МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РЕСПУБЛИКИ ТАДЖИКИСТАН
ТАДЖИКСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. САДРИДДИНА АЙНИ

УДК-517.2(575.3)
ББК-22.1(2 до 7)
И-17

На правах рукописи

ИБОДЗОДА МОХРУХСОР ИНОЯТУЛЛО

СИНГУЛЯРНЫЕ КРАЕВЫЕ ЗАДАЧИ РИМАНА С НЕПРЕРЫВНЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ ДЛЯ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ ПЕРВОГО ПОРЯДКА ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО ТИПА

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т

диссертатсия на соискание ученой степени доктора философии (PhD), доктор по специальности 6D060100 – Математика (6D060103 – Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление)

ДУШАНБЕ-2026

Работа выполнена на кафедре математического анализа Таджикского государственного педагогического университета имени Садриддина Айни

Научный руководитель: **Усмонов Нурулло,** доктор физико-математических наук, профессор

Официальные оппоненты: **Шамсудинов Файзулло Мамадуллоевич,** доктор физико-математических наук, доцент, и.о. профессора кафедры математического анализа и дифференциальных уравнений Бохтарского государственного университета имени Носира Хусрава;

Одинабеков Джасур Музофирович, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры МЕН, филиала Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова в городе Душанбе.

Ведущая организация: Международный университет туризма и предпринимательства Таджикистана.

Защита состоится 22 апреля 2026 года в 14:00 часов на заседании диссертационного совета 6D.КОА-011 на механико-математическом факультете Таджикского национального университета по адресу: 734025, г.Душанбе, улица Буни-Хисорак, студенический городок, учебный корпус 17, аудитория 203. E-mail: alisher_gaforov@mail.ru; телефон ученого секретаря: (+992) 900 76-66-03

С диссертации можно ознакомиться в научной библиотеке университета и на официальном сайте Таджикского национального университета http://www.tnu.tj

Автореферат разослан «___»______» 2026г.

Учёный секретарь диссертационного совета 6D.КОА-011, кандидат физико-математических наук **Гафоров А.Б.**

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы исследования. Краевым задачам теории функций комплексного переменного посвящено большое количество научных работ. Особенно это касается краевых задач Римана. Однако до настоящего времени краевые задачи Римана с непрерывными коэффициентами в сингулярном случае, а также для эллиптических уравнений первого порядка, остаются недостаточно исследованными.

Данная работа посвящена исследованию краевых задач Римана с непрерывными коэффициентами в случае, когда коэффициенты обладают нулями, полюсами, нулями и полюсами сопряжённого вида, а также в случае, когда коэффициенты характеризуют особенности модульного порядка для систем дифференциальных уравнений первого порядка эллиптического типа.

Степень научной разработанности изучаемой проблемы. В этом направлении основополагающими являются научные работы: И.Н. Векуа [1-2], Л.Г. Михайлова [3-4], Н. Усмонова [5] и других авторов. Задачи о решениях эллиптических уравнений, а также краевые задачи Римана с коэффициентами из класса Гёльдера и их сингулярные случаи были предметом исследований в научных трудах И.Н. Векуа, Л.Г. Михайлова, Н. Усмонова и ряда других математиков.

И.Н. Векуа исследовал обобщённые аналитические функции для системы дифференциальных уравнений следующего вида:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial x} - \dfrac{\partial v}{\partial y} = au + bv + f \\ \dfrac{\partial u}{\partial y} + \dfrac{\partial v}{\partial x} = cu + dv + g, \end{cases} \tag{0.0.1}$$

или в комплексном переменном:

$$\partial_{\bar{z}} W = AW + B\overline{W} + F, \tag{0.0.2}$$

где

$$W = u + iv, \qquad \overline{W} = u - iv, \qquad \bar{z} = x - iy, \qquad z = x + iy$$

и

$$A = \frac{1}{4}(a + d + ic - ib), \quad B = \frac{1}{4}(a - d + ic + ib), \quad F = \frac{1}{2}(f + ig).$$

В данной системе уравнений (0.0.1) И.Н. Векуа рассматривал краевую задачу типа Гильберта. И.Н. Векуа не исследовал задачу Римана, задача Римана для данной системы была исследована Л.Г. Михайловым. Отметим, что коэффициент задачи Римана в работе Л.Г. Михайлова удовлетворял условиям Гёльдера.

