm{s}}^2}-4\pi\gamma_{\mathrm{s}}kTr_{1\mathrm{s}}-4\pi kTy_{\mathrm{s}}'(\rho^*)r_{1\mathrm{s}}\Bigg)\frac{\mathrm{sh}a_{\mathrm{s}}}{a_{\mathrm{s}}}+\Bigg(4\pi\gamma_{\mathrm{s}}kTa_{\mathrm{s}}r_{1\mathrm{s}}-$$
$$-\frac{2p^2}{\varepsilon\varepsilon_0\sigma_{\mathrm{s}}^3r_{1\mathrm{s}}^2}\Bigg)\frac{\mathrm{ch}a_{\mathrm{s}}}{a_{\mathrm{s}}}\Bigg]dr_{1\mathrm{s}},$$

$$\begin{Bmatrix}J_{\mathrm{vf}}\\ I_{\mathrm{vf}}\end{Bmatrix}=\int_0^\infty(r_{\mathrm{f}}^{-5}-2r_{\mathrm{f}}^{-11})dr_{\mathrm{f}}\int_0^r\begin{Bmatrix}G_{1\mathrm{f}}(r_{\mathrm{f}},r_{1\mathrm{f}},\omega)\\ G_{2\mathrm{f}}(r_{\mathrm{f}},r_{1\mathrm{f}},\omega)\end{Bmatrix}\exp\left[-\frac{\Phi_{\mathrm{f}}^{L-J}}{kT}\right]\Bigg[\Bigg(\Big(32\pi\varepsilon_{\mathrm{f}}(2r_{1\mathrm{f}}^{-11}-r_{1\mathrm{f}}^{-5})+$$
$$+\frac{2\mu_0m^2}{\sigma_{\mathrm{f}}^3r_{1\mathrm{f}}^2a_{\mathrm{f}}}\Big)\left(1+\frac{\mu_0mH\tau_{0\mathrm{f}}}{3\beta_{\mathrm{f}}l^2}\right)-4\pi\gamma_{\mathrm{f}}\left(4\varepsilon_{\mathrm{f}}(r_{1\mathrm{f}}^{-11}-r_{1\mathrm{f}}^{-5})+kTr_{1\mathrm{f}}\right)\Bigg)\frac{\mathrm{sh}a_{\mathrm{f}}}{a_{\mathrm{f}}}+$$
$$+\left(4\pi\gamma_{\mathrm{f}}kTa_{\mathrm{f}}r_{1\mathrm{f}}-\frac{2\mu_0m^2}{\sigma_{\mathrm{f}}^3r_{1\mathrm{f}}^2}\left(1+\frac{\mu_0mH\tau_{0\mathrm{f}}}{3\beta_{\mathrm{f}}l^2}\right)\right)\frac{\mathrm{ch}a_{\mathrm{f}}}{a_{\mathrm{f}}}\Bigg]dr_{1\mathrm{f}},$$

$$\begin{Bmatrix}J_{\mathrm{ss}}\\ I_{\mathrm{ss}}\end{Bmatrix}=\int_0^\infty(r_{\mathrm{s}}^{-5}-2r_{\mathrm{s}}^{-11})dr_{\mathrm{s}}\int_0^r\begin{Bmatrix}G_{1\mathrm{s}}(r_{\mathrm{s}},r_{1\mathrm{s}},\omega)\\ G_{2\mathrm{s}}(r_{\mathrm{s}},r_{1\mathrm{s}},\omega)\end{Bmatrix}y_{\mathrm{s}}(\rho^*)\exp\left[-\frac{\Phi_{\mathrm{s}}^{L-J}}{kT}\right]\Bigg[\Bigg(\frac{96\pi\varepsilon_{\mathrm{s}}}{5}(2r_{1\mathrm{s}}^{-11}-r_{1\mathrm{s}}^{-5})+$$
$$+\frac{6p^2}{5\varepsilon\varepsilon_0\sigma_{\mathrm{s}}^3r_{1\mathrm{s}}^2a_{\mathrm{s}}}\Bigg)\frac{\mathrm{sh}a_{\mathrm{s}}}{a_{\mathrm{s}}}-\frac{6p^2}{5\varepsilon\varepsilon_0\sigma_{\mathrm{s}}^3r_{1\mathrm{s}}^2}\frac{\mathrm{ch}a_{\mathrm{s}}}{a_{\mathrm{s}}}\Bigg]dr_{1\mathrm{s}},$$

$$\begin{Bmatrix}J_{\mathrm{sf}}\\ I_{\mathrm{sf}}\end{Bmatrix}=\int_0^\infty(r_{\mathrm{f}}^{-5}-2r_{\mathrm{f}}^{-11})dr_{\mathrm{f}}\int_0^r\begin{Bmatrix}G_{1\mathrm{f}}(r_{\mathrm{f}},r_{1\mathrm{f}},\omega)\\ G_{2\mathrm{f}}(r_{\mathrm{f}},r_{1\mathrm{f}},\omega)\end{Bmatrix}\exp\left[-\frac{\Phi_{\mathrm{f}}^{L-J}}{kT}\right]\left(1+\frac{\mu_0mH\tau_{0\mathrm{f}}}{3\beta_{\mathrm{f}}l^2}\right)\times$$
$$\times\left[\left(\frac{96\pi\varepsilon_{\mathrm{f}}}{5}(2r_{1\mathrm{f}}^{-11}-r_{1\mathrm{f}}^{-5})+\frac{6\mu_0m^2}{5\sigma_{\mathrm{f}}^3r_{1\mathrm{f}}^2a_{\mathrm{f}}}\right)\frac{\mathrm{sh}a_{\mathrm{f}}}{a_{\mathrm{f}}}-\frac{6\mu_0m^2}{5\sigma_{\mathrm{f}}^3r_{1\mathrm{f}}^2}\frac{\mathrm{ch}a_{\mathrm{f}}}{a_{\mathrm{f}}}\right]dr_{1\mathrm{f}},$$

$a_{\mathrm{s}}=\dfrac{p^2}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0\sigma_{\mathrm{s}}^3r_{1\mathrm{s}}^3kT}$, $a_{\mathrm{f}}=\dfrac{\mu_0m^2}{2\pi\sigma_{\mathrm{f}}^3r_{1\mathrm{f}}^3kT}+\dfrac{\mu_0mH}{kT}$, $y_{\mathrm{s}}'(\rho^*)=\dfrac{\rho_{\mathrm{s}}^*(5-2\rho_{\mathrm{s}}^*)}{(1-\rho_{\mathrm{s}}^*)(2-\rho_{\mathrm{s}}^*)}$, ε_{f}, ε_{s} – глубины потенциальных ям соответствующих подсистем, l – характерный размер системы.

Раскрывая суммы в выражениях (3.16), (3.17) и учитывая, что $n_{\mathrm{f}} = \frac{N_{\mathrm{f}}}{V} = \frac{\rho_{\mathrm{f}} N_{\mathrm{A}}}{\mu_{\mathrm{f}}}\varphi$, $n_{\mathrm{s}} = \frac{N_{\mathrm{s}}}{V}\frac{\rho_{\mathrm{s}} N_{\mathrm{A}}}{\mu_{\mathrm{s}}}(1-\varphi)$, после внесения новых обозначений получим [274]:

$$\eta_{\mathrm{s}} = \eta_{\mathrm{ss}}(1+2.5\varphi) + (\eta_{\mathrm{ssp}} + (\eta_{\mathrm{sfk}} - \eta_{\mathrm{ssp}} - 3.5\eta_{\mathrm{ss}})/\varphi + \eta_{\mathrm{sfp}})\varphi^2, \tag{3.18}$$

$$\eta_{\mathrm{v}} = \eta_{\mathrm{vs}}(1+2.5\varphi) + (\eta_{\mathrm{vs}} - 4.5\eta_{\mathrm{vs}}/\varphi + \eta_{\mathrm{vf}})\varphi^2, \tag{3.19}$$

$$\mu = \mu_{\mathrm{s}}(1+2.5\varphi) + (\mu_{\mathrm{sp}} + (\mu_{\mathrm{fk}} - \mu_{\mathrm{sp}} - 3.5\mu_{\mathrm{s}})/\varphi + \mu_{\mathrm{fp}})\varphi^2, \tag{3.20}$$

$$K_{\mathrm{r}} = K_{\mathrm{s}}(1+2.5\varphi) + (K_{\mathrm{s}} - 4.5K_{\mathrm{s}}/\varphi + K_{\mathrm{f}})\varphi^2. \tag{3.21}$$

Как видно, выражения (3.18)–(3.21) по виду совпадают с выражением Бэтчелора [62] для эффективной вязкости и модуля сдвига, но с тем отличием, что в (3.18)–(3.21) посредством η_{vf}, η_{sfk}, η_{sfp}, K_{f}, μ_{fk} и μ_{fp} учитывается влияние внешнего магнитного поля на изменение вязкости и упругости магнитной жидкости. В пределе $\varphi \to 0$ коэффициенты вязкости и модули упругости магнитных жидкостей стремятся к их значениям для жидкости-носителя. Если в (3.18)–(3.21) не учитывать квадратичную зависимость по φ, выражения (3.18), (3.19) переходят в известное выражение Эйнштейна [55], а (3.20), (3.21) в выражение Кристенсена для модулей упругости [275].

При исследовании частотной зависимости коэффициентов переноса и акустических параметров наибольшее изменение этих величин всегда соответствует тем значениям частоты, которые близки к значению частоты релаксации $\omega_r = 1/\tau$. В выражениях (3.16)–(3.17) фигурируют два времени: время трансляционной релаксации частиц – $\tau_{1\mathrm{i}} = m_{\mathrm{i}i}/2\beta_{\mathrm{i}}$ и феноменологическое время структурной релаксации $-\tau_{0\mathrm{i}} = \beta_{\mathrm{i}}\sigma_{\mathrm{i}}^2/2kT$. Оба времени релаксации определяются посредством коэффициентов трения β_{i}, которые тесно связаны с параметрами состояния и межмолекулярными силами в системе. Отсюда видно, что вклад коэффициента трения при анализе структуры и свойств магнитных жидкостей является определяющим.

Необходимо отметить, что в рамках указанной модели определить коэффициент трения невозможно. Поскольку коэффициент трения тесно взаимосвязан с параметрами состояния и межмолекулярными силами в системе, при его определении возникают некоторые трудности.

Кирквуд в [276], основываясь на молекулярной теории броуновского движения «большой» частицы, получил уравнение Фоккера-Планка в импульсном пространстве, сопоставляя которое с уравнением Ланжевена, впервые нашел формулу, связывающую коэффициент трения с микроскопическими параметрами и межмолекулярными силами взаимодействия:

$$\beta_{\mathrm{i}} = \frac{1}{6kT} \int_{-\tau_i}^{+\tau_i} {}^{i}\langle \mathbf{F}_{\mathrm{i}} \cdot e^{\mathbf{isL}} \mathbf{F}_{\mathrm{i}} \rangle^{0} ds,$$

где $\mathbf{L} = \mathbf{i} \sum_{\mathrm{l}=1}^{N} \left\{ \frac{\mathbf{p}_{\mathrm{l}}}{m_{\mathrm{l}}} \cdot \nabla_{r_{\mathrm{l}}} + \mathbf{F}_{\mathrm{l}} \cdot \nabla_{p_{\mathrm{li}}} \right\}$.

Теория Кирквуда обсуждается в работе Райса и Фриша [277], и там же, путем вычисления автокорреляционной функции импульсов и нахождением средней силы, действующей на частицу, выводится выражение для коэффициента трения в виде:

$$\beta_{\mathrm{i}}^{2} = \frac{1}{3} m_{\mathrm{i}} n_{\mathrm{i}} \int \nabla^{2} \Phi(r_{\mathrm{i}}) g_{\mathrm{i}}(r_{\mathrm{i}}) d\mathbf{r}_{\mathrm{i}} . \qquad (3.22)$$

В работе [278] коэффициент трения связывается с временным интегралом от автокорреляционной функции сил, с учетом того, что траектории равномерно движущихся частиц являются прямолинейными. Это означает, что действие сил окружающей среды на частицы является относительно слабым, поэтому корреляции сил рассчитываются особым способом, вытекающим из теории возмущений. В этой же работе приводится среднее значение коэффициента трения в виде

$$\beta = \frac{8}{3} n g(\sigma) \sigma^{2} \left(\frac{\pi m}{kT} \right)^{1/2},$$

где, σ – диаметр частицы, $g(\sigma)$ – контактная радиальная функция распределения.

Также в [279], на основе теории Райса–Олнэтта, получено выражение для коэффициента трения, имеющее вид:

$$\beta = \frac{1}{3kT\tau}\int_0^{\tau} ds \int_0^{s} ds' \langle \mathbf{F}_1^{(S)}(\mathbf{R}^{(N)}) \cdot \mathbf{F}_1^{(S)}(\mathbf{R}^{(N)} - (s'\mathbf{p}^{(N)} / m))\rangle.$$

Хотя эти выражения получены в разных приближениях, как отмечено в [278], средние значения коэффициента трения, вычисленные разными авторами по полученным ими выражениям, согласуются между собой.

На основе анализа, проведенного в [280, 281], было установлено, что значения, полученные для коэффициента трения магнитной жидкости на основе выражения (3.22) являются удовлетворительными. С учетом выбранных потенциальных энергий и радиальных функций распределения выражение (3.22) приводится к виду

$$\begin{aligned}\beta_{\mathrm{i}}^2 = 160\pi\rho_{\mathrm{i}}\varepsilon_{\mathrm{i}}\sigma_{\mathrm{i}}\int_0^{\infty} g_{0\mathrm{i}}(r_{\mathrm{i}})(4.4r_{\mathrm{i}}^{-12} - r_{\mathrm{i}}^{-6})\frac{\mathrm{sh}a_{\mathrm{i}}}{a_{\mathrm{i}}}dr_{\mathrm{i}} + \\ + \frac{16\pi\rho_{\mathrm{i}}\sigma_{\mathrm{i}}kT}{3}\int_0^{\infty} g_{0ii}(r_{\mathrm{i}})\left(\mathrm{ch}a_{\mathrm{i}} - \frac{\mathrm{sh}a_{\mathrm{i}}}{a_{\mathrm{i}}}\right)dr_{\mathrm{i}},\end{aligned} \tag{3.23}$$

где $g_{0\mathrm{s}}(r) = y_{\mathrm{s}}(\rho^*)\exp\left[-\Phi_{\mathrm{s}}^{\mathrm{L-J}}(r)/kT\right]$, $g_{0\mathrm{f}}(r) = \exp\left[-\Phi_{\mathrm{f}}^{\mathrm{L-J}}(r)/kT\right]$.

В табл. 1 приведены результаты численных расчетов коэффициентов трения, проведенных на основе (3.23), и соответствующие значения времен релаксации магнитных жидкостей.

Видно, что трансляционная релаксация в обеих подсистемах магнитных жидкостей протекает очень быстро. Время структурной релаксации для обеих магнитных жидкостей в молекулярной подсистеме меньше, чем в магнитной подсистеме. Также, времена структурной релаксации всегда на 2–3 порядка меньше времени трансляционной релаксации.

Таблица 1. Численные значения коэффициентов трения и времен релаксации для магнитных жидкостей

Магнитная жидкость	T, К	ρ, кг/м^3		$\beta\times10^{13}$, кг/с		$\tau\times10^{13}$, с				H, кА/м
		ρ_s	ρ_f	β_s	β_f	τ_{1s}	τ_{0s}	τ_{1f}	τ_{0f}	
на основе керосина	293	819	5340	19.4	3.51 6.61	1.0	216	5.49 2.91	2101 3959	0 200
	303	814	5310	17.9	3.5 6.51	1.09	193	5.5 2.95	2025 3770	0 200
на основе воды	293	998.2	5340	4.03	3.51 6.61	0.37	49.4	5.49 2.91	2101 3959	0 200
	303	995.7	5310	3.98	3.5 6.51	0.37	47.2	5.5 2.95	2025 3770	0 200

Далее на основе (3.16)–(3.17) проведены численные расчеты частотных зависимостей коэффициентов вязкости и соответствующих модулей упругости магнитных жидкостей. Расчеты проведены для магнитных жидкостей с частицами Fe_3O_4 при $m=10^{-20}$ Дж/Тл, $\sigma_f=5$ нм, $\rho_f=5340$ кг/м^3, $\varepsilon_f=0.37kT$, приготовленных на основе воды ($\sigma_s=0.27$ нм, $\rho_s=1000$ кг/м^3, $\varepsilon_s=1.27kT$, $\varepsilon=81$, $p=6.2\cdot10^{-30}$ Кл$\cdot$м), керосина ($\sigma_s=0.43$ нм, $\rho_s=819$ кг/м^3, $\varepsilon_s=0.6kT$, $\varepsilon=2.1$, $p=0.3\cdot10^{-30}$ Кл$\cdot$м), додекана ($\sigma_s=0.44$ нм, $\rho_s=750$ кг/м^3, $\varepsilon_s=0.6kT$, $\varepsilon=2$, $p=0.33\cdot10^{-30}$ Кл$\cdot$м) и ундекана ($\sigma_s=0.44$ нм, $\rho_s=740$ кг/м^3, $\varepsilon_s=0.6kT$, $\varepsilon=2$, $p=0.36\cdot10^{-30}$ Кл$\cdot$м) в широком диапазоне изменения гидродинамической частоты и при различных значениях внешнего магнитного поля.

Результаты численных расчетов зависимости коэффициентов сдвиговой и объемной вязкостей магнитных жидкостей от частоты приведены на рис. 3–5. Как видно из рисунков характер частотной зависимости коэффициентов объемной и сдвиговой вязкостей для всех магнитных жидкостей является одинаковым. При низких частотах динамические коэффициенты объемной и

сдвиговой вязкости стремятся к постоянным значениям, а при высоких частотах резко уменьшаясь, стремятся к нулю.

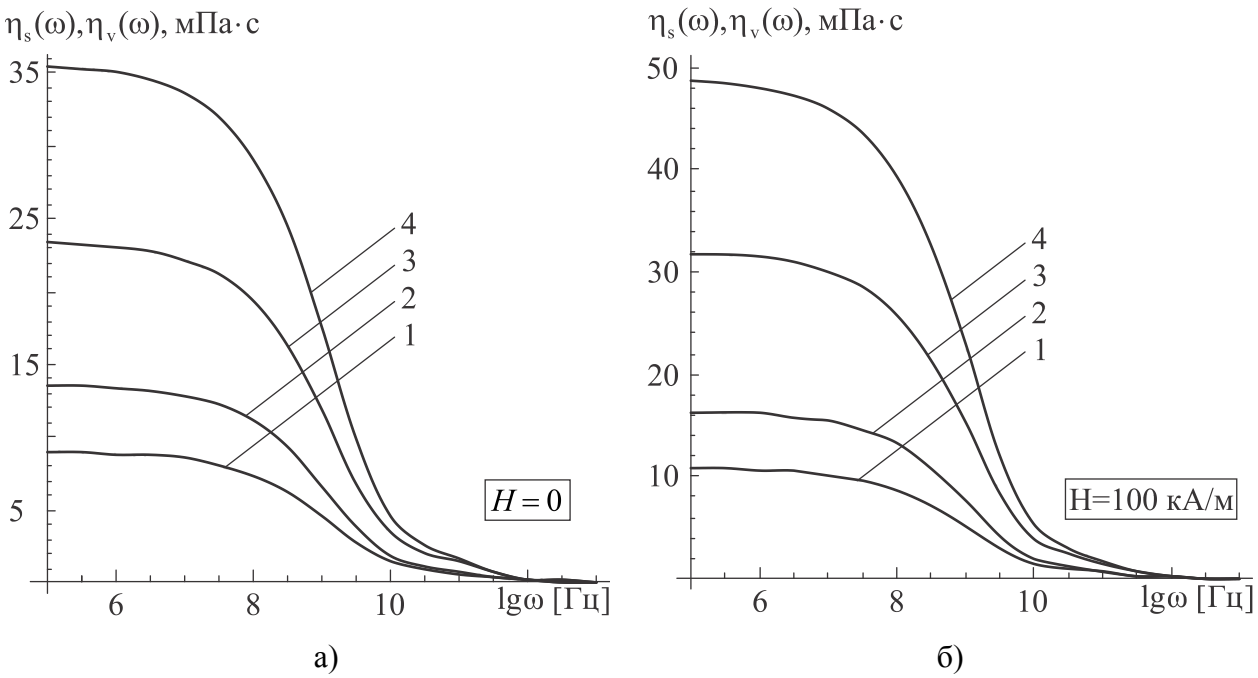


Рис. 3. Зависимости $\eta_s(\omega)$ – 1, 2 и $\eta_v(\omega)$ – 3, 4 от частоты для магнитной жидкости на основе воды при $T = 293$ К. Кривые 1 и 3 соответствуют объемной концентрации $\varphi = 0.08$, кривые 2 и 4 – $\varphi = 0.1$.

Согласно рисункам 3–5 область частотной дисперсии коэффициентов сдвиговой и объемной вязкостей является широкой, составляя $10^3 - 10^4$ Гц, тогда ка экспериментальные данные по дисперсии вязкости жидкостей дают узкую область $\sim 10^2$ Гц. Широкая область частотной дисперсии, наблюдаемая на рис. 3–5, является следствием учета структурных релаксационных процессов в магнитных жидкостях.

На рис. 6 для сравнения приведены результаты работы [282], где показаны зависимости величины $q'_\omega = \dfrac{1}{(3/2)\eta_o\rho}\operatorname{Re}\eta^A_\omega$ от безразмерной частоты ω' для различных значений внешнего магнитного поля. Как видно, результаты расчетов, полученных на основе выражений (3.16), качественно согласуются с результатами работы [282].

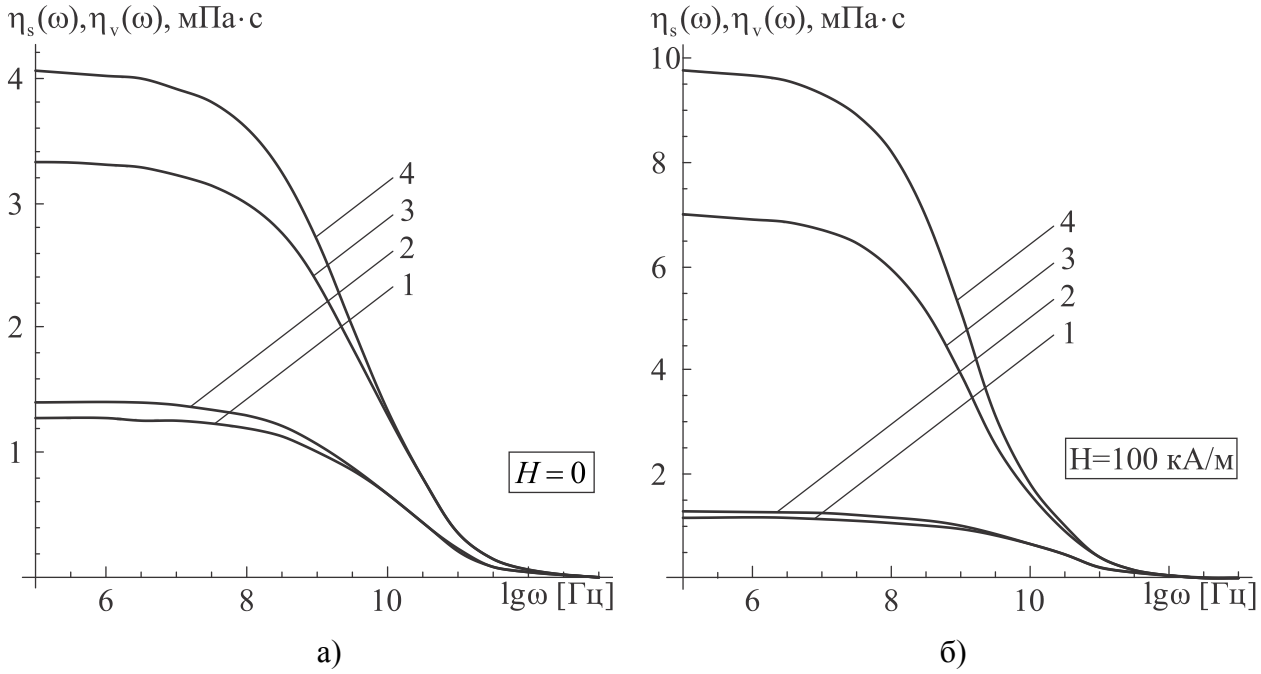


Рис. 4. Зависимости $\eta_s(\omega)$ – 1, 2 и $\eta_v(\omega)$ – 3, 4 от частоты для магнитной жидкости на основе керосина при $T = 293$ К. Кривые 1 и 3 соответствуют объемной концентрации $\varphi = 0.08$, кривые 2 и 4 – $\varphi = 0.1$.

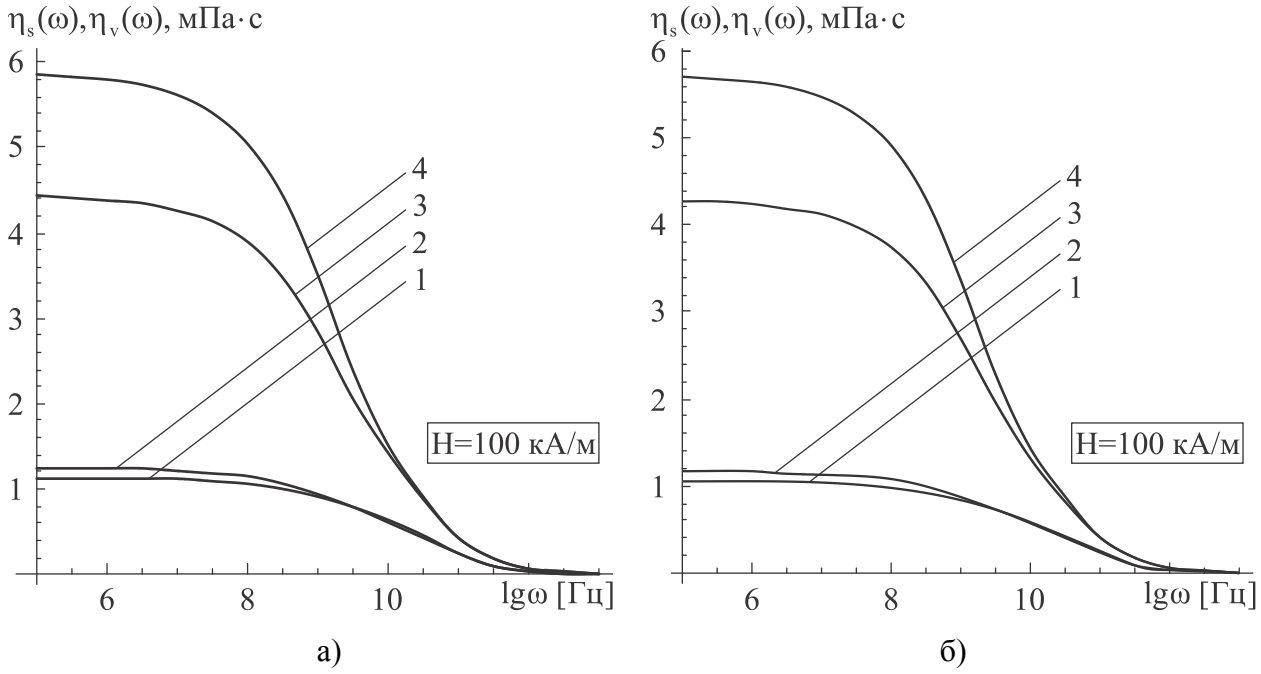


Рис. 5. Зависимости $\eta_s(\omega)$ – 1, 2 и $\eta_v(\omega)$ – 3, 4 от частоты для магнитных жидкостей на основе: а) додекана и б) ундекана при $T = 293$ К. Кривые 1 и 3 соответствуют объемной концентрации $\varphi = 0.08$, кривые 2 и 4 – $\varphi = 0.1$.

Как отмечается в [283, 284], при воздействии внешних электромагнитных полей в области высоких частот, значения коэффициентов вязкости сильно уменьшаются. Из результатов вышеприведенных расчетов и работы [282] можно заключить, что внешнее возмущение в области высоких частот также приводит к сильному уменьшению вязкости магнитных жидкостей, что требует его необходимого учета во время технического применения в условии агрессивного внешнего воздействия.

На рис. 7 приведены зависимости отношения $\eta_v(\omega)/\eta_s(\omega)$ от частоты для магнитной жидкости на основе керосина. При низких частотах отношение вязкостей составляет 2.5–3.0, с увеличением частоты, наблюдается медленное уменьшение отношение вязкостей до 1.5.

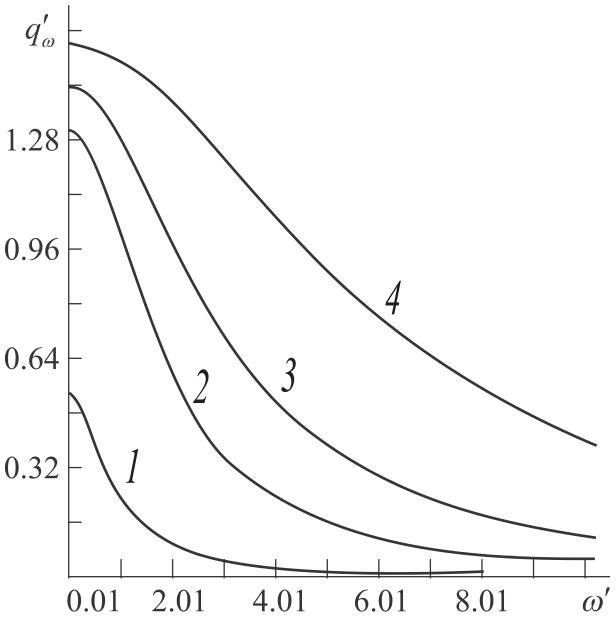


Рис. 6. Результаты работы [282] по зависимости безразмерной величины q'_ω от безразмерной частоты ω'.

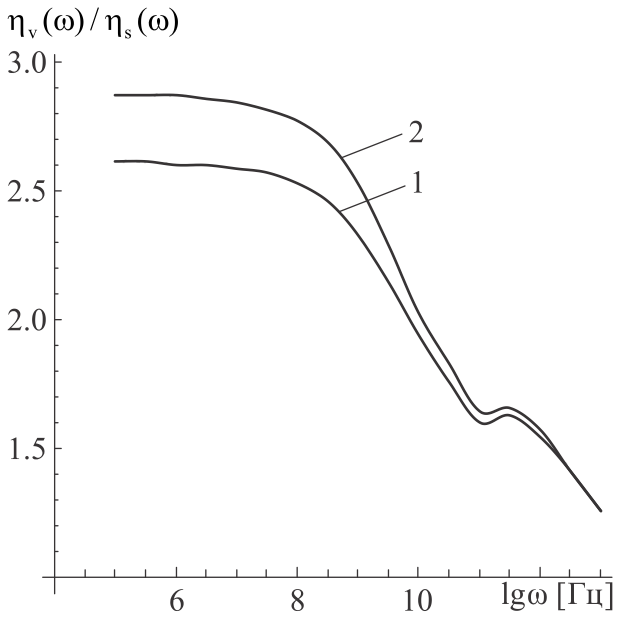


Рис. 7. Зависимости отношения $\eta_v(\omega)/\eta_s(\omega)$ от частоты для магнитной жидкости на основе керосина при $\varphi = 0.05$ (1) и $\varphi = 0.12$ (2); $T = 293$ К.

Ход кривых на рис. 7 указывает на то, что [285], объемная вязкость тесно связано со сдвиговой вязкостью. По предположению [285], тесная взаимосвязь

коэффициентов объемной и сдвиговой вязкостей связана с тем, что, если теория вязкого сдвигового течения Эйринга использует представление о поступательном «перескоке» молекулы от одного узла решетки к другому в направлении сдвигового течения, то в процессе структурной перестройки также происходит «перескок» одной или нескольких молекул из одного положения решетки в другое.

Анализ проведенных численных расчетов показывает, что в присутствии внешнего возмущения гидродинамические факторы сильнее сказываются на вязкостных свойствах магнитных жидкостей, чем дипольное взаимодействие.

Результаты численных расчетов частотной зависимости сдвигового и объемного модулей упругости магнитных жидкостей продемонстрированы на рис. 8–10.

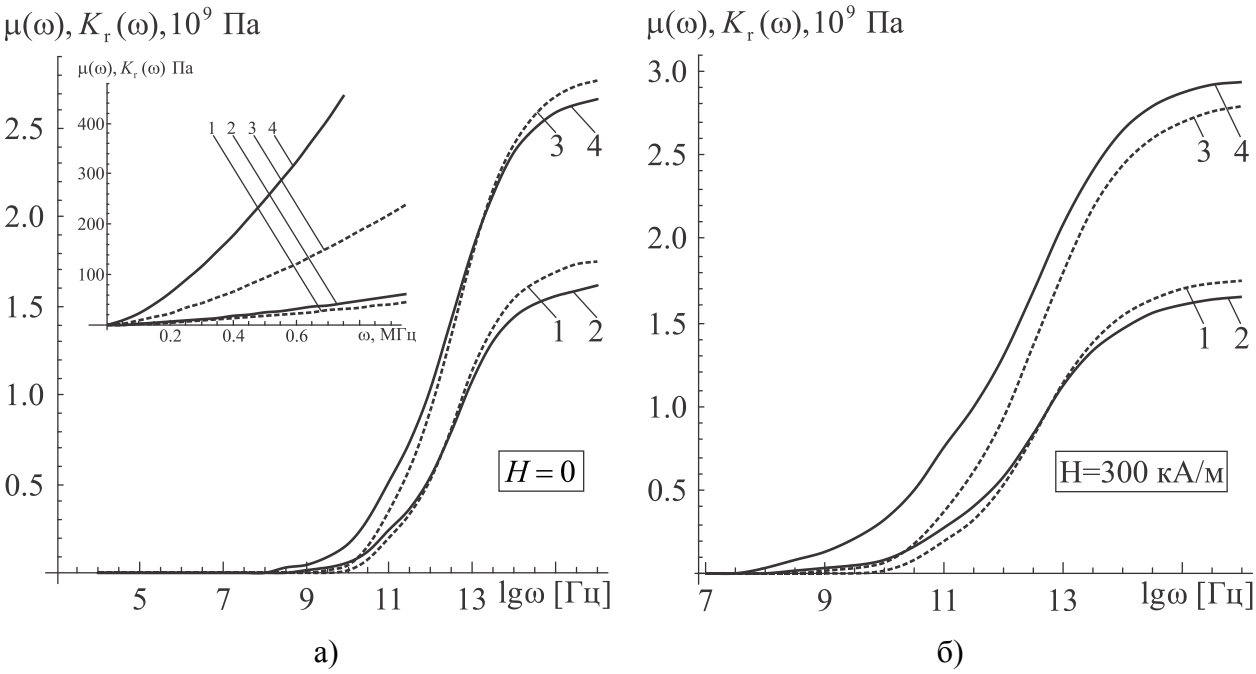


Рис. 8. Зависимости $\mu(\omega)$ – 1, 2 и $K_г(\omega)$ – 3, 4 от частоты для магнитной жидкости на основе воды при $T = 293$ К. Кривые 1 и 3 соответствуют объемной концентрации $\varphi = 0.03$, кривые 2 и 4 – $\varphi = 0.1$.

Данные, приведенные на рис. 8–10, показывают, что с увеличением частоты внешнего возмущения модули упругости возрастают и качественно согласуются с результатами экспериментов [132], проведенных для композитных материалов с частицами железа. Для всех магнитных жидкостей дисперсия сдвигового и объемного модулей упругости начинается примерно с частоты 10^9 Гц и при высоких частотах стремится к постоянному значению, соответствуя теоретическим выводам [262, 286]. Согласно рис. 8, для магнитной жидкости на основе воды модули упругости в низкочастотной области возрастают с концентрацией магнитной фазы, напротив, при высоких частотах увеличение ее концентрации приводит к уменьшению модулей упругости. Такой эффект для магнитных жидкостей на основе керосина, додекана и ундекана не наблюдается.

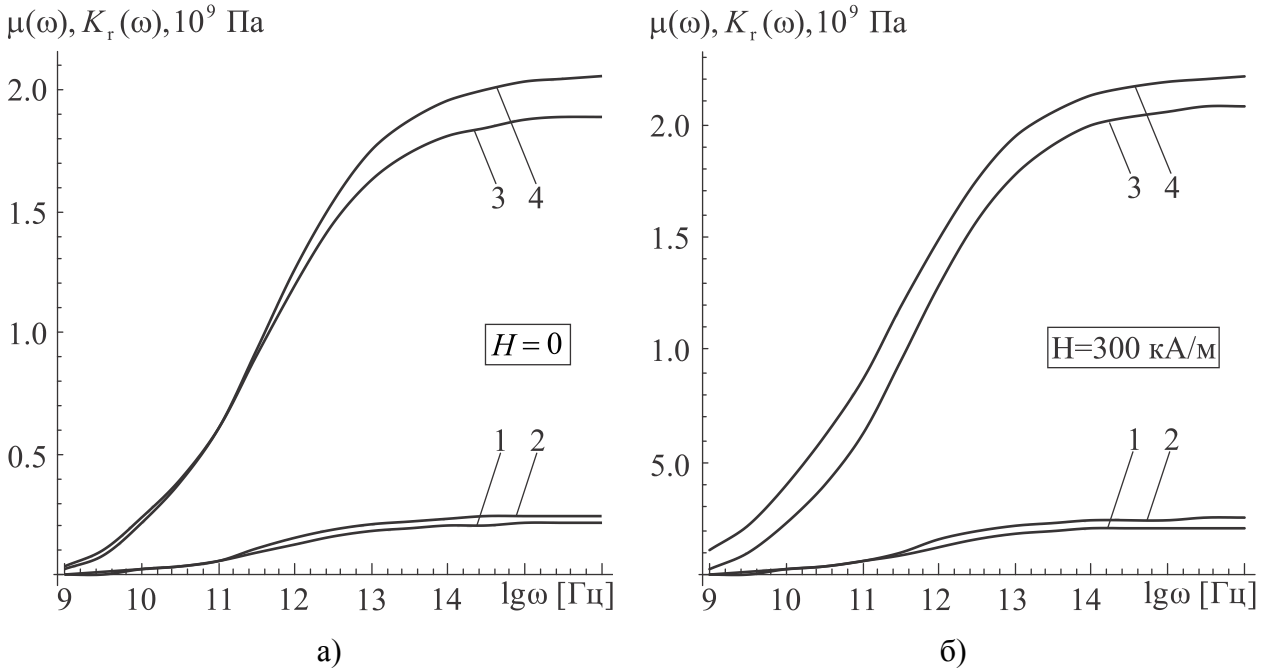


Рис. 9. Зависимости $\mu(\omega)$ – 1, 2 и $K_г(\omega)$ – 3, 4 от частоты для магнитной жидкости на основе керосина при $T = 293$ К. Кривые 1 и 3 соответствуют объемной концентрации $\varphi = 0.03$, кривые 2 и 4 – $\varphi = 0.1$.

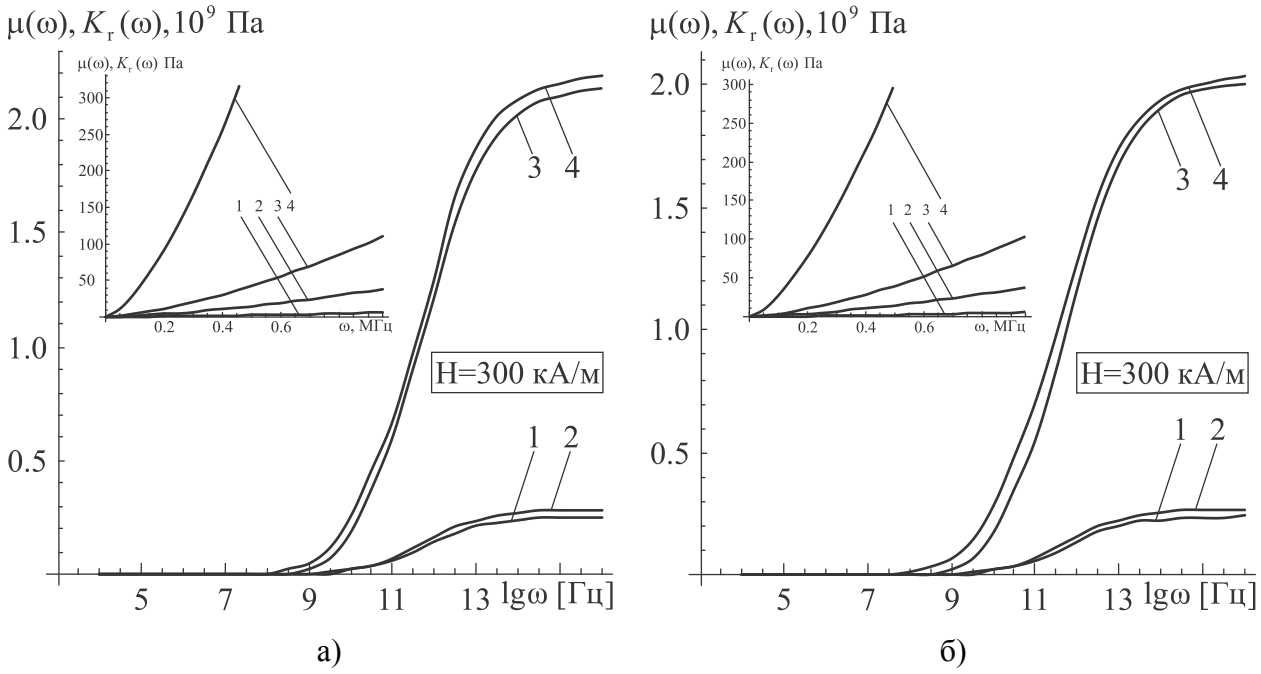


Рис. 10. Зависимости $\mu(\omega)$ – 1, 2 и $K_r(\omega)$ – 3, 4 от частоты для магнитных жидкостей на основе: а) додекана и б) ундекана при $T = 293$ К. Кривые 1 и 3 соответствуют объемной концентрации $\varphi = 0.03$, кривые 2 и 4 – $\varphi = 0.1$.

На рис. 11 приведены зависимости величины $K_r(\omega)/\mu(\omega)$ от частоты для магнитных жидкостей на основе воды и керосина. С увеличением частоты значение $K_r(\omega)/\mu(\omega)$ для магнитной жидкости на основе керосина при $\varphi = 0.1$ изменяется от 4 до 1.5, а для магнитной жидкости на основе воды при той же концентрации отношение $K_r(\omega)/\mu(\omega)$ лежит в пределах 3.5–3, что обусловлено вкладом структурной релаксации и согласуется с выводами феноменологической релаксационной теории [182, 285]. Для обеих жидкостей в области высоких частот отношение модулей упругости остается постоянным.

Согласно [285] отношение высокочастотных модулей упругости K_∞ / μ_∞ для сильно ассоциированных жидкостей всегда больше, чем для углеводородных и полимерных жидкостей. Это различие, по-видимому, связано [285] со слабостью ван-дер-ваальсовых сил в углеводородных и полимерных жидкостях по сравнению с относительно сильными водородными

связями, существующими в ассоциированных жидкостях. Такой же результат можно наблюдать на рис. 11: для магнитной жидкости на основе керосина $K_\infty / \mu_\infty \approx 1.5$, а для магнитной жидкости на основе воды $K_\infty / \mu_\infty \approx 3$.

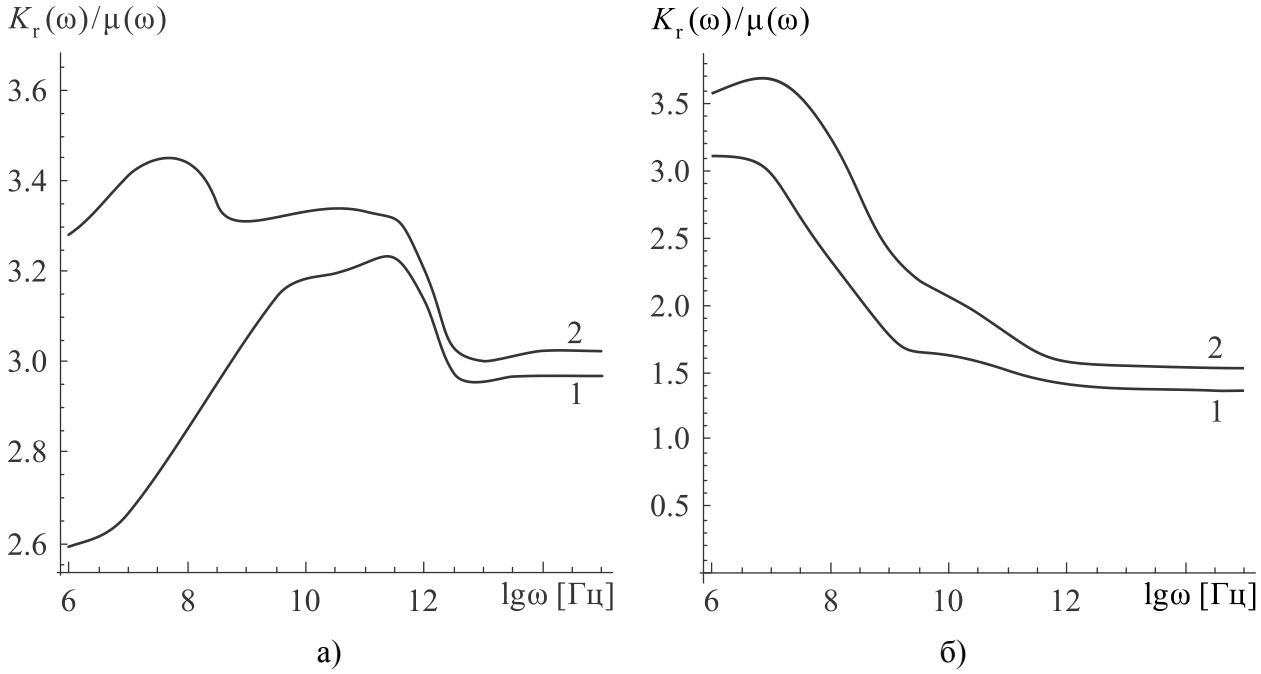


Рис. 11. Зависимости отношения $K_r(\omega)/\mu(\omega)$ от частоты для магнитных жидкостей на основе: а) воды и б) керосина при $\varphi = 0.03$ (1) и $\varphi = 0.1$ (2); $T = 293$ К.

При исследовании частотной зависимости динамических модулей упругости магнитных жидкостей установлено, что область дисперсии модулей упругости, как следствие учета структурной релаксации, является широкой, и при высоких частотах, как и в [262, 286], они стремятся к постоянным значениям высокочастотных модулей упругости K_∞ и μ_∞. Отношение модулей упругости для магнитных жидкостей при изменении частоты лежит в интервале 1.5–4, который согласуется с интервалом 0.5–10, указанным в [182].

3.3. Зависимости коэффициентов вязкости и модулей упругости магнитных жидкостей от термодинамических параметров состояния

Магнитная жидкость среди других жидкостей выделяется той уникальностью, что, помещая ее во внешнее магнитное поле, и изменяя величину поля, контролируемо можно менять ее реологические свойства.

В коллоидных суспензиях присутствующие твердые магнитные частицы вносят возмущение в поле скоростей несущей жидкости, и приводят к дополнительным напряжениям в жидкости. В связи с этим коллоидная система обладает эффективной вязкостью, отличающейся от вязкости жидкости-основы. Впервые теорию эффективной вязкости разбавленных суспензий, описывающую зависимость вязкости от объемной доли твердых частиц разработал А. Эйнштейн [55]. Формула Эйнштейна (1.5) удовлетворительно может описать вязкость магнитных жидкостей, только в пределе объемной концентрации магнитных частиц $\varphi = 2-3\%$. Результаты многочисленных экспериментов показывают, что в пределе высоких концентраций феррочастиц для аппроксимации данных опытов более подходящим является квадратичная зависимость:

$$\eta_s = \eta_{s0}(1 + a\varphi + b\varphi^2), \tag{3.24}$$

где коэффициенты a и b зависят от размера магнитных частиц, свойства поверхностно-активного слоя и других физических характеристик жидкости-носителя.

Многочисленные исследования показывают, что вязкость магнитных жидкостей зависит не только от концентрации твердой фазы, но и от их материала, размера, а также свойства применяемого стабилизатора. Вязкость двух магнитных жидкостей с одинаковыми концентрациями магнитных

частиц, диспергированных в одной и той же жидкой основе, существенно могут отличаться, если в них содержится разное количество поверхностно активного вещества.

В связи с этими трудностями в литературе встречаются различные теории, позволяющие описать вязкость в определенном пределе концентрации и других характеристик магнитных жидкостей. В работе [73] для описания эффективной вязкости магнитных жидкостей модель Чонга [70] модифицируется и показывается ее соответствие с экспериментальных результатах в широком диапазоне изменения концентраций: $0.6 \le \varphi / \varphi_p \le 1$.

Для анализа концентрационной зависимости коэффициентов объемной и сдвиговой вязкостей будем исходить из выражений (3.18) и (3.19), являющихся аналогичными выражению (3.24). Для магнитной жидкости на основе керосина при $\sigma_f = 5$ нм выражение для коэффициента сдвиговой вязкости (3.18) переходит к виду [287]

$$\eta_s = 0.0017 - 0.00182\varphi + 0.15\varphi^2. \qquad (3.25)$$

При $\sigma_f = 3.7$ нм коэффициенты в выражении (3.25) немного изменяются:

$$\eta_s = 0.0011 - 0.0022\varphi + 0.05\varphi^2. \qquad (3.26)$$

Все дальнейшие вычисления проведены в гидродинамическом режиме при фиксированном значении частоты $\omega = 10^5$ Гц. На рис. 12. представлены результаты экспериментальных и теоретических расчетов зависимости относительной вязкости магнитной жидкости на основе керосина от концентрации при $T = 293$ К. На рисунке значками обозначены результаты экспериментальных исследований, проведенных в [71, 72, 131] для концентрированных магнитных жидкостей на основе керосина, и проведено их сравнение с теоретическими и эмпирическими моделями. Здесь и далее при воспроизведении экспериментальных результатов предел ошибок не превышает размер используемых значков.

Как видно, теоретические модели идеальных магнитных жидкостей с невзаимодействующими частицами не могут удовлетворительно описать вязкость концентрированных магнитных жидкостей.

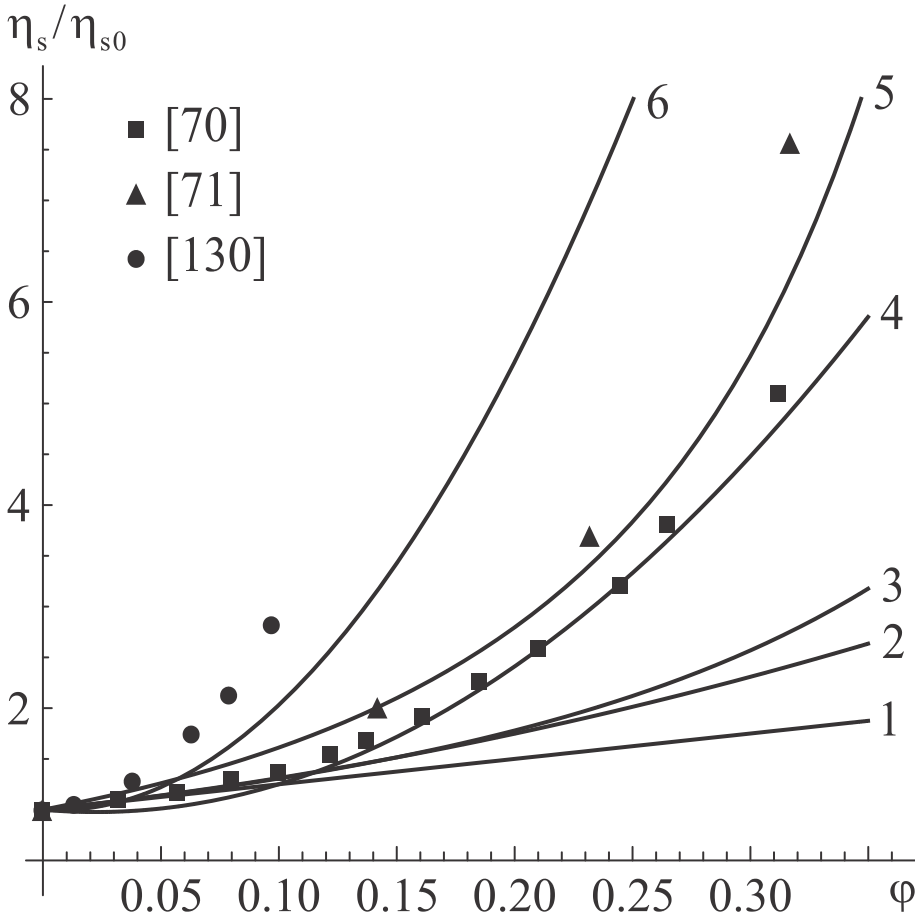


Рис. 12. Зависимости η_s/η_{s0} от объемной концентрации φ для магнитной жидкости на основе керосина: 1 – формула Эйнштейна (1.5), 2 – Бэтчелора (1.7), 3 – Розенцвейга (1.10), 4 – выражение (3.26), 5 – модифицированная модель Чонга (1.11), 6 – выражение (3.25) при $\sigma_f = 5$ нм.

Известно, что в получаемых магнитных жидкостях имеется широкий разброс в размерах ферромагнитных частиц, и для каждой магнитной жидкости имеется свой характерный средний размер феррочастицы. В зависимости от величины среднего размера феррочастиц у разных изготовителей для магнитной жидкости с одной и той же жидкостью основы и одной и той же концентрацией получаются различные значения вязкости [288]. Вопрос получения магнитной жидкости с определенным значением

характерного среднего размера магнитных зерен является принципиально важным, поскольку незначительное отклонение этого значения приводит к резкому изменению ее свойств в сторону ухудшения.

В связи с этим, при теоретических расчетах приходится выбирать такие значения для среднего размера магнитных частиц, которые позволяют интерпретировать экспериментальные результаты. На это указывает ход кривых 4 и 6 на рис. 12. При $\sigma_f = 3.7$ нм результаты расчетов по формуле (3.26) согласуются с результатами [71, 72], а когда $\sigma_f = 5$ нм эти результаты приближаются к экспериментальным данным [131].

Также проведены численные расчеты на основе (3.18) для магнитной жидкости на основе воды при $\sigma_f = 5$ нм $\rho_f = 5340$ кг/м^3, $\rho_s = 1000$ кг/м^3, $T = 293$ К, $m = 10^{-20}$ Дж/Тл, $p = 6.2 \cdot 10^{-30}$ Кл$\cdot$м, $H = 0$. Результаты этих расчетов и их сравнение с теоретическими моделями и экспериментальными результатами [289–292] представлены на рис. 13.

Хотя с увеличением концентрации наблюдается одинаковый ход возрастания вязкости, численные значения, полученные экспериментально, как в сравнении с теоретическими моделями, так и друг с другом, существенно отличаются (до 36 %). По-видимому, это связано со структурными особенностями воды и трудным подбором соотношения между магнетитом и стабилизатором, так как малое отклонение от оптимального значения приводит к резкому ухудшению свойств магнитной жидкости [293].

На рис. 14 приведены результаты расчетов концентрационной зависимости коэффициента сдвиговой вязкости для магнитных жидкостей на основе додекана и ундекана. Для всех исследуемых магнитных жидкостей наблюдается качественно одинаковое нелинейное возрастание коэффициента сдвиговой вязкости с увеличением объемной концентрации магнитных частиц.

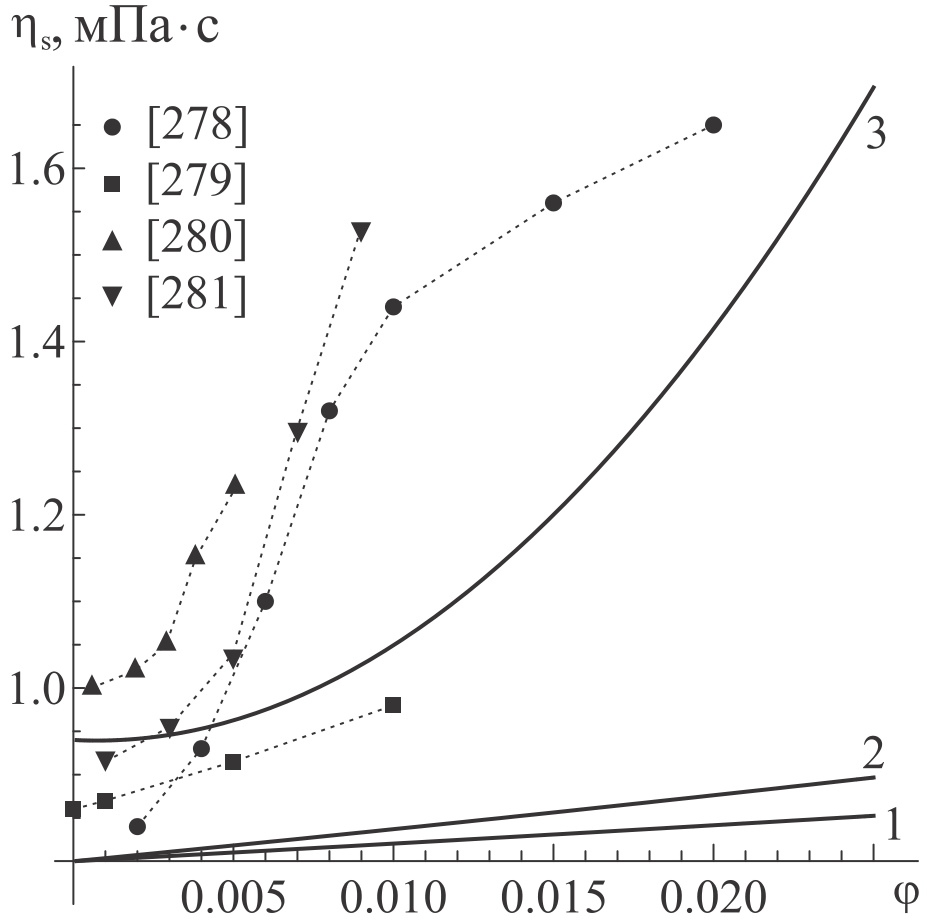


Рис. 13. Зависимости η_s от объемной концентрации φ для магнитной жидкости на основе воды: 1 – формула Эйнштейна (1.5), Бэтчелора (1.7) и Розенцвейга (1.10), 2 – модифицированная модель Чонга (1.11), 3 – выражение (3.18) при $\sigma_f = 5$ нм.

На рис. 15 приведены результаты расчетов зависимости коэффициента объемной вязкости от концентрации для магнитных жидкостей на основе керосина и ундекана в отсутствии внешнего магнитного поля и при значении напряженности магнитного поля $H = 200$ кА/м.

На рисунке 16 приведены зависимости коэффициента объемной вязкости магнитной жидкости на основе воды от концентрации при тех же значениях внешнего магнитного поля. Согласно результатам расчетов для всех магнитных жидкостей коэффициент объемной вязкости с увеличением концентрации нелинейно возрастает. Однако наблюдается несколько быстрое возрастание вязкости магнитной жидкости на основе воды по сравнению с

другими магнитными жидкостями, что, по-видимому, связано со структурными особенностями воды.

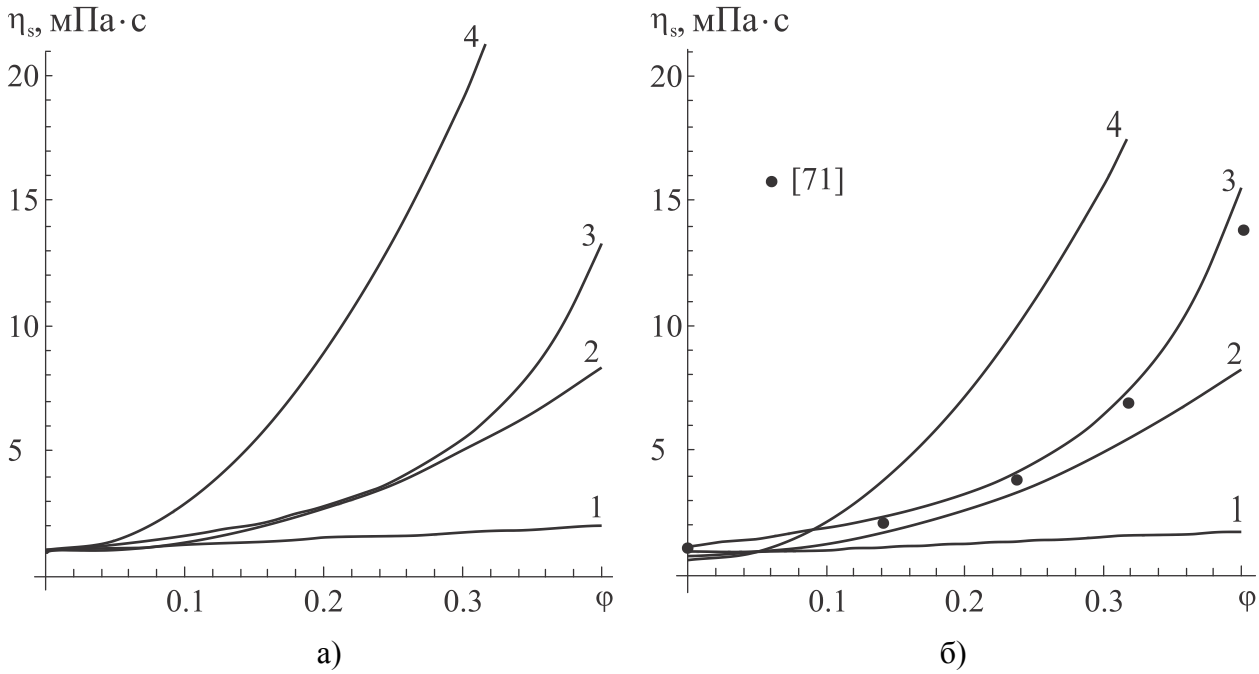


Рис. 14. Зависимости η_s от объемной концентрации φ для магнитных жидкостей на основе: а) додекана, б) ундекана. 1 – формула Эйнштейна (1.5), 2 – выражение (3.18) при $\sigma_f = 3.7$ нм, 3 – модифицированная модель Чонга (1.11), 4 – выражение (3.18) при $\sigma_f = 5$ нм.

На основе анализа полученных результатов можно заключить, что аналитические выражения для коэффициентов объемной и сдвиговой вязкости, полученные на основе статистической теории, учитывая молекулярно-структурные параметры системы в широком диапазоне изменения концентрации магнитных частиц, удовлетворительно могут описать вязкость магнитных жидкостей.

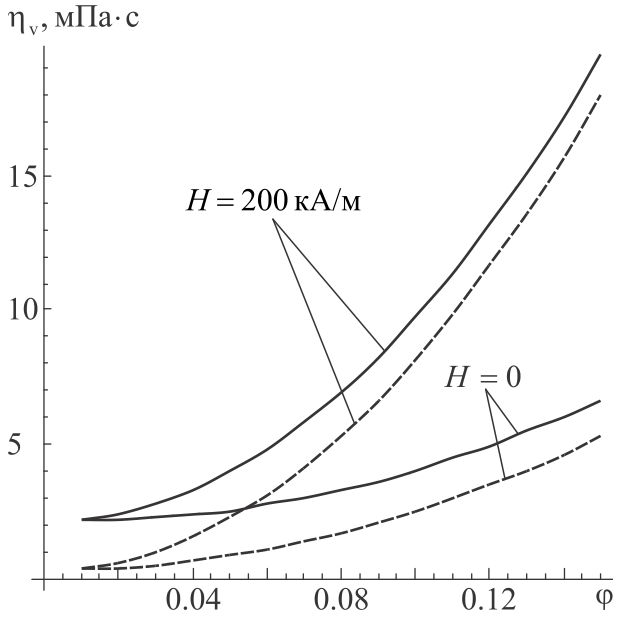


Рис. 15. Зависимости коэффициента объемной вязкости η_v от объемной концентрации φ для магнитных жидкостей на основе керосина (сплошные кривые) и ундекана (прерывистые кривые) при $T = 293$ К.

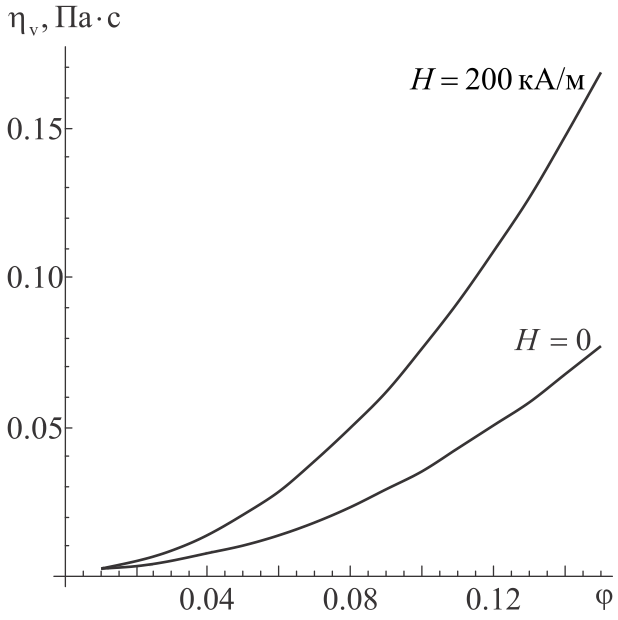


Рис. 16. Зависимости коэффициента объемной вязкости η_v магнитной жидкости на основе воды от объемной концентрации φ при $T = 293$ К.

Все классические теории определяют вязкость суспензий только как функцию концентрации твердых частиц. В этих теориях температурная зависимость вязкости разбавленных суспензий обычно принимается равной температурной зависимости вязкости жидкой основы. Согласно [294] для многих суспензий с разными твердыми включениями относительная вязкость от температуры не зависит, то есть в этих экспериментах температурные зависимости вязкости суспензий и жидкости основы одинаковы. Также экспериментальные исследования вязкости разбавленных магнитных жидкостей показали, что зависимости их вязкости от температуры определяется температурной зависимостью жидкости основы. Однако в концентрированных магнитных жидкостях отношение вязкостей коллоидной системы и несущей жидкости существенно зависит от температуры [71, 72].

В [205] при выводе кинетических уравнений для одночастичной и двухчастичной функций распределения, следуя работам [189, 203], мы магнитную жидкость рассматривали как совокупность двух независимых подсистем, состоящих из молекул жидкости-носителя и твердых феррочастиц. Частицы каждой подсистемы движутся со своей скоростью, обладая своим парциальным давлением и температурой, т.е. кинетической энергией. При этом температура в каждой подсистеме выравнивается за очень короткое время и быстро начинается процесс выравнивания температур в системе. Поэтому при выводе выражений и в численных расчетах температуру каждой подсистемы принимали равной температуре системы.

В выражениях (3.16) коэффициенты сдвиговой и объемной вязкостей сложным образом зависят от температуры. Кинетическая часть коэффициента сдвиговой вязкости, обусловленная кинетическим механизмом переноса импульса в жидкостях, прямо пропорциональна температуре и с ее повышением, как и в газах, возрастает. В потенциальных частях коэффициентов вязкости наблюдается сложная зависимость от температуры и с ее повышением эти части нелинейно уменьшаются.

На рис. 17 представлены зависимости коэффициента сдвиговой вязкости магнитных жидкостей на основе керосина и воды от температуры. На рис. 17 (а) кривые соответствуют значениям коэффициента сдвиговой вязкости, вычисленным на основе выражения (3.16) для объемных концентраций $\varphi = 0.14$, 0.23 и 0.32. Значки соответствуют результатам работы [72]. Как видно, при всех концентрациях сдвиговая вязкость магнитной жидкости с ростом температуры уменьшается. Однако при высоких концентрациях результаты экспериментов [72] показывают более сильную зависимость вязкости от температуры. На рис. 17 (б) кривые демонстрируют результаты расчетов, проведенных на основе (3.16) для магнитной жидкости на основе воды. Кривая 1 соответствует $\varphi = 0.01$, 2 – 0.02. Значками обозначены результаты экспериментальных данных [289, 290, 292]. Треугольники

вершинами вверх соответствуют концентрации $\varphi = 0.02$, треугольники вершинами вниз, кружки и квадратики – 0.01. Если для магнитной жидкости на основе керосина результаты теоретических расчетов и экспериментальных данных близки друг к другу, то для магнитной жидкости на основе воды, даже при малых концентрациях, наблюдается существенное различие в результатах экспериментальных данных как между собой, так и при сравнении с теоретическими расчетами.

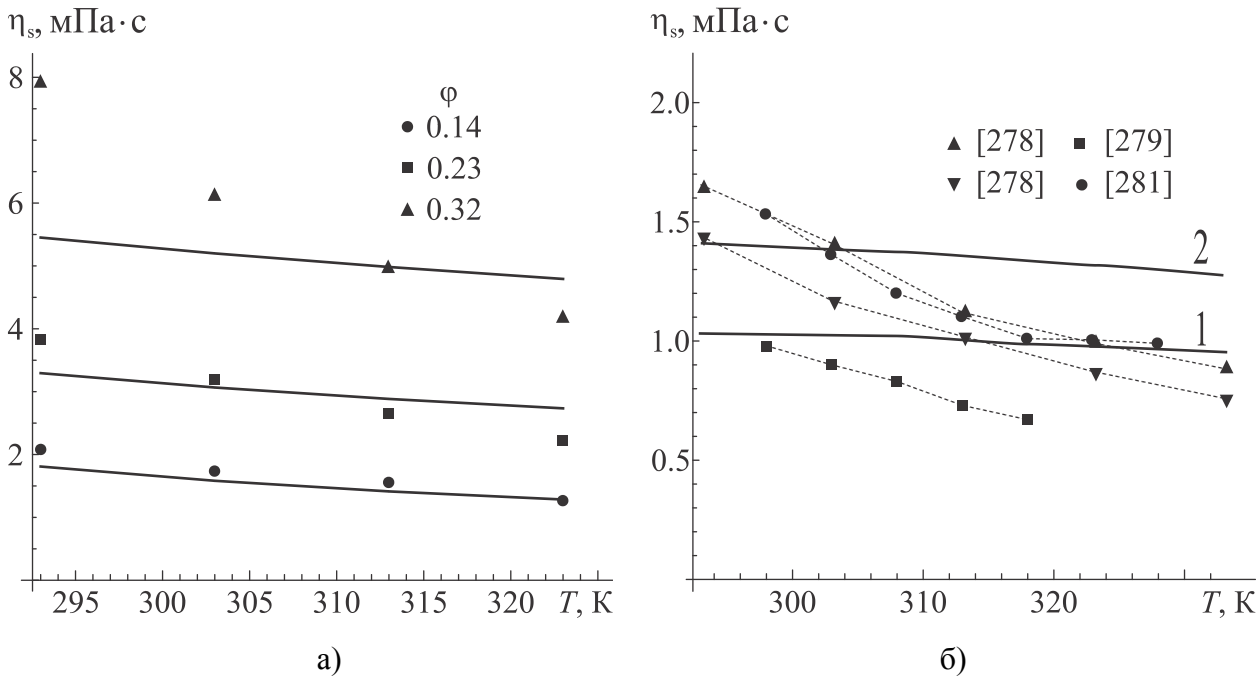


Рис. 17. Зависимости коэффициента сдвиговой вязкости от температуры для магнитных жидкостей на основе: а) керосина, б) воды.

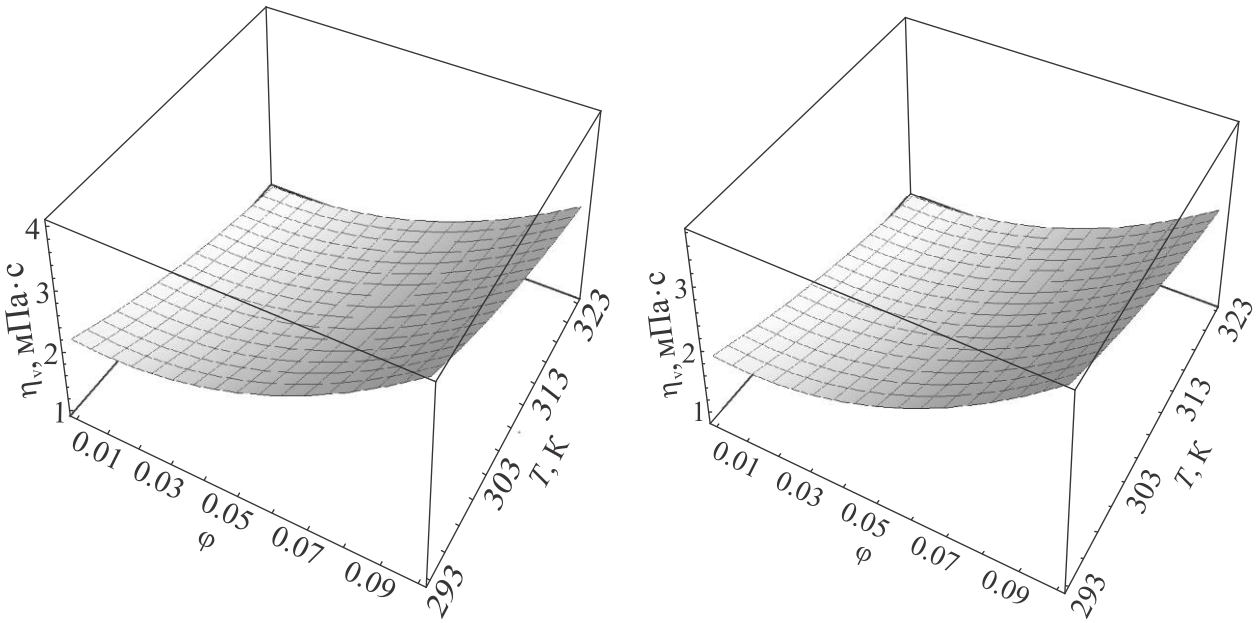
На рис. 18 приведены результаты численных расчетов зависимости коэффициента объемной вязкости от концентрации и температуры для магнитных жидкостей на основе додекана и ундекана.

Видно, что для обеих магнитных жидкостей с увеличением концентрации коэффициент объемной вязкости нелинейно возрастает, а с ростом температуры нелинейно уменьшается.

Таким образом, можно заключить, что в общем с ростом температуры вязкость магнитных жидкостей, как и всех обычных жидкостей, падает и полученные зависимости во всех работах являются типичными.

Магнитные жидкости от обычных коллоидных суспензий отличаются тем, что их свойствами легко можно манипулировать с помощью внешнего магнитного поля. Это открывает целый ряд возможностей их физического и технического применения.

Учет диполь-дипольного и стерического взаимодействий магнитных частиц позволяет удовлетворительно описать физические свойства магнитных жидкостей. Из-за больших сложностей при описании физических свойств магнитных жидкостей, часто приходится прибегать к упрощенной модели. В работах [81–83] сильное увеличение вязкости под действием магнитного поля объясняется на основе предположения о существовании в магнитной жидкости цепочечных агрегатов.



а) б)

Рис. 18. Зависимости коэффициента объемной вязкости от концентрации и температуры для магнитных жидкостей на основе: а) додекана, б) ундекана.

Хотя в нашей работе образование цепочечных и других гетерогенных кластеров не предполагалось, учет диполь-дипольного взаимодействия позволял обнаружить магнитовязкий эффект в магнитных жидкостях, удовлетворительно согласующийся с экспериментами.

На рис. 19 приведены результаты теоретических расчетов на основе выражения (3.16) и проведено их сравнение с экспериментальными данными.

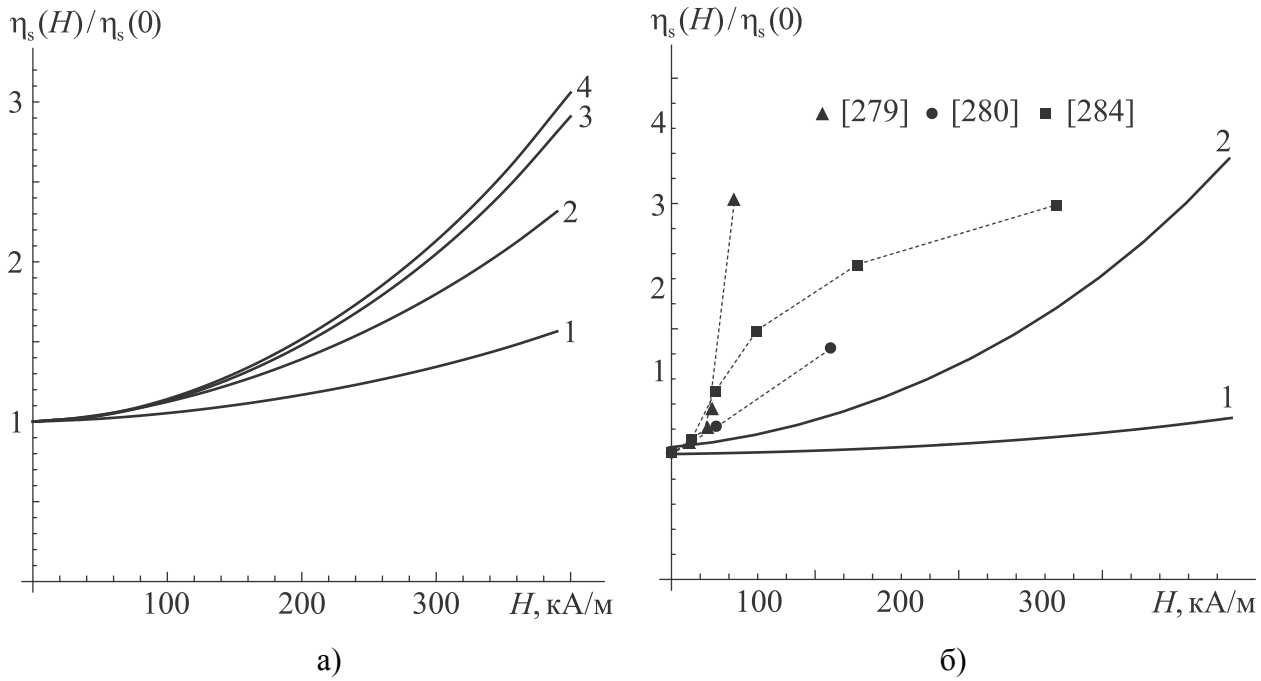


Рис. 19. Зависимости $\eta_s(H)/\eta_s(0)$ от H для магнитных жидкостей на основе: а) керосина, б) воды.

Результаты численных расчетов для магнитной жидкости на основе керосина продемонстрированы на рис. 19 (а). Кривые 1 и 2 на этом рисунке соответствуют концентрациям $\varphi = 0.05$ и 0.14 при $\sigma_f = 3.7$ нм. Кривые 3 и 4 соответствуют этим же концентрациям при $\sigma_f = 5$ нм. На рис. 19 (б) приведены результаты экспериментальных и теоретических расчетов для магнитной жидкости на основе воды. Кривая 1 соответствует концентрации $\varphi = 0.01$, кривая 2 – 0.14. Значки демонстрируют результаты экспериментов [290, 291, 295] для концентраций 0.01, 0.005 и 0.14, соответственно.

Результаты численных расчетов зависимости коэффициента объемной вязкости от концентрации, температуры и величины внешнего магнитного поля, проведенные для магнитных жидкостей на основе додекана и ундекана, представлены на рис. 20 и 21.

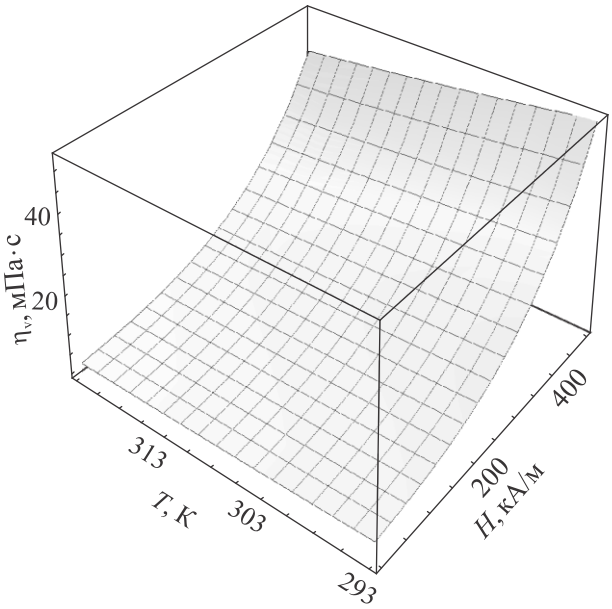


Рис. 20. Зависимости коэффициента объемной вязкости от величины напряженности магнитного поля и температуры для магнитной жидкости на основе додекана.

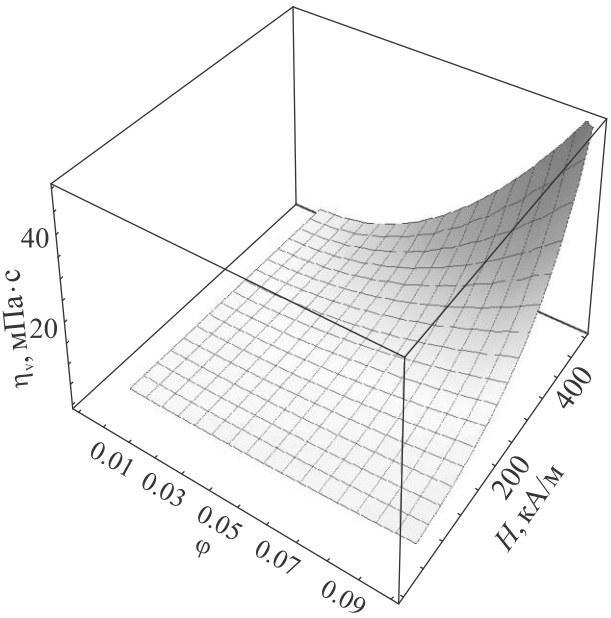


Рис. 21. Зависимости коэффициента объемной вязкости от величины напряженности магнитного поля и концентрации для магнитной жидкости на основе ундекана.

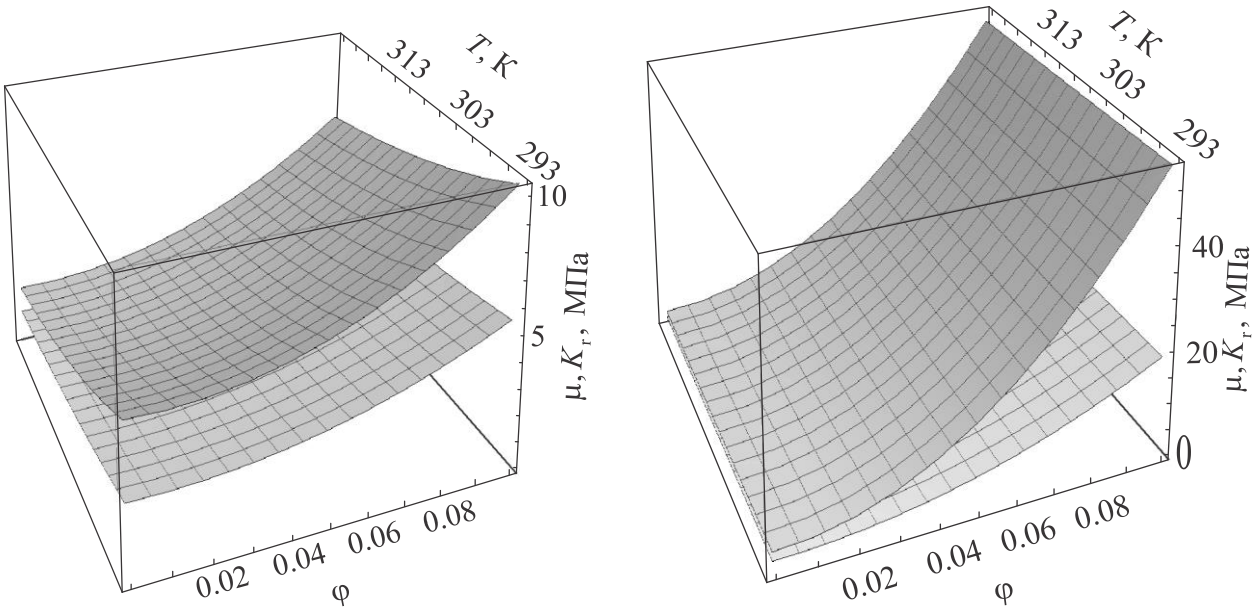
Согласно рисунков в обеих магнитных жидкостях с увеличением значения напряженности внешнего магнитного поля наблюдается сильное возрастание коэффициента объемной вязкости, т.е. имеет место сильный магнитовязкий эффект. Рост температуры замедляет возрастание коэффициента объемной вязкости, напротив увеличение концентрации магнитных частиц приводит к более сильному возрастанию коэффициента объемной вязкости.

Для исследования упругих свойств магнитных жидкостей и оценки зависимости сдвигового и объемного модулей упругости от

термодинамических параметров системы воспользуемся аналитическими выражениями (3.17). Численные расчеты проведены в высокочастотном режиме при фиксированном значении частоты $\omega = 10^8$ Гц.

На рис. 22 и 23 приведены результаты численных расчетов зависимости сдвигового и объемного модуля упругости от концентрации и температуры для магнитных жидкостей на основе керосина, воды, додекана и ундекана.

Согласно рисункам, во всех магнитных жидкостях с увеличением концентрации твердых частиц сдвиговый и объемный модуль упругости нелинейно возрастает. С ростом температуры наблюдается уменьшение модулей упругости, причем в магнитных жидкостях на основе органических веществ уменьшение модулей упругости более существенно, чем в магнитной жидкости на основе воды. К сожалению, из-за отсутствии экспериментальных данных не имеется возможность сравнивать полученные результаты с экспериментальными данными.



а) б)

Рис. 22. Зависимости сдвигового и объемного модуля упругости от концентрации магнитных частиц и температуры для магнитных жидкостей на основе: а) керосина, б) воды.

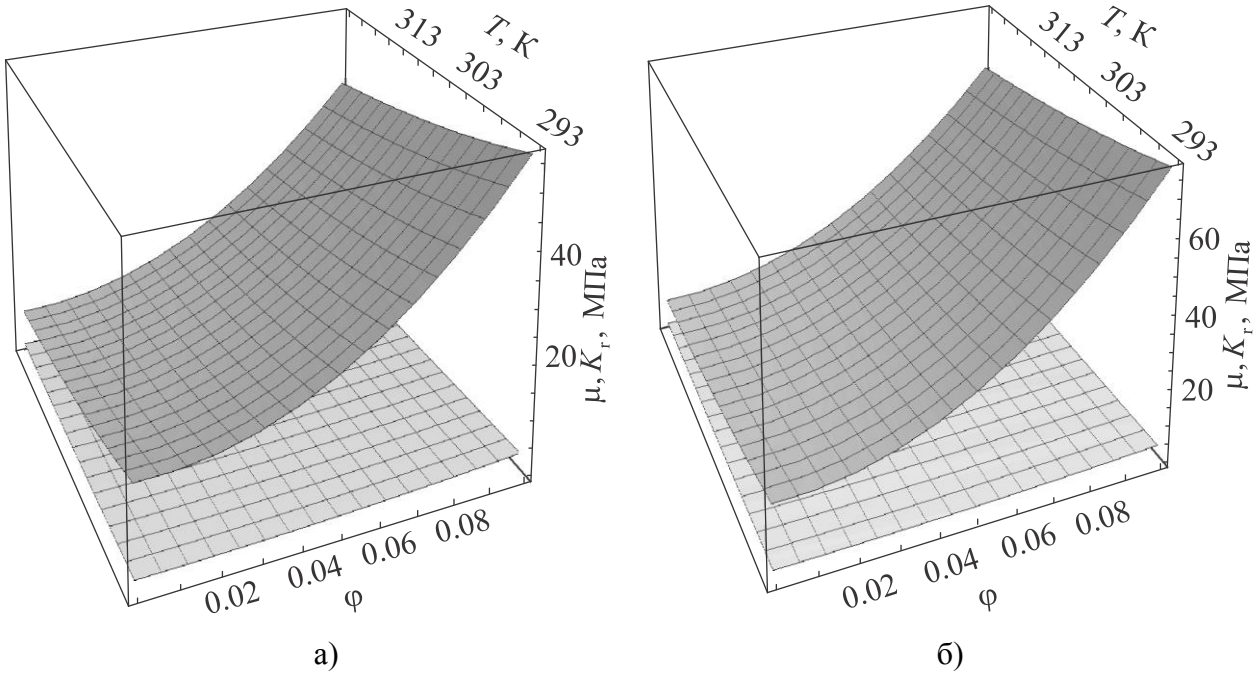


Рис. 23. Зависимости сдвигового и объемного модуля упругости от концентрации магнитных частиц и температуры для магнитных жидкостей на основе: а) додекана, б) ундекана.

На рис. 24 и 25 отображены графические зависимости сдвигового и объемного модулей упругости от внешнего магнитного поля в магнитных жидкостях на основе воды, керосина ундекана и додекана. Видно, что под действием внешнего магнитного поля сдвиговый и объемный модули упругости в магнитных жидкостях на основе керосина, ундекана и додекана изменяются почти одинаково.

Однако в магнитной жидкости на основе воды модули упругости возрастают быстрее, чем в упомянутых магнитных жидкостях. Видимо, это обусловлено с сильными водородными связями, существующими в ассоциированных жидкостях.

Результаты теоретических расчетов находятся в качественном согласии с экспериментальными результатами [133] и теоретическими расчетами [135], проведенными для магнитореологических гелей. Результаты расчетов, продемонстрированных на рис. 24 и 25, позволяют наблюдать существенный магнитореологический эффекта в магнитных жидкостях.

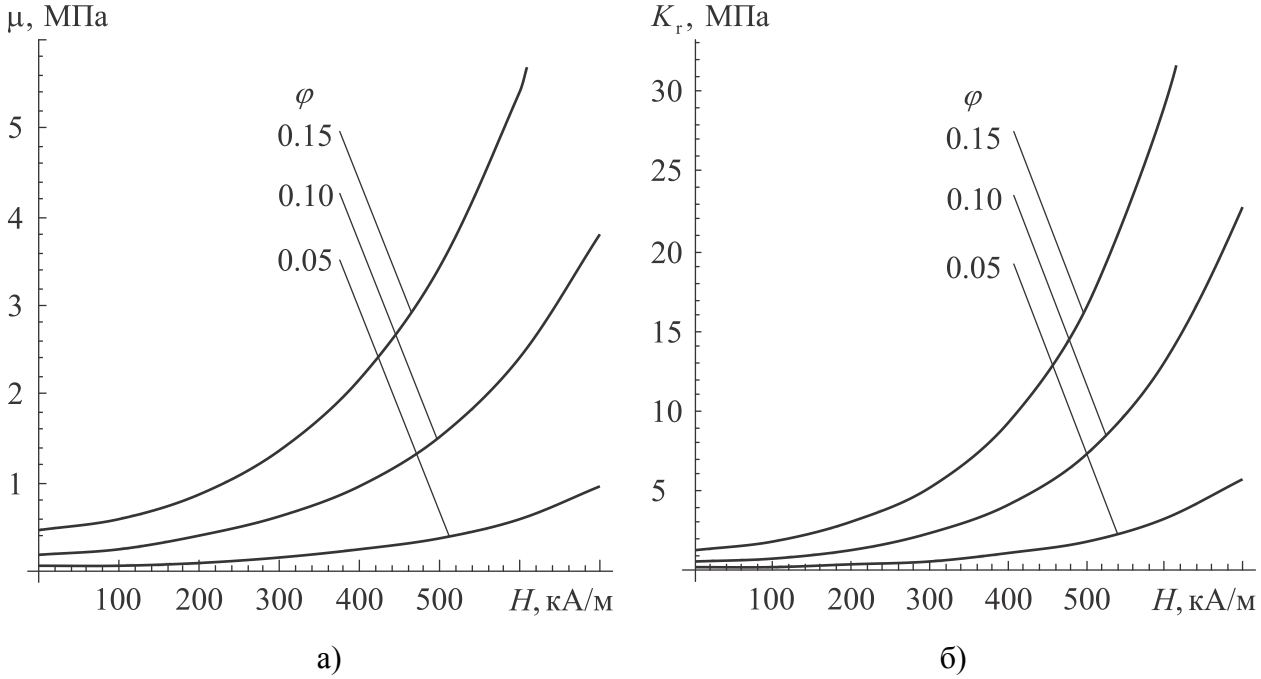


Рис. 24. Зависимости сдвигового и объемного модуля упругости от напряженности внешнего магнитного поля для магнитной жидкости на основе воды.

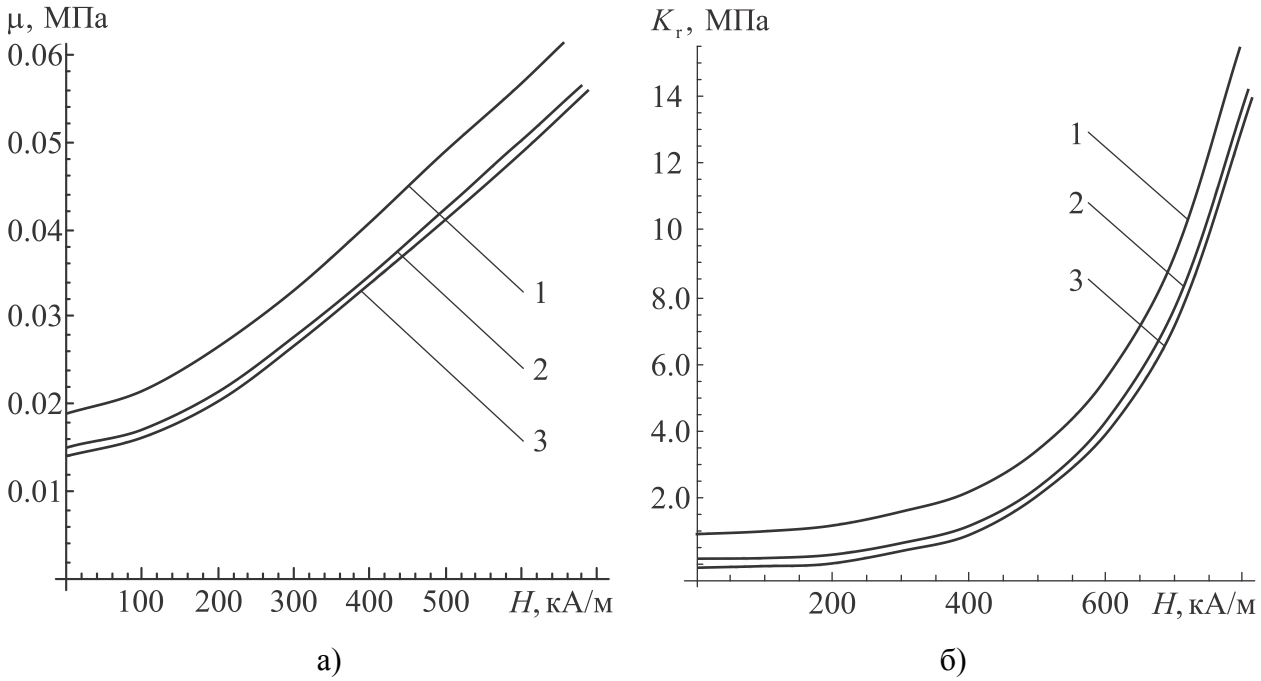


Рис. 25. Зависимости сдвигового и объемного модуля упругости от напряженности внешнего магнитного поля для магнитных жидкостей на основе: 1 – керосина, 2 – ундекана, 3 – додекана.

Обзор существующих экспериментальных работ и анализ теоретических моделей позволяет заключить, что, хотя зависимости вязкости разбавленных

магнитных жидкостей от концентрации и температуры удовлетворительно можно описать классическими теориями, теоретическое описание вязкости концентрированных магнитных жидкостей на основе идеальных моделей невзаимодействующих частиц не дает желаемого результата.

Полученное на основе неравновесной статистической теории аналитическое выражение для коэффициентов вязкости и модулей упругости магнитных жидкостей, в отличие от классических теорий и в согласии с экспериментальными данными, удовлетворительно описывает концентрационную и температурную зависимость вязкости и упругости, как разбавленных, так и концентрированных магнитных жидкостей. Учет диполь-дипольного взаимодействия феррочастиц позволил обнаружить магнитореологические эффекты в исследуемых магнитных жидкостях.

Глава 4. СТАТИСТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ПРОЦЕССОВ ПЕРЕНОСА В ЭЛЕКТРОПРОВОДЯЩИХ МАГНИТНЫХ ЖИДКОСТЯХ

4.1. Кинетические уравнения и обобщенная гидродинамика электропроводящей магнитной жидкости

С тех пор как магнитные жидкости стали одним из важных технологических материалов, широко применяемых в самых различных областях техники, для улучшения их физических свойств все больше создаются качественно новые магнитные жидкости на основе различных веществ с разными примесями и магнитными включениями. Большинство созданных магнитных жидкостей являются неэлектропроводящими. Однако немного позднее, после того когда создали первые магнитные жидкости, были синтезированы магнитные жидкости на основе жидких металлов, обладающие большой электро- и теплопроводностью, которые в сочетании с сильными магнитными свойствами открывают ряд возможностей их нового технического применения. Такие магнитные жидкости впоследствии стали называться электропроводящими магнитными жидкостями. Благодаря воздействию электромагнитного поля на электропроводящей магнитной жидкости становится возможным использовать их для превращения тепла в механическую или электрическую энергию. Это позволяет использовать их в технических частях устройств как магнитогидродинамические преобразователи энергии [296, 297]. Путем введения малых однодоменных ферромагнитных частиц в жидкие металлические носители, можно получить стабильные электропроводящие магнитные жидкости, которые находят применение в качестве электрических контактных колец для вращающихся

валов, высокоскоростных уплотнителей, подшипников и различных систем для преобразовании энергии [298]. Широкое применение электропроводящих магнитных жидкостей зависит от уровня имеющихся экспериментальных и теоретических данных об их физико-химических свойствах. Следовательно, теоретическое исследование различных неравновесных процессов в электропроводящих магнитных жидкостях представляет большой интерес.

В жидких металлах внешние электронные оболочки атомов перекрываются и валентные электроны, находящиеся в этих оболочках, коллективизируясь и образуя квазисвободную электронную подсистему, легко перемещаются в межионном пространстве. Ионы, обладая малыми размерами и сравнительно большими массами очень медленно перемещаются в электронной жидкости и взаимодействуют между собой посредством кулоновских сил. Вблизи иона волновая функция электрона в силу своей ортогональности с собственной волновой функцией электронов ионного остова, испытывает сильные осцилляции, приводящие к резкому уменьшению ион-электронного взаимодействия. Электрон-электронное взаимодействие в большинстве случаев учитывается в виде экранировании потенциала изолированного атома. В жидких металлах температура вырождения электронного газа составляет порядка 10000 °С. Следовательно, движение валентных электронов необходимо описывать на основе законов квантовой механики как сильно вырожденный ферми-газ, а движение инертных ионов можно описать законами классической механики.

Следует отметить, что последовательная динамическая теория жидких металлов должна строится для двухкомпонентной сильновзаимодействующей системы из электронов и ионов, которая несет многие трудности, характерные для теории многокомпонентной системы. Поэтому в большинстве случаев для преодолении трудностей принимается множество упрощений и аппроксимаций, позволяющих получить приемлемые конечные результаты [299, 300].

Таким образом, жидкий металл можно исследовать в рамках одночастичной модели, в которой ионы взаимодействуют между собой кулоновским потенциалом, их движение описывается законам классической механики, а роль электронов учитывается только в экранирование потенциала ион-ионного взаимодействия.

Что касается магнитной подсистемы, основная проблема получения стабильных электропроводящих магнитных жидкостей заключается в том, чтобы найти механизм, уравновешивающий силы притяжения и Ван-дер-Ваальса, тем самым подавить диффузионный рост частиц из магнитного материала. Для решения этой проблемы при приготовлении электропроводящей магнитной жидкости используются такие металлические стабилизирующие добавки, которые хорошо растворяются в жидком металле и образуют монослой на поверхности частицы магнитного материала.

Для исследовании физических свойств электропроводящих магнитных жидкостей, как и в предыдущих главах, рассмотрим многокомпонентную систему, состоящую из электропроводящей несущей среды, обычно являющейся жидким металлом, вещества стабилизатора и магнитного материала. Здесь, тоже основываясь на предположениях, приведенных в §2.1, немагнитную и магнитную подсистемы считаем независимыми. Однако магнитные частицы и стабилизирующее вещество тесно взаимодействуют между собой.

Таким образом электропроводящую магнитную жидкость рассматриваем как многокомпонентную электронейтральную систему, состоящую из N частиц, N_{f} и N_{p} из которых являются частицами магнитного материала и стабилизатора, а N_{s} из них, частицей проводящей жидкой основы.

Состояние системы описывается функцией распределения $F(\mathbf{q}_{\mathrm{f}},\mathbf{q}_{\mathrm{p}},\mathbf{q}_{\mathrm{s}},\mathbf{p}_{\mathrm{f}},\mathbf{p}_{\mathrm{p}},\mathbf{p}_{\mathrm{s}},t)$, которая подчиняется уравнению Лиувилля

$$\frac{\partial F}{\partial t}+\sum_{1\le \mathrm{n}\le N_{\mathrm{f}}+N_{\mathrm{p}}+N_{\mathrm{s}}}\left(\frac{\partial H}{\partial \mathbf{p}_{\mathrm{n}}}\frac{\partial F}{\partial \mathbf{q}_{\mathrm{n}}}-\frac{\partial H}{\partial \mathbf{q}_{\mathrm{n}}}\frac{\partial F}{\partial \mathbf{p}_{\mathrm{n}}}\right)=0. \tag{4.1}$$

Функций Гамильтона рассматриваемых подсистем определяются выражениями

$$\begin{aligned} H_{\mathrm{fp}} &= \sum_{\mathrm{n}=1}^{N_{\mathrm{f}}} T(\mathbf{p}_{\mathrm{nf}})+\sum_{\mathrm{n}=1}^{N_{\mathrm{p}}} T(\mathbf{p}_{\mathrm{np}})+\sum_{\mathrm{n}=1}^{N_{\mathrm{f}}} U_0(\mathbf{q}_{\mathrm{nf}})+ \\ &+\sum_{\substack{\mathrm{n,l}\\(\mathrm{l}>\mathrm{n})}}^{N_{\mathrm{f}}} \Phi(|\mathbf{q}_{\mathrm{nf}}-\mathbf{q}_{\mathrm{lf}}|)+\sum_{\substack{\mathrm{n,l}\\(\mathrm{l}>\mathrm{n})}}^{N_{\mathrm{p}}} \Phi(|\mathbf{q}_{\mathrm{np}}-\mathbf{q}_{\mathrm{lp}}|)+\sum_{\mathrm{n}=1}^{N_{\mathrm{f}}}\sum_{\mathrm{l}=1}^{N_{\mathrm{p}}} \Phi(|\mathbf{q}_{\mathrm{nf}}-\mathbf{q}_{\mathrm{lp}}|), \end{aligned} \tag{4.2}$$

$$H_{\mathrm{s}}=\sum_{\mathrm{n}=1}^{N_{\mathrm{s}}} T(\mathbf{p}_{\mathrm{ns}})+\sum_{\mathrm{n}=1}^{N_{\mathrm{s}}} U_0(\mathbf{q}_{\mathrm{ns}})+\sum_{\substack{\mathrm{n,l}\\(\mathrm{l}>\mathrm{n})}}^{N_{\mathrm{s}}} \Phi(|\mathbf{q}_{\mathrm{ns}}-\mathbf{q}_{\mathrm{ls}}|), \tag{4.3}$$

где $U_0(\mathbf{q})$ определяет потенциальную энергию взаимодействия соответствующих сортов частиц с внешним магнитным полем.

Теперь, учитывая (4.2) и (4.3) в (4.1) и переходя к частичным функциям распределения, получим следующую систему кинетических уравнений:

$$\begin{aligned} &\frac{\partial f_{1\mathrm{f}}}{\partial t}+\frac{p_{1\mathrm{f}}^{\alpha}}{m_{\mathrm{f}}}\frac{\partial f_{1\mathrm{f}}}{\partial q_{1\mathrm{f}}^{\alpha}}+F^{\alpha}(\mathbf{q}_{1\mathrm{f}},t)\frac{\partial f_{1\mathrm{f}}}{\partial p_{1\mathrm{f}}^{\alpha}}-\int\frac{\partial\Phi(|\mathbf{q}_{1\mathrm{f}}-\mathbf{q}_{2\mathrm{f}}|)}{\partial q_{1\mathrm{f}}^{\alpha}}\frac{\partial f_{\mathrm{ff}}}{\partial p_{1\mathrm{f}}^{\alpha}}d\mathbf{q}_{2\mathrm{f}}d\mathbf{p}_{2\mathrm{f}}- \\ &-\int\frac{\partial\Phi(|\mathbf{q}_{1\mathrm{f}}-\mathbf{q}_{1\mathrm{p}}|)}{\partial q_{1\mathrm{f}}^{\alpha}}\frac{\partial f_{\mathrm{fp}}}{\partial p_{1\mathrm{f}}^{\alpha}}d\mathbf{q}_{1\mathrm{p}}d\mathbf{p}_{1\mathrm{p}}=\beta_{\mathrm{f}}\frac{\partial}{\partial p_{1\mathrm{f}}^{\alpha}}\left[\frac{\tilde{p}_{1\mathrm{f}}^{\alpha}}{m_{\mathrm{f}}}f_{1\mathrm{f}}+kT(\mathbf{q}_{1\mathrm{f}},t)\frac{\partial f_{1\mathrm{f}}}{\partial p_{1\mathrm{f}}^{\alpha}}\right], \end{aligned} \tag{4.4}$$

$$\begin{aligned} &\frac{\partial f_{2\mathrm{f}}}{\partial t}+\sum_{\mathrm{n}=1}^{2}\left[\frac{p_{\mathrm{nf}}^{\alpha}}{m_{\mathrm{f}}}\frac{\partial f_{2\mathrm{f}}}{\partial q_{\mathrm{nf}}^{\alpha}}+F^{\alpha}(\mathbf{q}_{\mathrm{nf}},t)\frac{\partial f_{2\mathrm{f}}}{\partial p_{\mathrm{nf}}^{\alpha}}-\frac{\partial\Phi(|\mathbf{q}_{1\mathrm{f}}-\mathbf{q}_{2\mathrm{f}}|)}{\partial q_{\mathrm{nf}}^{\alpha}}\frac{\partial f_{2\mathrm{f}}}{\partial p_{\mathrm{nf}}^{\alpha}}-\right. \\ &\left.-\int\frac{\partial\Phi(|\mathbf{q}_{\mathrm{nf}}-\mathbf{q}_{3\mathrm{f}}|)}{\partial q_{\mathrm{nf}}^{\alpha}}\frac{\partial f_{3\mathrm{f}}}{\partial p_{\mathrm{nf}}^{\alpha}}d\mathbf{q}_{3\mathrm{f}}d\mathbf{p}_{3\mathrm{f}}-\int\frac{\partial\Phi(|\mathbf{q}_{\mathrm{nf}}-\mathbf{q}_{1\mathrm{p}}|)}{\partial q_{\mathrm{nf}}^{\alpha}}\frac{\partial f_{\mathrm{ffp}}}{\partial p_{\mathrm{nf}}^{\alpha}}d\mathbf{q}_{1\mathrm{p}}d\mathbf{p}_{1\mathrm{p}}\right]= \\ &\sum_{\mathrm{n}=1}^{2}\beta_{\mathrm{f}}\frac{\partial}{\partial p_{\mathrm{nf}}^{\alpha}}\left[\frac{\tilde{p}_{\mathrm{nf}}{}^{\alpha}}{m_{\mathrm{f}}}+kT(\mathbf{q}_{\mathrm{nf}},t)\frac{\partial}{\partial p_{\mathrm{nf}}^{\alpha}}\right]f_{2\mathrm{f}}, \end{aligned} \tag{4.5}$$

$$\frac{\partial f_{\mathrm{fp}}}{\partial t}+\left(\frac{p_{1\mathrm{f}}^{\alpha}}{m_{\mathrm{f}}}\frac{\partial}{\partial q_{1\mathrm{f}}^{\alpha}}+\frac{p_{1\mathrm{p}}^{\alpha}}{m_{\mathrm{p}}}\frac{\partial}{\partial q_{1\mathrm{p}}^{\alpha}}+F^{\alpha}(\mathbf{q}_{1\mathrm{f}},t)\frac{\partial}{\partial p_{1\mathrm{f}}^{\alpha}}\right)f_{\mathrm{fp}}-$$
$$-\frac{\partial\Phi(|\mathbf{q}_{1\mathrm{f}}-\mathbf{q}_{1\mathrm{p}}|)}{\partial q_{1\mathrm{f}}^{\alpha}}\frac{\partial f_{\mathrm{fp}}}{\partial p_{1\mathrm{f}}^{\alpha}}-\frac{\partial\Phi(|\mathbf{q}_{1\mathrm{f}}-\mathbf{q}_{1\mathrm{p}}|)}{\partial q_{1\mathrm{p}}^{\alpha}}\frac{\partial f_{\mathrm{fp}}}{\partial p_{1\mathrm{p}}^{\alpha}}-\int\frac{\partial\Phi(|\mathbf{q}_{1\mathrm{f}}-\mathbf{q}_{2\mathrm{f}}|)}{\partial q_{1\mathrm{f}}^{\alpha}}\times$$
$$\times\frac{\partial f_{\mathrm{ffp}}}{\partial p_{1\mathrm{f}}^{\alpha}}d\mathbf{q}_{2\mathrm{f}}d\mathbf{p}_{2\mathrm{f}}-\int\frac{\partial\Phi(|\mathbf{q}_{1\mathrm{p}}-\mathbf{q}_{2\mathrm{f}}|)}{\partial q_{1\mathrm{p}}^{\alpha}}\frac{\partial f_{\mathrm{ffp}}}{\partial p_{1\mathrm{p}}^{\alpha}}d\mathbf{q}_{2\mathrm{f}}d\mathbf{p}_{2\mathrm{f}}-\int\frac{\partial\Phi(|\mathbf{q}_{1\mathrm{p}}-\mathbf{q}_{2\mathrm{p}}|)}{\partial q_{1\mathrm{p}}^{\alpha}}\times \tag{4.6}$$
$$\times\frac{\partial f_{\mathrm{fpp}}}{\partial p_{1\mathrm{p}}^{\alpha}}d\mathbf{q}_{2\mathrm{p}}d\mathbf{p}_{2\mathrm{p}}-\int\frac{\partial\Phi(|\mathbf{q}_{1\mathrm{f}}-\mathbf{q}_{2\mathrm{p}}|)}{\partial q_{1\mathrm{f}}^{\alpha}}\frac{\partial f_{\mathrm{fpp}}}{\partial p_{1\mathrm{f}}^{\alpha}}d\mathbf{q}_{2\mathrm{p}}d\mathbf{p}_{2\mathrm{p}}=$$
$$=\beta_{\mathrm{f}}\frac{\partial}{\partial p_{\mathrm{f}}^{\alpha}}\left[\frac{\tilde{p}_{\mathrm{f}}{}^{\alpha}}{m_{\mathrm{f}}}+kT(\mathbf{q}_{\mathrm{f}},t)\frac{\partial}{\partial p_{\mathrm{f}}^{\alpha}}\right]f_{\mathrm{fp}}+\beta_{\mathrm{p}}\frac{\partial}{\partial p_{\mathrm{p}}^{\alpha}}\left[\frac{\tilde{p}_{\mathrm{p}}{}^{\alpha}}{m_{\mathrm{p}}}+kT(\mathbf{q}_{\mathrm{p}},t)\frac{\partial}{\partial p_{\mathrm{p}}^{\alpha}}\right]f_{\mathrm{fp}},$$

$$\frac{\partial f_{1\mathrm{s}}}{\partial t}+\frac{p_{1\mathrm{s}}^{\alpha}}{m_{\mathrm{s}}}\frac{\partial f_{1\mathrm{s}}}{\partial q_{1\mathrm{s}}^{\alpha}}+F^{\alpha}(\mathbf{q}_{1\mathrm{s}},t)\frac{\partial f_{1\mathrm{s}}}{\partial p_{1\mathrm{s}}^{\alpha}}-\int\frac{\partial\Phi(|\mathbf{q}_{1\mathrm{s}}-\mathbf{q}_{2\mathrm{s}}|)}{\partial q_{1\mathrm{s}}^{\alpha}}\frac{\partial f_{2\mathrm{s}}}{\partial p_{1\mathrm{s}}^{\alpha}}d\mathbf{q}_{2\mathrm{s}}d\mathbf{p}_{2\mathrm{s}}=$$
$$=\beta_{\mathrm{s}}\frac{\partial}{\partial p_{1\mathrm{s}}^{\alpha}}\left[\frac{\tilde{p}_{1\mathrm{s}}^{\alpha}}{m_{\mathrm{s}}}f_{1\mathrm{s}}+kT(\mathbf{q}_{1\mathrm{s}},t)\frac{\partial f_{1\mathrm{s}}}{\partial p_{1\mathrm{s}}^{\alpha}}\right], \tag{4.7}$$

$$\frac{\partial f_{2\mathrm{s}}}{\partial t}+\sum_{\mathrm{n}=1}^{2}\left[\frac{p_{\mathrm{ns}}^{\alpha}}{m_{\mathrm{s}}}\frac{\partial f_{2\mathrm{s}}}{\partial q_{\mathrm{ns}}^{\alpha}}+F^{\alpha}(\mathbf{q}_{\mathrm{ns}},t)\frac{\partial f_{2\mathrm{s}}}{\partial p_{\mathrm{ns}}^{\alpha}}-\frac{\partial\Phi(|\mathbf{q}_{1\mathrm{s}}-\mathbf{q}_{2\mathrm{s}}|)}{\partial q_{\mathrm{ns}}^{\alpha}}\frac{\partial f_{2\mathrm{s}}}{\partial p_{\mathrm{ns}}^{\alpha}}-\right.$$
$$\left.-\int\frac{\partial\Phi(|\mathbf{q}_{\mathrm{ns}}-\mathbf{q}_{3\mathrm{s}}|)}{\partial q_{\mathrm{ns}}^{\alpha}}\frac{\partial f_{3\mathrm{s}}}{\partial p_{\mathrm{ns}}^{\alpha}}d\mathbf{q}_{3\mathrm{s}}d\mathbf{p}_{3\mathrm{s}}\right]=\sum_{\mathrm{n}=1}^{2}\beta_{\mathrm{s}}\frac{\partial}{\partial p_{\mathrm{ns}}^{\alpha}}\left[\frac{\tilde{p}_{\mathrm{ns}}{}^{\alpha}}{m_{\mathrm{s}}}+kT(\mathbf{q}_{\mathrm{ns}},t)\frac{\partial}{\partial p_{\mathrm{ns}}^{\alpha}}\right]f_{2\mathrm{s}}. \tag{4.8}$$

Следует отметить, что функций распределения $f_{\mathrm{fp}}(\mathbf{x}_{\mathrm{f}},\mathbf{x}_{\mathrm{p}},t)=f_{\mathrm{pf}}(\mathbf{x}_{\mathrm{p}},\mathbf{x}_{\mathrm{f}},t)$, $f_{\mathrm{ffp}}(\mathbf{x}_{\mathrm{f}},\mathbf{x}_{\mathrm{f}},\mathbf{x}_{\mathrm{p}},t)=f_{\mathrm{fpf}}(\mathbf{x}_{\mathrm{f}},\mathbf{x}_{\mathrm{p}},\mathbf{x}_{\mathrm{f}},t)$ и кинетические уравнения для p-й компоненты сформулируются аналогично (4.4) и (4.5). В уравнениях (4.4)–(4.8) сила $F^{\alpha}(\mathbf{q},t)$ учитывает взаимодействие внешнего магнитного поля не только с магнитными частицами, но и его взаимодействие с движущимися заряженными ионами электропроводящего жидкого носителя. В магнитной гидродинамике электромагнитная сила, действующая на единичный объем с учетом поляризации и намагниченности, выражается в виде [301]:

$$\mathbf{F}=\nabla\left[\varepsilon\left(\mathbf{EE}-\frac{1}{2}\mathrm{E}^{2}\mathbf{I}\right)+\frac{1}{\mu}\left(\mathbf{BB}-\frac{1}{2}B^{2}\mathbf{I}\right)\right]-\varepsilon\frac{\partial}{\partial t}(\mathbf{E}\times\mathbf{B})$$

где $\mathbf{I}$ – единичная диада, компоненты которой равны $\delta^{\alpha\beta}$.

В электропроводящей магнитной жидкости несущей средой которой является жидкий металл, электрическая поляризация отсутствует и диэлектрическая проницаемость будет такой же, как в вакууме.

Следовательно, объемную силу, действующую на магнитную жидкость, можно представить:

$$\mathbf{F} = \mu_0(\mathbf{M}\nabla)\mathbf{H} + \mu_0\mathbf{M}\times(\nabla\times\mathbf{H}) + \mathbf{j}\times\mathbf{B}. \qquad (4.9)$$

Уравнения Максвелла с уравнениями связи и законом Ома запишутся в виде:

$$\nabla\cdot\mathbf{B} = 0, \qquad \nabla\times\mathbf{H} = \mathbf{j},$$
$$\nabla\times\mathbf{E} = -\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t}, \qquad \nabla\cdot\mathbf{E} = \frac{\rho_e}{\varepsilon_0},$$
$$\mathbf{B} = \mu_0(\mathbf{H}+\mathbf{M}) = \mu_0(1+\chi_m)\mathbf{H},$$
$$\mathbf{j} = \sigma(\mathbf{E}+\upsilon\times\mathbf{B}),$$

где ρ_e – плотность свободных зарядов, μ_0 – магнитная постоянная, χ_m – магнитная восприимчивость, σ – проводимость среды.

Если магнитная жидкость является сильнопроводящей в выражении (4.9) слагаемое $\mu_0(\mathbf{M}\nabla)\mathbf{H}$ намного меньше, чем $\mu_0\mathbf{M}\times(\nabla\times\mathbf{H})$, и пренебрегая его в (4.9), рассматривают только две последние слагаемые правой части.

Если магнитная жидкость является слабопроводящей, в (4.9) величину $\mu_0\mathbf{M}\times(\nabla\times\mathbf{H})$ можно отпустить. В этом случае пондермоторное взаимодействие несущей среды электропроводящей магнитной жидкости с магнитным полем определяется взаимодействием токов проводимости $\mathbf{j}$ с магнитным полем. Для проявления этого взаимодействия требуется движение зарядов в жидкости, поэтому ее называют магнитодинамической силой, в отличие от магнитостатической, которая связана с намагниченностью магнитных частиц магнитной жидкости.

Таким образом, умножая кинетические уравнения (4.4) и (4.7) последовательно на единицу, $p_{1\mathrm{i}}^{\alpha}/m_{\mathrm{i}}$, $p_{1\mathrm{i}}^{2}/2m_{\mathrm{i}}$, где $\mathrm{i} = \mathrm{f}, \mathrm{p}, \mathrm{s}$ и интегрируя по $\mathbf{p}_{1\mathrm{i}}$, используя определения импульсных моментов (2.10) и (2.12), а также

учитывая в них выражение (4.9), получим систему уравнений обобщенной гидродинамики для электропроводящей магнитной жидкости в следующем виде:

$$\sum_{\mathrm{i=f,p,s}} \frac{d\rho_{\mathrm{i}}(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},t)}{dt} + \sum_{\mathrm{i=f,p,s}} \rho_{\mathrm{i}}\,\mathrm{div}\boldsymbol{\upsilon}_{1\mathrm{i}}(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},t) = 0,$$

$$\sum_{\mathrm{i=f,p,s}} \rho_{\mathrm{i}} \frac{d\upsilon_{1\mathrm{i}}^{\alpha}(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},t)}{dt} - \sum_{\mathrm{i=f,p,s}} \frac{\partial\sigma_{\mathrm{i}}^{\alpha\beta}(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},t)}{\partial q_{1\mathrm{i}}^{\beta}} = (\mathbf{j}\times\mathbf{B})^{\alpha} + n_{\mathrm{f}}\mu_0 m^{\beta}\frac{\partial H^{\alpha}}{\partial q_{1\mathrm{f}}^{\beta}}, \tag{4.10}$$

$$\sum_{\mathrm{i=f,p,s}} n_{\mathrm{i}} \frac{dE_{\mathrm{i}}}{dt} + \sum_{\mathrm{i=f,p,s}} \frac{\partial S_{\mathrm{i}}^{\alpha}}{\partial q_{1\mathrm{i}}^{\alpha}} - \sum_{\mathrm{i=f,p,s}} \frac{\partial(\sigma_{\mathrm{i}}^{\alpha\beta}\upsilon_{1\mathrm{i}}^{\alpha})}{\partial q_{1\mathrm{i}}^{\beta}} = \upsilon_{1\mathrm{s}}^{\alpha}(\mathbf{j}\times\mathbf{B})^{\alpha} + n_{\mathrm{f}}\upsilon_{1\mathrm{f}}^{\alpha}\mu_0 m^{\beta}\frac{\partial H^{\alpha}}{\partial q_{1\mathrm{f}}^{\beta}},$$

где

$$\begin{aligned}\sigma^{\alpha\beta}(\mathbf{q}_1,t) &= \sum_{\mathrm{i=f,p,s}} \sigma_{\mathrm{i}}^{\alpha\beta}(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},t) = -\sum_{\mathrm{i=f,p,s}} K_{\mathrm{i}}^{\alpha\beta}(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},t) + \\ &+ \sum_{\mathrm{i=f,p}}\sum_{\mathrm{j=f,p}} \frac{\sigma_{\mathrm{ij}}^3}{2}\int \frac{\partial\Phi(r_{\mathrm{ij}})}{\partial r_{\mathrm{ij}}}\frac{r_{\mathrm{ij}}^{\alpha}r_{\mathrm{ij}}^{\beta}}{r_{\mathrm{ij}}} n_{\mathrm{ij}}(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},\mathbf{r}_{\mathrm{ij}},t)d\mathbf{r}_{\mathrm{ij}} + \\ &+ \frac{\sigma_{\mathrm{s}}^3}{2}\int \frac{\partial\Phi(r_{\mathrm{s}})}{\partial r_{\mathrm{s}}}\frac{r_{\mathrm{s}}^{\alpha}r_{\mathrm{s}}^{\beta}}{r_{\mathrm{s}}} n_{2\mathrm{s}}(\mathbf{q}_{1\mathrm{s}},\mathbf{r}_{\mathrm{s}},t)d\mathbf{r}_{\mathrm{s}},\end{aligned} \tag{4.11}$$

$$\begin{aligned}S^{\alpha}(\mathbf{q}_1,t) &= \sum_{\mathrm{i=f,p,s}} S_{\mathrm{i}}^{\alpha}(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},t) = \sum_{\mathrm{i=f,p,s}} S_{\mathrm{ki}}^{\alpha}(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},t) + \\ &+ \sum_{\mathrm{i=f,p}}\sum_{\mathrm{j=f,p}} \frac{1}{4}\int\left[\Phi(r_{\mathrm{ij}})\delta^{\alpha\beta} - \frac{d\Phi(r_{\mathrm{ij}})}{dr_{\mathrm{ij}}}\frac{r_{\mathrm{ij}}^{\alpha}r_{\mathrm{ij}}^{\beta}}{r_{\mathrm{ij}}}\right] J_{\mathrm{ij}}^{\beta}(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},\mathbf{r}_{\mathrm{ij}},t)d\mathbf{r}_{\mathrm{ij}} + \\ &+ \frac{1}{4}\int\left[\Phi(r_{\mathrm{s}})\delta^{\alpha\beta} - \frac{d\Phi(r_{\mathrm{s}})}{dr_{\mathrm{s}}}\frac{r_{\mathrm{s}}^{\alpha}r_{\mathrm{s}}^{\beta}}{r_{\mathrm{s}}}\right] J_{2\mathrm{s}}^{\beta}(\mathbf{q}_{1\mathrm{s}},\mathbf{r}_{\mathrm{s}},t)d\mathbf{r}_{\mathrm{s}}.\end{aligned} \tag{4.12}$$

Поскольку пондермоторная сила (4.9) не содержится в выражениях для кинетической части неравновесного давления $P_{\mathrm{k}i}(\mathbf{q}_{1i},t)$, кинетической части вязкого тензора напряжения $k_i^{\alpha\beta}(\mathbf{q}_{1i},t)$ и кинетической части вектора потока тепла $S_{ki}^{\alpha}(\mathbf{q}_{1i},t)$, входящие в выражения для $\sigma_i^{\alpha\beta}(\mathbf{q}_{1i},t)$ и $S_i^{\alpha}(\mathbf{q}_{1i},t)$, они получаются аналогичными уравнениям (2.19)–(2.21).

Согласно (4.11) для определении тензора напряжения $\sigma^{\alpha\beta}(\mathbf{q}_1,t)$ электропроводящей магнитной жидкости наряду с функциями неравновесных бинарных плотностей n_{ff}, n_{pp}, и n_{ss}, необходимо еще иметь уравнение для

неравновесной бинарной плотности n_{fp} коррелирующих частиц магнитного материала и стабилизатора. Таким образом, из уравнения (4.5), (4.6) и (4.8) получим уравнения Смолуховского для соответствующих неравновесных бинарных функций распределения, которые запишутся в виде [302]

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial n'_{2\mathrm{i}}}{\partial t}+\omega_{0\mathrm{i}}\hat{L}_{\mathrm{i}}n'_{2\mathrm{i}}\left(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},\mathbf{r}_{\mathrm{i}},t\right)=R_{\mathrm{i}}\left(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},\mathbf{r}_{\mathrm{i}},t\right),\\
&\frac{\partial n'_{\mathrm{fp}}}{\partial t}+\omega_{0\mathrm{fp}}\hat{L}_{\mathrm{fp}}n'_{\mathrm{fp}}\left(\mathbf{q}_{1\mathrm{f}},\mathbf{r}_{\mathrm{fp}},t\right)=R_{\mathrm{fp}}\left(\mathbf{q}_{1\mathrm{f}},\mathbf{r}_{\mathrm{fp}},t\right),
\end{aligned}\tag{4.13}$$

где

$$R_{\mathrm{f}}\left(\mathbf{q}_{1\mathrm{f}},\mathbf{r}_{\mathrm{f}},t\right)=-\left[\varphi_{\mathrm{f}}(r_{\mathrm{f}})+\frac{n_{\mathrm{f}}^2\mu_0}{9\beta_{\mathrm{f}}}\left(\mathbf{m}\nabla\right)\left(\frac{\partial H}{\partial\dot{u}_{\mathrm{f}}}\right)_{n,T}r_{\mathrm{f}}\left(\frac{\partial g_{\mathrm{f}}(r_{\mathrm{f}})}{\partial r_{\mathrm{f}}}\right)\right]\mathrm{div}\dot{\mathbf{u}}_{\mathrm{f}}-$$

$$-\varphi_{\mathrm{f}}^{\alpha\beta}(r_{\mathrm{f}})\left[1+\frac{\mu_0}{6\beta_{\mathrm{f}}}\left(\mathbf{m}\nabla\right)\left(\frac{\partial H}{\partial\dot{u}_{\mathrm{f}}}\right)_{n,T}\right]\left\{\frac{\partial\dot{u}_{\mathrm{f}}^{\alpha}}{\partial q_{1\mathrm{f}}^{\beta}}\right\},$$

$$R_{\mathrm{p}}(\mathbf{q}_{1\mathrm{p}},\mathbf{r}_{\mathrm{p}},t)=-\varphi_{\mathrm{p}}(r_{\mathrm{p}})\mathrm{div}\dot{\mathbf{u}}_{\mathrm{p}}-\varphi_{\mathrm{p}}^{\alpha\beta}(r_{\mathrm{p}})\left\{\frac{\partial\dot{u}_{\mathrm{p}}^{\alpha}}{\partial q_{1\mathrm{p}}^{\beta}}\right\},$$

$$R_{\mathrm{s}}\left(\mathbf{q}_{1\mathrm{s}},\mathbf{r}_{\mathrm{s}},t\right)=-\left[\varphi_{\mathrm{s}}(r_{\mathrm{s}})+\frac{n_{\mathrm{s}}^2\sigma_{\mathrm{s}}^3\pi\lambda\mu_0^2H^2}{18\beta_{\mathrm{s}}}r_{\mathrm{s}}\left(\frac{\partial g_{\mathrm{s}}(r_{\mathrm{s}})}{\partial r_{\mathrm{s}}}\right)\right]\mathrm{div}\dot{\mathbf{u}}_{\mathrm{s}}-$$

$$-\varphi_{\mathrm{s}}^{\alpha\beta}(r_{\mathrm{s}})\left[1+\frac{\sigma_{\mathrm{s}}^3\pi\lambda\mu_0^2H^2}{12\beta_{\mathrm{s}}}\right]\left\{\frac{\partial\dot{u}_{\mathrm{s}}^{\alpha}}{\partial q_{1s}^{\beta}}\right\},$$

$$R_{\mathrm{fp}}\left(\mathbf{q}_{1\mathrm{fp}},\mathbf{r}_{\mathrm{fp}},t\right)=-\left[\varphi_{\mathrm{fp}}(r_{\mathrm{fp}})+\frac{n_{\mathrm{f}}^2\mu_0}{9\beta_{\mathrm{f}}}\left(\mathbf{m}\nabla\right)\left(\frac{\partial H}{\partial\dot{u}_{\mathrm{f}}}\right)_{n,T}r_{\mathrm{fp}}\left(\frac{\partial g_{\mathrm{fp}}(r_{\mathrm{fp}})}{\partial r_{\mathrm{fp}}}\right)\right]\mathrm{div}\dot{\mathbf{u}}_{\mathrm{fp}}-$$

$$-\varphi_{\mathrm{fp}}^{\alpha\beta}(r_{\mathrm{fp}})\left[1+\frac{\mu_0}{6\beta_{\mathrm{f}}}\left(\mathbf{m}\nabla\right)\left(\frac{\partial H}{\partial\dot{u}_{\mathrm{f}}}\right)_{n,T}\right]\left\{\frac{\partial\dot{u}_{\mathrm{fp}}^{\alpha}}{\partial q_{1\mathrm{fp}}^{\beta}}\right\},$$

$$\varphi_{\mathrm{i}}(r_{\mathrm{i}})=2n_{\mathrm{i}}^2g_{\mathrm{i}}(r_{\mathrm{i}})\left\{1+\frac{1}{6}\frac{\partial\ln g_{\mathrm{i}}(r_{\mathrm{i}})}{\partial\ln r_{\mathrm{i}}}-\frac{1}{2}\left[n_{\mathrm{i}}\left(\frac{\partial\ln g_{\mathrm{i}}(r_{\mathrm{i}})}{\partial n_{\mathrm{i}}}\right)_T+\gamma_{\mathrm{i}}T\left(\frac{\partial\ln g_{\mathrm{i}}(r_{\mathrm{i}})}{\partial T}\right)_{n_{\mathrm{i}}}\right]\right\},$$

$$\varphi_{\mathrm{fp}}(r_{\mathrm{fp}}) = 2n_{\mathrm{f}} n_{\mathrm{p}} g_{\mathrm{fp}}(r_{\mathrm{fp}}) \left\{ 1 + \frac{1}{6} \frac{\partial \ln g_{\mathrm{fp}}(r_{\mathrm{fp}})}{\partial \ln r_{\mathrm{fp}}} - \frac{1}{2} \left[n_{\mathrm{f}} \left(\frac{\partial \ln g_{\mathrm{fp}}(r_{\mathrm{fp}})}{\partial n_{\mathrm{f}}} \right)_T + \right.\right.$$

$$\left.\left. + n_{\mathrm{p}} \left(\frac{\partial \ln g_{\mathrm{fp}}(r_{\mathrm{fp}})}{\partial n_{\mathrm{p}}} \right)_T + \gamma_{\mathrm{fp}} T \left(\frac{\partial \ln g_{\mathrm{fp}}(r_{\mathrm{fp}})}{\partial T} \right)_n \right] \right\},$$

$$\varphi_{\mathrm{i}}^{\alpha\beta}(r_{\mathrm{i}}) = 2n_{\mathrm{i}}^2 \frac{\left(r_{\mathrm{i}}^{\alpha} r_{\mathrm{i}}^{\beta} - \frac{1}{3} r_{\mathrm{i}}^2 \delta^{\alpha\beta} \right)}{r_{\mathrm{i}}} \frac{\partial g_{\mathrm{i}}(r_{\mathrm{i}})}{\partial r_{\mathrm{i}}}, \quad \varphi_{\mathrm{fp}}^{\alpha\beta}(r_{\mathrm{fp}}) = 2n_{\mathrm{f}} n_{\mathrm{p}} \frac{\left(r_{\mathrm{fp}}^{\alpha} r_{\mathrm{fp}}^{\beta} - \frac{1}{3} r_{\mathrm{fp}}^2 \delta^{\alpha\beta} \right)}{r_{\mathrm{fp}}} \frac{\partial g_{\mathrm{fp}}(r_{\mathrm{fp}})}{\partial r_{\mathrm{fp}}},$$

$$\left\{ \frac{\partial \dot{u}_{\mathrm{i}}^{\alpha}}{\partial q_{1\mathrm{i}}^{\beta}} \right\} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \dot{u}_{\mathrm{i}}^{\alpha}}{\partial q_{1\mathrm{i}}^{\beta}} + \frac{\partial \dot{u}_{\mathrm{i}}^{\beta}}{\partial q_{1\mathrm{i}}^{\alpha}} - \frac{2}{3} \delta^{\alpha\beta} \mathrm{div} \dot{\mathbf{u}}_{\mathrm{i}} \right), \quad \hat{L}_{\mathrm{i}} = -\frac{\partial}{\partial r_{\mathrm{i}}^{\alpha}} \left[\frac{\partial}{\partial r_{\mathrm{i}}^{\alpha}} - \frac{\partial}{\partial r_{\mathrm{i}}^{\alpha}} \ln g_{\mathrm{i}}(r_{\mathrm{i}}) \right],$$

$$\gamma_{\mathrm{i}} = \frac{1}{n_{\mathrm{i}} C_{V\mathrm{i}}} \left(\frac{\partial P_{\mathrm{i}}}{\partial T} \right)_{n_{\mathrm{i}}}, \qquad \omega_{0\mathrm{i}} = 1/\tau_{0\mathrm{i}} = 2kT/\beta_{\mathrm{i}} \sigma_{\mathrm{i}}^2, \qquad \omega_{0\mathrm{fp}} = 1/\tau_{0\mathrm{fp}} = \frac{kT}{\sigma_{\mathrm{fp}}^2} \left(\frac{\beta_{\mathrm{f}} + \beta_{\mathrm{p}}}{\beta_{\mathrm{f}} \beta_{\mathrm{p}}} \right),$$

$$\sigma_{\mathrm{fp}} = \frac{1}{2} \left(\sigma_{\mathrm{f}} + \sigma_{\mathrm{p}} \right).$$

Решения уравнения (4.13) аналогично решениям, приведенным в [194, 303], представим в виде:

$$n'_{\mathrm{ij}}(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}}, \mathrm{r}_{\mathrm{ij}}, t) = \int_0^t dt_1 \int_{-\infty}^{\infty} G_{\mathrm{ij}}(r_{\mathrm{ij}}, r_{1\mathrm{ij}}, t - t_1) R_{\mathrm{ij}}(\mathbf{q}_{1\mathrm{ij}}, \mathbf{r}_{1\mathrm{ij}}, t_1) d\mathbf{r}_{1\mathrm{ij}}, \tag{4.14}$$

где функция $G_{\mathrm{ij}}(r_{\mathrm{ij}}, r_{1\mathrm{ij}}, t - t_1)$ определяется выражением (2.24), приведенным в § 2.3.

4.2. Вязкоупругие свойства электропроводящих магнитных жидкостей

Необратимые процессы и диссипативные явления в электропроводящих магнитных жидкостях описываются посредством коэффициентов вязкости, теплопроводности и соответствующих им модулей упругости, явные

выражения для которых можно получить на основе строгих методов кинетической теории [304–306].

Для исследования вязкоупругих свойств электропроводящих магнитных жидкостей воспользуемся выражением (4.11) для микроскопического тензора напряжений, которое определяется посредством функций неравновесных бинарных плотностей n_{ff}, n_{pp}, n_{fp} и n_{ss}. Следовательно, учитывая решения уравнения для функций неравновесных бинарных плотностей $n'_{\mathrm{ij}}(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},\mathrm{r}_{\mathrm{ij}},t)$ в виде (4.14), в выражении тензора напряжений (4.11), а также подставляя в него решения уравнений (2.19) и (2.20) для $P_{\mathrm{k}i}(\mathbf{q}_{1i},t)$ и $k_i^{\alpha\beta}(\mathbf{q}_{1i},t)$, затем, совершив фурье-преобразование по времени, получим:

$$\begin{aligned}
&\sigma^{\alpha\beta}(\omega)=-\sum_{\mathrm{i=f,p,s}}P_{\mathrm{ki}}(0)\delta^{\alpha\beta}+\sum_{\mathrm{i=f,p,s}}(1+\gamma_{\mathrm{i}})P_{\mathrm{ki}}(0)\mathrm{div}\mathbf{u}\delta^{\alpha\beta}-\sum_{\mathrm{i=f,p,s}}\frac{i\omega\tau_{1i}}{1-i\omega\tau_{1\mathrm{i}}}\times\\
&\times 2P_{\mathrm{ki}}(0)\left\{\frac{\partial\dot{u}_{\mathrm{i}}^{\alpha}}{\partial q_{1\mathrm{i}}^{\beta}}\right\}+\sum_{\mathrm{i=f,p}}\sum_{\mathrm{j=f,p}}\frac{\sigma_{\mathrm{ij}}^{3}}{2}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\partial\Phi(r_{\mathrm{ij}})}{\partial r_{\mathrm{ij}}}\frac{r_{\mathrm{ij}}^{\alpha}r_{\mathrm{ij}}^{\beta}}{r_{\mathrm{ij}}}n_{\mathrm{ij}}^{0}\left(|\mathbf{r}_{\mathrm{ij}}|,n_{\mathrm{i}},n_{\mathrm{j}},T\right)d\mathbf{r}_{\mathrm{ij}}+\\
&+\sum_{\mathrm{i=f,p}}\sum_{\mathrm{j=f,p}}\frac{\sigma_{\mathrm{ij}}^{3}}{2}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\partial\Phi(r_{\mathrm{ij}})}{\partial r_{\mathrm{ij}}}\frac{r_{\mathrm{ij}}^{\alpha}r_{\mathrm{ij}}^{\beta}}{r_{\mathrm{ij}}}\int_{-\infty}^{\infty}G_{0\mathrm{ij}}(r_{\mathrm{ij}},r_{1\mathrm{ij}},\omega)R_{\mathrm{ij}}(\mathbf{q}_{1\mathrm{ij}},\mathbf{r}_{1\mathrm{ij}},\omega)d\mathbf{r}_{1\mathrm{ij}}d\mathbf{r}_{\mathrm{ij}}+\\
&+\frac{\sigma_{\mathrm{s}}^{3}}{2}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\partial\Phi(r_{\mathrm{s}})}{\partial r_{\mathrm{s}}}\frac{r_{\mathrm{s}}^{\alpha}r_{\mathrm{s}}^{\beta}}{r_{\mathrm{s}}}n_{2\mathrm{s}}^{0}\left(|\mathbf{r}_{\mathrm{s}}|,n_{\mathrm{s}},T\right)d\mathbf{r}_{\mathrm{s}}+\\
&+\frac{\sigma_{\mathrm{s}}^{3}}{2}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\partial\Phi(r_{\mathrm{s}})}{\partial r_{\mathrm{s}}}\frac{r_{\mathrm{s}}^{\alpha}r_{\mathrm{s}}^{\beta}}{r_{\mathrm{s}}}\int_{-\infty}^{\infty}G_{0\mathrm{s}}(r_{\mathrm{s}},r_{1\mathrm{s}},\omega)R_{\mathrm{s}}(\mathbf{q}_{1\mathrm{s}},\mathbf{r}_{1\mathrm{s}},\omega)d\mathbf{r}_{1\mathrm{s}}d\mathbf{r}_{\mathrm{s}},
\end{aligned}\tag{4.15}$$

где $G_{0\mathrm{s}}(r_{\mathrm{s}},r_{1\mathrm{s}},\omega)=\int_0^t e^{i\omega(t-t_1)}G_{\mathrm{s}}(r_{\mathrm{s}},r_{1\mathrm{s}},t-t_1)dt_1$,

$$G_{0\mathrm{ij}}(r_{\mathrm{ij}},r_{1\mathrm{ij}},\omega)=\int_0^t e^{i\omega(t-t_1)}G_{\mathrm{ij}}(r_{\mathrm{ij}},r_{1\mathrm{ij}},t-t_1)dt_1 .$$

Далее, учитывая в (4.15) фурье-образы $R_{\mathrm{ij}}(\mathbf{q}_{1\mathrm{ij}},\mathbf{r}_{1\mathrm{ij}},\omega)$ и $R_{\mathrm{s}}(\mathbf{q}_{1\mathrm{s}},\mathbf{r}_{1\mathrm{s}},\omega)$ и применяя к реальным и мнимым частям функций $G_{0\mathrm{ij}}(r_{\mathrm{ij}},r_{1\mathrm{ij}},\omega)$, $G_{0\mathrm{s}}(r_{\mathrm{s}},r_{1\mathrm{s}},\omega)$ косинус и синус преобразования Фурье, после стандартных математических преобразований для динамических коэффициентов вязкости и модулей упругости электропроводящих магнитных жидкостей, получим [307]:

$$\eta_{\rm v}(\omega)=\sum_{\rm i=f,s}\frac{n_{\rm i}^2\sigma_{\rm i}^3}{72\pi}\int_0^\infty\frac{\partial\Phi(r_{\rm i})}{\partial r_{\rm i}}\int_0^\infty G_{1\rm i}(r_{\rm i},r_{1\rm i},\omega)\left(3\varphi_{\rm i}^*(r_{1\rm i})+A_{\rm i}r_{1\rm i}\left(\frac{\partial g_{\rm i}(r_{1\rm i})}{\partial r_{1\rm i}}\right)\right)r_{1\rm i}^{-1}d\mathbf{r}_{1\rm i}d\mathbf{r}_{\rm i}+$$

$$+\frac{n_{\rm f}n_{\rm p}\sigma_{\rm fp}^3}{36\pi}\int_0^\infty\frac{\partial\Phi(r_{\rm fp})}{\partial r_{\rm fp}}\int_0^\infty G_{1\rm fp}(r_{\rm fp},r_{1\rm fp},\omega)\left(3\varphi_{\rm fp}^*(r_{1\rm fp})+A_{\rm f}r_{1\rm fp}\left(\frac{\partial g_{\rm fp}(r_{1\rm fp})}{\partial r_{1\rm fp}}\right)\right)\times \tag{4.16}$$

$$\times r_{1\rm fp}^{-1}d\mathbf{r}_{1\rm fp}d\mathbf{r}_{\rm fp}+\frac{n_{\rm p}^2\sigma_{\rm p}^3}{24\pi}\int_0^\infty\frac{\partial\Phi(r_{\rm p})}{\partial r_{\rm p}}\int_0^\infty G_{1\rm p}(r_{\rm p},r_{1\rm p},\omega)\varphi_{\rm p}^*(r_{1\rm p})r_{1\rm p}^{-1}d\mathbf{r}_{1\rm p}d\mathbf{r}_{\rm p},$$

$$\eta_{\rm s}(\omega)=\sum_{\rm i=f,p,s}\frac{n_{\rm i}kT\tau_{1\rm i}}{1+(\omega\tau_{1\rm i})^2}+\sum_{\rm i=f,s}\frac{n_{\rm i}^2\sigma_{\rm i}^3}{240\pi}\int_0^\infty\frac{\partial\Phi(r_{\rm i})}{\partial r_{\rm i}}\int_0^\infty G_{1\rm i}(r_{\rm i},r_{1\rm i},\omega)\left(2+A_{\rm i}\right)\times$$

$$\times\frac{\partial g_{\rm i}(r_{1\rm i})}{\partial r_{1\rm i}}d\mathbf{r}_{1\rm i}d\mathbf{r}_{\rm i}+\frac{n_{\rm f}n_{\rm p}\sigma_{\rm fp}^3}{120\pi}\int_0^\infty\frac{\partial\Phi(r_{\rm fp})}{\partial r_{\rm fp}}\int_0^\infty G_{1\rm fp}(r_{\rm fp},r_{1\rm fp},\omega)\left(2+A_{\rm f}\right)\times \tag{4.17}$$

$$\times\frac{\partial g_{\rm fp}(r_{1\rm ab})}{\partial r_{1\rm fp}}d\mathbf{r}_{1\rm fp}d\mathbf{r}_{\rm fp}+\frac{n_{\rm p}^2\sigma_{\rm p}^3}{120\pi}\int_0^\infty\frac{\partial\Phi(r_{\rm p})}{\partial r_{\rm p}}\int_0^\infty G_{1\rm p}(r_{\rm p},r_{1\rm p},\omega)\frac{\partial g_{\rm p}(r_{1\rm p})}{\partial r_{1\rm p}}d\mathbf{r}_{1\rm p}d\mathbf{r}_{\rm p},$$

$$K_{\rm r}(\omega)=\sum_{\rm i=f,s}\frac{n_{\rm i}^2\sigma_{\rm i}^3\omega}{72\pi}\int_0^\infty\frac{\partial\Phi(r_{\rm i})}{\partial r_{\rm i}}\int_0^\infty G_{2\rm i}(r_{\rm i},r_{1\rm i},\omega)\left(3\varphi_{\rm i}^*(r_{1\rm i})+A_{\rm i}r_{1\rm i}\left(\frac{\partial g_{\rm i}(r_{1\rm i})}{\partial r_{1\rm i}}\right)\right)\times$$

$$\times r_{1\rm i}^{-1}d\mathbf{r}_{1\rm i}d\mathbf{r}_{\rm i}+\frac{n_{\rm f}n_{\rm p}\sigma_{\rm fp}^3\omega}{36\pi}\int_0^\infty\frac{\partial\Phi(r_{\rm fp})}{\partial r_{\rm fp}}\int_0^\infty G_{2\rm fp}(r_{\rm fp},r_{1\rm fp},\omega)\Big(3\varphi_{\rm fp}^*(r_{1\rm fp})+$$

$$+A_{\rm f}r_{1\rm fp}\left(\frac{\partial g_{\rm fp}(r_{1\rm fp})}{\partial r_{1\rm fp}}\right)\Big)\times r_{1\rm fp}^{-1}d\mathbf{r}_{1\rm fp}d\mathbf{r}_{\rm fp}+\frac{n_{\rm p}^2\sigma_{\rm p}^3\omega}{24\pi}\int_0^\infty\frac{\partial\Phi(r_{\rm p})}{\partial r_{\rm p}}\times \tag{4.18}$$

$$\times\int_0^\infty G_{2\rm p}(r_{\rm p},r_{1\rm p},\omega)\varphi_{\rm p}^*(r_{1\rm p})r_{1\rm p}^{-1}d\mathbf{r}_{1\rm p}d\mathbf{r}_{\rm p},$$

$$\mu(\omega)=\sum_{\rm i=f,p,s}\frac{n_{\rm i}kT(\omega\tau_{1\rm i})^2}{1+(\omega\tau_{1\rm i})^2}+\sum_{\rm i=f,s}\frac{n_{\rm i}^2\sigma_{\rm i}^3\omega}{240\pi}\int_0^\infty\frac{\partial\Phi(r_{\rm i})}{\partial r_{\rm i}}\int_0^\infty G_{2\rm i}(r_{\rm i},r_{1\rm i},\omega)\left(2+A_{\rm i}\right)\times$$

$$\times\frac{\partial g_{\rm i}(r_{1\rm i})}{\partial r_{1\rm i}}d\mathbf{r}_{1\rm i}d\mathbf{r}_{\rm i}+\frac{n_{\rm f}n_{\rm p}\sigma_{\rm fp}^3\omega}{120\pi}\int_0^\infty\frac{\partial\Phi(r_{\rm fp})}{\partial r_{\rm fp}}\int_0^\infty G_{2\rm fp}(r_{\rm fp},r_{1\rm fp},\omega)\left(2+A_{\rm f}\right)\times \tag{4.19}$$

$$\times\frac{\partial g_{\rm fp}(r_{1\rm ab})}{\partial r_{1\rm fp}}d\mathbf{r}_{1\rm fp}d\mathbf{r}_{\rm fp}+\frac{n_{\rm p}^2\sigma_{\rm p}^3\omega}{120\pi}\int_0^\infty\frac{\partial\Phi(r_{\rm p})}{\partial r_{\rm p}}\int_0^\infty G_{2\rm p}(r_{\rm p},r_{1\rm p},\omega)\frac{\partial g_{\rm p}(r_{1\rm p})}{\partial r_{1\rm p}}d\mathbf{r}_{1\rm p}d\mathbf{r}_{\rm p},$$

где

$$\varphi_{\mathrm{i}}^{*}\left(r_{1\mathrm{i}}\right)=\frac{r_{1\mathrm{i}}}{3}\frac{\partial g_{\mathrm{i}}(r_{1\mathrm{i}})}{\partial r_{1\mathrm{i}}}-n_{\mathrm{i}}\left(\frac{\partial g_{\mathrm{i}}(r_{1\mathrm{i}})}{\partial n_{\mathrm{i}}}\right)_{T}-\gamma_{\mathrm{i}}T\left(\frac{\partial g_{\mathrm{i}}(r_{1\mathrm{i}})}{\partial T}\right)_{n_{\mathrm{i}}},$$

$$\varphi_{\mathrm{fp}}^{*}\left(r_{1\mathrm{fp}}\right)=\frac{r_{1\mathrm{fp}}}{3}\frac{\partial g_{\mathrm{fp}}(r_{1\mathrm{fp}})}{\partial r_{1\mathrm{fp}}}-n_{\mathrm{f}}\left(\frac{\partial g_{\mathrm{fp}}(r_{1\mathrm{fp}})}{\partial n_{\mathrm{f}}}\right)_{T}-n_{\mathrm{p}}\left(\frac{\partial g_{\mathrm{fp}}(r_{1\mathrm{fp}})}{\partial n_{\mathrm{p}}}\right)_{T}-\gamma_{\mathrm{fp}}T\left(\frac{\partial g_{\mathrm{fp}}(r_{1\mathrm{fp}})}{\partial T}\right)_{n},$$

$$G_{(1,2)\mathrm{i}}\left(r_{\mathrm{i}},r_{1\mathrm{i}},\omega\right)=\pm\frac{\tau_{0\mathrm{i}}}{2}\left(\frac{2}{\omega\tau_{0\mathrm{i}}}\right)^{1/2}\left[\left(\sin\varphi_{1\mathrm{i}}\mp\cos\varphi_{1\mathrm{i}}\right)e^{-\varphi_{1\mathrm{i}}}-\left(\sin\varphi_{2\mathrm{i}}\mp\cos\varphi_{2\mathrm{i}}\right)e^{-\varphi_{2\mathrm{i}}}\right],$$

$$\varphi_{(1,2)\mathrm{i}}\left(r_{\mathrm{i}},r_{1\mathrm{i}},\omega\right)=\left(\frac{\omega\tau_{0\mathrm{i}}}{2}\right)^{1/2}\left(r_{\mathrm{i}}\mp r_{1\mathrm{i}}\right),\quad \tau_{1\mathrm{i}}=\frac{m_{\mathrm{i}}}{2\beta_{\mathrm{i}}},\quad \tau_{0\mathrm{fp}}=\frac{\sigma_{\mathrm{fp}}^{2}}{kT}\left(\frac{\beta_{\mathrm{f}}\beta_{\mathrm{p}}}{\beta_{\mathrm{f}}+\beta_{\mathrm{p}}}\right),\quad \tau_{0\mathrm{i}}=\frac{\beta_{\mathrm{i}}\sigma_{\mathrm{i}}^{2}}{2kT},$$

$$A_{\mathrm{f}}=\frac{\mu_{0}mH\tau_{0\mathrm{f}}}{3\beta_{\mathrm{f}}l^{2}},\ A_{\mathrm{s}}=\frac{\sigma_{\mathrm{s}}^{3}}{\beta_{\mathrm{s}}}\frac{\pi\lambda\mu_{0}^{2}H^{2}}{6}.$$

Выражения (4.16)–(4.19) описывают вязкоупругие свойства электропроводящих магнитных жидкостей в зависимости от термодинамических параметров состояния системы и частоты внешнего возмущения. Кинетические части коэффициента сдвиговой вязкости $\eta_{\mathrm{s}}(\omega)$ и сдвигового модуля упругости $\mu(\omega)$, как и в ранее полученных выражениях (3.5), (3.6) описывают трансляционную релаксацию с характерными временами $\tau_{1\mathrm{i}}$. Потенциальные части (4.16)–(4.19) посредством функций $G_{(1,2)\mathrm{i}}\left(r_{\mathrm{i}},r_{1\mathrm{i}},\omega\right)$ и $G_{(1,2)\mathrm{fp}}\left(r_{\mathrm{fp}},r_{1\mathrm{fp}},\omega\right)$ с характерными временами $\tau_{0\mathrm{i}}$ и $\tau_{0\mathrm{fp}}$ учитывают структурные релаксационные процессы, протекающие в электропроводящей магнитной жидкости.

Отметим, что вследствие медленного затухания функций Грина $G_{(1,2)\mathrm{i}}\left(r_{\mathrm{i}},r_{1\mathrm{i}},\omega\right)$ и $G_{(1,2)\mathrm{fp}}\left(r_{\mathrm{fp}},r_{1\mathrm{fp}},\omega\right)$, изменяющихся по степенному закону, для динамических коэффициентов вязкости и модулей упругости электропроводящих магнитных жидкостей ожидается широкая область

частотной дисперсии, которая наблюдалось для коэффициентов вязкости и модулей упругости неэлектропроводящих магнитных жидкостей.

Для оценки асимптотического поведения коэффициентов вязкости и модулей упругости электропроводящих магнитных жидкостей при низких и высоких частотах повторяя все процедуры, проведенные в §3.1, получим выражения, по виду совпадающие с выражениями (3.7)–(3.10).

Таким образом, в электропроводящих магнитных жидкостях при низких частотах динамические коэффициенты объемной и сдвиговой вязкости имеют асимптотики $(\omega\tau)^{1/2}$, а динамические объемный и сдвиговый модули упругости подчиняются закону $(\omega\tau)^{3/2}$. При высоких частотах, как и в случае неэлектропроводящих магнитных жидкостей, коэффициенты объемной и сдвиговой вязкости стремятся к нулю по закону ω^{-1}, а объемный и сдвиговый модули упругости не зависят от частоты и принимают вид высокочастотных модулей упругости [194, 262, 308]:

$$\eta_{\mathrm{v}}(\omega\to\infty)=\frac{1}{\omega}\left(\sum_{\mathrm{i=a,b,f}}K_{\mathrm{Si}}-K_{\infty}\right),$$

$$\eta_{s}(\omega\to\infty)=\frac{1}{\omega}\left(\sum_{\mathrm{i=f,p,s}}n_{\mathrm{i}}kT+\mu_{\infty}(\omega)\right),$$

$$K_{\infty}(\omega)=\sum_{\mathrm{i=f,p,s}}(1+\gamma_{\mathrm{i}})n_{\mathrm{i}}kT+\sum_{\mathrm{i=f,p,s}}\frac{2\pi n_{\mathrm{i}}^{2}\sigma_{\mathrm{i}}^{3}}{9}\int_{0}^{\infty}\frac{d}{dr_{\mathrm{i}}}\left(\frac{1}{r_{\mathrm{i}}^{2}}\frac{\partial\Phi(r_{\mathrm{i}})}{\partial r_{\mathrm{i}}}\right)g_{\mathrm{i}}(r_{\mathrm{i}})r_{\mathrm{i}}^{6}dr_{\mathrm{i}}+$$

$$\sum_{\mathrm{i=f,s}}\frac{2\pi n_{\mathrm{i}}^{2}\sigma_{\mathrm{i}}^{3}}{9}\int_{0}^{\infty}\frac{d}{dr_{\mathrm{i}}}\left(\frac{\partial\Phi}{\partial r_{\mathrm{i}}}A_{\mathrm{i}}r_{\mathrm{i}}^{4}\right)g_{\mathrm{i}}(r_{\mathrm{i}})dr_{\mathrm{i}}+\frac{2\pi n_{\mathrm{f}}n_{\mathrm{p}}\sigma_{\mathrm{fp}}^{3}}{9}\int_{0}^{\infty}\frac{d}{dr_{\mathrm{fp}}}\left(\frac{1}{r_{\mathrm{fp}}^{2}}\frac{\partial\Phi(r_{\mathrm{fp}})}{\partial r_{\mathrm{fp}}}\right)g_{\mathrm{fp}}(r_{\mathrm{fp}})r_{\mathrm{fp}}^{6}dr_{\mathrm{fp}}+$$

$$+\frac{2\pi n_{\mathrm{f}}n_{\mathrm{p}}\sigma_{\mathrm{fp}}^{3}}{9}\int_{0}^{\infty}\frac{d}{dr_{\mathrm{fp}}}\left(\frac{\partial\Phi}{\partial r_{\mathrm{fp}}}A_{\mathrm{f}}r_{\mathrm{fp}}^{4}\right)g_{\mathrm{fp}}(r_{\mathrm{fp}})dr_{\mathrm{fp}},$$

$$\mu_{\infty}(\omega)=\sum_{\mathrm{i=f,p,s}}n_{\mathrm{i}}kT+\sum_{\mathrm{i=f,p,s}}\frac{2\pi n_{\mathrm{i}}^{2}\sigma_{\mathrm{i}}^{3}}{15}\int_{0}^{\infty}\frac{d}{dr_{\mathrm{i}}}\left(\frac{\partial\Phi(r_{\mathrm{i}})}{\partial r_{\mathrm{i}}}r_{\mathrm{i}}^{4}\right)g_{\mathrm{i}}(r_{\mathrm{i}})dr_{\mathrm{i}}+\sum_{\mathrm{i=f,s}}\frac{2\pi n_{\mathrm{i}}^{2}\sigma_{\mathrm{i}}^{3}A_{\mathrm{i}}}{15}\times$$

$$\times\int_{0}^{\infty}\frac{d}{dr_{\mathrm{i}}}\left(\frac{\partial\Phi(r_{\mathrm{i}})}{\partial r_{\mathrm{i}}}r_{\mathrm{i}}^{4}\right)g_{\mathrm{i}}(r_{\mathrm{i}})dr_{\mathrm{i}}+\frac{2\pi n_{\mathrm{f}}n_{\mathrm{p}}\sigma_{\mathrm{fp}}^{3}}{15}(1+A_{\mathrm{f}})\int_{0}^{\infty}\frac{d}{dr_{\mathrm{fp}}}\left(\frac{\partial\Phi(r_{\mathrm{fp}})}{\partial r_{\mathrm{fp}}}r_{\mathrm{fp}}^{4}\right)g_{\mathrm{fp}}(r_{\mathrm{fp}})dr_{\mathrm{fp}}.$$

4.3. Численные расчеты частотной зависимости коэффициентов вязкости и модулей упругости электропроводящих магнитных жидкостей

Выражения (4.16)–(4.19) позволяют провести численные расчеты коэффициентов вязкости и модулей упругости электропроводящих магнитных жидкостей в зависимости от изменения термодинамических параметров состояния системы, частоты внешнего возмущения и величины внешнего магнитного поля, если известны явные виды содержащихся в них потенциальных энергий взаимодействия $\Phi(r)$ и радиальных функций распределения $g(r)$.

При определении взаимодействия частиц жидкой основы возникают некоторые трудности, связанные с ее металлической природой. Существенным моментом в теории жидких металлов является природа взаимодействия двухкомпонентной системы, состоящей из электронов и ионов. Если в жидком металле представить взаимодействие ионов, «плавающих» в электронной жидкости, через некоторый эффективный потенциал, то можно ее исследовать в классическом приближении с помощью статистической теории жидкостей. Однако, часто определение эффективного потенциала является не менее сложной задачей, чем статистическое рассмотрение многосортной системы, с соответствующими характерными потенциальными энергиями взаимодействия [309, 310]. Поскольку компоненты жидкого металла являются заряженными частицами, им присущи, как сильнодальнодействующие кулоновские так и дисперсионные Ван-дер-Ваальсовые взаимодействия. Сильнодальнодействующий характер взаимодействия частиц приводит к их интенсивным межчастичным корреляциям, которое проявляется в экранировании межчастичных взаимодействий. Каждый ион в жидкости взаимодействует не только с

ближайшими соседними частицами, но и со всеми другими ионами, расположенными на дальних расстояниях. Вследствие этого в жидкости проявляется коллективное поведение ионов, которое приводит к экранированным эффектам.

Таким образом, потенциальную энергию взаимодействия двух ионов жидкого металла, можно представить в виде состоящего из двух частей:

$$\Phi(r_s) = \Phi^K(r_s) + \varphi(r_s), \tag{4.20}$$

где $\varphi(r_s)$ – короткодействующая часть потенциала, $\Phi^K(r_s) = \dfrac{Z^2e^2}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r_s} f(r_s)$ – кулоновский потенциал, ε_0 – электрическая постоянная, ε – диэлектрическая проницаемость среды, $f(r_s)$ – функция экранирования, удовлетворяющая граничным условиям: $f(0) = 1$, $f(\infty) = 0$. Для определения функции экранирования предложены многие модели [264], такие как функция экранирования Бора, модель Брикмана, потенциал Фирсова, модель Томаса–Ферми и др. в которых содержится экспоненциальная часть, с возрастанием межчастичных расстоянии намного быстрее стремящаяся к нулю, чем $1/r$.

Следуя [299, 311], экранированный кулоновский потенциал ионов выбираем в виде

$$\Phi^K(r_s) = \frac{Z^2e^2}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r_s}\exp(-\chi r_s),$$

где $\chi^2 = \dfrac{4k_f}{\pi a_0}$ – постоянная экранирования, называемая обратным дебаевским радиусом, $k_f = (3\pi^2 n)^{1/3}$ – волновое число Ферми, – плотность электронов, $a_0 = \dfrac{\hbar^2}{m_e e^2}$ – боровский радиус.

Для описания короткодействующей части потенциальной энергии взаимодействия ионов в большинстве случаев выбирают потенциал Леннард–Джонса. Например, многочисленные экспериментальные исследования

термодинамических и транспортных свойств жидкой ртути, приведенные в [312], показали, что наиболее подходящим потенциалом для жидкой ртути из всех рассмотренных потенциалов является потенциал Леннард–Джонса.

Таким образом, потенциальную энергию взаимодействия частиц жидкой основы электропроводящей магнитной жидкости выбираем в виде суммы экранированного кулоновского потенциала и потенциала Леннард–Джонса.

Считаем, что взаимодействие частиц вещества стабилизатора на поверхности магнитных частиц является электростатическим Ван-дер-Ваальсовым, которое можно описать посредством потенциала Леннард–Джонса. Следовательно, потенциальную энергию взаимодействия и радиальную функцию распределения частиц стабилизатора и магнетита, в соответствии с [309], выбираем в виде:

$$\begin{aligned} &\Phi^{\mathrm{L-J}}(r_{\mathrm{fp}}) = 4\varepsilon_{\mathrm{fp}}\left(r_{\mathrm{fp}}^{-12} - r_{\mathrm{fp}}^{-6}\right), \\ &g(r_{\mathrm{fp}}, n, T) = y(\rho_{\mathrm{fp}}^{*})\exp\left[-\Phi^{\mathrm{L-J}}(r_{\mathrm{fp}}) / kT\right], \end{aligned} \tag{4.21}$$

где $\varepsilon_{\mathrm{fp}} = \sqrt{\varepsilon_{\mathrm{f}}\varepsilon_{\mathrm{p}}}$, $r_{\mathrm{fp}} = x_{\mathrm{fp}} / \sigma_{\mathrm{fp}}$, $\rho_{\mathrm{fp}}^{*} = \dfrac{\pi}{6}\left(n_{\mathrm{f}}\sigma_{\mathrm{f}}^{3} + n_{\mathrm{p}}\sigma_{\mathrm{p}}^{3}\right)$.

Теперь, учитывая выражения потенциальных энергий и радиальных функций распределения (4.20), (4.21), а также выражения (3.12) и (3.14) для магнитной подсистемы в выражениях для динамических коэффициентов вязкости и модулей упругости (4.16)–(4.19), приведем их к виду, для проведения численных расчетов:

$$\begin{aligned} \eta_{\mathrm{v}}(\omega) = &\sum_{\mathrm{i=f,p,s}} \frac{4\varepsilon_{\mathrm{i}} n_{\mathrm{i}}^{2}\sigma_{\mathrm{i}}^{3}}{kT}\int_{0}^{\infty} L(r_{\mathrm{i}}) J_{\mathrm{i}} dr_{\mathrm{i}} - \frac{n_{\mathrm{s}}^{2}\sigma_{\mathrm{s}}^{3}}{6kT}\int_{0}^{\infty} D(r_{\mathrm{s}}) J_{\mathrm{s}} dr_{\mathrm{s}} + \\ &+ \frac{4\varepsilon_{\mathrm{fp}} n_{\mathrm{f}} n_{\mathrm{p}} \sigma_{\mathrm{fp}}^{3}}{kT}\int_{0}^{\infty} L(r_{\mathrm{fp}}) J_{\mathrm{fp}} dr_{\mathrm{fp}}, \end{aligned} \tag{4.22}$$

$$\begin{aligned} \eta_{\mathrm{s}}(\omega) = &\sum_{\mathrm{i=f,p,s}} \frac{n_{\mathrm{i}} kT \tau_{1\mathrm{i}}}{1 + (\omega\tau_{1\mathrm{i}})^{2}} + \sum_{\mathrm{i=f,p,s}} \frac{4\varepsilon_{\mathrm{i}} n_{\mathrm{i}}^{2}\sigma_{\mathrm{i}}^{3}}{5kT}\int_{0}^{\infty} L(r_{\mathrm{i}}) I_{\mathrm{i}} dr_{\mathrm{i}} - \frac{n_{\mathrm{s}}^{2}\sigma_{\mathrm{s}}^{3}}{30kT}\int_{0}^{\infty} D(r_{\mathrm{s}}) I_{\mathrm{s}} dr_{\mathrm{s}} + \\ &+ \frac{8\varepsilon_{\mathrm{fp}} n_{\mathrm{f}} n_{\mathrm{p}} \sigma_{\mathrm{fp}}^{3}}{5kT}\int_{0}^{\infty} L(r_{\mathrm{fp}}) I_{\mathrm{fp}} dr_{\mathrm{fp}}, \end{aligned} \tag{4.23}$$

$$K_{\mathrm{r}}(\omega)=\sum_{\mathrm{i=f,p,s}}\frac{4\varepsilon_{\mathrm{i}}n_{\mathrm{i}}^{2}\sigma_{\mathrm{i}}^{3}\omega}{kT}\int_{0}^{\infty}L(r_{\mathrm{i}})M_{\mathrm{i}}dr_{\mathrm{i}}-\frac{n_{\mathrm{s}}^{2}\sigma_{\mathrm{s}}^{3}\omega}{6kT}\int_{0}^{\infty}D(r_{\mathrm{s}})M_{\mathrm{s}}dr_{\mathrm{s}}+$$
$$+\frac{4\varepsilon_{\mathrm{fp}}n_{\mathrm{f}}n_{\mathrm{p}}\sigma_{\mathrm{fp}}^{3}\omega}{kT}\int_{0}^{\infty}L(r_{\mathrm{fp}})M_{\mathrm{fp}}dr_{\mathrm{fp}}, \tag{4.24}$$

$$\mu(\omega)=\sum_{\mathrm{i=f,p,s}}\frac{n_{\mathrm{i}}kT(\omega\tau_{1\mathrm{i}})^{2}}{1+(\omega\tau_{1\mathrm{i}})^{2}}+\sum_{\mathrm{i=f,p,s}}\frac{4\varepsilon_{\mathrm{i}}n_{\mathrm{i}}^{2}\sigma_{\mathrm{i}}^{3}\omega}{5kT}\int_{0}^{\infty}L(r_{\mathrm{i}})N_{\mathrm{i}}dr_{\mathrm{i}}-\frac{n_{\mathrm{s}}^{2}\sigma_{\mathrm{s}}^{3}\omega}{30kT}\int_{0}^{\infty}D(r_{\mathrm{s}})N_{\mathrm{s}}dr_{\mathrm{s}}+$$
$$+\frac{8\varepsilon_{\mathrm{fp}}n_{\mathrm{f}}n_{\mathrm{p}}\sigma_{\mathrm{fp}}^{3}\omega}{5kT}\int_{0}^{\infty}L(r_{\mathrm{fp}})N_{\mathrm{fp}}dr_{\mathrm{fp}}, \tag{4.25}$$

где

$$\begin{Bmatrix}J_{\mathrm{f}}\\M_{\mathrm{f}}\end{Bmatrix}=\int_{0}^{r}\begin{Bmatrix}G_{1\mathrm{f}}(r_{\mathrm{f}},r_{1\mathrm{f}},\omega)\\G_{2\mathrm{f}}(r_{\mathrm{f}},r_{1\mathrm{f}},\omega)\end{Bmatrix}g_{\mathrm{f}}\left[\left(\left(\frac{2\mu_{0}m^{2}}{\sigma_{\mathrm{f}}^{3}r_{1\mathrm{f}}^{2}a_{\mathrm{f}}}-32\pi\varepsilon_{\mathrm{f}}L(r_{1\mathrm{f}})\right)(1+A_{\mathrm{f}})-4\pi\gamma_{\mathrm{f}}\times\right.\right.$$
$$\left.\left.\times\left(kTr_{1\mathrm{f}}-4\varepsilon_{\mathrm{f}}\left(r_{1\mathrm{f}}^{-5}-r_{1\mathrm{f}}^{-11}\right)\right)\right)\frac{\mathrm{sh}a_{\mathrm{f}}}{a_{\mathrm{f}}}+\left(4\pi\gamma_{\mathrm{f}}kTa_{\mathrm{f}}r_{1\mathrm{f}}-\frac{2\mu_{0}m^{2}}{\sigma_{\mathrm{f}}^{3}r_{1\mathrm{f}}^{2}}(1+A_{\mathrm{f}})\right)\frac{\mathrm{ch}a_{\mathrm{f}}}{a_{\mathrm{f}}}\right]dr_{1\mathrm{f}},$$

$$\begin{Bmatrix}J_{\mathrm{p}}\\M_{\mathrm{p}}\end{Bmatrix}=-\int_{0}^{r}\begin{Bmatrix}G_{1\mathrm{p}}(r_{\mathrm{p}},r_{1\mathrm{p}},\omega)\\G_{2\mathrm{p}}(r_{\mathrm{p}},r_{1\mathrm{p}},\omega)\end{Bmatrix}g_{\mathrm{p}}L(r_{1\mathrm{p}})4\varepsilon_{\mathrm{p}}\left(8\pi-\gamma_{\mathrm{p}}\right)dr_{1\mathrm{p}},$$

$$\begin{Bmatrix}J_{\mathrm{s}}\\M_{\mathrm{s}}\end{Bmatrix}=\int_{0}^{r}\begin{Bmatrix}G_{1\mathrm{s}}(r_{\mathrm{s}},r_{1\mathrm{s}},\omega)\\G_{2\mathrm{s}}(r_{\mathrm{s}},r_{1\mathrm{s}},\omega)\end{Bmatrix}g_{\mathrm{s}}\left[\left(\frac{4\pi}{3}D(r_{1\mathrm{s}})-32\pi\varepsilon_{\mathrm{s}}L(r_{1\mathrm{s}})\right)(1+A_{\mathrm{s}})-\right.$$
$$\left.-4\pi\left(y'(\rho_{\mathrm{s}}^{*})kTr_{1\mathrm{s}}-4\varepsilon_{\mathrm{s}}\gamma_{\mathrm{s}}\left(r_{1\mathrm{s}}^{-5}-r_{1\mathrm{s}}^{-11}\right)\right)\right]dr_{1\mathrm{s}},$$

$$\begin{Bmatrix}J_{\mathrm{fp}}\\M_{\mathrm{fp}}\end{Bmatrix}=-32\pi\varepsilon_{\mathrm{fp}}\int_{0}^{r}\begin{Bmatrix}G_{1\mathrm{fp}}(r_{\mathrm{fp}},r_{1\mathrm{fp}},\omega)\\G_{2\mathrm{fp}}(r_{\mathrm{fp}},r_{1\mathrm{fp}},\omega)\end{Bmatrix}g_{\mathrm{fp}}L(r_{1\mathrm{fp}})\left(2+2A_{\mathrm{f}}+\gamma_{\mathrm{fp}}\right)r_{1\mathrm{fp}},$$

$$\begin{Bmatrix}I_{\mathrm{f}}\\N_{\mathrm{f}}\end{Bmatrix}=\int_{0}^{r}\begin{Bmatrix}G_{1\mathrm{f}}(r_{\mathrm{f}},r_{1\mathrm{f}},\omega)\\G_{2\mathrm{f}}(r_{\mathrm{f}},r_{1\mathrm{f}},\omega)\end{Bmatrix}g_{\mathrm{f}}\left(1+A_{\mathrm{f}}\right)\left[\frac{6\mu_{0}m^{2}}{\sigma_{\mathrm{f}}^{3}r_{1\mathrm{f}}^{2}}\left(\frac{\mathrm{sh}a_{\mathrm{f}}}{a_{\mathrm{f}}^{2}}-\frac{\mathrm{ch}a_{\mathrm{f}}}{a_{\mathrm{f}}}\right)-96\pi\varepsilon_{\mathrm{f}}L(r_{1\mathrm{f}})\frac{\mathrm{sh}a_{\mathrm{f}}}{a_{\mathrm{f}}}\right]dr_{1\mathrm{f}},$$

$$\begin{Bmatrix}I_{\mathrm{p}}\\N_{\mathrm{p}}\end{Bmatrix}=-96\pi\varepsilon_{\mathrm{p}}\int_{0}^{r}\begin{Bmatrix}G_{1\mathrm{p}}(r_{\mathrm{p}},r_{1\mathrm{p}},\omega)\\G_{2\mathrm{p}}(r_{\mathrm{p}},r_{1\mathrm{p}},\omega)\end{Bmatrix}g_{\mathrm{p}}L(r_{1\mathrm{p}})dr_{1\mathrm{p}},$$

$$\begin{Bmatrix}I_{\mathrm{s}}\\N_{\mathrm{s}}\end{Bmatrix}=\int_{0}^{r}\begin{Bmatrix}G_{1\mathrm{s}}(r_{\mathrm{s}},r_{1\mathrm{s}},\omega)\\G_{2\mathrm{s}}(r_{\mathrm{s}},r_{1\mathrm{s}},\omega)\end{Bmatrix}g_{\mathrm{s}}(2+A_{\mathrm{s}})\left(2\pi D(r_{1\mathrm{s}})-48\pi\varepsilon_{\mathrm{s}}L(r_{1\mathrm{s}})\right)dr_{\mathrm{s}},$$

$$\begin{Bmatrix}I_{\mathrm{fp}}\\N_{\mathrm{fp}}\end{Bmatrix}=-48\pi\varepsilon_{\mathrm{fp}}\int_{0}^{r}\begin{Bmatrix}G_{1\mathrm{fp}}(r_{\mathrm{fp}},r_{1\mathrm{fp}},\omega)\\G_{2\mathrm{fp}}(r_{\mathrm{fp}},r_{1\mathrm{fp}},\omega)\end{Bmatrix}g_{\mathrm{fp}}(2+A_{\mathrm{f}})L(r_{1\mathrm{fp}})dr_{1\mathrm{fp}},$$

$$L(r) = r^{-5} - 2r^{-11},\ D(r_s) = \frac{Z^2 e^2}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0\sigma_s}(1+\chi r_s)\exp[-\chi r_s],\ y'(\rho_s^*) = \frac{\rho_s^*(5-2\rho_s^*)}{(1-\rho_s^*)(2-\rho_s^*)}.$$

Одним из особенных свойств магнитных жидкостей на основе жидких металлов является слишком быстрый рост их вязкости с введением всего нескольких процентов магнитных частиц в объем жидкого металла. Например, в магнитной жидкости из ртути с частицами железа при выведении 2 мас. % твердой частицы магнитная жидкость начинает загустеть. Это связано с сильным взаимодействием магнитных частиц за счет ван-дер-ваальсовых и магнитостатических сил, появлением объемных структур из агрегатов различного размера. Для предотвращения агрегации магнитных частиц и их диффузионного роста в магнитных жидкостях, носителями в которых являются неметаллические материалы, используется поверхностно-активный слой, который адсорбируется на поверхности феррочастиц и приводит к их энтропийному отталкиванию друг от друга. Однако для электропроводящих магнитных жидкостей такая эквивалентная система не найдена [46]. Люборский в [35] показал, что добавлении частиц различных металлов к магнитной жидкости из ртути и железа тормозит диффузионный рост магнитных частиц. В [40] указывается, что наиболее эффективным из металлических добавок в ртутным магнитным жидкостям являются олово и сурьма. Также в [46] было исследовано влияние металлических добавок на диффузионный рост частиц кобальта в магнитной жидкости на основе ртути. В качестве добавки были выбраны Ca, Au, Pb, Ag, In, Ga, Na, Cs, Bi, Sn, Li, Zn, Cd и TI, которые имеют хорошую растворимость в ртути и способность образовать сплавы и растворы с кобальтом. При изучении влияния металлических добавок на диффузионный рост магнитных частиц, было установлено, что галлий и олово успешно ингибируют их рост в количестве, которое необходимо для образования монослойного покрытия на частицах, не ухудшая их магнитные свойства.

В [54] демонстрируется суспендирование различных магнитных и немагнитных частиц в жидких металлах из чистого галлия, эвтектического сплава галлия и индия с массовым соотношением 77/23 (eGaIn) и сплава галлия, индия и олова с массовым соотношением 68.5/21.5/10 (галинстан). Показано, что из всех пробуемых жидких металлов и суспендируемых частиц, магнитная жидкость на основе эвтектического сплава галлия и индия с частицами железа и металлическими добавками из цинка получается наиболее устойчивой с хорошими магнитными свойствами.

Таким образом, основываясь на выражениях (4.22)–(4.25) проведем численные расчеты коэффициентов вязкости и модулей упругости на примере магнитных жидкостей на основе ртути и эвтектического сплава галлия и индия с частицами железа и металлических добавок из олово и цинка.

На рисунках 26 и 27 представлены результаты расчетов частотной зависимости динамических коэффициентов сдвиговой и объемной вязкости электропроводящих магнитных жидкостей на основе ртути и сплава галлия и индия с частицами железа и металлическими добавками из олова и цинка.

Результаты расчетов показывают, что характер частотной зависимости коэффициентов сдвиговой и объемной вязкости для обеих жидкометаллических магнитных жидкостей одинаков. Нелинейное уменьшение коэффициентов вязкости с увеличением частоты аналогично их зависимостью в других металлических и неметаллических магнитных жидкостях [313, 314]. Однако сравнение результатов, приведенных на рис. 26 и 27 с результатами расчетов, проведенных для неэлектропроводящих магнитных жидкостях показывает, что область частотной дисперсии коэффициентов сдвиговой и объемной вязкости в электропроводящих магнитных жидкостях существенно смещена в стороны меньших значений частот. Это, по-видимому, связано с тем, что в электропроводящих магнитных жидкостях система релаксирует намного раньше, чем в неэлектропроводящих магнитных жидкостях.

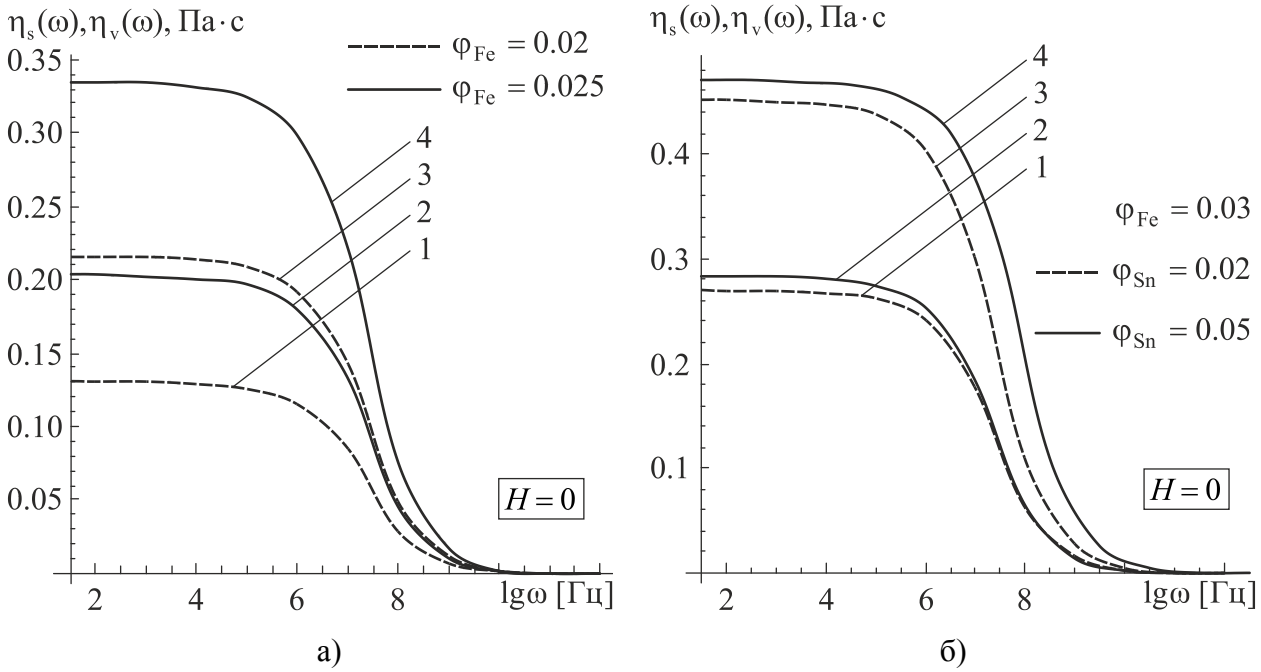


Рис. 26. Частотная зависимость коэффициентов сдвиговой – 1, 2 и объемной – 3, 4 вязкости электропроводящей магнитной жидкости на основе ртути: а) с частицами железа; б) с частицами железа и добавки олова.

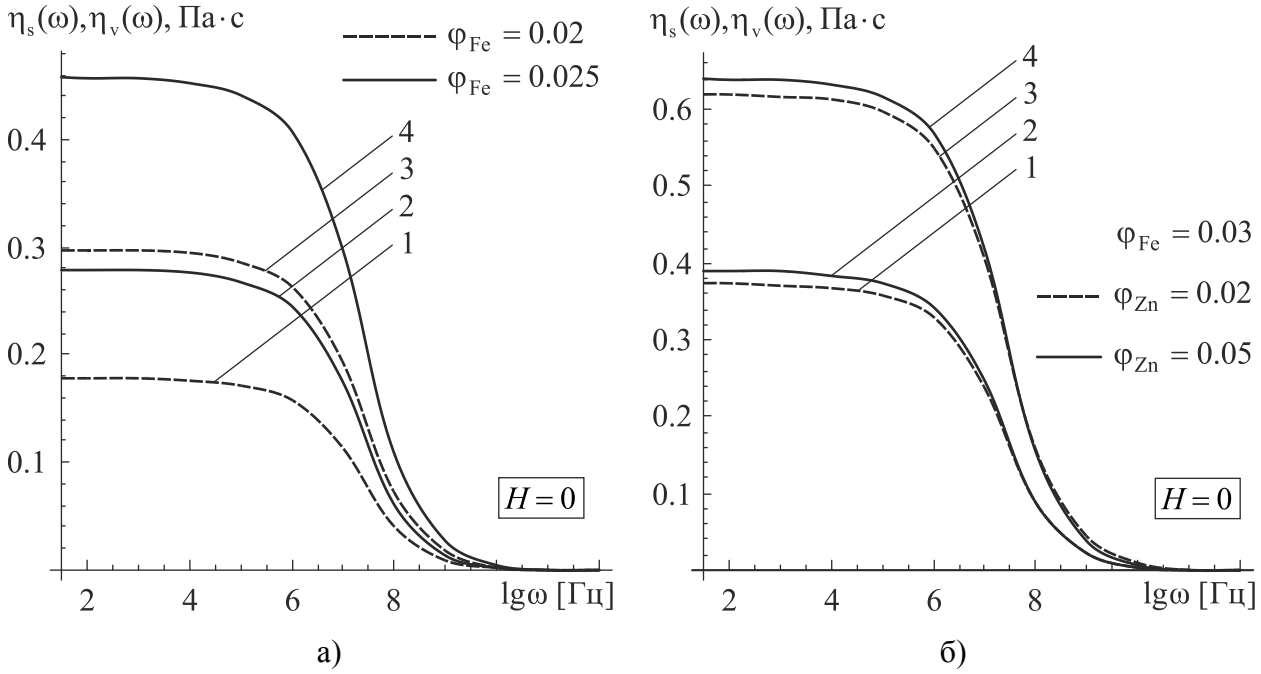


Рис. 27. Частотная зависимость коэффициентов сдвиговой – 1, 2 и объемной – 3, 4 вязкости электропроводящей магнитной жидкости на основе эвтетического сплава галлия и индия eGaIn: а) с частицами железа; б) с частицами железа и добавки цинка.

Для сравнении в таблице 2 приведены численные значения коэффициентов трения и времен релаксации электропроводящих магнитных жидкостей на основе ртути и сплава галлия и индия. Из таблицы видно, что времена трансляционной и структурной релаксации магнитной подсистемы в жидкометаллических магнитных жидкостях на порядок увеличиваются. Область частотной дисперсии в магнитных жидкостях является широкой, и соответствует диффузионному закону затухания релаксационных процессов.

Таблица 2. Численные значения коэффициентов трения и времен релаксации для магнитных жидкостей

Магнитная жидкость	T, К	ρ, кг/м^3		$\beta\times10^{12}$, кг/с		$\tau\times10^{13}$, с				H, кА/м
		ρ_s	ρ_f	β_s	β_f	τ_{1s}	τ_{0s}	τ_{1f}	τ_{0f}	
на основе ртути	293	13534	7870	2.56	8.56 8.9	0.65	62.1	10.8 10.4	66000 68600	0 200
на основе сплава галлия и индия	293	6250	5340	1.6	8.56 8.9	0.39	64.2	10.8 10.4	66000 68600	0 200

На рис. 28 и 29 приведены концентрационные зависимости коэффициента сдвиговой вязкости в магнитных жидкостях на основе ртути и эвтектического сплава галлия и индия с частицами железа и металлическим добавками. Согласно рис. 28 а) и 29 а) незначительное увеличение концентрации железа в жидкометаллических магнитных жидкостях на несколько порядок увеличивает их сдвиговую вязкость, что наблюдалось в многих экспериментах [40, 46]. Присутствие внешнего магнитного поля приводит к еще более сильному увеличению сдвиговой вязкости.

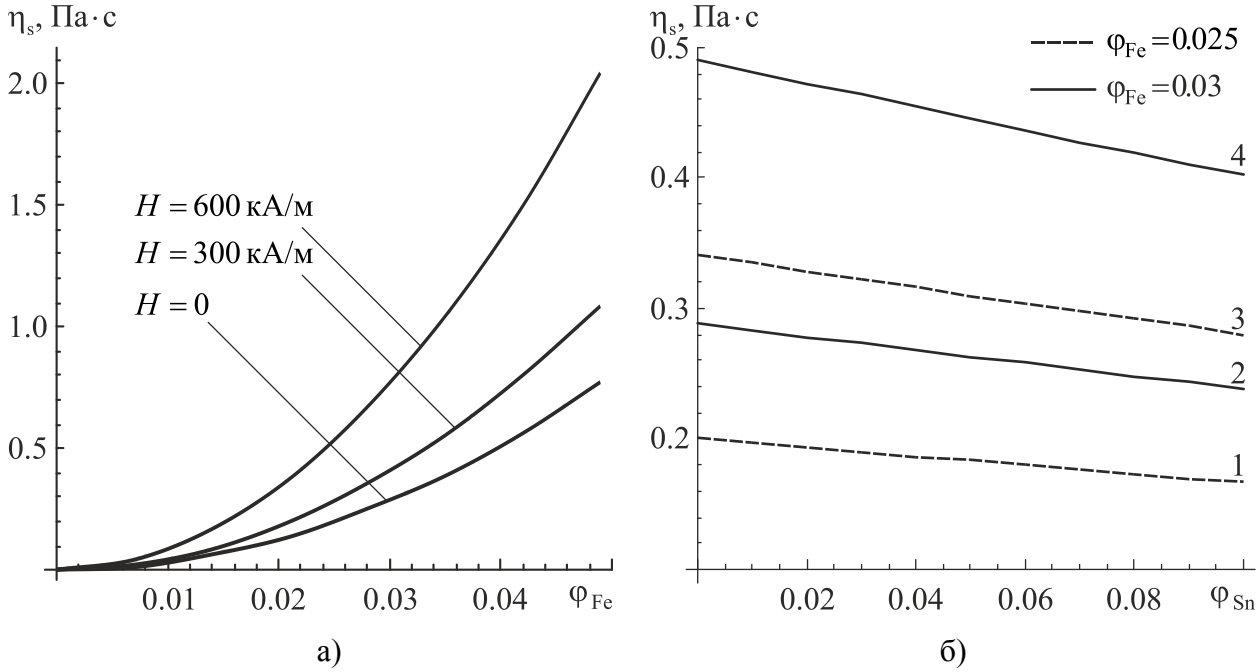


Рис. 28. Зависимость коэффициента сдвиговой вязкости в магнитной жидкости на основе ртути: а) от концентрации частиц железа; б) от концентрации металлической добавки олова при 1, 2 – $H = 0$ и 2, 3 – $H = 400$ кА/м.

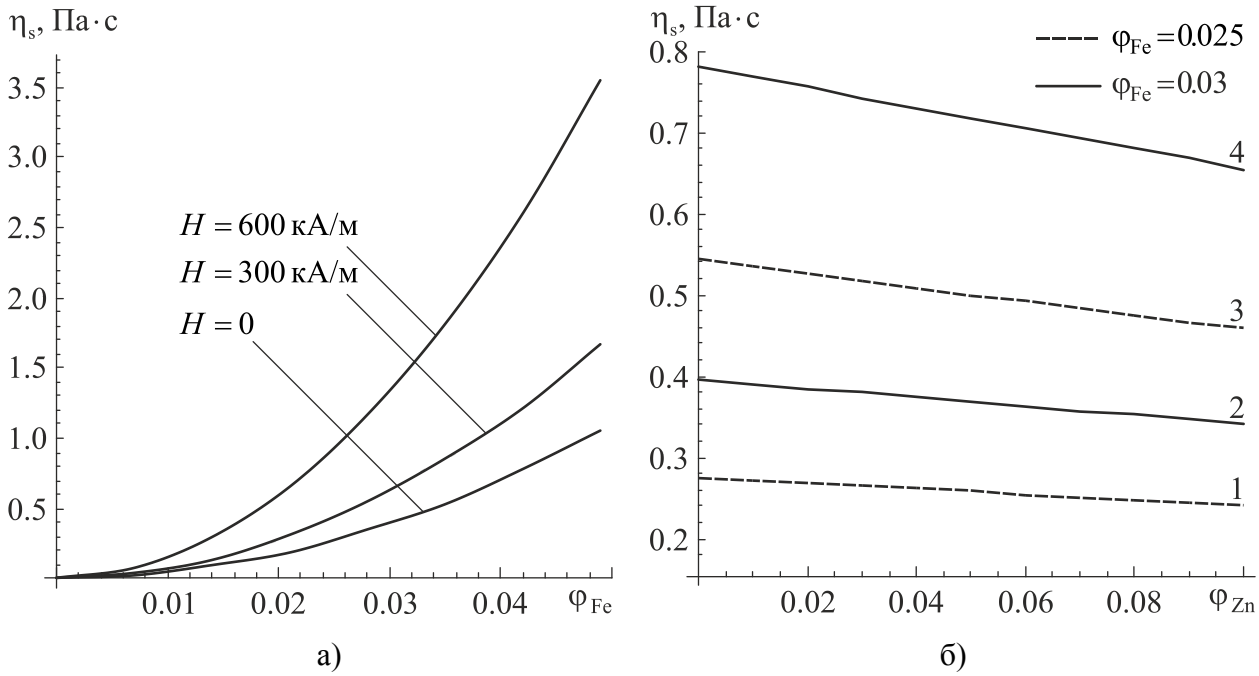


Рис. 29. Зависимость коэффициента сдвиговой вязкости в магнитной жидкости на основе eGaIn: а) от концентрации частиц железа; б) от концентрации металлической добавки цинка при 1, 2 – $H = 0$ и 2, 3 – $H = 400$ кА/м.

На рисунках 28 б) и 29 б) показано, что металлические добавки приведут к заметному снижению вязкости в электропроводящих магнитных жидкостях. Согласно рисункам, с увеличением концентрации металлических добавок сдвиговая вязкость линейно уменьшается, однако в экспериментальных работах [40, 41] наблюдалось более сильное уменьшение вязкости с возрастанием концентрации металлических добавок.

В работах [35, 46] было исследовано влияние различных металлических добавок на магнитные свойства частиц железа и кобальта в ртути. Было установлено, что металлические добавки, прилипая к поверхности магнитных частиц, либо образуют покрытия, либо интерметаллическое соединения с их поверхностями. Металлические добавки, которые образуют с магнитными частицами интерметаллические соединения, ослабевая их магнитостатические взаимодействия, тем самым существенно снижают вязкость магнитных жидкостей.

Известно, что описать взаимосвязь между кристаллическим строением интерметаллидов очень сложно, поэтому химия интерметаллидов до сих пор развивается эмпирически и применяют многие эмпирические правила. Отсюда выражения (4.22), (4.23), в которых потенциальная энергия взаимодействия между магнитными частицами и частицами стабилизатора выбраны в виде стандартного потенциала (6–12) Леннард-Джонса, более качественно могут описать концентрационную зависимость коэффициентов вязкости тех электропроводящих магнитных жидкостей, в которых частицы стабилизатора, прилипая к магнитным частицам, не образуют интерметаллические соединения.

На рис. 30 продемонстрированы результаты расчетов коэффициента объемной вязкости от концентраций частиц железа и металлических добавок в проводных магнитных жидкостях на основе ртути и сплава галлия и индия. Коэффициент объемной вязкости как и коэффициент сдвиговой вязкости с

концентрации частиц железа в отсутствии металлических добавок увеличивается. В то же время, металлические добавки приводят к уменьшению коэффициента объемной вязкости.

Зависимости коэффициентов сдвиговой и объемной вязкости от температуры в электропроводящих магнитных жидкостях на основе ртути и eGaIn отображены на рис. 31 и 32.

Согласно рисунков, коэффициенты вязкости в жидкометаллических магнитных жидкостях с возрастанием температуры как и во всех других жидкостях, уменьшается. Однако уменьшение коэффициентов вязкости в магнитной жидкости на основе сплава галлия и индия является более быстрым, чем в магнитной жидкости на основе ртути.

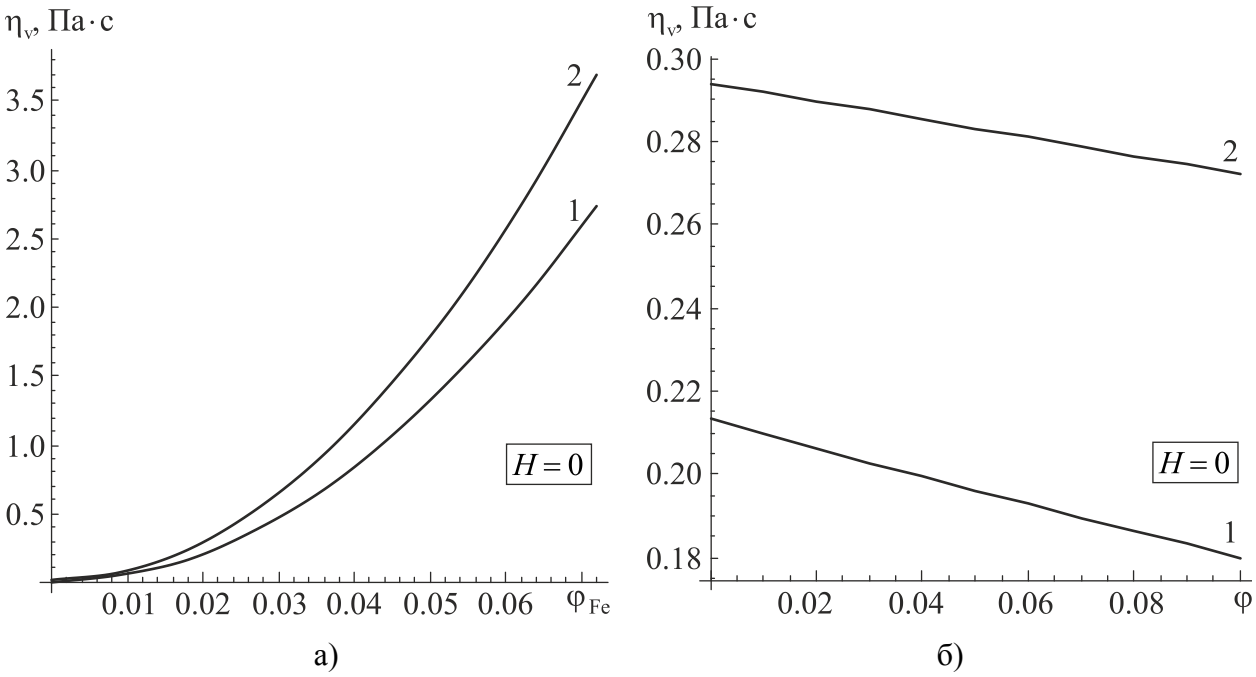


Рис. 30. Зависимость коэффициента объемной вязкости в магнитных жидкостях: а) от концентрации частиц железа; б) от концентрации металлических добавок олова и цинка при $\varphi_{Fe} = 0.02$. Кривые 1 соответствуют магнитной жидкости на основе ртути, кривые 2 – магнитной жидкости на основе eGaIn.

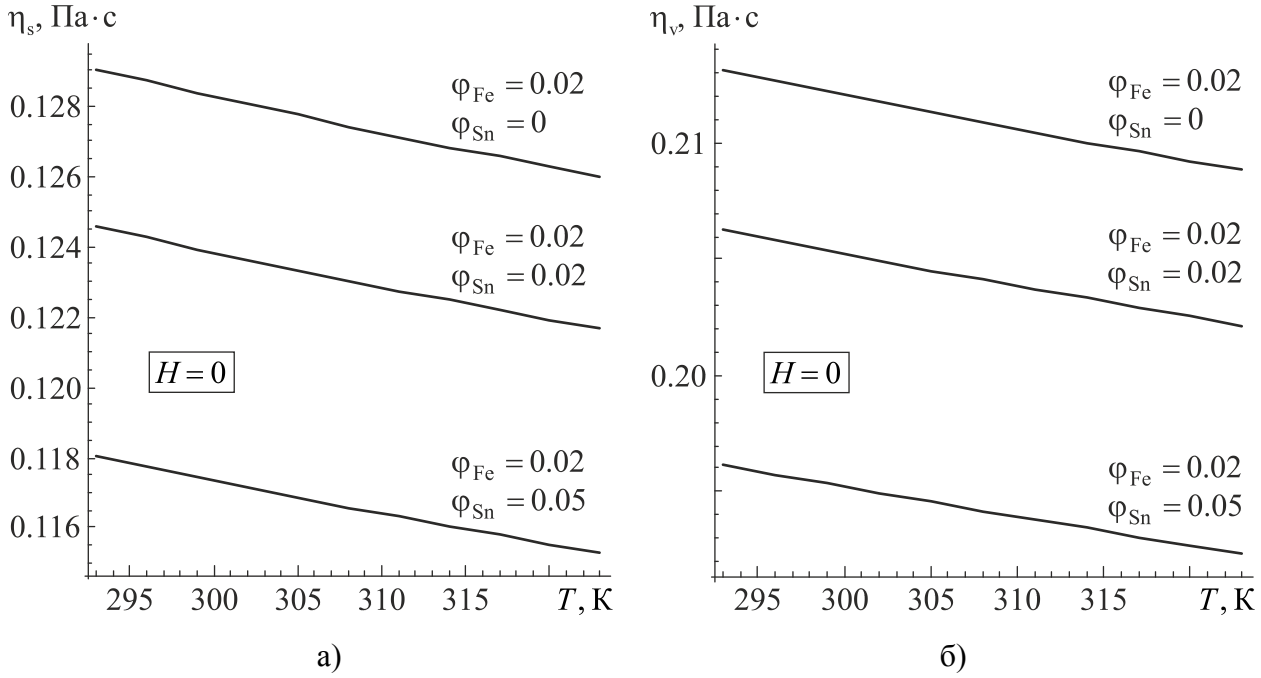


Рис. 31. Температурная зависимость коэффициентов сдвиговой (а) и объемной (б) вязкости в магнитных жидкостях на основе ртути с частицами железа и добавки олова.

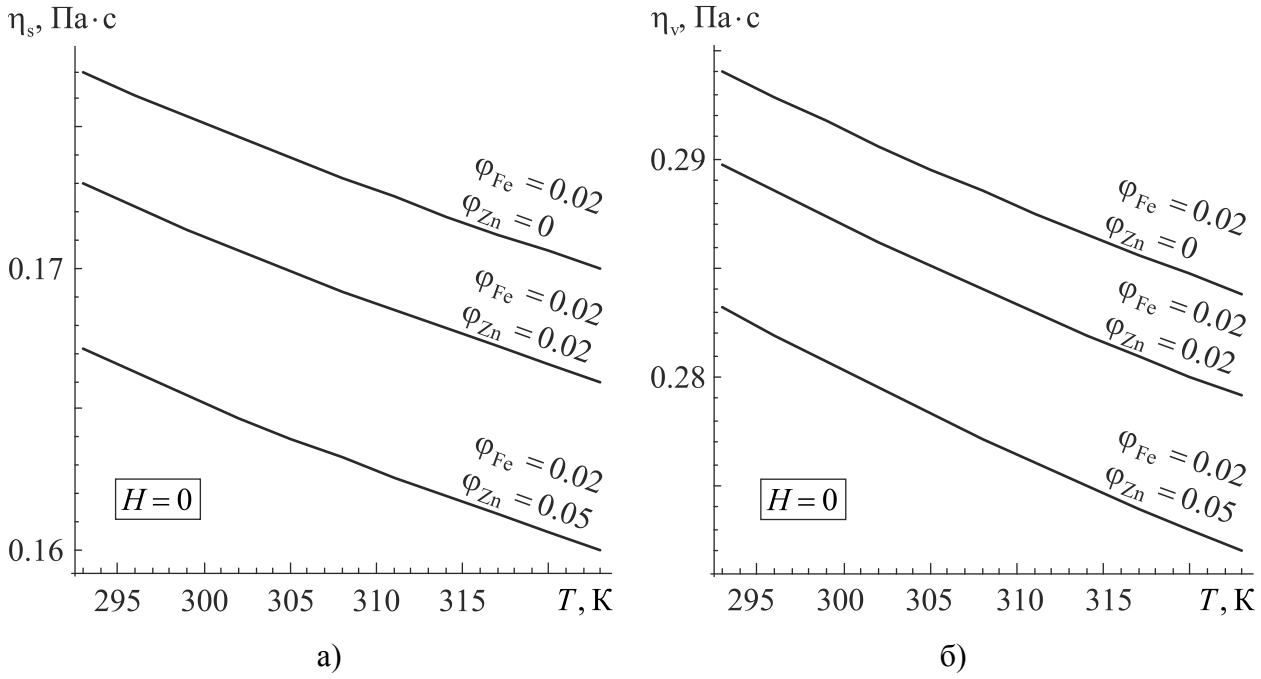


Рис. 32. Температурная зависимость коэффициентов сдвиговой (а) и объемной (б) вязкости в магнитных жидкостях на основе eGaIn с частицами железа и добавки цинка.

На рис. 33 а), б) графически продемонстрированы результаты расчетов зависимости коэффициента сдвиговой вязкости в магнитных жидкостях на основе ртути и eGaIn от величины внешнего магнитного поля при различных значениях концентрации и температуры.

В обеих магнитных жидкостях с возрастанием напряженности внешнего магнитного поля коэффициент сдвиговой вязкости увеличивается. В то же время повышение температуры несколько уменьшает скорость увеличения коэффициента вязкости, а рост концентрации увеличивает ее вязкость в магнитных жидкостях под действием магнитного поля.

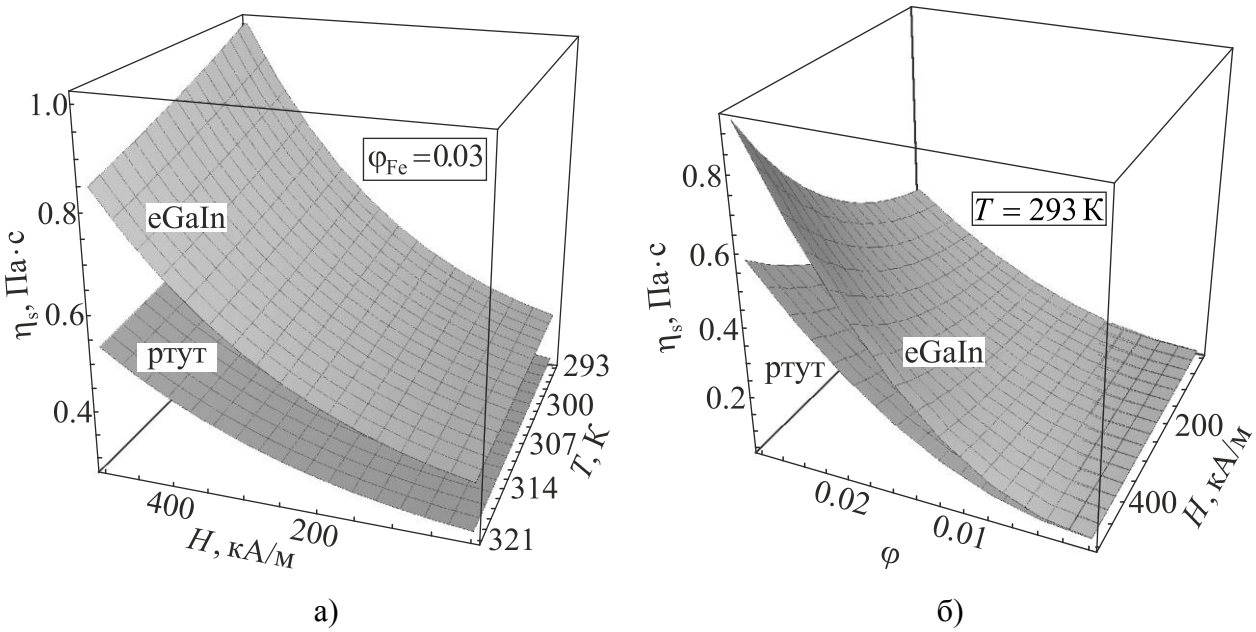


Рис. 33. Зависимости коэффициента сдвиговой вязкости в магнитных жидкостях: а) от напряженности внешнего магнитного поля и различных значениях температуры; б) от напряженности внешнего магнитного поля и различных значениях концентрации магнитных частиц.

Теперь воспользуемся аналитическими выражениями (4.24) и (4.25), исследуем характер изменения сдвигового и объемного модулей упругости электропроводящих магнитных жидкостей в зависимости от частоты внешнего возмущения и термодинамических параметров системы.

На рис. 34 а) и б) приведены графические зависимости сдвигового и объемного модулей упругости магнитных жидкостей от частоты внешнего возмущения.

Численные расчеты проведены как в отсутствии внешнего магнитного поля, так и при значении $H = 400$ кА/м. Проведенные численные расчеты частотной зависимости модулей упругости электропроводящих магнитных жидкостей показывают результаты, аналогичные результатам, полученным для однородной модели электропроводящих магнитных жидкостей [315, 316].

Концентрационная зависимость сдвигового и объемного модулей упругости проводных магнитных жидкостей на основе ртути и eGaIn с частицами железа представлены на рис. 35. Численные расчеты проведены при фиксированной частоте $\omega = 10^9$ Гц и температуре $T = 293$ К.

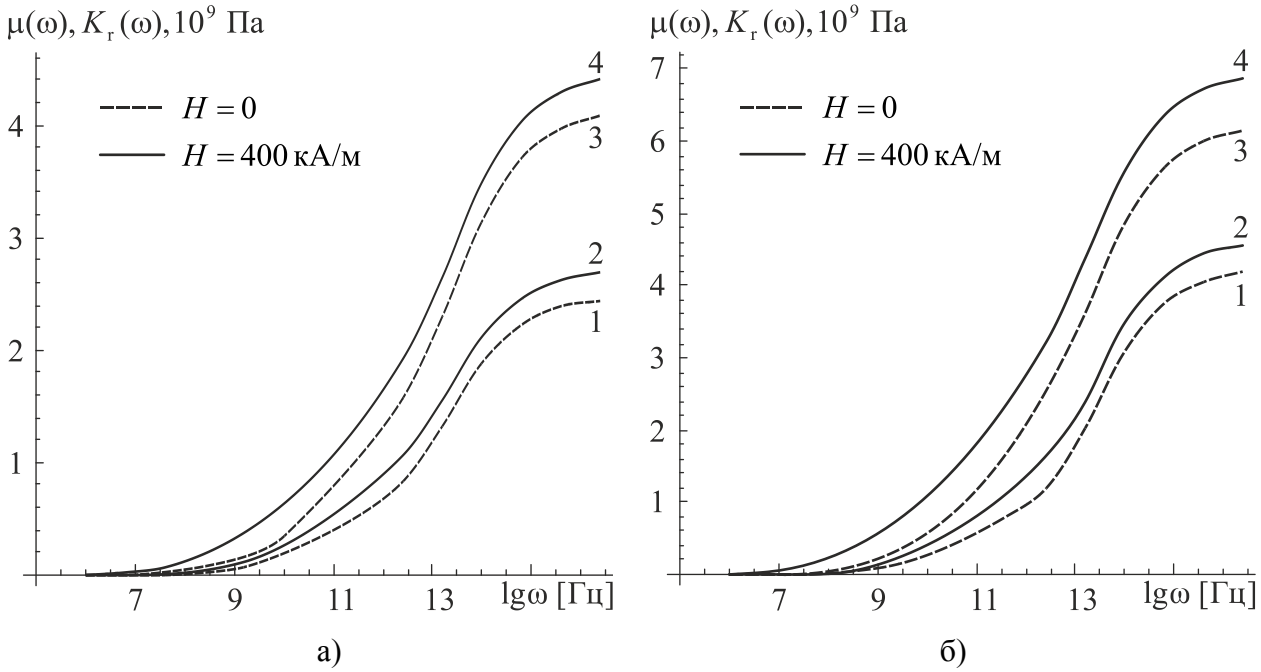


Рис. 34. Зависимости сдвигового – 1, 2 и объемного – 3, 4 модулей упругости электропроводящих магнитных жидкостей на основе а) ртути и б) eGaIn при концентрации частиц железа $\varphi = 0.03$ и температуре $T = 293$ К.

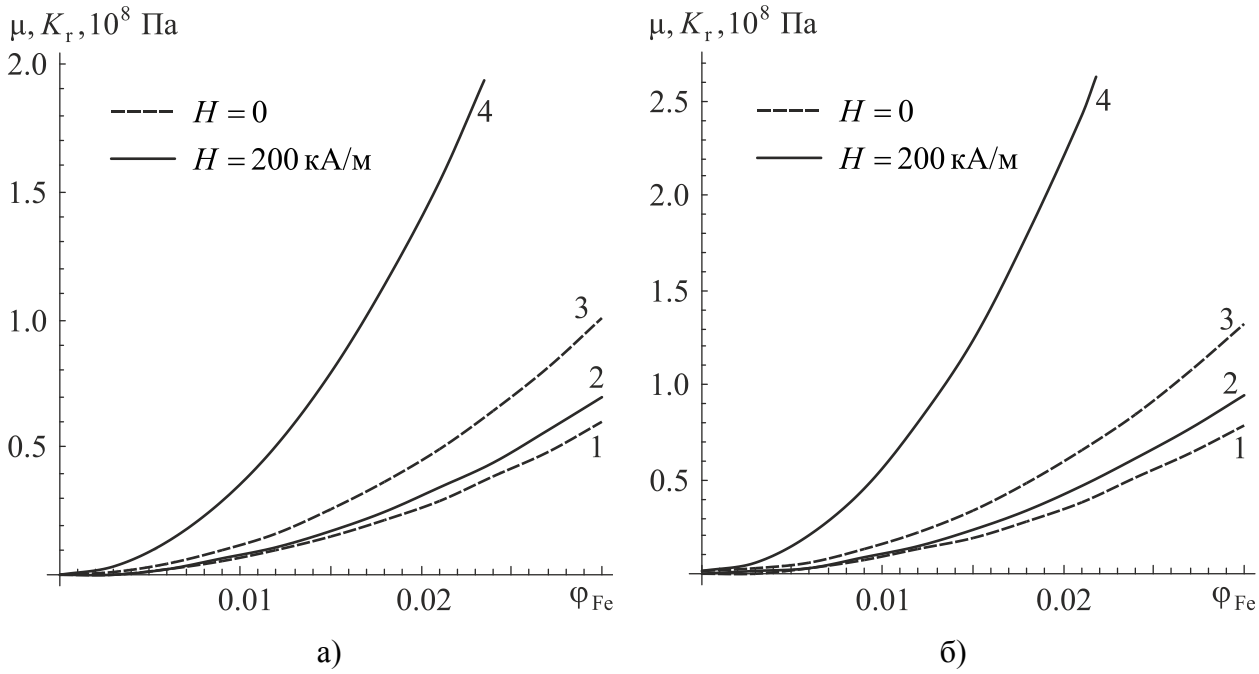
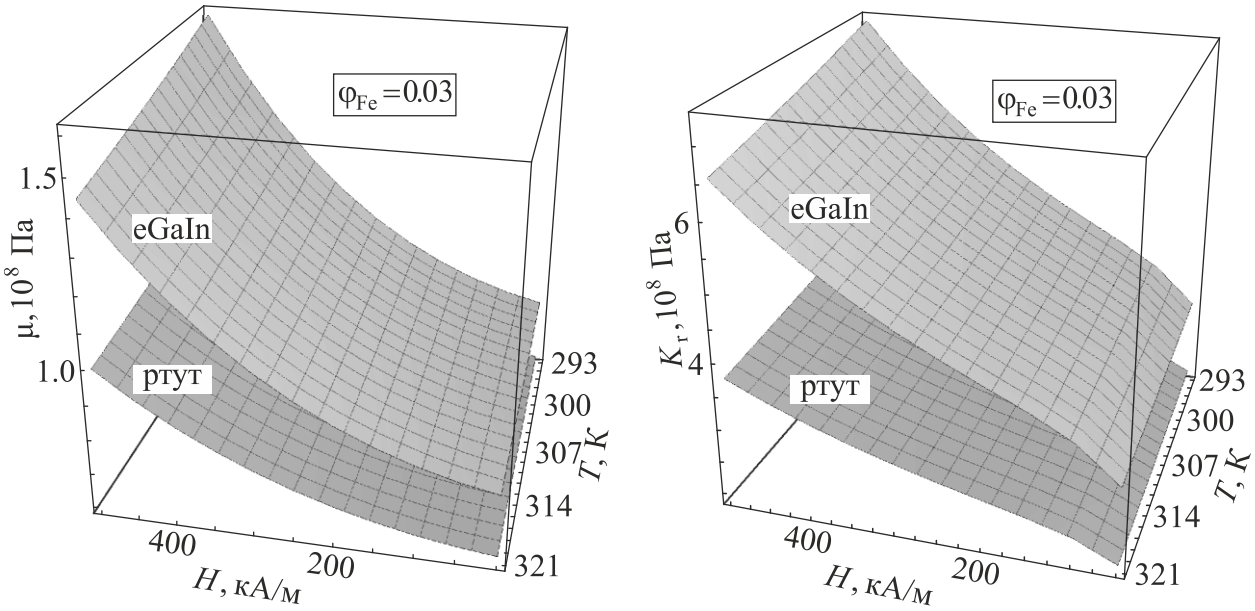


Рис. 35. Концентрационная зависимость сдвигового – 1, 2 и объемного – 3, 4 модулей упругости электропроводящих магнитных жидкостей на основе а) ртути и б) eGaIn. Соотношение между объемной концентрацией металлических добавок и частиц железа составляет 0.5.

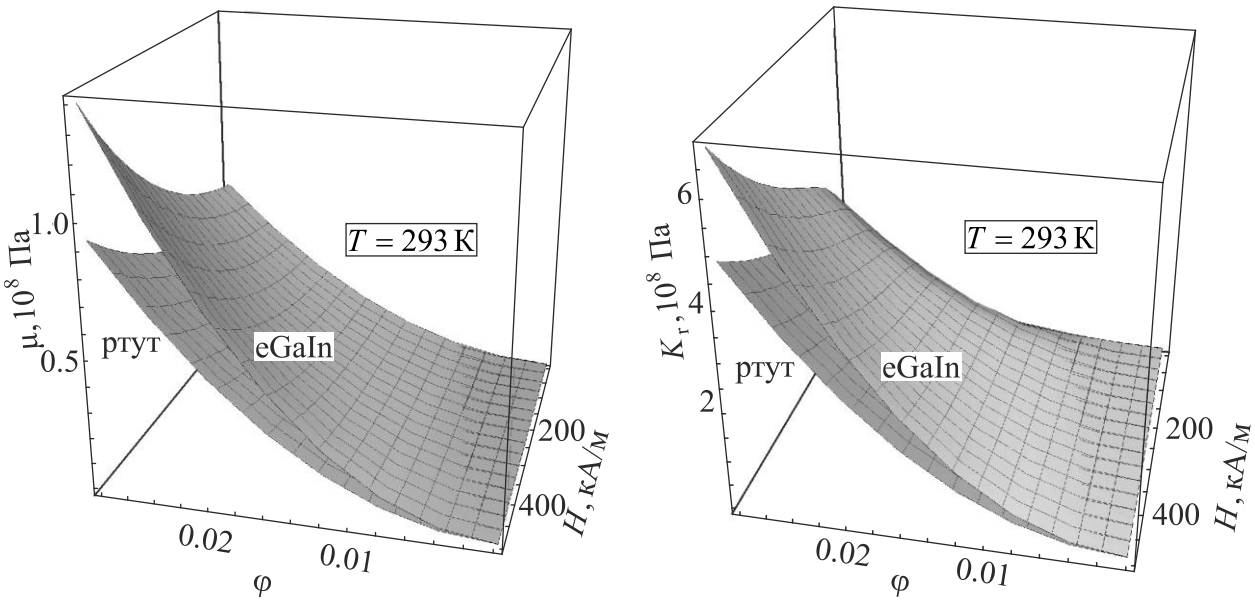
Результаты расчетов показывают, что сдвиговый и объемный модули упругости в электропроводящих магнитных жидкостях с возрастанием объемной концентрации твердых частиц как и коэффициенты вязкости нелинейно увеличиваются. При этом приложение внешнего магнитного поля приводит к более сильному увеличению модулей упругости.

На рис. 36 и 37 продемонстрированы графические зависимости сдвигового и объемного модулей упругости электропроводящих магнитных жидкостей на основе ртути и eGaIn от величины напряженности внешнего магнитного поля при различных значениях температуры и концентрации твердых магнитных частиц. Во всех расчетах соотношение между объемной концентрацией металлических добавок и частицы железа составляет 0.5.



а) б)

Рис. 36. Зависимости сдвигового (а) и объемного (б) модулей упругости электропроводящих магнитных жидкостей от напряженности внешнего магнитного поля и различных значениях температуры при $\varphi_{Fe} = 0.03$.



а) б)

Рис. 37. Зависимости сдвигового (а) и объемного (б) модулей упругости электропроводящих магнитных жидкостей от напряженности внешнего магнитного поля и различных значениях концентрации железных частиц при $T = 293$ К.

Результаты расчетов показывают, что сдвиговый и объемный модули упругости в электропроводящих магнитных жидкостях с возрастанием значения напряженности внешнего магнитного поля увеличиваются. Рост температуры несколько ослабевает скорости увеличения модулей упругости, напротив, возрастание концентрации железных частиц приводит к увеличению скорости возрастания модулей упругости.

На основе анализа проведенных численных расчетов можно заключить, что полученные аналитические выражения для коэффициентов сдвиговой и объемной вязкости, а также сдвигового и объемного модулей упругости удовлетворительно описывают вязкоупругие свойства электропроводящих магнитных жидкостей в широком интервале изменения термодинамических параметров состояния системы. Частотные зависимости коэффициентов вязкости и модулей упругости показывают широкую область частотной дисперсии, что является следствием учета структурных релаксационных процессов, протекающих в электропроводящих магнитных жидкостях. Зависимости численных расчетов коэффициента сдвиговой вязкости от концентрации железных частиц и металлических добавок в электропроводящих магнитных жидкостях находятся в качественном согласии с экспериментальными результатами [40, 46, 54]. К сожалению, из-за отсутствии данных, не было возможности сравнивать результаты расчетов коэффициента объемной вязкости и модулей упругости с другими литературными данными.

Глава 5. ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ РАСПРОСТРАНЕНИЯ И ПОГЛОЩЕНИЯ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН В МАГНИТНЫХ ЖИДКОСТЯХ

5.1. Исследование процессов распространения и поглощения сдвиговых волн в магнитных жидкостях

Магнитные жидкости широко используются в качестве амортизаторов и демпфирующих устройств, датчиков перемещения, поглотителей, регуляторов и акустических систем, принцип работы которых основан на их упругих колебаниях [130, 131]. Широкое применение магнитных жидкостей основано на имеющейся информации об их структуре и динамических свойствах.

Физическая акустика, изучая взаимодействия волн с веществом, позволяет решить задачи, связанные с особенностями распространения звука в этих веществах и на основе данных о распространении и поглощении волн определить многие ее физические свойства. Следовательно, исследование процессов распространения и поглощения волн в магнитных жидкостях позволяет исследовать их строение, получить данные о неравновесных процессах, протекающих в них, в широком интервале изменения термодинамических параметров и частоты внешнего воздействия, и открывает новые пути их практического применения.

Анализ существующих литературных данных позволяет заключить, что, хотя исследованию процессов распространения и поглощения акустических волн в магнитных жидкостях посвящено большое количество работ, до настоящего времени все еще мало данных по исследованию динамических

свойств магнитных жидкостей и релаксационных процессов, протекающих в них на основе акустических исследований. Для решения этой задачи необходимо использовать общие модели, основанные на рассмотрении микроструктуры вещества.

Основные трудности, возникающие при исследовании акустических параметров магнитной жидкости, связаны с ее многокомпонентностью. Известно, что при вычислении скорости звука в смесях жидкостей и суспензий необходимо учитывать взаимодействие компонентов системы. Следовательно, эта задача должна решаться на основе точных методов статистической теории. Однако существуют методы, носящие феноменологический характер, в которых скорость звука в смесях и суспензиях связывается со скоростями звука отдельных компонентах.

В [182] обсуждаются результаты работ [317, 318], в которых для вычислении скорости звука идеальных смесей используется интерполяционная формула

$$c^2 = wc_2^2 + (1-w)c_1^2,$$

где c_1 и c_2 скорости звука в первой и второй компонентах, w – весовая доля второй компоненты. Там же показывается, что поскольку c^2 пропорционально $\partial^2 U / \partial V^2$, то есть второй производной от экстенсивной величины по экстенсивной же величине, при теоретическом обосновании этой формулы, никакой аддитивности квадратов скоростей для смеси не получится, даже если эта смесь идеальна. Далее, на основе рассуждения работы Ротхардта в [182], получается аддитивное соотношение для изотермической сжимаемости бинарной смеси:

$$\beta_{из} = \varphi\beta_{1\,из} + (1-\varphi)\beta_{2\,из},$$

где φ – объемная доля первой компоненты.

Аналогичным образом в [131] для получения выражения скорости распространения звуковых волн в магнитной жидкости используется

аддитивная модель изотермической сжимаемости, и, поскольку при быстрых процессах изотермическая сжимаемость переходит в адиабатическую, для адиабатной скорости звука получается выражение

$$c_{SS} = c_1 \sqrt{\frac{\rho_1}{\rho[1-\varphi-(1-\gamma')\alpha\varphi]}},$$

где $c_1 = (\rho_1 \beta_{S1})^{-1/2}$ – скорость звука в чистой дисперсионной среде, φ – объемная концентрация дисперсной фазы. Показано, что полученное выражение в пределе малых концентраций удовлетворительно согласуется с опытными данными.

Таким образом, можно заключить, что применение модели многокомпонентной магнитной жидкости позволяет наиболее полно исследовать процессы распространения и поглощения акустических волн в магнитных жидкостях и получить данные о релаксационных процессах.

Известно, что неравновесные процессы в жидкостях наиболее полно исследуются на основе уравнений обобщенной гидродинамики, которые получаются методом неравновесной статистической теории. На основе этих уравнений можно исследовать различные спектры гидродинамических мод, где все акустические параметры определяются микроскопически [319]. Следует отметить, что частотная дисперсия скорости распространения и коэффициента поглощения акустических волн в жидкостях выражаются посредством их динамических модулей упругости и коэффициентов вязкости.

Следовательно, полученные аналитические выражения (3.5) и (3.6) для динамических коэффициентов вязкости и модулей упругости позволяют наиболее детально исследовать акустические свойства магнитных жидкостей и выявить природу релаксационных процессов, протекающих в них.

Для исследования акустических параметров магнитной жидкости, рассмотрим двухкомпонентную модель магнитной жидкости с вмороженной намагниченностью [187, 320]. Воспользуемся обобщенным уравнением

движения магнитной жидкости (2.13), а также уравнением эволюции намагниченности

$$\frac{dM^{\alpha}}{dt} = M^{\beta}\frac{\partial \upsilon^{\alpha}}{\partial q^{\beta}}. \tag{5.1}$$

В многокомпонентной системе каждая компонента движется со своей макроскопической скоростью $\boldsymbol{\upsilon}_{\mathrm{i}}$, обладает своим парциальным давлением P_{i} и температурой T_{i}. Если в системе процессы переноса протекают быстро, то многокомпонентную систему можно рассматривать как однокомпонентную, т.е. можно предполагать, что все ее компоненты движутся как одно целое. Следовательно, используя средние величины, быстрые процессы в многокомпонентной системе можно описать с помощью уравнений, аналогичных уравнениям гидродинамики однокомпонентной системы.

Таким образом, используя средние величины гидродинамических переменных

$$\rho(\mathbf{q},t) = \sum_{\mathrm{i=f,s}} \rho_{\mathrm{i}}(\mathbf{q},t),$$
$$\rho(\mathbf{q},t)\boldsymbol{\upsilon}(\mathbf{q},t) = \sum_{\mathrm{i=f,s}} \rho_{\mathrm{i}}(\mathbf{q},t)\boldsymbol{\upsilon}_{\mathrm{i}}(\mathbf{q},t),$$

а также выражения коэффициентов вязкости и модулей упругости магнитной жидкости, описывающихся с помощью соответствующих парциальных величин

$$\eta_{\mathrm{s}} = \sum_{\mathrm{i=f,s}} \eta_{\mathrm{si}}, \quad \eta_{\mathrm{v}} = \sum_{\mathrm{i=f,s}} \eta_{\mathrm{vi}},$$
$$\mu = \sum_{\mathrm{i=f,s}} \mu_{\mathrm{i}}, \qquad K = \sum_{\mathrm{i=f,s}} K_{\mathrm{i}}$$

уравнение (2.13) приведем к виду, аналогичному уравнению однокомпонентной жидкости

$$\rho\frac{d\upsilon^{\alpha}(\mathbf{q},t)}{dt} - \frac{\partial \sigma^{\alpha\beta}(\mathbf{q},t)}{\partial q^{\beta}} = \mu_0 M^{\beta}\frac{\partial H^{\alpha}}{\partial q^{\beta}}, \tag{5.2}$$

где

$$\sigma^{\alpha\beta}(\mathbf{q},t) = -P\delta^{\alpha\beta} + K(\mathbf{q},t)\mathrm{div}\mathbf{u}\,\delta^{\alpha\beta} + \eta_{\mathrm{v}}(\mathbf{q},t)\mathrm{div}\dot{\mathbf{u}}\delta^{\alpha\beta} +$$
$$+2\mu(\mathbf{q},t)\left\{\frac{\partial u^{\alpha}}{\partial q^{\beta}}\right\} + 2\eta_{\mathrm{s}}(\mathbf{q},t)\left\{\frac{\partial \dot{u}^{\alpha}}{\partial q^{\beta}}\right\}$$

– микроскопическое выражение тензора напряжения магнитной жидкости.

Теперь, рассматривая распространение волн малой амплитуды и учитывая в уравнениях (5.1) и (5.2) малые возмущения параметров магнитной жидкости, получим систему линеаризованных уравнений в виде [321]:

$$\rho_0 \frac{\partial \upsilon^{\alpha}(\mathbf{q},t)}{dt} - \frac{\partial \sigma^{\alpha\beta}(\mathbf{q},t)}{\partial q^{\beta}} = \mu_0 M_0^{\beta} \frac{\partial H^{\alpha}}{\partial q^{\beta}},$$
$$\frac{dM^{\alpha}}{dt} = M_0^{\beta} \frac{\partial \upsilon^{\alpha}}{\partial q^{\beta}}. \qquad (5.3)$$

Совершая в (5.3) фурье-преобразование по координатам и времени, а также, учитывая $k^{\beta}\left\{k^{\beta}u^{\alpha}\right\} = \frac{1}{2}\left(k^2 u^{\alpha} + \frac{1}{3}k^{\alpha}(\mathbf{k}\cdot\mathbf{u})\right)$, получим:

$$\rho_0\omega^2\mathbf{u} - \tilde{\mu}(\omega)k^2\mathbf{u} - \left(\frac{1}{3}\tilde{\mu}(\omega) + \tilde{K}(\omega)\right)\mathbf{k}\,\mathbf{k}\cdot\mathbf{u} - \mu_0 M_0 H_0 \cos^2\vartheta k^2\mathbf{u} = 0,$$

где $\tilde{K}(\omega) = K(\omega) - i\omega\eta_{\mathrm{v}}(\omega)$, $\tilde{\mu}(\omega) = \mu(\omega) - i\omega\eta_{\mathrm{s}}(\omega)$ – комплексные динамические объемный и сдвиговый модули упругости магнитной жидкости, ϑ определяет угол между направлением волнового вектора и напряженности внешнего магнитного поля.

Векторное умножение последнего выражения на волновой вектор $\mathbf{k}$ позволяет получить комплексное выражение для модифицированной сдвиговой волны в магнитной жидкости, когда смещение частиц среды происходит в плоскости, перпендикулярной направлению распространения волны:

$$\omega_{\mathrm{s}}^2 = \frac{1}{\rho_0}\left(\tilde{\mu}(\omega) + \mu_0 M_0 H_0 \cos^2\vartheta\right)k^2. \qquad (5.4)$$

Решая уравнение (5.4) относительно реальной и мнимой части $\omega_s = \Omega_s - i\gamma_s$ для спектра частот и затухания сдвиговых волн, получим следующие выражения:

$$\omega_s^2 = \frac{1}{\rho_0}\left(\mu(\omega) + \mu_0 M_0 H_0 \cos^2\vartheta\right)k^2 + \left(\frac{\eta_s(\omega)}{2\rho_0}\right)^2 k^4,$$
$$\gamma_s = \frac{1}{2\rho_0}\eta_s(\omega)k^2. \tag{5.5}$$

Рассмотрим асимптотическое поведение выражения (5.5) в предельных случаях. В гидродинамическом режиме когда $\omega\tau << 1$ $(\omega \to 0, k \to 0)$, учитывая асимптотические выражения для динамического коэффициента сдвиговой вязкости и сдвигового модуля упругости (3.7), (3.8) для спектра частот и затухания сдвиговых волн имеем:

$$\omega_s = \left(\frac{1}{\rho_0}\mu_0 M_0 H_0 \cos^2\vartheta\right)^{1/2} k,$$
$$\gamma_s = \frac{1}{2\rho_0}\eta_s k^2. \tag{5.6}$$

При $\omega\tau >> 1$ $(\omega \to \infty)$, учитывая высокочастотные асимптотики коэффициента сдвиговой вязкости и сдвигового модуля упругости (3.9), (3.10) для спектра частот и затухания сдвиговых волн получим:

$$\omega_s^2 = \frac{1}{\rho_0}\left(\mu_\infty + \mu_0 M_0 H_0 \cos^2\vartheta\right)k^2,$$
$$\gamma_s = \frac{\mu_\infty}{2\rho_0\omega}k^2 \to 0. \tag{5.7}$$

Как видно из выражения (5.6) в гидродинамическом режиме спектр частот зависит от волны альфвеновского типа со скоростью $c_A = (\mu_0 M_0 H_0 \cos^2\vartheta/\rho)^{1/2}$, а затухание сдвиговых волн зависит от статического коэффициента сдвиговой вязкости магнитной жидкости. В высокочастотном режиме, согласно (5.7), затухание отсутствует, спектр частот сдвиговых мод

зависит от высокочастотного сдвигового модуля упругости и скорости альфвеновской волны.

Теперь, полагая $k = k_0 + i\alpha$ и решая (5.5) относительно реальной и мнимой части волнового числа, для скорости $c_s(\omega)$ и коэффициента поглощения $\alpha_s(\omega)$ сдвиговых волн в магнитной жидкости получим следующие выражения:

$$c_s^2(\omega) = \frac{1}{\rho_0}(\mu(\omega) + \mu_0 M_0 H_0 \cos^2\vartheta),$$
$$\alpha_s(\omega) = \frac{\omega^2}{2\rho_0 c_s^3(\omega)}\eta_s(\omega). \tag{5.8}$$

Учитывая асимптотические выражения (3.7)–(3.10), можно оценить предельные значения скорости распространения и коэффициента поглощения сдвиговых волн. Устремив в (5.8) частоту к нулю и учитывая в нем (3.7) и (3.8), получим:

$$c_s^2(\omega) = \frac{1}{\rho_0}\left(R\omega^{3/2} + \mu_0 M_0 H_0 \cos^2\vartheta\right),$$
$$\frac{\alpha_s(\omega)}{\omega} = \left(\frac{\alpha_s}{\omega}\right)_{\text{ст}} - \frac{R}{2\rho_0 c_s^3(\omega)}\omega^{3/2},$$

где $\left(\frac{\alpha_s}{\omega}\right)_{\text{ст}} = \frac{\omega\eta_s}{2\rho_0 c_s^3}$ – стоксовое значение коэффициента поглощения, выраженное через статический коэффициент сдвиговой вязкости,

$$R = -\sum_{i=\text{f},\text{s}}\left(\frac{\tau_{0i}}{2}\right)^{3/2}\frac{n_i^2\sigma_i^3}{30\pi}\int_0^\infty r\frac{\partial\Phi_i}{\partial r}\int_0^\infty\frac{\partial g_i(r_1)}{\partial r_1}r_1 d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r} -$$
$$-\left(\frac{\tau_{0\text{f}}}{2}\right)^{3/2}\frac{n_\text{f}^2\sigma_\text{f}^3}{90\pi}\int_0^\infty r\frac{\partial\Phi_\text{f}}{\partial r}\int_0^\infty\frac{\mu_0}{\beta_\text{f}}(\mathbf{m}\nabla)\frac{\partial H}{\partial\upsilon}\frac{\partial g_\text{f}(r_1)}{\partial r_1}r_1 d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}.$$

В пределе высоких частот, когда $\omega \to \infty$, учитывая (3.9), (3.10) в (5.8), имеем:

$$c_s^2 = \frac{1}{\rho_0}\left(\mu_\infty + \mu_0 M_0 H_0 \cos^2 \vartheta\right),$$

$$\frac{\alpha_s}{\omega} = \frac{\mu_\infty}{2\rho_0 c_s^3}.$$

Как видно, при низких частотах скорость распространения и коэффициент поглощения сдвиговых волн изменяются по закону $\omega^{3/2}$, совпадающему с результатами нелокально-диффузионной теории [322]. При высоких частотах c_s и α_s / ω перестают зависеть от частоты и стремятся к своим постоянным значениям.

В ньютоновской вязкой жидкости сдвиговые волны быстро затухают и поглощение на длине волны равно большому значению $\alpha\lambda = 2\pi$. Реальные жидкости не в полной мере являются ньтоновыми, при приложении мгновенных напряжений они проявляют эффект упругости формы. Согласно вязкоупругой модели Максвелла при низких частотах сдвиговая упругость на фоне текучести незначительна и ею можно пренебречь. При высоких частотах основную роль играет упругость формы и жидкость ведет себя как аморфное твердое тело. Следовательно, в вязкоупругой жидкости реологическое уравнение имеет более сложную форму и частотная зависимость коэффициента поглощения на длине волны $\alpha\lambda$ становится сложной.

Из выражения (5.8) в отсутствии внешнего магнитного поля для поглощения, приходящегося на одну длину волны, имеем

$$\alpha\lambda = \pi\omega\frac{\eta_s}{\mu}.$$

При низких частотах в среде Максвелла $\omega\eta_s / \mu >> 1$, следовательно поглощение на длине волны $\alpha\lambda >> \pi$. При высоких частотах сдвиговый модуль упругости стремится к предельному высокочастотному значению, а сдвиговая вязкость к нулю, следовательно, поглощение на длине волны мало $\alpha\lambda << 1$ и сдвиговая волна может проникнуть в жидкость на глубину, равную нескольким длинам волн.

Подставляя выражения (3.5) и (3.6) в (5.8), определяем явные динамические выражения для $c_{\mathrm{s}}(\omega)$ и $\alpha_{\mathrm{s}}(\omega)$ в следующем виде:

$$c_{\mathrm{s}}^2(\omega)=\sum_{\mathrm{i=f,s}}\frac{N_A}{n_{\mathrm{i}}M_{\mathrm{i}}}\left(\sum_{\mathrm{i=f,s}}\frac{n_{\mathrm{i}}kT(\omega\tau_{1\mathrm{i}})^2}{1+(\omega\tau_{1\mathrm{i}})^2}+\sum_{\mathrm{i=f,s}}\frac{n_{\mathrm{i}}^2\sigma_{\mathrm{i}}^3\omega}{120\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\partial\Phi_{\mathrm{i}}}{\partial r}d\mathbf{r}\times\right.$$
$$\times\int_{-\infty}^{\infty}G_{2\mathrm{i}}(r,r_1,\omega)\frac{\partial g_{\mathrm{i}}}{\partial r_1}d\mathbf{r}_1+\frac{n_{\mathrm{f}}^2\sigma_{\mathrm{f}}^3\omega}{360\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\partial\Phi_{\mathrm{f}}}{\partial r}d\mathbf{r}\int_{-\infty}^{\infty}G_{2\mathrm{f}}(r,r_1,\omega)\times$$
$$\left.\times\frac{\mu_0}{\beta_{\mathrm{f}}}(\mathbf{m}\nabla)\frac{\partial H_0}{\partial\upsilon}\frac{\partial g_{\mathrm{f}}}{\partial r_1}d\mathbf{r}_1+\mu_0M_0H_0\cos^2\vartheta\right),\qquad(5.9)$$
$$\alpha_{\mathrm{s}}(\omega)=\frac{\omega^2}{2c_s^3(\omega)}\sum_{\mathrm{i=f,s}}\frac{N_A}{n_{\mathrm{i}}M_{\mathrm{i}}}\left(\sum_{\mathrm{i=f,s}}\frac{n_{\mathrm{i}}kT\tau_{1\mathrm{i}}}{1+(\omega\tau_{1\mathrm{i}})^2}+\sum_{\mathrm{i=f,s}}\frac{n_{\mathrm{i}}^2\sigma_{\mathrm{i}}^3}{120\pi}\int_0^{\infty}\frac{\partial\Phi_{\mathrm{i}}}{\partial r}\int_0^{\infty}G_{1\mathrm{i}}(r,r_1,\omega)\times\right.$$
$$\left.\times\frac{\partial g_{\mathrm{i}}(r_1)}{\partial r_1}d\mathbf{r}_1d\mathbf{r}+\frac{n_{\mathrm{f}}^2\sigma_{\mathrm{f}}^3}{360\pi}\int_0^{\infty}\frac{\partial\Phi_{\mathrm{f}}}{\partial r}\int_0^{\infty}G_{1\mathrm{f}}(r,r_1,\omega)\frac{\mu_0}{\beta_{\mathrm{f}}}(\mathbf{m}\nabla)\frac{\partial H_0}{\partial\upsilon}\frac{\partial g_{\mathrm{f}}(r_1)}{\partial r_1}d\mathbf{r}_1d\mathbf{r}\right).$$

Видно, что учет соответствующих парциальных сдвигового модуля упругости и коэффициента сдвиговой вязкости позволяет учитывать вклад соответствующих подсистем и влияние внешнего магнитного поля на изменение скорости и коэффициента поглощения сдвиговых волн в магнитной жидкости.

Далее, учитывая в (5.9) выражения для потенциальных энергий взаимодействия (3.11), (3.12), а также выражения для радиальных функций распределения (3.14), приведем выражения для скорости распространения и коэффициента поглощения сдвиговых волн к следующему виду:

$$c_{\mathrm{s}}^2(\omega)=\sum_{\mathrm{i=f,s}}\frac{N_A}{n_{\mathrm{i}}M_{\mathrm{i}}}\left(\sum_{\mathrm{i=f,s}}\frac{n_{\mathrm{i}}kT(\omega\tau_{1\mathrm{i}})^2}{1+(\omega\tau_{1\mathrm{i}})^2}+\sum_{\mathrm{i=f,s}}\frac{4\varepsilon_{\mathrm{i}}n_{\mathrm{i}}^2\sigma_{\mathrm{i}}^3\omega}{kT}I_{\mathrm{i}}+\mu_0M_0H_0\cos^2\vartheta\right),$$
$$\alpha_{\mathrm{s}}(\omega)=\frac{\omega^2}{2c_s^3(\omega)}\sum_{\mathrm{i=f,s}}\frac{N_A}{n_{\mathrm{i}}M_{\mathrm{i}}}\left(\sum_{\mathrm{i=f,s}}\frac{n_{\mathrm{i}}kT\tau_{1\mathrm{i}}}{1+(\omega\tau_{1\mathrm{i}})^2}+\sum_{\mathrm{i=f,s}}\frac{4\varepsilon_{\mathrm{i}}n_{\mathrm{i}}^2\sigma_{\mathrm{i}}^3}{kT}J_{\mathrm{i}}\right),\qquad(5.10)$$

где интегралы I_{i} и J_{i} определены выражениями (3.16) и (3.17).

Для более подробного анализа частотной зависимости скорости распространения и коэффициента поглощения сдвиговых волн в магнитных жидкостях на основе (5.10) проведены численные расчеты. Результаты

численных расчетов для магнитной жидкости на основе керосина с частицами Fe_3O_4 при $\sigma_s = 0.43$ нм, $\sigma_f = 5$ нм, $\varepsilon_s = 0.6kT$, $\varepsilon_f = 0.37kT$, $\varepsilon = 2.1$, $p = 8.3 \cdot 10^{-30}$ Кл·м, $m = 10^{-20}$ Дж/Тл, $T = 293$ К и $H_0 = 0$ приведены на рисунках 38 а), б).

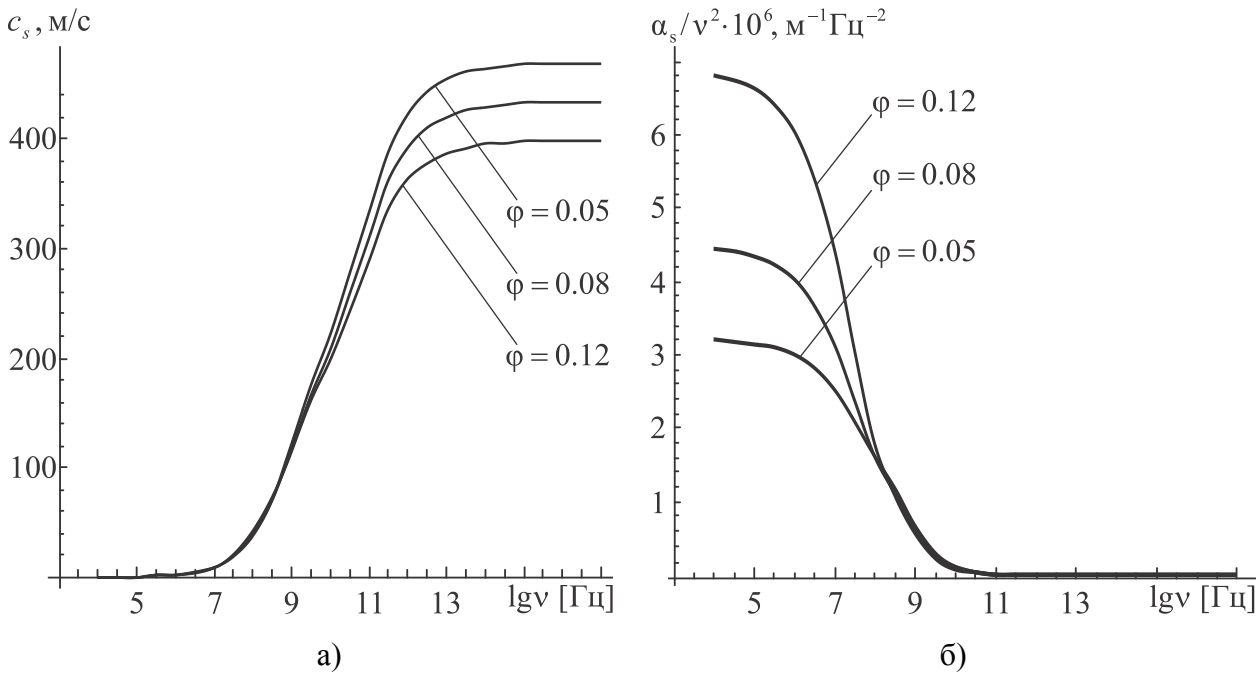


Рис. 38. Зависимости скорости распространения – а) и коэффициента поглощения – б) сдвиговых волн от частоты в магнитной жидкости на основе керосина.

Из рисунков 38 видно, что частотная зависимость скорости и коэффициента поглощения сдвиговых волн наблюдается в широком интервале изменения частот. Согласно релаксационной теории дисперсия скорости в жидкостях состоит из двух декад. Однако в наших расчетах дисперсия скорости и коэффициента поглощения, являясь широкой, составляет более четырех декад, что является следствием медленного затухания функции Грина $G_{(1,2)\mathrm{i}}(r, r_1, \omega)$ по степенному закону $t^{-3/2}$.

В [323] акустическим методом в магнитной жидкости на основе додекана с плотностью $\rho = 1135$ кг/м^3 при частоте 5 МГц для скорости и коэффициента поглощения сдвиговых волн были получены следующие

значения: $c_s = 11.8$ м/с, $\alpha / \nu^2 = 5 \cdot 10^{-13}$ м$^{-1}$Гц$^{-2}$. Согласно нашим расчетам в магнитной жидкости на основе керосина при $\nu = 5$ МГц, $T = 293$ К, $H = 0$, $\varphi = 0.08$ скорость сдвиговых волн $c_s = 2.01$ м/с, а коэффициент поглощения $\alpha / \nu^2 = 4.35 \cdot 10^{-6}$ м$^{-1}$Гц$^{-2}$.

Из вышеизложенного следует, что основываясь на уравнении движения магнитной жидкости и уравнении намагниченности с использованием аналитических выражений для коэффициента сдвиговой вязкости и модуля упругости, полученных на основе неравновесной статистической теории, можно всесторонне исследовать явление распространения и поглощения сдвиговых волн в магнитных жидкостях. Зависимости скорости и коэффициента поглощения сдвиговых волн от частоты внешнего возмущения показывают качественное их согласие с поведением скорости и коэффициента поглощения звуковых волн, и представляют интерес при экспериментальных исследований сдвиговых мод.

5.2. Распространение магнитозвуковых волн в магнитных жидкостях

Для исследования процессов распространения магнитозвуковых волн в магнитной жидкости воспользуемся линеаризованным уравнением движения и намагниченности, приведенным в виде (5.3).

Учитывая в (5.3) связь вектора смещения $\mathbf{u} = \mathbf{u}(\mathbf{q}, t)$ с вектором скорости смещения $\boldsymbol{\upsilon} = d\mathbf{u}(\mathbf{q}, t) / dt$, и в линейном приближении для переменных системы, принимая их решения пропорциональными $\exp[-i(\omega t - \mathbf{kq})]$, получим [324, 325]:

$$(\rho_0\omega^2-\tilde{\mu}(\omega)k^2)u^\alpha-\left(\tilde{K}(\omega)+\frac{1}{3}\tilde{\mu}(\omega)\right)k^\alpha(\mathbf{k}\cdot\mathbf{u})+i\frac{\mu_0}{\chi}(\mathbf{k}\cdot\mathbf{M}_0)M^\alpha=0,$$
$$M^\alpha-i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{M}_0)u^\alpha=0, \qquad (5.11)$$

где $\chi=M_0/H_0$ – магнитная восприимчивость.

Для дальнейшего расчета декартовую систему координат выбираем так, чтобы внешнее магнитное поле $\mathbf{H}_0$ было направлено вдоль оси Oz, а волновой вектор $\mathbf{k}$ лежал на плоскости Oyz, образуя угол ϑ с осью Oz. В этом случае система уравнений (5.11) принимает вид

$$\left(\rho_0\omega^2-\tilde{\mu}(\omega)k^2\right)u_x+i\frac{\mu_0}{\chi}M_0k_zM_x=0,$$
$$iM_x+M_0k_zu_x=0, \qquad (5.12)$$

$$\left(\rho_0\omega^2-\tilde{\mu}(\omega)k^2\right)u_y-\left(\tilde{K}(\omega)+\frac{\tilde{\mu}(\omega)}{3}\right)\left(k_y^2u_y+k_yk_zu_z\right)+i\frac{\mu_0}{\chi}M_0k_zM_y=0,$$
$$\left(\rho_0\omega^2-\tilde{\mu}(\omega)k^2\right)u_z-\left(\tilde{K}(\omega)+\frac{\tilde{\mu}(\omega)}{3}\right)\left(k_yk_zu_y+k_z^2u_z\right)+i\frac{\mu_0}{\chi}M_0k_zM_z=0, \qquad (5.13)$$
$$iM_y+M_0k_zu_y=0,$$
$$iM_z+M_0k_zu_z=0.$$

Видно, что система (5.11) подразделяется на две группы независимых уравнений (5.12) и (5.13). Первая система уравнений описывает возмущение компонентов векторов смещения и намагниченности в направлении оси *x*, перпендикулярной волновому вектору. Из них получим следующее дисперсионное уравнение, которое описывает распространение модифицированных сдвиговых волн в магнитной жидкости:

$$\rho_0\omega^2-\left(\tilde{\mu}(\omega)+\mu_0M_0H_0\cos^2\vartheta\right)k^2=0.$$

Очевидно, решение этого уравнения дает выражения (5.8) для скорости $c_s(\omega)$ и коэффициента поглощения $\alpha_s(\omega)$ сдвиговых волн в магнитной жидкости. Из первого выражения (5.8) видно, что в предельном случае, при $\omega\to 0$ сдвиговый модуль упругости $\mu(\omega)=0$, следовательно, получим скорость волны альфвеновского типа: $c_A=(\mu_0MH\cos^2\vartheta/\rho_0)^{1/2}$. При высоких

частотах, когда $\omega \to \infty$ $\mu(\omega)/\rho_0 >> c_A$, соответственно, получим обычную сдвиговую волну в вязкоупругой магнитной жидкости, маскирующую волны альфвеновского типа [326].

Далее, приравняв определитель системы уравнений (5.13) к нулю, получим биквадратное уравнение, решая которое, для спектра частот быстрой и медленной магнитозвуковых волн имеем:

$$\omega_1^2 = \frac{1}{\rho_0}\left(\tilde{K}(\omega) + \frac{4}{3}\tilde{\mu}(\omega) + \mu_0 MH\cos^2\vartheta\right)k^2, \tag{5.14}$$

$$\omega_2^2 = \frac{1}{\rho_0}\left(\tilde{\mu}(\omega) + \mu_0 MH\cos^2\vartheta\right)k^2. \tag{5.15}$$

Составляя из (5.13) матрицу, видим, что амплитуды возмущений величин u_y, u_z M_y, M_z образуют собственные векторы этой матрицы [187, 206], которые имеют вид:

$$\mathbf{r}_1 = \left(-A\sec\vartheta\tan\vartheta, -A\sec\vartheta, \tan\vartheta, 1\right),$$

$$\mathbf{r}_2 = \left(B\csc\vartheta, -B\sec\vartheta, -\cot\vartheta, 1\right),$$

где

$$A = \frac{1}{2kM_0}\left(1 - a + b + \sqrt{(1-a+b)^2 + 4k^2\mu_0 M_0 H_0\cos^2\vartheta}\right),$$

$$B = \frac{1}{2kM_0}\left(1 - a + \sqrt{(a-1)^1 + 4k^2\mu_0 M_0 H_0\cos^2\vartheta}\right),$$

$$a = \rho_0\omega^2 - \tilde{\mu}(\omega)k^2,\ b = \left(\tilde{K}(\omega) + \frac{\tilde{\mu}(\omega)}{3}\right)k^2.$$

Из значения компонентов вектора состояния быстрых магнитозвуковых волн $\mathbf{r}_1$ видно, что $u_y / u_z = M_y / M_z = \sin\vartheta / \cos\vartheta$, т.е. возмущение векторов смещения и намагниченности в быстрой магнитозвуковой волне происходит в направлении параллельном волновому вектору. Следовательно быстрая магнитозвуковая волна является продольной.

В медленной магнитозвуковой волне все компоненты собственного вектора $\mathbf{r}_2$ отличны от нуля и возмущение компонентов векторов смещения и намагниченности происходит как в направлении оси y, так и оси z, следовательно, медленная магнитозвуковая волна является плоскополяризованной и продольно-поперечной.

Согласно (5.15) для медленной волны получилось такое же выражение, как и для сдвиговой волны, но в этом случае осцилляции переменных происходят в другой плоскости.

Теперь рассмотрим быструю магнитозвуковую волну. Решая уравнение (5.14) относительно реальной и мнимой частей волнового числа для скорости $c(\omega)$ и коэффициента поглощения $\alpha(\omega)$ быстрых магнитозвуковых волн в магнитной жидкости, получим следующие выражения:

$$\begin{aligned} c^2(\omega) &= \frac{1}{\rho_0}\left(K_0 + K(\omega) + \frac{4}{3}\mu(\omega) + \mu_0 M_0 H_0 \cos^2\vartheta \right), \\ \alpha(\omega) &= \frac{\omega^2}{2\rho_0 c^3(\omega)}\left(\eta_{\mathrm{v}}(\omega) + \frac{4}{3}\eta_{\mathrm{s}}(\omega) \right). \end{aligned} \tag{5.16}$$

С учетом аналитических выражений (3.5) и (3.6) для коэффициентов вязкости и модулей упругости выражения для скорости $c(\omega)$ и коэффициента поглощения $\alpha(\omega)$ примут вид

$$\begin{aligned} c^2(\omega) = {} & \frac{K_{0\mathrm{s}} K_{0\mathrm{f}}}{K_{0\mathrm{f}}(1-\varphi) + K_{0\mathrm{s}}\varphi} + \sum_{\mathrm{i=f,s}} \frac{N_A}{n_{\mathrm{i}} M_{\mathrm{i}}} \left(\sum_{\mathrm{i=f,s}} \frac{4}{3} \frac{n_{\mathrm{i}} kT(\omega\tau_{1\mathrm{i}})^2}{1+(\omega\tau_{1\mathrm{i}})^2} + \sum_{\mathrm{i=f,s}} \frac{n_{\mathrm{i}}^2 \sigma_{\mathrm{i}}^3 \omega}{24\pi} \times \right. \\ & \times \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial \Phi_{\mathrm{i}}(r)}{\partial r} \int_{-\infty}^{\infty} G_{2\mathrm{i}}(r, r_1, \omega) \left(\frac{\varphi_{\mathrm{i}}^*(r_1)}{r_1} + \frac{4}{15} \frac{\partial g_{\mathrm{i}}(r_1)}{\partial r_1} \right) d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r} + \frac{n_{\mathrm{f}}^2 \sigma_{\mathrm{f}}^3 \omega}{120\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial \Phi_{\mathrm{f}}(r)}{\partial r} d\mathbf{r} \times \\ & \left. \times \int_{-\infty}^{\infty} G_{2\mathrm{f}}(r, r_1, \omega) \frac{\mu_0}{\beta_{\mathrm{f}}} (\mathbf{m}\nabla) \frac{\partial H}{\partial \upsilon} \frac{\partial g_{\mathrm{f}}(r_1)}{\partial r_1} d\mathbf{r}_1 + \mu_0 M_0 H_0 \cos^2\vartheta \right), \end{aligned} \tag{5.17}$$

$$\alpha(\omega)=\frac{\omega^2}{c^3(\omega)}\sum_{\mathrm{i=f,s}}\frac{N_A}{n_\mathrm{i}M_\mathrm{i}}\left(\frac{2}{3}\sum_{\mathrm{i=f,s}}\frac{n_\mathrm{i}kT\tau_{1\mathrm{i}}}{1+(\omega\tau_{1\mathrm{i}})^2}+\sum_{\mathrm{i=f,s}}\frac{n_\mathrm{i}^2\sigma_\mathrm{i}^3}{48\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\partial\Phi_\mathrm{i}(r)}{\partial r}d\mathbf{r}\times\right.$$

$$\times\int_{-\infty}^{\infty}G_{1\mathrm{i}}(r,r_1,\omega)\left(\frac{\varphi_\mathrm{i}^*(r_1)}{r_1}+\frac{4}{15}\frac{\partial g_\mathrm{i}(r_1)}{\partial r_1}\right)d\mathbf{r}_1+\frac{n_\mathrm{f}^2\sigma_\mathrm{f}^3\omega}{240\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\partial\Phi_\mathrm{f}(r)}{\partial r}d\mathbf{r}\times \tag{5.18}$$

$$\left.\times\int_{-\infty}^{\infty}G_{1\mathrm{f}}(r,r_1,\omega)\frac{\mu_0}{\beta_\mathrm{f}}(\mathbf{m}\nabla)\frac{\partial H}{\partial\upsilon}\frac{\partial g_\mathrm{f}(r_1)}{\partial r_1}d\mathbf{r}_1\right).$$

Теперь, учитывая в (5.17) и (5.18) выражения для потенциальных энергий взаимодействия и радиальных функций распределения (3.11)–(3.14), приведем их к следующему виду:

$$c^2(\omega)=\frac{K_{0\mathrm{s}}K_{0\mathrm{f}}}{K_{0\mathrm{f}}(1-\varphi)+K_{0\mathrm{s}}\varphi}+\sum_{\mathrm{i=f,s}}\frac{N_A}{n_\mathrm{i}M_\mathrm{i}}\mu_0MH\cos^2\vartheta+$$

$$+\sum_{\mathrm{i=f,s}}\frac{N_A}{n_\mathrm{i}M_\mathrm{i}}\left[\sum_{\mathrm{i=f,s}}\left(\frac{4}{3}\frac{n_\mathrm{i}kT(\omega\tau_{1\mathrm{i}})^2}{1+(\omega\tau_{1\mathrm{i}})^2}+\frac{\varepsilon_\mathrm{i}n_\mathrm{i}^2\sigma_\mathrm{i}^3\omega}{kT}\Psi_{1\mathrm{i}}\right)\right., \tag{5.19}$$

$$\alpha(\omega)=\frac{\omega^2}{c^3(\omega)}\sum_{\mathrm{i=f,s}}\frac{N_A}{n_\mathrm{i}M_\mathrm{i}}\left(\frac{2}{3}\sum_{\mathrm{i=f,s}}\frac{n_\mathrm{i}kT\tau_{1\mathrm{i}}}{1+(\omega\tau_{1\mathrm{i}})^2}+\sum_{\mathrm{i=f,s}}\frac{\varepsilon_\mathrm{i}n_\mathrm{i}^2\sigma_\mathrm{i}^3}{kT}\Psi_{2\mathrm{i}}\right),$$

где

$$\begin{Bmatrix}\Psi_{1\mathrm{s}}\\ \Psi_{2\mathrm{s}}\end{Bmatrix}=\int_0^{\infty}(r^{-5}-2r^{-11})dr\int_0^{r}\begin{Bmatrix}G_{2\mathrm{s}}(r,r_1,\omega)\\ G_{1\mathrm{s}}(r,r_1,\omega)\end{Bmatrix}y_\mathrm{s}(\rho^*)\exp\left[-\frac{\Phi_\mathrm{s}^{\mathrm{L-J}}}{kT}\right]\times$$

$$\times\left[\left(\frac{64\pi\varepsilon_\mathrm{s}}{5}\left((36-5\gamma_\mathrm{s})r_1^{-11}-(18-5\gamma_\mathrm{s})r_1^{-5}\right)+\frac{8p^2(4+5a_\mathrm{s})}{5\varepsilon\varepsilon_0\sigma_\mathrm{s}^3a_\mathrm{s}r_1^2}-\right.\right.$$

$$\left.\left.-\left(\gamma_\mathrm{s}+y_\mathrm{s}'\right)16\pi kTr\right)\frac{\mathrm{sh}a_\mathrm{s}}{a_\mathrm{s}}+\left(16\pi\gamma_\mathrm{s}kTa_\mathrm{s}r_1-\frac{72p^2}{5\varepsilon\varepsilon_0\sigma_\mathrm{s}^3r_1^2}\right)\frac{\mathrm{ch}a_\mathrm{s}}{a_\mathrm{s}}\right]dr_1,$$

$$\begin{Bmatrix}\Psi_{1\mathrm{f}}\\ \Psi_{2\mathrm{f}}\end{Bmatrix}=\int_0^{\infty}(r^{-5}-2r^{-11})dr\int_0^{r}\begin{Bmatrix}G_{2\mathrm{f}}(r,r_1,\omega)\\ G_{1\mathrm{f}}(r,r_1,\omega)\end{Bmatrix}\exp\left[-\frac{\Phi_\mathrm{f}^{\mathrm{L-J}}}{kT}\right]\left[\left(\left(\frac{1152\pi\varepsilon_\mathrm{f}}{5}\times\right.\right.\right.$$

$$\times(2r_1^{-11}-r_1^{-5})+\frac{72\mu_0m^2}{5\sigma_\mathrm{f}^3a_\mathrm{f}r_1^2}\Bigg)\left(1+\frac{\mu_0mH\tau_{0\mathrm{f}}}{3\beta_\mathrm{f}l^2}\right)-16\pi\gamma_\mathrm{f}\left(4\varepsilon_\mathrm{f}(r_1^{-11}-r_1^{-5})+\right.$$

$$\left.+kTr\right)\frac{\mathrm{sh}a_\mathrm{f}}{a_\mathrm{f}}+\left(16\pi\gamma_\mathrm{f}kTa_\mathrm{f}r_1-\frac{72\mu_0m^2}{5\sigma_\mathrm{f}^3r_1^2}\left(1+\frac{\mu_0mH\tau_{0\mathrm{f}}}{3\beta_\mathrm{f}l^2}\right)\right)\frac{\mathrm{ch}a_\mathrm{f}}{a_\mathrm{f}}\Bigg]dr_1.$$

Далее, на основе (5.19) были проведены численные расчеты частотных зависимостей скорости распространения и коэффициента поглощения звуковых волн в магнитных жидкостях на основе керосина и воды. На рисунках 39 а), б) представлены результаты расчетов частотной зависимости скорости звука в магнитных жидкостях на основе керосина и воды с частицами Fe_3O_4 при $T = 293$ К.

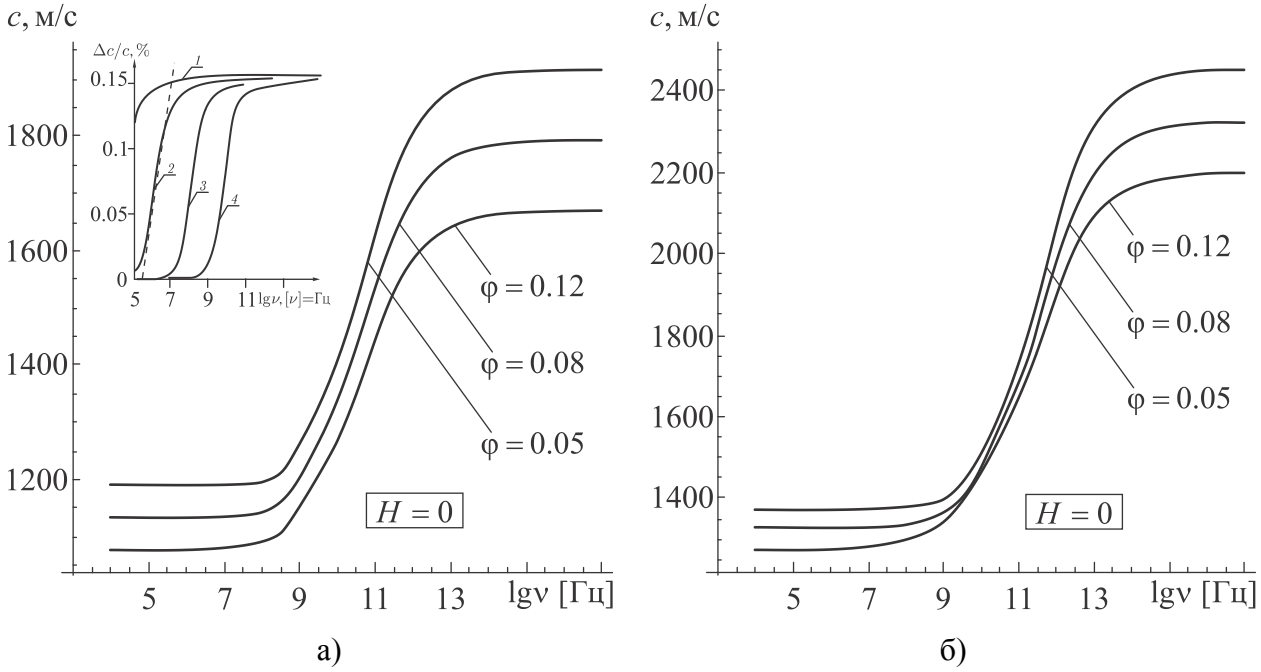


Рис. 39. Зависимости скорости звука от частоты внешнего воздействия в магнитной жидкости на основе: а) – керосина, б) – воды. На фоне рисунка 38 а) приведены результаты работы [131].

На фоне рисунка 39 а) для сравнения приведены результаты работы [131]. Как видно из рисунков, область дисперсии скорости быстрых магнитозвуковых волн, как и сдвиговых волн является широкой, составляя более четырех декад, то есть, дисперсия скорости продольных волн тоже подчиняется диффузионному механизму релаксации, рассмотренному в [232]. Проведенные расчеты зависимости скорости звука в магнитных жидкостях находятся в качественном согласии с результатами [131, 327, 328].

На рисунках 40 а), б) продемонстрированы результаты численных расчетов зависимости коэффициента поглощения от частоты для магнитных жидкостей на основе керосина и воды. Расчеты проведены в отсутствии внешнего магнитного поля при трех значениях фиксированной концентрации $\varphi = 0.05$, $\varphi = 0.08$, $\varphi = 0.12$.

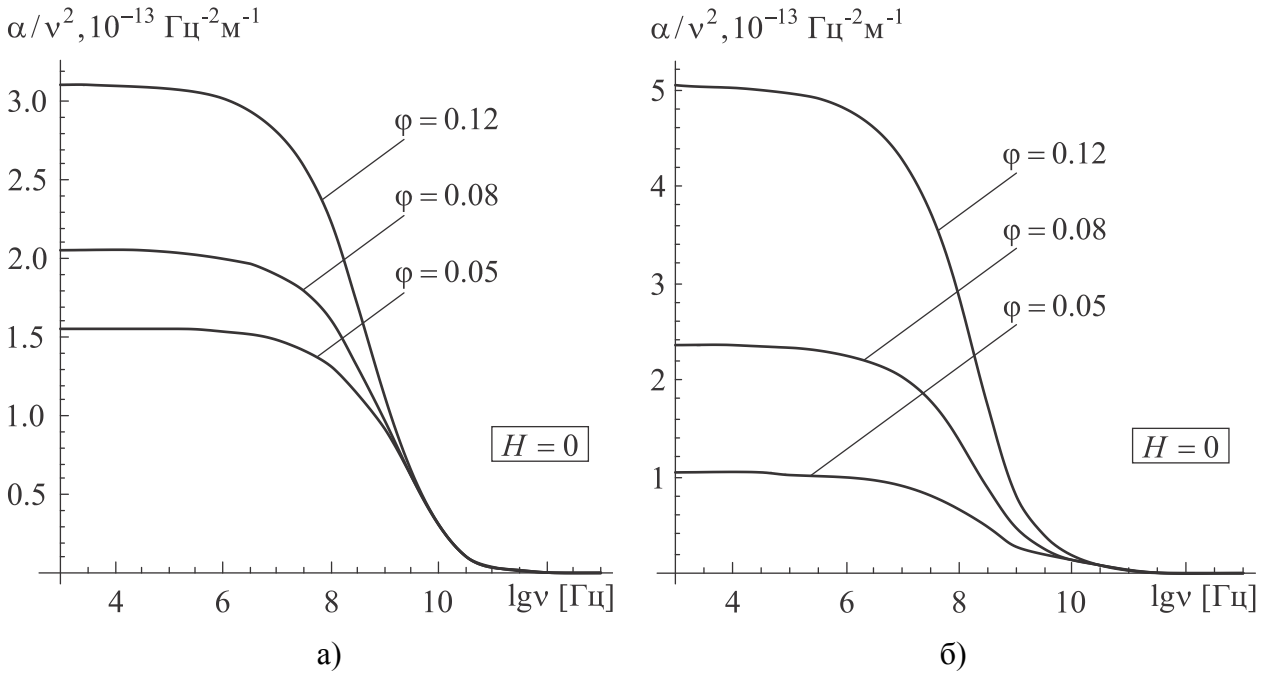


Рис. 40. Зависимости коэффициента поглощения звука от частоты внешнего воздействия в магнитной жидкости на основе: а) – керосина, б) – воды.

С увеличением частоты коэффициент поглощения в обеих магнитных жидкостях стремительно уменьшается, причем как и скорости для коэффициента поглощения, область частотной дисперсии является широкой. Результаты теоретических расчетов находятся в качественном согласии с результатами работ [131, 152, 329, 330].

5.3. Зависимости скорости распространения и коэффициента поглощения акустических волн от концентрации, температуры и магнитного поля в магнитных жидкостях

Первоначальные измерения по концентрационной зависимости акустических параметров в магнитных жидкостях не были однозначными, также считалось что их температурная зависимость определяется характеристиками жидкости-носителя. Что касается результатов исследования влияния магнитного поля на акустические параметры магнитных жидкостей, то и в этом случае из-за сложности построения полноценной модели среды и выбора критериев применения модели, у разных исследователей получены результаты, сильно отличающиеся друг от друга [161].

Поэтому, всестороннее исследование скорости распространения и коэффициента поглощения акустических волн в магнитных жидкостях в зависимости от термодинамических параметров состояния системы все еще остается актуальной задачей.

На основе выражения (5.10) проведены численные расчеты зависимости скорости и коэффициента поглощения сдвиговых волн от значения внешнего магнитного поля при объемной концентрации $\varphi = 0.05$ и двух значениях фиксированной частоты $\nu = 10^6$ Гц и $\nu = 10^9$ Гц. Результаты расчетов изображены на рисунках 41 а) и б).

Согласно рисункам с возрастанием напряженности внешнего магнитного поля значения как скорости, так и коэффициента поглощения сдвиговых волн в магнитной жидкости на основе керосина нелинейно увеличиваются.

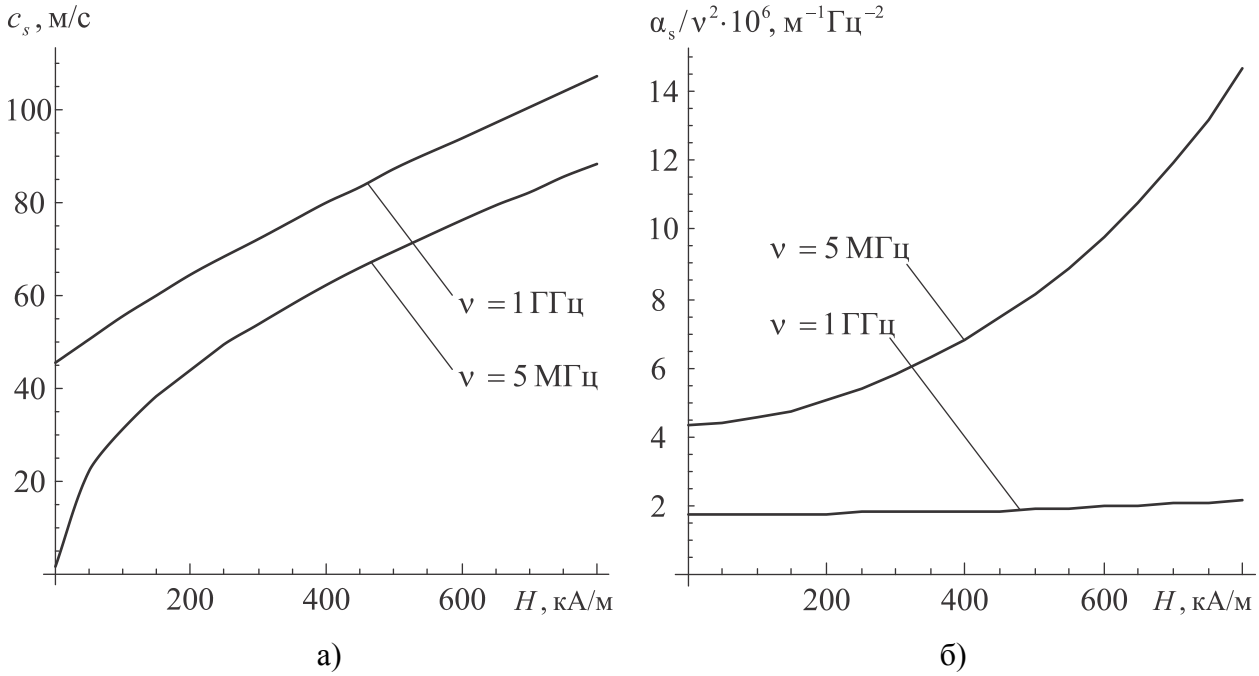


Рис. 41. Зависимости скорости распространения – а) и коэффициента поглощения – б) сдвиговых волн от величины внешнего магнитного поля в магнитной жидкости на основе керосина при $\varphi = 0.05$, $T = 293$ К.

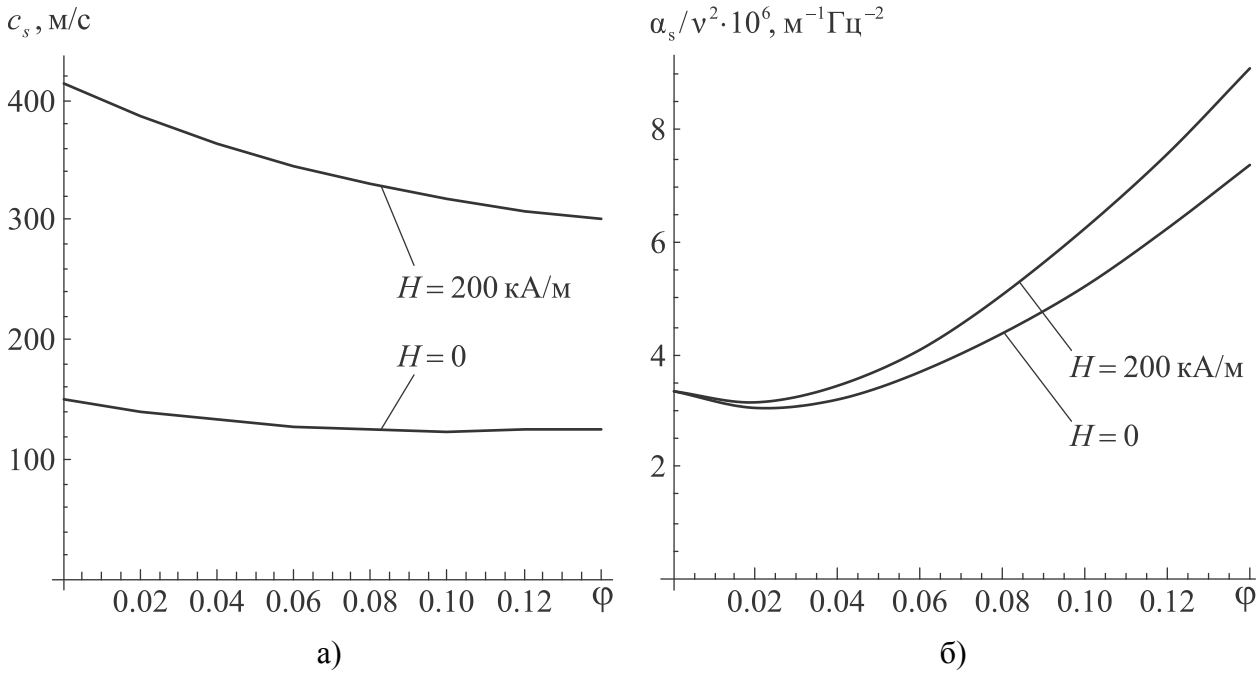


Рис. 42. Зависимости скорости распространения – а) и коэффициента поглощения – б) сдвиговых волн от объемной концентрации магнитных частиц в магнитной жидкости на основе керосина.

На рисунках 42 а), б) представлены результаты численного расчета концентрационной зависимости скорости ($\nu = 10^{10}$ Гц) и коэффициента поглощения ($\nu = 5 \cdot 10^{6}$ Гц) сдвиговых волн в магнитной жидкости на основе керосина в отсутствии магнитного поля и при значении поля $H = 200$ А/м.

Видно, что в начале коэффициент поглощения незначительно уменьшаясь, проходит через минимум и в дальнейшем с ростом концентрации увеличивается. Согласно выражению (12) концентрационная зависимость коэффициента поглощения связана с изменением плотности магнитной жидкости и ее вязкости с концентрацией. При малых концентрациях концентрационная зависимость коэффициента сдвиговой вязкости незначительна и определяющей является зависимость плотности от концентрации. С ростом концентрации коэффициент сдвиговой вязкости нелинейно увеличиваясь, становится определяющим, поэтому при высоких концентрациях наблюдается увеличение коэффициента поглощения. Скорость распространения сдвиговых волн при высоких частотах с увеличением концентрации уменьшается.

К сожалению, в литературе отсутствуют результаты экспериментального исследования скорости и коэффициента поглощения сдвиговых волн в зависимости от параметров системы. Поэтому сравнение полученных результатов с экспериментальными данными становится невозможным.

Концентрационные зависимости скорости распространения и коэффицента поглощения звуковых волн в ненамагниченных магнитных жидкостях на основе керосина и воды изображены на рис. 43.

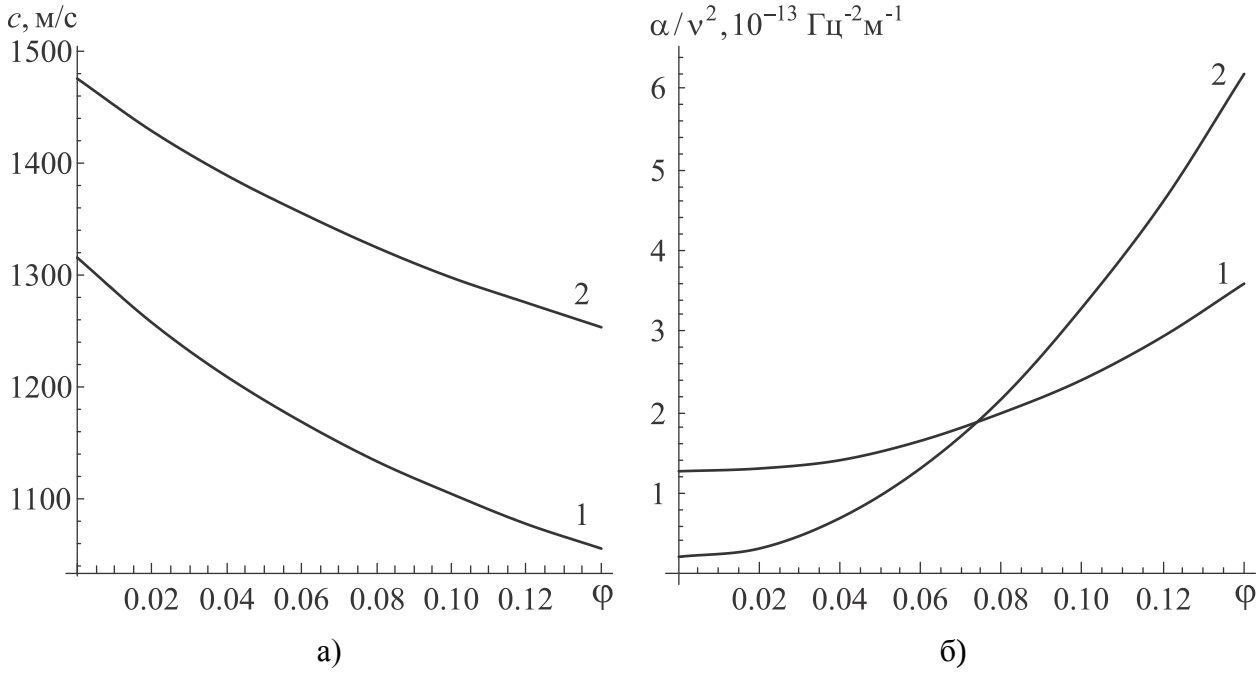


Рис. 43. Зависимости скорости распространения – а) и коэффициента поглощения – б) звуковых волн от объемной концентрации магнитных частиц в магнитных жидкостях на основе керосина – 1 и воды – 2.

Численные расчеты проведены при фиксированных значениях частоты $\nu = 3$ МГц и температуры $T = 293$ К. Видно, что увеличение объемной концентрации магнитных частиц приводит к нелинейному уменьшению скорости распространения звука и увеличению коэффициента поглощения в магнитных жидкостях, что согласуется с экспериментальными данными [131, 144, 145, 150]. На рис. 43 б) при высоких концентрациях в магнитной жидкости на основе воды наблюдается более сильное поглощение звуковой волны, чем в магнитной жидкости на основе керосина. Это связано с тем, что сильная концентрационная зависимость вязкости в магнитной жидкости на основе воды, рассмотренная в параграфе 3.3, приводить к большой потери энергии звуковой волны.

Зависимости скорости распространения и коэффициента поглощения звуковых волн от температуры при фиксированных значениях частоты и объемной концентрации магнитных частиц в магнитной жидкости на основе керосина изображены на рис. 44 а) и б).

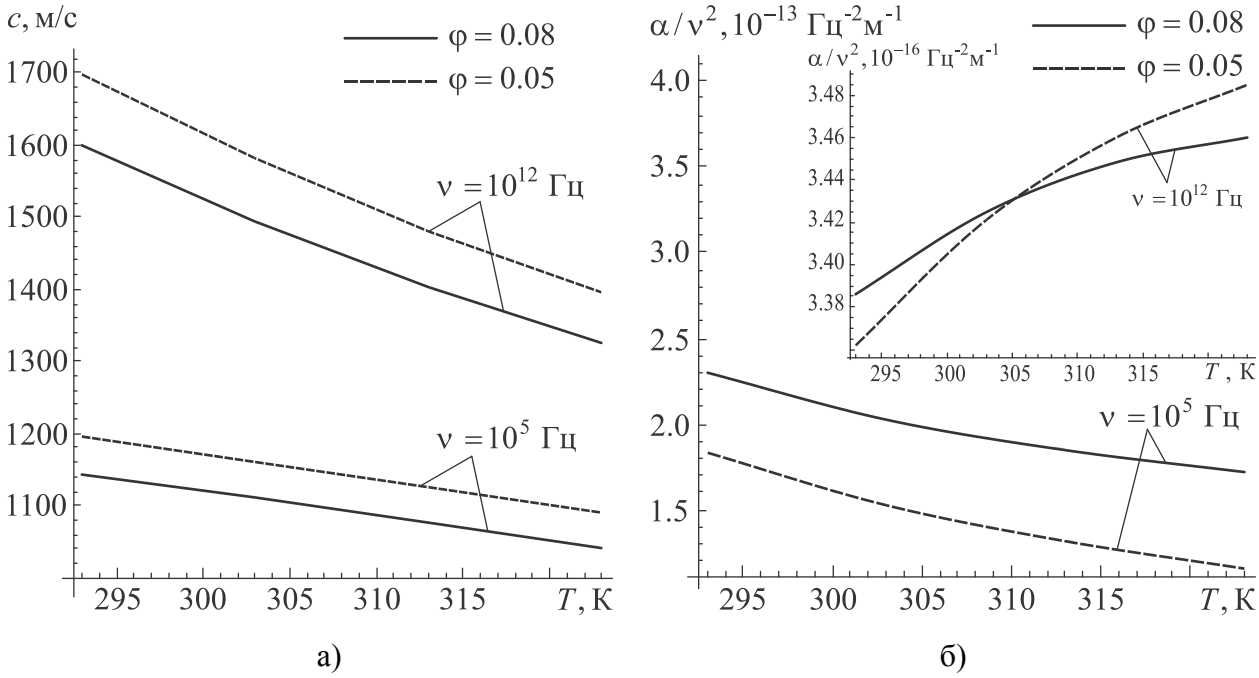


Рис. 44. Зависимости скорости распространения – а) и коэффициента поглощения – б) звуковых волн от температуры в магнитной жидкости на основе керосина.

Расчеты показывают, что скорость распространения звуковых волн в магнитной жидкости на основе керосина при различных значениях концентрации магнетита с повышением температуры уменьшается, что характерно для большинства обычных жидкостей.

Температурная зависимость коэффициента поглощения в соответствии с вторым выражением (5.16) определяется температурной зависимостью скорости распространения акустических волн, плотности и коэффициентов вязкости в магнитных жидкостях. При низких частотах температурная зависимость коэффициента поглощения, в основном, определяется температурной зависимостью коэффициентов объемной и сдвиговой вязкости, следовательно, с повышением температуры уменьшается. При высоких частотах коэффициенты вязкости стремятся к нулю и их температурная зависимость становится незначительной. Соответственно в высокочастотном режиме температурная зависимость коэффициента поглощения в основном определяется температурной зависимостью плотности и скорости

распространения волн и поэтому с ростом температуры поглощение увеличивается.

На рисунках 45 и 46 продемонстрированы результаты вычисления относительного изменения скорости звука $\Delta = (c(\vartheta) - c_0)/c_0$ в зависимости от угла ϑ между волновым вектором и напряженностью внешнего магнитного поля, c_0 – скорость звука в магнитной жидкости в отсутствии магнитного поля.

Согласно [187], в магнитной жидкости на основе воды при $\vartheta = 0°$, $\varphi = 0.039$ и $H = 160$ кА/м в случае равновесной намагниченности относительное изменение скорости звука составляет $\Delta = 0.75 \cdot 10^{-7}$, что на четыре порядка меньше, чем в случае вмороженной намагниченности $\Delta = 1.3 \cdot 10^{-3}$. При этих же значениях концентрации, величины внешнего магнитного поля и частоты $\nu = 10$ МГц относительное изменение скорости звука, вычисленное по формуле (5.19), составило $\Delta = 0.26 \cdot 10^{-3}$.

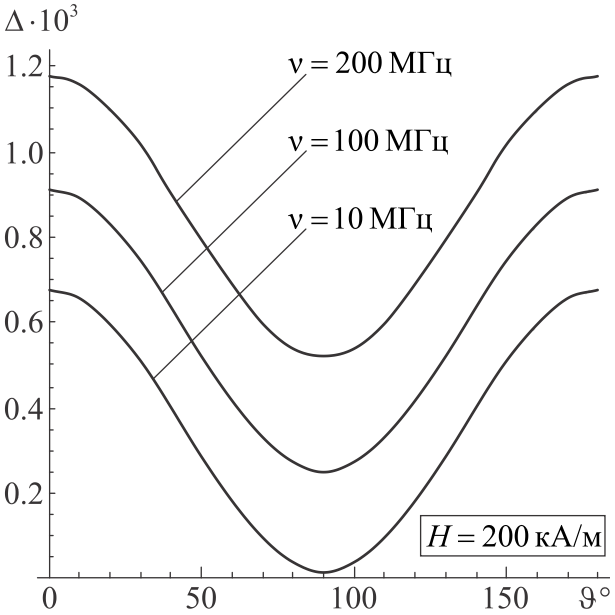


Рис. 45. Анизотропия скорости звука в магнитной жидкости на основе керосина при $\varphi = 0.05$, $T = 293$ К.

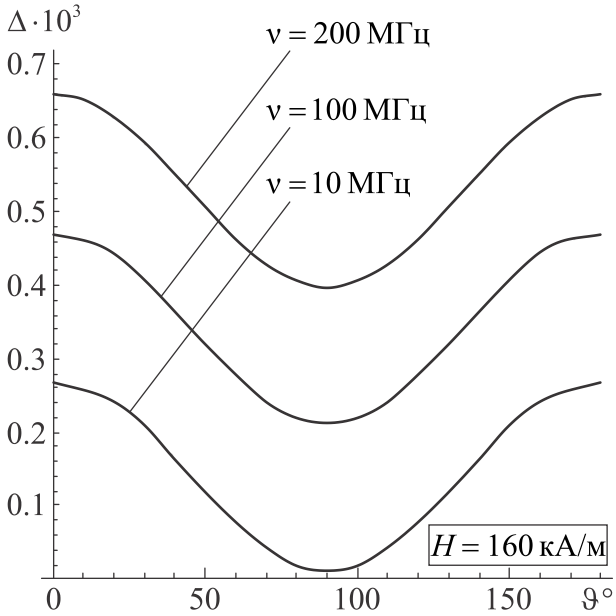


Рис. 46. Анизотропия скорости звука в магнитной жидкости на основе воды при $\varphi = 0.039$, $T = 293$ К.

Результаты численного расчета зависимости $\left(c(H)-c_0\right)/c_0$ от величины внешнего магнитного поля в магнитных жидкостях на основе керосина и воды приведены на рис. 47 а), б). Сплошные кривые вычислены по формуле (5.19) при $\vartheta = 0°$, $\varphi = 0.1$ и $T = 293\,K$. Кружками обозначены результаты работы [172], где в экспериментах использованы магнитные жидкости на основе керосина (HC-50) и воды (W-40), произведенные компанией “Taiho Industries Co., Ltd.” (Япония), с массовой концентрацией 50% и 40%, соответственно. На рисунках при воспроизведении экспериментальных результатов предел ошибок не превышал размер используемых значков.

Обзор существующих теоретических работ позволяет заключить, что при исследовании процессов распространения акустических волн в магнитных жидкостях в основном используются идеальные модели магнитных жидкостей, в большинстве случаев не дающие желаемого результата.

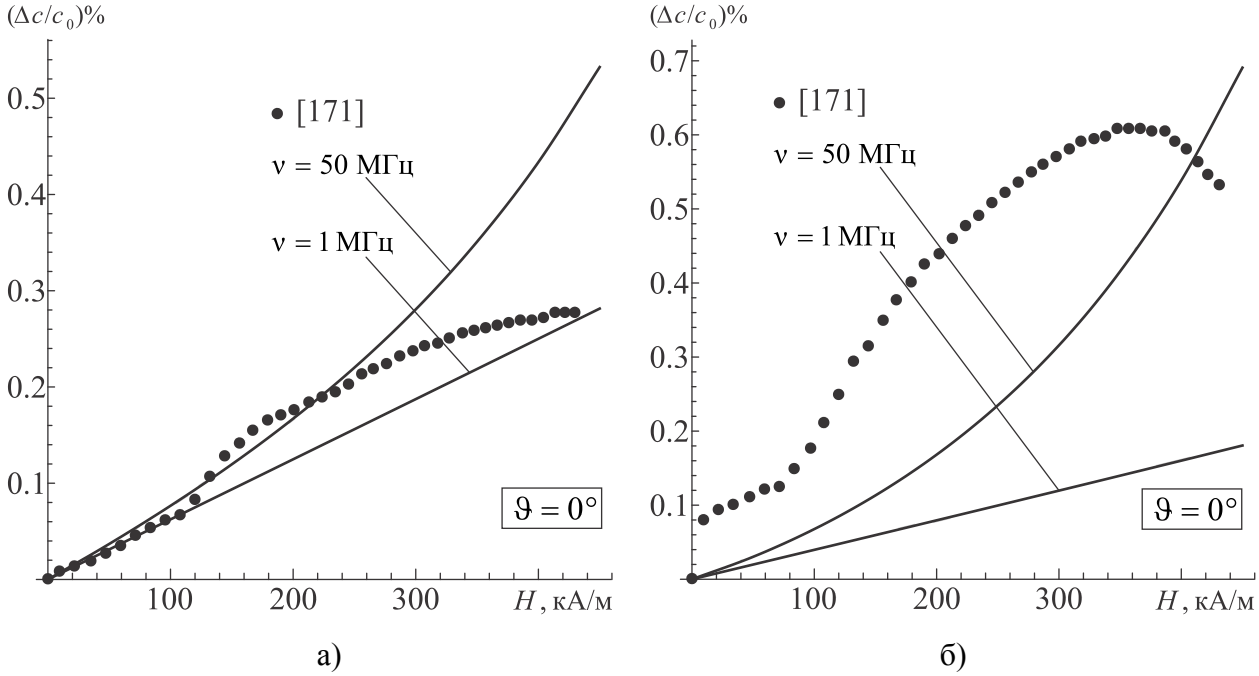


Рис. 47. Зависимости относительного изменения скорости звука в магнитных жидкостей на основе а) – керосина и б) – воды от величины внешнего магнитного поля.

Полученные на основе неравновесной статистической теории динамические выражения для коэффициентов вязкости и модулей упругости

позволяют детально исследовать акустические свойства магнитных жидкостей в широком интервале изменения частоты внешнего воздействия, концентрации твердых магнитных частиц, температуры и величины внешнего магнитного поля, как разбавленных, так и концентрированных магнитных жидкостей.

На основе проведенных численных расчетов установлено, что при использовании модели двухкомпонентной магнитной жидкости с вмороженной намагниченностью полученное аналитическое выражение для скорости распространения быстрых магнитозвуковых волн находится в удовлетворительном согласии с экспериментальными данными и описывает полевую зависимость и анизотропию скорости звука в магнитных жидкостях.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ И ОСНОВНЫЕ ВЫВОДЫ

Диссертационная работа посвящена теоретическому исследованию вязкоупругих и акустических свойств магнитных жидкостей на основе единого метода статистической физики. В рамках исследования получены новые результаты, позволяющие предсказать вязкостные, упругие и акустические свойства магнитных жидкостей, находящихся под действием внешнего магнитного поля. Используемый метод исследования позволет установить взаимосвязь между макроскопическими свойствами и микроструктурой системы, что дает возможность предсказать эти свойства в широком интервале изменения термодинамических параметров состояния и воздействия магнитного поля. Полученные аналитические выражения для коэффициентов вязкости, модулей упругости и акустических параметров описывают динамику изменения свойств магнитной жидкости под действием внешних факторов и позволяют выявить природу релаксационных процессов, протекающих в ней. Полученные результаты дополняют существующие теории и предоставляют возможность оптимизировать экспериментальные результаты, что важно при открытии новых направлений применения магнитных жидкостей.

Основные результаты диссертационной работы:

1. Для выбранных моделей неэлектропроводящей и электропроводящей магнитных жидкостей обобщены кинетические уравнения для одночастичных и двухчастичных функций распределения частиц, учитывающие пространственную корреляцию скорости и корреляцию плотностей.
2. Выведена система уравнений обобщенной гидродинамики для многокомпонентных неэлектропроводящих и электропроводящих магнитных жидкостей, входящие в которые парциальные величины

определены микроскопически посредством одночастичных и двухчастичных функций распределения.

3. Обобщены уравнения Смолуховского для бинарных плотностей частиц многокомпонентных неэлектропроводящих и электропроводящих магнитных жидкостей в конфигурационном пространстве с учетом внешнего магнитного поля, приведены их общие решения, а также проанализированы механизмы релаксационных процессов, происходящих в магнитных жидкостях.
4. Развита и обобщена кинетическая теория вязкоупругих свойств многокомпонентных неэлектропроводящих и электропроводящих магнитных жидкостей, с учетом трансляционной и структурных релаксационных процессов. Получены аналитические выражения для динамических коэффициентов сдвиговой и объемной вязкости и соответствующих им сдвиговый и объемный модулей упругости, выраженных посредством структурных параметров системы.
5. Проанализировано асимптотическое поведение аналитических выражений для коэффициентов вязкости и модулей упругости при низких и высоких частотах и исследованы механизмы структурных релаксационных процессов в неэлектропроводящих и электропроводящих магнитных жидкостях. Установлено, что при низких частотах коэффициенты вязкости стремятся к статическим значениям по закону $\omega^{1/2}$. Объемный модуль упругости стремится к значению статического адиабатического объемного модуля упругости, а сдвиговый модуль упругости – к нулю по закону $\omega^{3/2}$. При высоких частотах динамические коэффициенты объемной и сдвиговой вязкости стремятся к нулю по закону ω^{-1}, а модули упругости не зависят от частоты и переходят к значениям высокочастотных модулей упругости.
6. При выборе выражений для потенциальных энергий диполь-дипольного взаимодействия частиц магнитной жидкости и их взаимодействия с внешним магнитным полем установлено, что в аналитических выражениях

для коэффициентов вязкости и модулей упругости существует термодинамический предел и полученные выражения адекватно описывают свойства магнитных жидкостей как при малых, так и высоких концентрациях магнитных частиц, и результаты расчетов согласуется с литературными данными. Установлено, что при малых концентрациях магнитных частиц выражения для коэффициентов сдвиговой и объемной вязкости переходят к виду выражения Эйнштейна для эффективной вязкости, а выражения для модулей упругости к классическому выражению Бэтчелора, являющимся аналогом выражения Эйнштейна.

7. Проведено численное исследование частотной зависимости динамических коэффициентов вязкости и модулей упругости неэлектропроводящих и электропроводящих магнитных жидкостей и установлено, что вследствие медленного затухания функции Грина по степенному закону $t^{-3/2}$, область частотной дисперсии коэффициентов вязкости и модулей упругости как неэлектропроводящих, так и электропроводящих магнитных жидкостей является широкой.
8. Проведены численные расчеты зависимости коэффициентов вязкости и модулей упругости неэлектропроводящих и электропроводящих магнитных жидкостей от концентрации магнитных частиц, температуры и напряженности магнитного поля. Показано, что с увеличением концентрации магнитных частиц и напряженности магнитного поля коэффициенты вязкости и модули упругости магнитных жидкостей нелинейно увеличиваются. Напротив, возрастание температуры среды приводит к нелинейному уменьшению коэффициентов вязкости и модулей упругости магнитных жидкостей. Результаты расчетов по концентрационной зависимости коэффициентов вязкости подтверждают существование сильного магнитовязкого эффекта, наблюдаемого в экспериментах.

9. Теоретически исследованы сдвиговые, альфвеновские, быстрые и медленные магнитозвуковые волны в магнитных жидкостях. Установлено, что учет соответствующих парциальных коэффициентов вязкости и модулей упругости позволяет учитывать вклад каждой подсистемы и влияние внешнего магнитного поля на изменение скорости и коэффициента поглощения акустических волн в магнитных жидкостях.
10. Установлено, что из-за медленного затухания функции Грина, изменяющихся по степенному закону $t^{-3/2}$, частотная дисперсия скорости распространения и коэффициента поглощения сдвиговых и магнитозвуковых волн в магнитных жидкостях являются широкой и совпадает с результатами нелокально-диффузионной теории.
11. Проведены численные расчеты зависимости акустических параметров магнитной жидкости от термодинамических параметров состояния системы. Показано, что увеличение объемной доли магнетика приводит к уменьшению скорости и возрастанию коэффициента поглощения акустических волн в магнитных жидкостях. Исследована анизотропия акустических параметров и влияние внешнего магнитного поля на скорости и коэффициенты поглощения акустических волн в магнитных жидкостях.

ЛИТЕРАТУРА

1. Анищик, В. М. Наноматериалы и нанотехнологии / В. М. Анищик и др. – Минск: Изд. центр БГУ, 2008. – 375 с.
2. Jeong, U. Superparamagnetic colloids: controlled synthesis and niche applications / U. Jeong, X. Teng, Y. Wang, H. Yang, Y. Xia // Advanced Materials. – 2007. – V. 19, № 1. – P. 33-60.
3. Розенцвейг, Р. Феррогидродинамика / Р. Розенцвейг. – М.: Мир, 1989. – 357 с.
4. Faraji, M. Magnetic nanoparticles: synthesis, stabilization, functionalization, characterization, and application / M. Faraji, Y. Yamini, M. Rezaee // Journal of the Iranian Chemical Society. – 2010. – V. 7, № 1. – P. 1-37.
5. Баранов, Д. А. Магнитные наночастицы: достижения и проблемы химического синтеза / Д. А. Баранов, С. П. Губин // Радиоэлектроника. Наносистемы. Информационные технологии. – 2009. – Т. 1, № 1-2. – С. 129-136.
6. Reichel, V. Single crystalline superstructured stable single domain magnetite nanoparticles / V. Reichel, A. Kovacs, M. Kumari, et al. // Scientific reports. – 2017. – V. 7, № 1. – P. 1-8.
7. Papell, S. S. Low viscosity magnetic fluid obtained by the colloidal suspension of magnetic particles / S. S. Papell – Nov. 1965. – US Patent 3,215,572.
8. Такетоми, С. Магнитные жидкости / С. Такетоми, С. Тикадзуми – М.: Мир, 1993. – 272 с.
9. Новопашин, С. А. Методы синтеза магнитных жидкостей (обзор) / С. А. Новопашин, М. А. Серебрякова, С. Я. Хмель // Теплофизика и аэромеханика. – 2015. – Т. 22, № 4. – С. 411-427.
10. Бибик, Е. Е. Приготовление феррожидкости / Е. Е. Бибик // Коллоидный журнал. – 1973. – Т. 35, № 6. – С. 1141-1142.

11. Краков, М. С. К вопросу об устойчивости магнитных коллоидов и их максимальной намагниченности / М. С. Краков, Н. П. Матусевич // Магнитные жидкости: научные и прикладные исследования: сб. науч. тр. Минск: ИТМО АН БССР. – 1983. – С. 3-11.
12. Neuringer, J. L. Ferrohydrodynamics / J. L. Neuringer, R. E. Rosensweig // The Physics of Fluids. – 1964. – V. 7, № 12. – P. 1927-1937.
13. Rosensweig, R. E. Buoyancy and stable levitation of a magnetic body immersed in a magnetizable fluid / R. E. Rosensweig // Nature. – 1966. – V. 210. – P. 613-614.
14. Cowley, M. D. The interfacial stability of a ferromagnetic fluid / M. D. Cowley, R. E. Rosensweig // Journal of Fluid mechanics. – 1967. – V. 30, № 4. – P. 671-688.
15. Moskowitz, R. Nonmechanical torque-driven flow of a ferromagnetic fluid by an electromagnetic field / R. Moskowitz, R. E. Rosensweig // Applied Physics Letters. – 1967. – V. 11, № 10. – P. 301-303.
16. Rosensweig, R. E. Viscosity of magnetic fluid in a magnetic field / R. E. Rosensweig, R. Kaiser, G. Miskolczy // Journal of Colloid and Interface Science. – 1969. – V. 29, № 4. – P. 680-686.
17. Баштовой, В. Г. Введение в термомеханику магнитных жидкостей / В. Г. Баштовой, Б. М. Берковский, А. Н. Вислович – М.: ИВТАН СССР, 1985. – 188 с.
18. Neel, L. Influence des fluctuations thermique sur l’aimantation de grains ferromagnetigue tres fins / L. Neel // Acad. des scienees. Comptes rendus. – 1949. – V. 228, № 8. – P. 1381-1383.
19. Вонсовский, С. В. Магнетизм / С. В. Вонсовский – М.: Наука, 1971. – 1032 с.
20. Neel, L. Teorie du trianage magnetique des ferromagnetiquesen grainsfins avec applicationsaux terres cuites / L. Neel // Ann. Geophys. – 1949. – V 5, № 2. – P. 99-120.

21. Bean, C. P. Hysteresis Loops of Mixtures of Ferromagnetic Micropowders / C. P. Bean // Journal of Applied Physics. – 1955. – V. 26, № 11. – P. 1381-1383.
22. Шлиомис, М. И. Магнитные жидкости / М. И. Шлиомис // УФН. – 1974. – Т. 112, № 3. – С. 427-458.
23. Лебедев, А. В. Динамика магнитной жидкости в переменных полях: автореф. дис… д-ра. физ.-мат. наук / А. В. Лебедев – Пермь: Рос. акад. наук, Урал. отд-ние, Ин-т механики сплошных сред, 2005. – 32 с.
24. Ivanov, A. O. The influence of interparticle correlations and self-assembly on the dynamic initial magnetic susceptibility spectra of ferrofluids / A.O. Ivanov, S. S. Kantorovich, E. A. Elfimova et al. // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. – 2017. – V. 431. – P. 141-144.
25. Solovyova, A. Y. The initial magnetic susceptibility of polydisperse ferrofluids: A comparison between experiment and theory over a wide range of concentration / A. Y. Solovyova, O. A. Goldina, A. O. Ivanov, et al. // J. Chem. Phys. – 2016. – V. 145. – P. 084909(1-9).
26. Ivanov, A. O. Magnetic properties of dense ferrofluids: An influence of interparticle correlations / A. O. Ivanov, O. B. Kuznetsova // Physical Review E. – 2001. – V. 64. – P. 041405(1-12).
27. Sano, K. Theory of agglomeration of ferromagnetic particles in magnetic fluids / K. Sano, M. Doi // Journal of the Physical Society of Japan. – 1983. – V. 52, № 8. – P. 2810-2815.
28. Holmes, M. A study of curie-weiss behaviour in ferrofluids / M. Holmes, K. O'Grady, J. Popplewell // Journal of magnetism and magnetic materials. – 1990. – V. 85, № 1-3. – P. 47-50.
29. Пшеничников, А. Ф. Магнитные свойства концентрированных ферроколлоидов: дис. ... д-ра физ.-мат. наук. / А. Ф. Пшеничников – Пермь, 1991. – 258 с.
30. Fannin, P. C. Measurements of the ac and zero-frequency susceptibility of colloidal suspensions of magnetite as a function of frequency and particle

volume fraction / P. C. Fannin, B. K. P. Scaife, S. W. Charles // Magnetohydrodynamics. – 1991. – V. 27, № 1. – P. 50-54.

31. Агабекян, Э. М. Высокочастотная магнитная восприимчивость и времена релаксации магнитной жидкости / Э. М. Агабекян, А. Г. Иванов, В. В. Кирюшин, В. А. Налетова // Магнитная гидродинамика. – 1986. – № 2. – С. 65-72.
32. Лебедев, А. В. Восприимчивость магнитных коллоидов в области высоких частот / А. В. Лебедев // В сб. Статические и динамические свойства магнитных жидкостей. – Свердловск: УНЦ АН СССР. – 1987. – С. 37-39.
33. Семихин, В. И. Динамическая магнитная восприимчивость магнитных жидкостей в слабых подмагничивающих полях / В. И. Семихин // Магнитная гидродинамика. – 1989. – № 2. – С. 27-32.
34. Shepherd, P. G. Ferrofluids containing Ni-Fe alloy particles / P. G. Shepherd, J. Popplewell // Philosophical Magazine. – 1971. – V. 23, № 181. – P. 239-242.
35. Luborsky, F. E. Adsorption of Metals on Iron Particles in Mercury / F. E. Luborsky, J. D. Opie // Journal of Applied Physics – 1963. – V. 34, № 4. – P. 1317-1318.
36. Shepherd, P. G. A method of producing ferrofluid with gadolinium particles / P. G. Shepherd, J. Popplewell, S. W. Charles // Journal of Physics D: Applied Physics. – 1970. – V. 3, №. 12. – P. 1985-1987.
37. Kagan, I. Ya. Ferromagnetic electrically conducting liquids / I. Ya. Kagan, V. G. Rykov, E. I. Yantovskii // Magnetohydrodynamics. – 1970. – V. 6, № 3. – P. 441-443.
38. Charles, S. W. The magnetic properties of ferromagnetic liquids containing iron particles in mercury / S. W. Charles, J. Popplewell // IEE Transaction on Magnetics. – 1976. – V. MAG–12, № 6. – P. 795-797.

39. Popplewell, J. Aggregate formation in metallic fepromagnetic liquids / J. Popplewell, S. W. Charles, S. R. Hoon // IEE Transaction on Magnetics. – 1980. – V. MAG–16, № 2. – P. 191-196.
40. Dixon, T. S. The effect of the addition of antimony on the physical and magnetic properties of iron particles in mercury / T. S. Dixon, S. W. Charles, J. Popplewell // J. Phys. F: Metal Phys. – 1981. – V. 11. – P. 1931-1941.
41. Федоненко, А. И. Взаимодействие частиц и агрегирование в электропроводных магнитных жидкостях / А. И. Федоненкоб, В. И. Смирнов // Магнитная гидродинамика. – 1983. – № 4. – С. 49-52.
42. Abu-Aljarayesh, I. Initial susceptibility of iron in mercury magnetic fluids / I. Abu-Aljarayesh, A. Abu-Libdeh // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. – 1991. – V. 96. – P. 89-96.
43. Abu-Aljarayesh, I. ac susceptibility of cobalt in mercury magnetic fluids / I. Abu-Aljarayesh, A. Bayrakdar, N. A. Yusuf, H. Abu-Safia // Journal of Applied Physics. – 1993. – V. 73, № 10. – P. 6970-6972.
44. Dubois, E. Magnetic conductive liquids: preparation and properties of iron nanoparticles in mercury / E. Dubois, J. Chevalet, R. Massart // Journal of Molecular Liquids. – 1999. – V. 83. – P. 243-254.
45. Massart, R. Mercury-based cobalt magnetic fluids and cobalt nanoparticles / R. Massart, B. Rasolonjatovo, S. Neveu, V. Cabuil // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. – 2007. – V. 308, № 1. – P. 10-14.
46. Keeling, L. The prevention of diffusional growth of cobalt particles in mercury / L. Keelingt, S. W. Charles, J. Popplewell // Journal of Physics F: Metal Physics. – 1984. – V. 14, № 12. – P. 3093-3100.
47. Alekseev, V. A. Influence of microstructure on physico-mechanical properties of liquid-metal-based magnetic colloids / V. A. Alekseev, I. Yu. Veprik, S. G. Minukov, A. I. Fedonenko // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. – 1990. – V. 85, № 1-3. – P. 133-136.

48. Sviklis, B. B. Magnetic properties of highly conducting magnetic liquids / B. B. Sviklis // Magnetohydrodynamics. – 1982. – V. 18, № 3. – P. 241-244.
49. Itami, T. The Promising Features of New Nano Liquid Metals–Liquid Sodium Containing Titanium Nanoparticles (LSnanop) / T. Itami, J-i. Saito, K. Ara // Metals. – 2015. – V. 5, № 3. – P. 1212-1240.
50. Saito, J-i The preparation, physicochemical properties, and the cohesive energy of liquid sodium containing titanium nanoparticles / J-i. Saito, T. Itami, K. Ara // Journal of Nanoparticle Research. – 2012. – V. 14. – P. 1298(1-17).
51. Okabe, Takao Outgassing performance of an ionic liquid-based magnetic fluid / Takao Okabea, Yukishige Kondob, Shigeka Yoshimotoc, Shinya Sasakic // Vacuum. – 2019. – V. 164. – P. 34-40.
52. Lu, Yongyu Mussel-Inspired Multifunctional Integrated Liquid Metal-Based Magnetic Suspensions with Rheological, Magnetic, Electrical, and Thermal Reinforcement / Yongyu Lu, Zhanxun Che, Fangyuan et al. // ACS Applied Materials & Interfaces. – 2021. – V. 13, № 4. – P. 5256-5265.
53. Yang, Chuncheng Liquid metal Ga-Sn alloy based ferrofluids with amorphous nano-sized Fe-Co-B magnetic particles / Chuncheng Yang, Zhong Liu, Mengchun Yu, Xiufang Bian // Journal of Materials Science. – 2020. – V. 55. – P 13303-13313.
54. Carle, F Development of magnetic liquid metal suspensions for magnetohydrodynamics / F. Carle, K. Bai, J. Casara, K Vanderlick, E Brown // Physical Review Fluids. – 2017. – V. 2, № 1. – P. 013301(1-20).
55. Einstein, A. Eine neue Bestimmung der Molekül-dimensionen / A. Einstein – Annalen der Physik. – 1906. – V. 19. – P. 289-306.
56. Lu, W. Q. Study for the particle's scale effect on some thermophysical properties of nanofluids by a simplified molecular dynamics method / W. Q. Lu, Q. M. Fan // Engineering Analysis with Boundary Elements. – 2008. – V. 32, № 4. – P. 282-289.

57. He, Y. Heat transfer and flow behaviour of aqueous suspensions of TiO2 nanoparticles (nanofluids) flowing upward through a vertical pipe / Y. He, Y. Jin, H. Chen, Y. Ding, D. Cang, H. Lu // International Journal of Heat and Mass Transfer. – 2007. – V. 50, № 11-12. – P. 2272-2281.
58. Vand, V. Viscosity of Solutions and Suspensions. I. Theory / V. Vand // J. Phys. Chem. – 1948. – V. 52, № 2. – P. 277-299.
59. Mooney, M. The viscosity of a concentrated suspension of spherical particles / M. Mooney // J. Colloid Sci. – 1951. – V. 6-8, № 1. – P. 162-170.
60. Krieger, I. M. A Mechanism for Non-Newtonian Flow in Suspensions of Rigid Spheres / I. M. Krieger, T. J. Dougherty // Journal of Rheology. – 1959. – V. 3, № 1. – P. 137-152.
61. Krieger, I. M. Rheology of monodisperse lattices / I. M. Krieger // Adv. Colloid Interface Sci. – 1972. – V. 3. – P. 111-136.
62. Batchelor, G. K. The effect of Brownian motion on the bulk stress in a suspension of spherical particles / G. K. Batchelor // J. Fluid Mech. – 1977. – V. 83, № 1. – P. 97-117.
63. Nagatani, T. Statistical theory of effective viscosity in a random suspension / T. Nagatani //Journal of the Physical Society of Japan. – 1979. – V. 47, №. 1. – P. 320-326.
64. Pak, B. C. Hydrodynamic and heat transfer study of dispersed fluids with submicron metallic oxide particles / B. C. Pak, Y. I. Cho // Experimental Heat Transfer. – 1998. – V. 11, № 2. – P. 151-170.
65. Wang, X. Thermal conductivity of nanoparticle-fluid mixture / X. Wang, X. Xu, S. U. S. Choi // J. Thermophysics and Heat Transfer. – 1999. – V. 13, № 4. – P. 474-480.
66. Chen, H. Rheological behavior of ethylene glycol based titania nanofluids / H. Chen, Y. Ding, Y. He, C. Tan // Chemical Physics Letters. – 2007. – V. 444, №. 4-6. – P. 333-337.

67. Рид, Р. Свойства газов и жидкостей / Р. Рид, Дж. Праусниц, Т. Шервуд – Л.: Химия, 1982. – 591 с.
68. Andrade, E. N. Viscosity of Liquids / E. N. Andrade, C. Nature // Philosophical Magazine. – 1930. – V. 125. – P. 309-324.
69. Andrade, E. N. A theory of the viscosity of liquids / E. N. Andrade, C. A. Nature // Philosophical Magazine. – 1934. – V. 17, № 112. – P. 497-514.
70. Chong, J. S. Rheology of Concentrated Suspensions / J. S. Chong, E. B. Christiansen, A. D. Baer // Journal of Applied Polymer Science. – 1971. – V. 15. – P. 2007-2021.
71. Лебедев, А. В. Вязкость концентрированных коллоидных растворов магнетита / А. В. Лебедев // Коллоидный журнал. – 2009. – Т. 71, № 1. – С. 78-83.
72. Колчанов, Н. В. Вязкость магнитных жидкостей при различных концентрациях коллоидных частиц и температурах / Н. В. Колчанов, Е. В. Колесниченко // Вестник Пермского университета. – 2017. – №. 4(38). – С. 37-45.
73. Пшеничников, А. Ф. Реология и намагниченность концентрированных магнетитовых коллоидов / А. Ф. Пшеничников, В. Г. Гилев // Коллоидный журнал. – 1997. – Т. 59, № 3. – С. 372-379.
74. Пшеничников, А. Ф. Вязкость концентрированных магнетитовых коллоидов / А. Ф. Пшеничников, В. Г. Гилев // Вестник пермского университета. Серия: Физика. – 1997. – № 2. – С. 46-58.
75. Варламов, Ю. Д. Измерение вязкости слабоагрегирующихся магнитных жидкостей / Ю. Д. Варламов, А. Б. Каплун // Магнитная гидродинамика. – 1986, .№ 3. – С. 43-49.
76. Фертман, В. Е. Магнитные жидкости / В. Е. Фертман – Минск: Вышэйшая школа, 1988. – 184 с.
77. Берковский, Б. М. Магнитные жидкости / Б. М. Берковский, В. Ф. Медведев, М. С. Краков – М.: Химия, 1989. – 239 с.

78. Кронкалнс, Г. Е. Температурная зависимость физических свойств магнитных жидкостей / Г. Е. Кронкалнс, М. М. Майоров, В. Е. Фертман // Магнитная гидродинамика. – 1984. – № 2. – С. 38-42.
79. Райхер, Ю. Л. Вращательная вязкость вязкоупругой магнитной жидкости / Ю. Л. Райхер, В. В. Русаков // Коллоидный журнал. – 2008. – Т. 70, № 1. – С. 85-92.
80. Райхер, Ю. Л. О предельной вязкости ферромагнитных суспензий в сильном магнитном поле / Ю. Л. Райхер, М. И. Шлиомис // Журнал прикладной механики и технической физики. – 1974. – № 4. – С. 41-48.
81. Zubarev, A. Yu. Rheological properties of ferrofluids with microstructures. // Journal of Physics: Condensed Matter / A. Yu. Zubarev, L. Yu. Iskakova – 2006. – V. 18, № 38. – P. S2771-S2784.
82. Pop, L. M. Investigation of the microscopic reason for the magnetoviscous effect in ferrofluids studied by small angle neutron scattering / L. M. Pop, S. Odenbach // Journal of Physics: Condensed Matter. – 2006. – V. 18, № 38. – P. S2785-S2802.
83. Andhariya, N. Field induced rotational viscosity of ferrofluid: Effect of capillary size and magnetic field direction / N. Andhariya, B. Chudasama, R. Patel, R. V. Upadhyay, R. V. Mehta // Journal of Colloid and Interface Science. – 2008. – V. 323, № 1. – P. 153-157.
84. McTaque, J. P. Magnetoviscosity of magnetic colloids / J. P. McTaque // The Journal of Chemical Physics. – 1969. – V. 51, № 1. – P. 133-136.
85. Шлиомис, М. И. Эффективная вязкость магнитных суспензий / М. И. Шлиомис // Журнал экспериментальной и теоретической физики. – 1971. – Т. 61, №. 6. – С. 2411-2418.
86. Цеберс, А. О. О моделях намагничивания коллоида ферромагнетика в гидродинамическом потоке / А. О. Цеберс // Магнитная гидродинамика. – 1975. – №. 4. – С. 37-44.

87. Rhodes, S. Magnetic fluid behavior in uniform DC, AC, and rotating magnetic fields / S. Rhodes, X. He, S. Elborai, et al. // Journal of Electrostatics. – 2006. – Т. 64, №. 7-9. – С. 513-519.
88. Мозговой, Е. Н. Течение ферромагнитной жидкости в магнитном поле / Е. Н. Мозговой, Э. Я. Блум, А. О. Цеберс // Магнитная гидродинамика. – 1973. – № 1. – С. 61-65.
89. Шульман, З. П. Магнитореологический эффект / З. П. Шульман, В. И. Кордонский – Минск: Наука и техника, 1982. – 184 с.
90. Lopez-Lopez, M. T. Effect of drop-like aggregates on the viscous stress in magnetic suspensions / M. T. Lopez-Lopez, P. Kuzhir, A. Zubarev // Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics. – 2014. – V. 208. – P. 53-58.
91. Zubarev, A. On the theory of magnetoviscous effect in magnetorheological suspensions / A. Zubarev, L. Iskakova, M. T. Lopez-Lopez, P. et al. // Journal of rheology. – 2014. – V. 58, № 6. – P. 1673-1692.
92. Ambacher, O. Rotational viscosity in ferrofluids / O. Ambacher, S. Odenbach, K. Stierstadt // Z. Phys. B. Condo Mat. – 1992. – V. 86. – P. 29-32.
93. Odenbach, S.Taylor vortex flow of magnetic fluids under the influence of an azimuthal magnetic field / S. Odenbach, H. Gilly // Journal of magnetism and magnetic materials. – 1996. – V. 152, № 1-2. – P. 123-128.
94. Embs, J. Measuring the rotational viscosity of ferrofluids without shear f1ow / J. Embs, H. W. Muller, C. Wagner, K. et al. // Phys. Rev. E – 2000. – V. 61, № 3. – P. R2196-R2199.
95. Perez-Madrid, A. Friction, diffusion and Brownian motion in suspensions of dipolar particles / A. Perez-Madrid, J. M. RuЬi // Physica A – 1985. – V. 132, № 2–3. – P. 438-456.
96. Rubi, J. M. On transport coefficients and relaxation phenomena in ferrofluids. I Viscoelastic behaviour and relaxation / J. M. Rubi, A. Perez-Madrid, C. Saluefia // Physica A – 1990. – V. 163, № 3. – P. 791-803.

97. Salueiia, C. On transport coefficients and relaxation phenomena in ferrofluids. II Effect of an external flow / C. Salueiia, A. Perez-Madrid, J. M. Rubi // Physica A. – 1990. – V. 169, № 3. – P. 375-392.
98. Miguel, M. C. On the dynamics of ferromagnetic particles in a magnetic field / M. C. Miguel, J. Bonet Avalos, A. Perez-Madrid, J. M. Rubi // Physica A – 1993. – V. 193, № 3–4. – P. 359-373.
99. Felderhof, B. U. Hydrodynamics of magnetic and dielectric fluids in interaction with the electromagnetic field / B. U. Felderhof, H. J. Kroh // J. Chem. Phys. – 1990. – V. 110. – P. 7403-7411.
100. Doi, M. Frequency dependent susceptibility of ferrofluids under an orthogonal bias field / M. Doi, H. See // J. Phys. Soc. Japan. – 1992. – V. 61, № 6. – P. 2090-2098.
101. Rubi, J. M. Transport phenomena in ferrofluids / J. M. Rubi, M. C. Miguel // Physica A – 1993. – V. 194. – P. 209-217.
102. Raikher, Yu. L., The effective field method in the orientational kinetics of magnetic fluids and liquids crystals / Yu. L. Raikher, M. I. Shliomis. // Adv. Chem. Phys. – 1994. – V. 87. – P. 595-751.
103. Waldron, J. T. Rotational Brownian motion and dielectric relaxation of polar molecules subjected to constant bias field: Exact solution / J. T. Waldron, Yu. P. Kalmykov, W. T. Coffey // Phys. Rev. E. – 1994. – V. 49, № 5. – P. 3976-3989.
104. Almog, Y. Rheology of dilute suspensions of Brownian dipolar axisymmetric particles / Y. Almog, I. Frankel // J. Fluid Mech. – 1998. – V. 366. – P. 289-310.
105. Perez-Madrid, A. A mesoscopic approach to the 'negative' viscosity effect in ferrofluids / A. Perez-Madrid, T. Alarcon, J. M. G. Vilar, J. M. Rubi // Physica A. – 1999. – V. 270, № 3-4. – P. 403-412.
106. Felderhof, B. U. Steady state magnetoviscosity of a dilute ferrofluid / B. U. Felderhof // Magnetohydrodynamics. – 2000. – V. 36. – P. 396-401.

107. Felderhof, B. U. Magnetoviscosity and relaxation in ferrofluids / B. U. Felderhof // Phys. Rev. E. – 2000. – V. 62, № 3. – P. 3848-3854.
108. Shliomis, M. I. Ferrohydrodynamics: Testing a third magnetization equation / M. I. Shliomis // Phys. Rev. E. – 2001. – V. 64. – P. 060501(1-4).
109. llg, P. Orientational order parameters and magnetoviscosity of dilute ferrofluids / P. llg, M. Kruger, S. Hess // J. Chem. Phys. – 2002. – V. 116, № 20. – P. 9078-9088.
110. Pop L.M. The microscopic mechanisms of the magnetoviscous effect in ferrofluids investigated by small angle neutron scattering / L. M. Pop, S. Odenbach, A. Wiedenmann // in: Proceedings of 15th Riga and 6th PAMIR Conference on Fundamental and Applied MHD, Riga, Latvia, 2005. – P. 321–324.
111. Zubarev, A. Y. Rheological properties of dense ferrofluids. Effect of chain-like aggregates / A. Y. Zubarev, S. Odenbach, J. Fleischer // Journal of magnetism and magnetic materials. – 2002. – V. 252. – P. 241-243.
112. Suarez-Fernandez, W. R. Role of particle clusters on the rheology of magneto-polymer fluids and gels / W. R. Suarez-Fernandez, G. Scionti, J. D. G. Duran, A. Yu. Zubarev, M. T. Lopez-Lopez // Philosophical Transactions of the Royal Society A. – 2020. – V. 378, № 2171. – P. 20190254(1-18).
113. Chirikov, D. On the theory of rheological properties of bimodal magnetic fluids / D. Chirikov, L. Iskakova, A. Zubarev, A. Radionov // Physica A: Statistical Mechanics and its Applications. – 2014. – V. 406. – P. 298-306.
114. Morozov, K. I. Ferrof1uids: flexibility of magnetic particle chains / K. I. Morozov, M. I. Shliomis // J. Phys. Condens. Matter. – 2004. – V. 6. – P. 3807-3818.
115. Borin, D. Y. Magnetoviscous effect in ferrofluids with different dispersion media / D. Yu. Borin, V. V. Korolev, A. G. Ramazanova et. al. // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. – 2016. – V. 416. – P. 110-116.

116. Borin, D. Y. Characterization of a magnetic fluid exposed to a shear flow and external magnetic field using small angle laser scattering / D. Y. Borin, C. Bergmann, S. Odenbach // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. – 2020. – V. 497. – P. 165959(1-8).
117. Nowak, J. Magnetoviscous effect in ferrofluids diluted with sheep blood / J. Nowak, D. Borin, S. Haefner, A. Richter, S. Odenbach // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. – 2017. – V. 442. – P. 383-390.
118. Linke, J. M. Anisotropy of the magnetoviscous effect in a ferrofluid with weakly interacting magnetite nanoparticles / J. M. Linke, S. Odenbach // Journal of Physics: Condensed Matter. – 2015. – V. 27, № 17. – P. 176001(1-7).
119. Nowak, J. The magnetoviscous effect of a biocompatible ferrofluid at high shear rates / J. Nowak, E. Dohmen, S. Odenbach // IEEE Transactions on Magnetics. – 2014. – V. 50, № 11. – P. 1-4.
120. Odenbach, S. The influence of large particles and agglomerates on the magnetoviscous effect in ferrofluids / S. Odenbach, K. Raj // Magnetohydrodynamics. – 2000. – V. 36, № 4. – P. 312-319.
121. Shah, K. Influence of large size magnetic particles on the magnetoviscous properties of ferrofluid / K. Shah, R. V. Upadhyay, V. K. Aswal // Smart materials and structures. – 2012. – V. 21, № 7. – P. 075005(1-12).
122. Thurm, S. Particle size distribution as key parameter for the flow behavior of ferrofluids / S. Thurm, S. Odenbach // Physics of Fluids. – 2003. – V. 15, № 6. – P. 1658-1664.
123. Khosroshahi, M. E. Preparation and rheological studies of uncoated and PVA-coated magnetite nanofluid / M. E. Khosroshahi, L. Ghazanfari // Journal of magnetism and magnetic materials. – 2012. – V. 324, № 24. – P. 4143-4146.
124. Rodriguez-Arco, L. Stability and magnetorheological behaviour of magnetic fluids based on ionic liquids / L. Rodriguez-Arco, M. T. Lopez-Lopez, J. D. G.

Duran, A. Zubarev, D. Chirikov // Journal of Physics: Condensed Matter. – 2011. – V. 23, № 45. – P. 455101(1-15).

125. Одинаев, С. Молекулярная теория вязкоупругих свойств магнитных жидкостей / С. Одинаев, К. Комилов, А. Зарифов // ДАН РТ. – 2004. –Т. 47, № 9-10. – С. 17-24.
126. Одинаев, С. К молекулярной теории релаксационных процессов и вязкоупругих свойств магнитных жидкостей / С. Одинаев, К. Комилов, А. Зарифов // Журнал физической химии. – 2006. –Т. 80, № 5. – С. 864-871; Odinaev, S. On the molecular theory of relaxation processes and the viscoelastic properties of magnetic liquids / S. Odinaev, K. Komilov, A. Zarifov // Russian Journal of Physical Chemistry A. – 2006. – V. 80, № 5. – P. 751-757.
127. Одинаев, С. Частотная дисперсия динамических коэффициентов переноса и модулей упругости магнитных жидкостей / С. Одинаев, К. Комилов, А. Зарипов // Журнал физической химии. – 2008. – Т. 82, № 6. – С. 1120-1123; Odinaev, S. The Frequency Dispersion of Dynamic Transfer Coefficients and Elastic Moduli of Magnetic Liquids / S. Odinaev, K. Komilov, A. Zaripov // Russian Journal of Physical Chemistry A. 2008. – V. 82, № 6. – P. 986-989.
128. Одинаев, С. Зависимость коэффициентов вязкости магнитных жидкостей от параметров состояния / С. Одинаев, К. Комилов, А. Зарипов // Журнал физической химии. – 2010. – Т. 84, № 7. – С. 1368-1371; Odinaev, S. Dependence of the Viscosity Coefficients of Magnetic Fluids on Parameters of State / S. Odinaev, K. Komilov, A. Zaripov // Russian Journal of Physical Chemistry A, – 2010. – V. 84, № 7. – P. 1242-1245.
129. Применение нанодисперсных систем в технике, медицине, биологии и экологии // Сб. научных трудов 19-ой Международной Плесской научной конференция по нанодисперсным магнитным жидкостям. – Иваново, 2020. – С. 229-295.

130. Odenbach, S. Colloidal Magnetic Fluids: Basics, Development and Application of Ferrofluids / S. Odenbach – Springer, Berlin Heidelberg. 2009. – 430 p.
131. Полунин, В. М. Акустические свойства нанодисперсных магнитных жидкостей / В. М. Полунин. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2012. – 384 с.
132. Зубарев, А. Ю. Магнитореологические свойства феррожидкостей с кластерными частицами / А. Ю. Зубарев, Д. Н. Чириков // Коллоидный журнал. – 2013. – Т. 75. – С. 567-576.
133. Jolly, M. R. The Magnetoviscoelastic Response of Elastomer Composites Consisting of Ferrous Particles Embedded in a Polymer Matrix / M. R. Jolly, J. D. Carlson, B. C. Mucoz, T. A. Bullions // J. Intell. Mater. Syst. Struct. – 1996. – V. 6. – P. 613-622.
134. Lopez-Lopez, M. T. To the theory of shear elastic properties of magnetic gels / M. T. Lopez-Lopez, L. Yu. Iskakova, A. Yu Zubarev // Physica A. – 2017. – V. 486. – P. 908-914.
135. Borin, D. Shear Elasticity of Magnetic Gels with Internal Structures / D. Borin, D. Chirikov, A. Zubarev // Sensors. – 2018. – V. 18, № 7. – P. 2054-2067.
136. Lopez-Lopez, M. T. Shear elasticity of isotropic magnetic gels / M. T. Lopez-Lopez, D. Yu. Borin, A. Yu. Zubarev // Phys. Rev. E. – 2017. – V. 96. – P. 022605(1-7).
137. Batchelor, G. K. The determination of the bulk stress in a suspension of spherical particles to order c^2 / G. K. Batchelor, J. T. Green // J. Fluid Mech. – 1972. – V. 56. – P. 401-427.
138. Полунин, В. М. О магнитожидкостной колебательной системе / В. М. Полунин, Л. И. Рослякова, С. С. Хотынюк // Известия Курского государственного технического университета. – 2010. – № 1 (30) – С. 18-21.
139. Полунин, В. М. Упругие свойства магнитной жидкости с воздушной полостью, удерживаемой силами левитации / В. М. Полунин, М. Л. Боев,

Мьо Мин Тан и др. // Акустический журнал. – 2013. – Т. 59, № I. – С. 63-69.

140. Полунин, В. М. Упругость магнитной жидкости в сильном магнитном поле / В. М. Полунин, П. А. Ряполов, В. Б. Платонов и др. // Акустический журнал. – 2017. – Т. 63, № 4. – С. 371-379.
141. Одинаев, С. Зависимость модулей упругости магнитных жидкостей от параметров состояния / С. Одинаев, К. Комилов, А. Зарипов // Украинский физический журнал. – 2008. – Т. 53, № 3. – С. 235-238; Odinaev, S. Dependence of the moduli of elasticity of magnetic fluids on the parameters of state / S. Odinaev, K. Komilov, A. Zaripov // Ukr. J. Phys. – 2008. – V. 53, № 3. – P. 234-238.
142. Jozefczak, A. Acoustic wave in a suspension of magnetic nanoparticle with sodium oleate coating / A. Jozefczak, T. Hornowski, V. Zavisova, A. Skumiel, M. Kubovcikova, M. Timko // J. Nanopart. Res. – 2014. – №. 16. – P. 2271(1-15).
143. Пирожков, Б.И. Скорость звука в ферромагнитных жидкостях / Б. И. Пирожков, Ю. И. Пушкарев, И. В. Юркин // Гидродинамика – Пермь, 1976. – № 52. – Вып. 9. – С. 164–167.
144. Солодухин, А.Д. Экспериментальное исследование температурной зависимости скорости ультразвука в ферромагнитных жидкостях / А. Д. Солодухин, В. Е. Фертман / В кн. Конвекция и волны в жидкостях. – Минск: ИТМО, 1977. – С. 64-68.
145. Полунин, В. М. О зависимости скорости ультразвука в ферромагнитной жидкости от концентрации твердой фазы / В. М. Полунин, Н. И. Игнатенко / В кн. Ультразвук и физико-химические свойства вещества. – Курск: КПГИ, 1980. – Вып. 14. – С. 223-228.
146. Прохоренко, П. П. Исследование акустических характеристик магнитной жидкости / П. П. Прохоренко, А. Р. Баев, В. К. Рахуба // Вестник АН БССР, Сер. физ.-мат. наук. – 1981. – № 5. – С. 88-90.

147. Прохоренко, П. П. Об акустических свойствах магнитных жидкостей применительно к ультразвуковой дефектоскопии / П. П. Прохоренко, А. Р. Баев, Е. И. Серегин // Вестник АН БССР, Сер. физ.-мат. наук. – 1983. – № 1. – С. 88-92.
148. Полунин, В. М. Об объемной вязкости магнитной жидкости / В. М. Полунин, В. Н. Рослякова // Магнитная гидродинамика. – 1983. – № 1. – С. 29-32.
149. Лукьянов, А. Е. Акустическая спектроскопия магнитных жидкостей / А. Е. Лукьянов, К. Х. Мансуров, В. В. Соколов и др. // Тезисы докл. XI Рижского совещания по магнитной гидродинамике. – Саласпилс: Инст. физики АН Латв. ССР, 1984. – С. 47-50.
150. Мансуров, К. Х. Акустические свойства магнитных жидкостей: I. Магнитные жидкости на основе керосина / К. Х. Мансуров, В. В. Соколов // Магнитная гидродинамика. – 1987 – № 1. – С. 63-66.
151. Мансуров, К. Х. Акустические свойства магнитных жидкостей: II. Магнитные жидкости на основе воды / К. Х. Мансуров, В. В. Соколов // Магнитная гидродинамика. – 1988 – № 2. – С. 25-29.
152. Hornowski, T. Ultrasonic properties of EMG-605 magnetic liquid / T. Hornowski // Acousto-Optics and Applications V, Proc. of SPIE. – 2005. – V. 5828. – P. 205-212.
153. Gogosov, V. V. Ultrasound propagation in a magnetic fluid. I. Inclusion of particle aggregation: Derivation and analysis of the dispersion equation / V. V. Gogosov, S. I. Martynov, S. N. Tsurikov, G. A. Shaposhnikova // Magnetohydrodynamics. – 1987. – V. 23, № 2. – P. 19-27.
154. Gogosov, V. V. Propagation of ultrasound in a magnetic liquid. II. Analysis of experiments. Determination of the sizes of aggregates / V. V. Gogosov, S. I. Martynov, S. N. Tsurikov, G. A. Shaposhnikova // Magnetohydrodynamics. – 1987. – V. 23, № 3. – P. 15-22.

155. Sokolov, V. V. Viscous ultrasound absorption mechanism in magnetic fluids / V. V. Sokolov, V. V. Nadvoretskii // Magnetohydrodynamics. – 1987. – V. 3, № 2. – P. 270-276.
156. Polunin, V. M. Dependence of the sound velocity in a magnetofluid on the magnetic field and acoustic frequency / V. M. Polunin, A. A. Roslyakova // Magnetohydrodynamics. – 1985. – V. 21, № 4. – P. 59-65.
157. Chung, D. Y. Ultrasonic velocity anisotropy in ferrofluids under the influence of a magnetic field / D. Y. Chung, W. E. Isler // J. Appl. Phys. –1978. – V. 49, № 3. – P. 1809-1811.
158. Gogosov, V. V. Hydrodynamics of magnetizable fluid / V. V. Gogosov, V. A. Naletova, G. A. Shaposhnikova // In: Results of Science and Technology. Gas and Fluid Mechanics (VINITI, Moscow) – 1981. – V. 16. – P. 76-208.
159. Felderhof, B. U. Reply to ‘‘Comment on ‘Magnetoviscosity and relaxation in ferrofluids’ ’’/ B. U. Felderhof // Phys. Rev. E. – 2001. – V. 64. – P. 063502(1-2).
160. Rozensweig, R. Continuum equations for magnetic and dielectric fluids with internal rotations / R. Rozensweig // J. Chem. Phys. – 2004. – V. 121, № 3. – P. 1228-1242.
161. Sokolov, V. V. Wave Propagation in Magnetic Nanofluids (A Review) / V. V. Sokolov // Acoustical Physics. – 2010, – V. 56, № 6. – P. 972-988.
162. Соколов, В.В. Замечания к результатам Ислера и Чанга по влиянию магнитного поля на скорость распространения ультразвуковых волн в магнитной жидкости / В. В. Соколов // Магнитная гидродинамика. – 1986. – Т. 22, № 4. – С. 136-137.
163. Берковский, Б. М. Упругие свойства магнитной жидкости на основе воды / Б. М. Берковский, В. Г. Баштовой, В. М. Полунин, Л. И. Рослякова // Магнитная гидродинамика. – 1986. – Т. 22, № 1. –С. 69-72.
164. Игнатенко, Н. М. Влияние внешнего магнитного поля на скорость распространения ультразвуковых волн в магнитной жидкости / Н. М.

Игнатенко, А. А. Родионов, В. М. Полунин, И. Я. Мелик-Гайказян // Известия высших учебных заведений. Физика. – 1983. – Т. 26, № 4. – С. 65-69.

165. Isler, W. E. Anomalous attenuation of ultrasound in ferrofluids under the influence of a magnetic field / W. E. Isler, D. Y. Chung // J. Appl. Phys. –1978. – V. 49, № 3. – P. 1812-1814.
166. Jozefczak, A. Hysteresis of changes of ultrasonic wave absorption coefficient in a magnetic fluid caused by the magnetic field / A. Jozefczak, M. Labowski, A. Skumiel // J. Magn. Magn. Mater. – 2002. – V. 252. – P. 356-359.
167. Chung, D. Y. Ultrasonic properties of magnetic fluids / D. Y. Chung, H. Z. Hung, J. X. Lin // J. Magn. Magn. Mater. – 1983. – V. 39. – P. 111-112.
168. Jozefczak, A. The time dependence of the changes of ultrasonic wave velocity in ferrofluid under parallel magnetic field / A. Jozefczak // J. Magn. Magn. Mater. – 2003. – V. 256. – P. 267-270.
169. Jozefczak, A. Field-induced aggregates in a bilayer ferrofluid characterized by ultrasound spectroscopy / A. Jozefczak, A. Skumiel // J. Phys. Condens. Matter – 2006. – V. 18. – P. 1869-1876.
170. Shliomis, M. Ultrasound Attenuation in Ferrofluids / M. Shliomis, M. Mond, K. Morozov, // Phys. Rev. Lett. – 2008. – V. 101. – P. 074505(1-4).
171. Дмитриев, С. П. Частотная зависимость анизотропии скорости ультразвука в магнитной жидкости на основе воды / С. П. Дмитриев, В. В. Соколов // Акустический журнал. – 1997. – Т. 43, № 3. – С. 413.
172. Motozawa, M. Effect of External Magnetic Field on Ultrasonic Propagation Velocity in Magnetic Fluids / M. Motozawa, Y. Matsumoto, T. Sawada // JSME Int. J. – 2005. – V. 48, № 3. – P. 471-477.
173. Sokolov, V. V. Anisotropy of Acoustical Properties of Water-based Magnetic Fluid / V. V. Sokolov, B. I. Kuzin // in Proc. of the Nordic Acoustical Meeting, – 1994. P. 4671470.

174. Skumiel, A. Investigation of magnetic fluids by ultrasonic and magnetic methods / A. Skumiel, T. Hornowski, A. Jozefczak // Ultrasonics. – 2000. – V. 38, № 1-8. – P. 864-867.
175. Kudelcik, J. Structure of transformer oil-based magnetic fluids studied using acoustic spectroscopy / J. Kudelcik, P. Bury, J. Drga et al. // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. – 2013. – V. 326. – P. 75-80.
176. Langde, A. Effect of Variable Acoustic Field and Frequency on Gas-Solid Suspension of Fine Powder: A Review / A. Langde, R. L. Sonolikar, D. J. Tidke // Chemical Engineering Communications. – 2012. – V. 199, № 3. – P. 384-398.
177. Полунин, В. М. Акустические эффекты в магнитных жидкостях / В. М. Полунин. – М: ФИЗМАТЛИТ, 2008. – 208 с.
178. Исакович, М. А. Л. И. Мандельштам и распространение звука в микронеоднородных средах / М. А. Исакович // Успехи физ. наук. – 1979. – Т. 129, № 3. – С. 531-540.
179. Исакович, М. А. О распространении звука в эмульсиях / М. А. Исакович // ЖЭТФ. – 1948. – Т. 18, № 10. – С. 907-912.
180. Urick, R. J. A sound velocity method for determining the compressibility of finely divided substances / R. J. Urick // J. Appl. Phys. – 1947. – V. 18, № 11. – P. 983-987.
181. Urick, R. J. Ament W.S. Propagation of sound in composite media / R. J. Urick // J. Acoust. Soc. Amer. – 1949. – V. 21, № 2. – P. 115-119.
182. Михайлов, И. Г. Основы молекулярной акустики / И. Г. Михайлов, В. А. Соловьев, Ю. П. Сырников. – М.: Наука, 1964. – 514 с.
183. Виноградов, А. Н. Распространение ультразвука в полидисперсных магнитных жидкостях / А. Н. Виноградов // Вестн. Моск. ун-та. сер. 2. химия. – 1999. – Т. 40, № 2. – С. 90-93.
184. Овчинников, И. Э. Влияние внешнего магнитного поля на скорости распространения магнитозвуковых волн в магнитной жидкости / И. Э.

Овчинников, В. В. Соколов // Акустический журнал. – 2009. – Т. 55, № 3. – С. 356-361.

185. Овчинников, И. Э. Гидродинамические моды магнитной жидкости с внутренним вращением / И. Э. Овчинников // Вестник МГТУ "Станкин". – 2010. – № 3 (11). – С. 95-100.
186. Овчинников, И. Э. Анизотропия распространения звука в магнитной жидкости с внутренним вращением / И. Э. Овчинников // Наука и образование. Электронный научно-технический журнал. – 2012. – № 8. – С. 443-458.
187. Овчинников, И. Э. Волны в магнитных жидкостях с равновесной и вмороженной намагниченностью / И. Э. Овчинников, В. В. Соколов // Акустический журнал. – 2013. – Т. 59, № 1. – С. 58-62.
188. Овчинников, И. Э. Влияние релаксации магнитного поля на скорость звука в магнитной жидкости / И. Э. Овчинников // Журнал радиоэлектроники. – 2013. – № 5. – С. 1-12.
189. Гуров, К. П. Основания кинетической теории / К. П. Гуров. – М.: Наука, 1966. – 352 с.
190. Крокстон, К. Физика жидкого состояния / К. Крокстон. – М.: Мир, 1978. – 400 с.
191. Грэд, Г. О кинетической теории разреженных газов / Г. Грэд // В сб. Механика. – 1952. – № 4. – С. 71-97.
192. Боголюбов, Н. Н. Проблемы динамической теории в статической физике / Н. Н. Боголюбов. – М.: Гостехиздат, 1946. – 119 с.
193. Климонтович, Ю. Л. Кинетическая теория неидеального газа и неидеальной плазмы / Ю. Л. Климонтович. – М.: Наука, 1975. –352 с.
194. Одинаев, С. Молекулярная теория структурной релаксации и явлений переноса в жидкостей / С. Одинаев, А. А. Адхамов. – Душанбе: Дониш, 1998. – 230 с.

195. Одинаев, С. О зависимости скорости и коэффициента поглощения сдвиговых волн в магнитных жидкостях от параметров состояния / С. Одинаев, К. Комилов, А. Зарипов // Доклады Академии наук Республики Таджикистан. – 2008. – Т. 51, № 2. – С. 107-112.
196. Одинаев, С. О влиянии концентрации и намагниченности на скорость и коэффициент поглощения сдвиговых волн в магнитных жидкостях. / С. Одинаев, К. Комилов, А. Зарипов // Доклады Академии наук Республики Таджикистан. – 2008. – Т. 51, № 9. – С. 645-651.
197. Одинаев, С. К статистической теории вязкоупругих свойств растворов электролитов / С. Одинаев, А. Додарбеков // Доклады Академии наук Республики Таджикистан. – 2001. – Т. 44, № 9-10. – С. 23-28.
198. Одинаев, С. Структурная релаксация и термоупругие свойства растворов электролитов / С. Одинаев, Д. Акдодов, Н. Шарифов // Укр. физ. журн. – 2007. – Т. 52, №1. – С. 22-29.
199. Одинаев, С. Расчет частотной дисперсии акустических параметров водных растворов электролитов / С. Одинаев, Д. М. Акдодов // Доклады Академии наук Республики Таджикистан. – 2015. – Т. 58, № 8. – С. 695-703.
200. Пригожин И. Р. Молекулярная теория растворов / И. Р. Пригожин. – М.: Металлургия, 1990. – 360 с.
201. Гиршфельдер, Дж. Молекулярная теория газов и жидкостей / Дж. Гиршфельдер, Ч. Кертисс, Р. Берд. – М.: Изд-во иност. лит. 1961. – 930 с.
202. Берковский, Б. М. К статистической термодинамике магнитных жидкостей. Ячеечная модель магнитной жидкости / Б. М. Берковский, В. И. Каликманов, В. С. Филинов // ТВТ. – 1987. – Т. 25, № 6. – С. 1126-1134.
203. Kalikmanov, V. I. Statistical Physics of Fluids. Basic Concepts and Applications / V. I. Kalikmanov. – Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2001. – 260 p.

204. Рудяк, В. Я. Статистическая аэрогидромеханика гомогенных и гетерогенных сред. Т. 1. Кинетическая теория / В. Я. Рудяк. – Новосибирск: НГАСУ, 2004. – 320 с.
205. Комилов, К. Частотная дисперсия коэффициента сдвиговой вязкости и магнитовязкий эффект в магнитных жидкостях / К. Комилов, А. К. Зарипов, Убайди Абдул Маджид // Журнал физической химии. – 2020. – Т. 94, № 8. – С. 1279-1284; Komilov, K. Frequency Dispersion of the Coefficient of Shear Viscosity and the Magnetic Viscous Effect in Magnetic Liquids / K. Komilov, A. K. Zaripov, Obaidi Abdul Majid // Rus. Journ. of Phys. Chem. A, – 2020. – V. 94, № 8. – P. 1726-1731.
206. Половин, Р. В. Основы магнитной гидродинамики / Р. В. Половин, В. П. Демуцкий. – М.: Энергоатомиздат, 1987. – 208 с.
207. Бибик, Е. Е. Реология дисперсных систем / Е. Е. Бибик. – Л.: Издательство Ленинградского университета, 1981. – 172 с.
208. Покровский, В. Н. Статистическая механика разбавленных суспензий / В. Н. Покровский. – М.: Наука, 1978. – 136 с.
209. Гуриков, Ю. В. Обобщенная гидродинамика вандерваальсовой жидкости / Ю. В. Гуриков // ТМФ. – 1976. – Т. 28, № 2. – С. 250-261.
210. Олдер, Б. Дж. Обобщенная гидродинамика / Б. Дж. Олдер, Э. Алли // В сб. «Физика за рубежом». Серия А, Исследование. – М.: Мир, 1986. – С. 52–72.
211. Kirkwood, J. G. The Statistical Mechanical Teory of Transport Processes III. The Coefficients of Shear and Bulk Viscosity of Liquids / J. G. Kirkwood, F. P. Buff, M. S. Green // J. Chem. Phys. – 1949. – V. 17, № 10. – P. 988-994.
212. Одинаев, С. Области частотной дисперсии коэффициента сдвиговой вязкости водных растворов электролитов / С. Одинаев, Д. М. Акдодов // Журнал физической химии. – 2013. – Т. 87, № 7. – С. 1154-1159.

213. Одинаев, С. Исследование частотной дисперсии диэлектрической проницаемости растворов электролитов / С. Одинаев, Р. С. Махмадбегов // Журнал физической химии. – 2016. – Т. 90, № 1. – С. 52-58.
214. Одинаев, С. Частотная дисперсия динамических модулей упругости растворов электролитов / С. Одинаев, Д. М. Акдодов, Н. Шарифов // Журнал физической химии. – 2016. – Т. 90, № 2. – С. 294-299.
215. Одинаев, С. Частотная дисперсия модуля электроупругости водных растворов электролитов / С. Одинаев, Д. М. Акдодов, Х. И. Идибегзода // Журнал структурной химии. – 2019. – Т. 60, № 9. – С. 1481-1489.
216. Одинаев, С. Частотная зависимость скорости и коэффициента поглощения звуковых волн в магнитных жидкостях / С. Одинаев, К. Комилов // Акустический журнал. – 2008. – Т. 54, № 6. – С. 920-925.
217. Одинаев, С. Молекулярная теория вязкоупругих свойств магнитных жидкостей / С. Одинаев, К. Комилов, А. Зарифов // ДАН РТ. – 2004. – Т. 47, № 9-10. – С. 17-24.
218. Evans, D. J. Enhanced $t^{3/2}$ long-time tail for the stressa-stress time correlation function / D. J. Evans // Journ. statist. phys. – 1980. – V. 22, № 1. – P. 81-90.
219. Kavasaki, K. Long time behavior of the velocity autocorrelation function / K. Kavasaki // Phys. Lett. – 1970. – V. A32, № 6. – P. 379-380.
220. Pomeau, Y. Low-frequency, behavior of transport coefficient in fluids / Y. Pomeau // Phys. Rev. A. Gen Phys., – 1972. – V. 5, № 6. – P. 2569-2587
221. Аджемян, Л. Ц. Временная асимптотика кинетических ядер линейной гидродинамики / Л. Ц. Аджемян, А. П. Гринин, Ф. М. Куни // ТМФ. – 1975. – Т. 24, № 2. – С. 255-264.
222. Ландау, Л. Д. Теоретическая физика. Механика сплошных сред / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. – М: Гос. изд-во техн.-теорет. лит., 1953. – 788 с.
223. Odenbach, S. Magnetoviscouse ffects in ferrofluids / S. Odenbach. – Berlin; Heidelberg; New York; Barcelona; Hong Kong; London; Milan; Paris; Tokyo: Springer, 2002. – 161 p.

224. Ilg, P. Nonequilibrium Dynamics and Magnetoviscosity of Moderately Concentrated Magnetic Liquids: A dynamic Mean-field Study / P. Ilg, S. Hess // Z. Naturforsch. – 2003. – V. 58a. – P. 589-600.
225. Ghasemi, E. Magnetoviscous Effect in a Maghemite Ferrofluid / E. Ghasemi, A. Mirhabibi, M. Edrissi // Journal of Nanoscience and Nanotechnology. – 2011. – V. 11, № 6. – P. 5285-5291.
226. Wang, S. Magnetoviscous properties of Fe_3O_4 silicon oil based ferrofluid / S. Wang, Ch. Yang, X. Bian // Journal of Magnetism and Magnetic Materials/ – 2012. – V. 324. – P. 3361-3365.
227. Odenbach, S. Magnetoviscous Effects in Ferrofluids / S. Odenbach, S. Thurm // LNP. – 2002. – V. 594. – P. 185-201.
228. Комилов, К. Об объемной вязкости магнитных жидкостей / К. Комилов, А. К. Зарипов, А. Убайди // Вестник Таджикского национального университета. Серия естественных наук. – 2021. – № 1. – С. 121-135.
229. Зарипов, А. К. Упругие свойства магнитных жидкостей / А. К. Зарипов // Коллоидный журнал. – 2021. – Т. 83, № 6. – С. 634-643; Zaripov, A. K. Elastic Properties of Magnetic Fluids / A. K. Zaripov // Coll. Jour. Coll. Jour. – 2021. – V. 83. – №. 6. – P. 698-706.
230. Комилов, К. Упругие свойства магнитных жидкостей / К. Комилов, А. К. Зарифзода, А. Убайди // Материалы Симпозиума физиков Таджикистана посвященного 85-летию академика Р. Марупова. Душанбе, 2021. – С. 78-80.
231. Комилов, К. Концентрационная зависимость коэффициентов вязкости магнитной жидкости на основе полиэфирного масла / К. Комилов, А. К. Зарипов, А. Убайди // Материалы республиканской научно-теоретической конференции на тему «Вопросы повышения качества образования в средних и высших учебных заведениях Республики Таджикистана». Душанбе, 2021. – С. 10-17.

232. Зарипов, А. К. О динамических коэффициентах вязкости и релаксационных процессах в магнитных жидкостях / А. К. Зарипов // Коллоидный журнал – 2021. – Т. 83, № 4. – С. 412-422; Zaripov, A. K. On the Dynamic Viscosity Coefficients and Relaxation Processes in Magnetic Fluids / A. K. Zaripov // Coll. Jour. – 2021. – V. 83, №. 4. – P. 422-436.
233. Alder, B. J. Decay of the Velocity Autocorrelation Function / B. J. Alder, T. E. Wainwright // Physical Review A. – 1970. – V. 1, № 1. – P. 18-21.
234. Zwanzig, R. Hydrodynamic Theory of the Velocity Correlation Function/ R. Zwanzig, M. Bixon // Physical Review A. – 1970. – V. 2, № 5. – P. 2005-2012.
235. Ernst, M. H. Asymptotic Time Behavior of Correlation Functions / M. H. Ernst, E. H. Hauge, J. M. J. Van Leeuwen // Physical Review Letters. – 1970. – V. 25, № 18. – P. 1254-1256.
236. Ernst, M. H. Asymptotic Time Behavior of Correlation Functions. I. Kinetic Terms / M. H. Ernst, E. H. Hauge, J. M. J. Van Leeuwen // Physical Review A. – 1971. – V. 4, № 5. – P. 2055-2065.
237. Ernst, M. H. Non-analytic Dispersion Relations for Classical Fluids/ M. H. Ernst, J. R. Dorfman // Physical Letters – 1972. – V. 38A, № 4. – P. 269-270.
238. Ernst, M. H. Nonanalytic Dispersion Relations for Classical Fluids. II. The General Fluid / M. H. Ernst, J. R. Dorfman // Journal of Statistical Physics. – 1975. – V. 12, № 4. – P. 311-359.
239. Dorfman, J. R. Velocity Correlation Functions in Two and Three Dimensions / J. R. Dorfman, E. G. D. Cohen // Physical Review Letters. – 1970. – V. 25, № 18. – P. 1257-1260.
240. Фишер, И. З. Гидродинамическая асимптотика автокорреляционных функции скорости молекулы в классической жидкости / И. З. Фишер // Журнал экспериментальной и теоретической физики. – 1971. – Т. 61, № 4(10). – С. 1647-1659.

241. Pomeau, Y., Time dependent correlation functions and mode–mode coupling theories / Y. Pomeau, P. Resibois // Physics Reports. – 1975. – V. 19, № 2. – P. 63-139.
242. Резибуа, П. Классическая кинетическая теория жидкостей и газов / П. Резибуа, М. Де Ленер. М.: Мир, 1980. – 424 с.
243. Lokotosh, T. V. Lagrange theory of thermal hydrodynamic fluctuations and collective diffusion in liquids / T. V. Lokotosh, N. P. Malomuzh // Physica A. – 2000. – V. 286. – P. 474-488.
244. Lokotosh, T. V. Nature of oscillations for the autocorrelation function for translational and angular velocities of a molecule / T. V. Lokotosh, N. P. Malomuzh, K. S. Shakun // Journal of Molecular Liquids. – 2002. – V. 96-97. – P. 245-263.
245. Bulavin, L. A. Role of the collective self-diffusion in water and other liquids / L. A. Bulavin, T. V. Lokotosh, N. P. Malomuzh // Journal of Molecular Liquids. – 2008. –V. 137. – P. 1-24.
246. Волошин, В. П. Исследование коллективных движений в компьютерных моделях воды. Крупномасштабные и долговременные корреляции / В. П. Волошин, Г. Г. Маленков, Ю. И. Наберухин // Журнал структурной химии. – 2013. – Т. 54, № 8. – С. S239-S257.
247. Лагарьков, Л. Н. Метод молекулярной динамики в статистической физике / Л. Н. Лагарьков, В. М. Сергеев // Успехи физических наук. – 1978. – Т. 125, № 3. – С. 409-448.
248. Levesque, D. Long-Time Behavior of the Velocity Autocorrelation Function for a Fluid of Soft Repulsive Particles / D. Levesque, W. T. Ashurst // Physical Review Letters. – 1974. – V. 33, № 5. – P. 277-280.
249. Dib, R. F. A. Long-time behavior of the velocity autocorrelation function at low densities and near the critical point of simple fluids / R. F. A. Dib, F. Ould-Kaddour, D. Levesque // Physical Review. E. – 2006. – V. 74. – P. 011202(1-6).

250. Рудяк, В. Я. Автокорреляционная функция скорости наночастицы в молекулярной системе твердых сфер / В. Я. Рудяк, Г. В. Харламов, А. Белкин // Письма в ЖТФ. – 2000. – Т. 26, № 13. – С. 29-36.
251. Рудяк, В. Я. Диффузия наночастиц и макромолекул в плотных газах и жидкостях / В. Я. Рудяк, Г. В. Харламов, А.А. Белкин // Теплофизика высоких температур. – 2001. – Т. 39, № 2. – С. 283-291.
252. Одинаев, С. О коллективных колебаниях в магнитных жидкостях / С. Одинаев, К. Комилов. А. Зарипов // Доклады Академии наук Республики Таджикистан. – 2011. – Т. 54, № 3. – С. 194-200.
253. Комилов, К. О спектре высокочастотных коллективных колебаний в магнитных жидкостях / К. Комилов, А. К. Зарипов // В мире научных открытый. – 2012. – № 12(36). – С. 219-229.
254. Комилов, К. О сдвиговой вязкости магнитных жидкостей / К. Комилов, А К. Зарипов // Доклады Академии наук Республики Таджикистан. – 2012. – Т. 55, № 5. – С. 372-377.
255. Odinaev, S. The influence of the non-uniform magnetic field on the viscosity of magnetic liquids / S. Odinaev, K. Komilov, A. Zaripov // Abstracts of XVII International Conference on Chemical Thermodynamics in Russia. Kazan, Russian Federation, 2009. – P. 177.
256. Komilov, K. Frequency dispersion of dynamic coefficients of viscosity of magnetic liquids / K. Komilov, A. K. Zaripov // Abstracts of the 8th International Conference Physics of liquid matter: modern problems. Kyiv, Ukraine, 2018. – P. 134.
257. Комилов, К. Об оценке вклада концентрации и температуры на вязкоупругих свойств магнитных жидкостей / К. Комилов, А. К. Зарипов // Вестник Таджикского национального университета, серия естественных наук. – 2017. – № 1/4. – С. 99-103.
258. Evans, D. J. The frequency dependent shear viscosity of methane / D. J. Evans // Molecular Physics. – 1979. – V. 37, № 6. – P. 1745-1754.

259. Эванс, Д. Дж. Неньютоновские явления в простых жидкостях / Д. Дж. Эванс, Г. Дж. Хенли, З. Гесс // В сб. «Физика за рубежом». Серия А, Исследование. – М.: Мир, 1986. – С. 7-28.
260. Zwanzig, R. Nonlinear shear viscosity and long time tails / R. Zwanzig // Proc. Nat. Acad. Sci. USA. – 1981. – V. 78, № 6. – P. 3296-3297.
261. Lemberg, H. L. Central-force model for liquid water / H. L. Lemberg, F. H. Stillinger // Journal of Chemical Physics. – 1975. – V. 62, № 5. – P. 1677-1690.
262. Zwanzig, R. High-Frequency Elastic Moduli of Simple Fluids / R. Zwanzig, R. D. Mountain // Journal of Chemical Physics. – 1965. V. 43, № 12. – P. 4464-4471.
263. Пюлман, Б. Межмолекулярные взаимодействия: От двухатомных молекул до биополимеров / Под ред. Б. Пюлмана // – М.: Мир, 1981. – 592 с.
264. Каплан, И. Г. Введение в теорию межмолекулярных взаимодействий / И. Г. Каплан // – М.: Наука, 1982. – 312 с.
265. de Gennes, P. G. Pair Correlations in a Ferromagnetic Colloid / P. G. de Gennes, P. A. Pincus // Physik der kondensierten Materie. 1970. – V. 11. – P. 189-198.
266. Buyevich, Yu. A. Equilibrium properties of ferrocolloids / Yu. A. Buyevich, A. O. Ivanov // Physica A. – 1992. – V. 190. – P. 276-294.
267. Banerjee, S. Thermodynamic Limit for Dipolar Media / S. Banerjee, R. B. Griffiths, M. Widom // Journal of Statistical Physics. – 1998. – V. 93, № 1/2. – P. 109-141.
268. Huke, B. Magnetization of ferrofluids with dipolar interactions: A Born–Mayer expansion / B. Huke and M. Lucke // Physical Review E. – 2000. – V. 62, № 5. – P. 6875-6890.
269. Литинский, Г. Б. Статистическая термодинамика жидкости дипольных твердых сфер. Модель заторможенного вращения молекул / Г. Б. Литинский // Журнал структурной химии. – 2004. –Т. 45, № 1. – С. 86-93.

270. Mendelev, V. S. Ferrofluid aggregation in chains under the influence of a magnetic field / V. S. Mendelev, A. O. Ivanov // Physical Review E. – 2004. – V. 70. – P. 051502(1-10).
271. Комилов, К. Исследование вклада магнитного взаимодействия феррочастиц на вязкостные свойства магнитных жидкостей / К. Комилов, А. К. Зарипов, А. Убайди // Материалы международной научно-практической конференции «Энергетика – основной фактор развития экономики». Кушониён, 2019. – С. 138-142.
272. Комилов, К. О частотной зависимости коэффициента сдвиговой вязкости и магнитовязкий эффект в магнитных жидкостях / К. Комилов, А. К. Зарипов, А. Убайди // Сборник научных трудов 19-й Межд. Плесской научной конференции по нанодисперсным магнитным жидкостям. Иваново, Россия, 2020. – С. 22-26.
273. Комилов, К. О сдвиговой и объемной вязкости магнитной жидкости на основе ундекана / К. Комилов, А. К. Зарипов, А. Убайди // Материалы республиканской научно-практической конференции на тему «Современные проблемы физики конденсированного состояния и ядерной физики». Душанбе, 2020. – С. 60-63.
274. Комилов, К. Об эффективной вязкости магнитных жидкостей / К. Комилов, А. К. Зарипов, А. Убайди // Материалы VII международной конференции «Современные проблемы физики». Душанбе, 2020. – С. 29-32.
275. Кристенсен, Р. Введение в механику композитов / Р. Кристенсен. – М.: Мир, 1982. – 336 с.
276. Kirkwood, J. G. The Statistical Mechanical Theory of Transport Processes / J. G. Kirkwood // Journal of Chemical Physics. – 1946. – V. 14, № 3. – P. 180-201.
277. Rice, S. A. Some Aspects of the Statistical Theory of Transport / S. A. Rice, H. L. Frisch // Annu. Rev. Phys. Chem. – 1960. – V. 11. – P. 187-272.

278. Helfand, E. Theory of the Molecular Friction Constant / E. Helfand // Phys. Rev. – 1961. – V. 4, № 6. – P. 681-691.
279. Hhiroike, K. On the Kinetic Theory of Dense Fluids. XIX. Comments on and a Rederivation of the Kinetic Equations / K. Hhiroike, P. Gray, S. A. Rice // J. Chem. Phys. – 1965. – V. 42, № 9. – P. 3134-3143.
280. Комилов, К. Об учете дипольного взаимодействия при определении коэффициента трения магнитных жидкостей / К. Комилов, А. К. Зарипов // Вестник филиала МГУ им. М.В. Ломоносова в г. Душанбе. – 2018. – № 1(2). – С. 64-70.
281. Комилов, К. О коэффициенте трения магнитных жидкостей / К. Комилов, А. Зарипов // Материалы международной конференции «Современные вопросы молекулярной спектроскопии конденсированных сред». Душанбе, 2011. – С. 294-299.
282. Зубарев, А. Ю. Динамические свойства умеренно-концентрированных магнитных жидкостей / А. Ю. Зубарев, А. В. Юшков // Журнал экспериментальной и теоретической физики. – 1998. – Т. 114, № 3(9). – С. 892-909.
283. Shliomis, M. I. Negative viscosity of ferrofluid under alternating magnetic field / M. I. Shliomis, K. I. Morozov // Physics of Fluids. – 1994. – V. 6, № 8. – P. 2855-2861.
284. Галимбеков, А. Д. Эффективная вязкость суспензий в высокочастотных электромагнитных полях / А. Д. Галимбеков // Вестник Башкирского университета. – 2004. – № 3. – С. 65-69.
285. Физическая акустика. Свойства газов, жидкостей и растворов / Под ред. У. Мэзона. Т. 2. – М.: Мир, 1968. – 488 с.
286. Фишер, И. З. Статистическая теория жидкостей / И. З. Фишер – М.: Физматгиз, 1961. – 280 с.
287. Зарипов, А. К. О зависимости вязкости магнитных жидкостей от концентрации магнитных частиц, температуры и магнитного поля / А. К.

Зарипов, А. Убайди // Журнал физической химии. – 2021. – Т 95, № 10. – С. 1594-1601; Zaripov, A. K. Dependence of the Viscosity of Magnetic Fluids on the Concentration of Magnetic Particles, Temperature, and a Magnetic Field / A. K. Zaripov, A. Obaidi // Russ. Jour. Phys. Chem. A, – 2021. – V. 95, № 10. – P. 2141-2147.

288. Полунин, В. М. Исследование вязкоупругих параметров магнитной жидкости во внешнем магнитном поле / В. М. Полунин, П. А. Ряполов, Е. В. Шельдешова, А. В. Бридский // В сб. научн. трудов 18-й Международной Плесской научной конференции по нанодисперсным магнитным жидкостям. – 2018. – С. 245-249.
289. Sundar, L. S. Investigation of thermal conductivity and viscosity of Fe_3O_4 nanofluid for heat transfer applications / L. S. Sundar, M. K. Singh, A. C. M. Sousa // International Communications in Heat and Mass Transfe. – 2013. – V. 44. – P. 7-14.
290. Malekzadeh, A. Experimental Investigations on the Viscosity of Magnetic Nanofluids under the Influence of Temperature, Volume Fractions of Nanoparticles and External Magnetic Field / A. Malekzadeh, A. R. Pouranfard, N. Hatami, A. Kazemnejad Banari, M. R. Rahimi // Journal of Applied Fluid Mechanics. – 2016. – V. 9, №. 2. – P. 693-697.
291. Вшивков, С. А. Влияние магнитного поля на реологические свойства магнитных жидкостей на основе оксидов железа / С. А. Вшивков, Е. Б. Русинова, А. П. Сафронов, А. Г. Галяс, Т. В. Терзиян // Журнал физической химии. – 2015. – Т. 89, № 2. – С. 336-339.
292. Shahsavar, A. Effect of temperature and concentration on thermal conductivity and viscosity of ferrofluid loaded with carbon nanotubes / A. Shahsavar, M. Saghafian, M. R. Salimpour, M. B. Shafii // Heat Mass Transfer. – 2016. – V. 52, № 10. – P. 2293-2301.

293. Матусевич, Н. П. Получение ферромагнитных жидкостей на воде / Н. П. Матусевич // Проблемы механики магнитных жидкостей. Минск, ИТМО АН БССР. – 1981. – С. 3-10.
294. Mahbubul, I. M. Latest developments on the viscosity of nanofluids / I. M. Mahbubul, R. Saidur, M. A. Amalina // International Journal of Heat and Mass Transfer. – 2012. – V. 55, № 4. – P. 874-885.
295. Vasilescu, C. High concentration aqueous magnetic fluids: structure, colloidal stability, magnetic and flow properties / C. Vasilescu, M. Latikka, K. D. Knudsen et al. // Soft Matter, Royal Society of Chemistry. – 2018. – V. 14, № 32. – P. 6648-6666.
296. Resler, E. L. Magnetocaloric power / E. L. Resler, R. E. Rosensweig // AIAA Journal. – 1964. – V. 2, № 8. – P. 1418-1422.
297. Resler, E. L. Regenerative Thermomagnetic Power / E. L. Resler, R.E. Rosensweig // Journal of Engineering for Gas Turbines and Power. – 1967 – V. 89, № 3. – P. 399-405.
298. Charles, S. W. Ferromagnetic liquids / S. W. Charles, J. Popplewell // In: Ferromagnetic Materials Amsterdam:NorthHolland Publishing Co. – 1980. – V. 2. – P. 509-559.
299. Марч, Н. Г. Жидкие металлы / Н. Г. Марч – М.: Металлургия, 1972. – 128 с.
300. Коваленко, Н. П. Статистическая теория жидких металлов / Н. П. Коваленко, Ю. П. Красный, С. А. Тригер – М.: Наука, 1990. – 204 с.
301. Саттон, Дж. Основы технической магнитной газодинамики / Дж. Саттон, А. Шерман – М.: Мир, 1968. – 492 с.
302. Komilov, K. The equation for binary particles density of electrical-conducting magnetic liquids / K. Komilov, A. K. Zaripov // Proc. of the 6th International Conference Physics of liquid matter: modern problems. Kyiv, Ukraine, 2014. – P. 73.

303. Комилов, К. Уравнения для бинарной плотности и бинарного потока частиц электропроводящих магнитных жидкостей / К. Комилов, А. К. Зарипов // Известия Академии наук Республики Таджикистан, отделение физико-математических, химических, геологических и технических наук. – 2013, – № 2(151). – С. 65-69.
304. Komilov, K. The viscoelastic properties of magnetic liquids and their dependence on thermodynamic state variables / K. Komilov, A. K. Zaripov // Abstracts XIX international conference on chemical thermodynamics in Russia. Moscow, 2013. – P. 253.
305. Odinaev, S. The statistical description of electro conductive magnetic liquids / S. Odinaev, K. Komilov, A. Zaripov // XVIII International Conference on Chemical Thermodynamics in Russia. Samara, Russian Federation, 2011. – P. 34-35.
306. Комилов, К. Кинетическое описание электропроводящих магнитных жидкостей / К. Комилов, А. К. Зарипов // Материалы национальной конференции «Современные проблемы физики конденсированного состояния». Душанбе, 2012. – С. 61-63.
307. Комилов, К. Релаксационные процессы и вязкоупругие свойства электропроводных магнитных жидкостей / К. Комилов, А. К. Зарипов // Вестник ТНУ. Серия естест. наук. – 2022. – № 3.
308. Комилов, К. О коэффициентах вязкости электропроводящих магнитных жидкостей / К. Комилов, А. К. Зарипов // Вестник Таджикского национального университета, серия естественных наук. – 2014. – № 1/3(134). – С. 62-66.
309. Юхновский, И. Р. Статистическая теория классических равновесных систем / И. Р. Юхновский, М. Ф. Головко – Киев: Наукова думка, 1980. – 372 с.
310. Марч, Н. Движение атомов жидкости / Н. Марч, М. Тоси – М.: Металлургия, 1980. – 296 с.

311. Белященко, Д. К. Явления переноса в жидких металлах и полупроводниках / Д. К. Белащенко – М.: Атомиздат, 1970. – 400 с.
312. Вукалович, М. П. Теплофизические свойства ртути / М. П. Вукалович, А. И. Иванов, Л. Р. Фокин, А. Т. Яковлев – М.: Изд-во. стандартов, 1971. – 312 с.
313. Комилов, К. О частотной дисперсии коэффициентов вязкости и модулей упругости электропроводных магнитных жидкостей / К. Комилов, А. К. Зарипов // Вестник Таджикского национального университета, серия естественных наук. – 2018. – № 3. – С. 130-136.
314. Komilov, K. About the concentration dependence of the viscoelastic properties of the electroconductive magnetic liquids / K. Komilov, A. K. Zaripov // Abstracts of the 7th International Conference Physics of liquid matter: modern problems. Kyiv, Ukraine, 2016. – P. 146.
315. Комилов, К. О частотной и концентрационной зависимости вязкоупругих свойств электропроводных магнитных жидкостей / К. Комилов, А. К. Зарипов // Материалы IV-й международной конференции «Современные проблемы физики». Душанбе, 2015. – С. 35-38.
316. Комилов, К. О частотной зависимости модулей упругости электропроводных магнитных жидкостях / К. Комилов, А. К. Зарипов // Материалы научно-практической конференции «Развития естественных наук в период Независимости Республики Таджикистана». Бустон, 2017. – С. 46–50.
317. Кудрявцев, Б. Б. Скорость звука в индивидуальных жидкостях и жидких смесях / Б. Б. Кудрявцев // Акустический журнал. – 1956. – Т. 2, № 1. – С. 39-50.
318. Кудрявцев, Б. Б. Скорость звука в жидкостях, жидких смесях и растворах / Б. Б. Кудрявцев // Акустический журнал. – 1956. – Т. 2, № 2. – С. 167-172.

319. Odinaev, S. About collective vibrations in magnetic liquids / S. Odinaev, K. Komilov, A. Zaripov // Abstracts of the 5th International Conference Physics of liquid matter: modern problems. Kyiv, Ukraine, 2010. – P. 319.
320. Соколов, В. В. Применение обобщенного принципа виртуальных работ в феррогидродинамике. 2. Магнитная жидкость с вмороженной намагниченностью // В. В. Соколов, В. В. Толмачев // Магнитная гидродинамика. – 1996. – Т. 32. – № 3. – С. 318-322.
321. Комилов, К. Влияние магнитного поля на скорости распространения сдвиговых волн в магнитных жидкостях / К. Комилов, А. К. Зарифзода, А. Убайди // Материалы Республиканской научно-практической конференции «Современные проблемы естествознания в науке и образовательном процессе». Душанбе, 2022. – С. 91-93.
322. Исакович, М. А. Распространение волн в сильновязких жидкостях / М. А. Исакович, И. А. Чабан // Журнал экспериментальной и теоретической физики. – 1965. – Т. 50, № 5. – С. 1343-1363.
323. Астахов, В. Г. Вязкоупругие свойства магнитной жидкости на основе додекана / В. Г. Астахов, С. П. Дмитриев / Тезисы докладов V Всесоюзн. совещания по физике магнитных жидкостей – Пермь. – 1990. – С. 9-11.
324. Комилов, К. О скорости распространения магнитозвуковых волн в магнитных жидкостях / К. Комилов, А. К. Зарифзода, А. Убайди // Материалы VI Всероссийской научно-практической конференции с международным участием. Орел, Россия, 2021. – С. 279-288.
325. Комилов, К. Поглощение акустических волн в магнитных жидкостях / К. Комилов, А. К. Зарипов, А. Убайди // Сборник научных трудов 20-й юбилейной всероссияйской с международным участием Плесской научной конференции по нанодисперсным магнитным жидкостям. Иваново, Россия, 2022. – С. 22-26.

326. Соколов, В. В. Распространение сдвиговых волн в магнитной жидкости с вмороженной намагниченности / В. В. Соколов, В. В. Толмачев // Письма в ЖТФ. – 1996. – Т. 22, № 24. – С. 88-91.
327. Challis, R. E. Ultrasound techniques for characterizing colloidal dispersions / R. E. Challis, M. J. W. Povey, M. L. Mather, A. K. Holmes // Rep. Prog. Phys. – 2005. – V. 68. – P. 1541-1637.
328. Min Shen Acoustic Velocity and Attenuation in Magnetorhelogical fluids based on an effective density fluid model / Shen Min, Huang Qibai // MATEC Web of Conferences. – 2016. – V. 45. – P. 01001(1-5).
329. Ahuja, A. S. Effects of particle shape and orientation on propagation of sound in suspensions / A. S. Ahuja, W. R. Hendee // Journal Acoustical Society of America – 1978. – V. 63, № 4. – P. 1074-1080.
330. Hornowski, T. Ultrasonic Determination of The Aggregate Sizes Distribution Function In Water-Based Magnetic Liquid / T. Hornowski // Molecular and Quantum Acoustics. – 2005. – V. 26. – P. 97-103.