Кроме того, Л.Г. Михайловым была поставлена и исследована задача Римана–Газемана:

$$W^{+}(t)[\alpha(t)] = A(t)W^{-}(t) + c(t),$$

он исследовал для системы уравнений:

$$\partial_{\bar{z}}W = AW + B\overline{W}.$$

Для указанной системы рассматривается следующая граничная задача:

$$W^{+}(t) = a(t)W^{-}(t) + b(t)\overline{W}^{-}(t) + c(t);$$

$$W^{+}(t) = a(t)\frac{\partial W^{-}(t)}{\partial t} + b(t)\frac{\partial \overline{W}^{-}(t)}{\partial t} + p(t)W^{-}(t) + q(t)\overline{W}^{-}(t) + c(t).$$

В дальнейшем Н. Усмоновым и С. Шавкатзода [6-7], были исследованы сингулярные случаи этих задач. Настоящая работа посвящена изучению сингулярных случаев задачи Римана для обобщённых систем уравнений Коши–Римана. При этом коэффициент задачи Римана $A(t)$ является непрерывной функцией.

Связь работы с научными программами (проектами), темами. Данное диссертационное исследование выполнено в рамках реализации государственных планов и программ: «Двадцатилетие изучения и развития естественных, точных и математических наук в сфере науки и образования» на 2020–2040 годы, «Государственная целевая программа развития математических, точных и естественных наук на 2021–2025 годы» а также плана научно-исследовательских работ кафедры математического анализа, Таджикского государственного педагогического университета имени С. Айни на 2021-2025 годы по теме «Исследования по теории дифференциалных уравнений и ее приложениям».

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ИССЛЕДОВАНИЯ

Цель исследования. Целью диссертационной работы является решение сингулярной краевой задачи Римана для эллиптического уравнения в случае, когда коэффициент задачи является непрерывной функцией:

- когда коэффициент задачи характеризуется особенностью нулей и полюсов аналитического вида;
- когда коэффициент задачи Римана характеризуется особенностью нулей и полюсов сопряжённо-аналитического вида;
- когда коэффициент задачи характеризуется особенностью модульного порядка.

Задачи исследования. В соответствии с поставленной целью исследуется ряд задач при условиях:

- В первом случае изучаются задачи Римана для эллиптических уравнений вида: $\frac{\partial W}{\partial \overline{z}} = \psi(x, y)$ с непрерывными коэффициентами, при которых коэффициент характеризуется наличием нулей и полюсов целого порядка, нулей и полюсов сопряжённого вида, а также особенностями, связанными с нулями и полюсами модульного порядка.
- Затем исследуются сингулярные случаи задачи Римана для эллиптических уравнений вида $\frac{\partial W}{\partial \overline{z}} = A(x, y) \cdot W(x, y)$, при которых коэффициент задачи Римана представляет собой непрерывную функцию и характеризуется наличием нулей и полюсов аналитической структуры, нулей и полюсов сопряжённо-аналитического вида, а также особенностями модульного характера.
- Далее исследуются сингулярные случаи задачи Римана для эллиптических уравнений вида:

$$\frac{\partial W}{\partial \overline{z}} = A(x, y) \cdot \left(W(x, y) + \frac{B(x, y) \cdot \overline{W(x, y)}}{A(x, y)} + \frac{c(x, y)}{A(x, y)} \right),$$

когда коэффициент задачи является непрерывной функцией и характеризуется особенностями в виде нулей и полюсов аналитического, сопряжённо-аналитического характера, а также особенностями дробного порядка.

Объект исследования. Объектом исследования является изучение сингулярных краевых задач Римана с непрерывными коэффициентами для систем уравнений первого порядка эллиптического типа:

$$\frac{\partial W}{\partial \overline{z}} = \psi(z), \quad \frac{\partial W}{\partial \overline{z}} = A(z)\cdot W(z),$$

$$\frac{\partial W}{\partial \overline{z}} = A(z)\cdot W(z) + B(z)\overline{W(z)} + c(z).$$

Предмет исследования. Предметом исследования является доказательство теорем, определяющих число решений однородной задачи l и число условий разрешимости неоднородной задачи p.

Методы исследования. В диссертационной работе для исследования сингулярных краевых задач Римана с непрерывными коэффициентами для систем уравнений первого порядка эллиптического типа применён комплекс современных и классических методов математического анализа и теории дифференциальных уравнений. Основу исследования составляют общие методы теории краевых задач для эллиптических систем, методы функционального анализа и теории обобщённых функций.

Научная новизна исследования. Научная новизна диссертационной работы заключается в получении новых результатов, связанных с решением краевых однородных и неоднородных задач Римана. В частности, новизна проявляется в следующем:

ЗАДАЧА R₁. Потребовалось найти две аналитические функцию: $W^{\pm}(x,\ y)-$которые удовлетворяют регулярное решение настоящего уравнения: $\dfrac{\partial W}{\partial \overline{z}} = \psi(x,\ y)$, принадлежащего к областям $D^{\pm}$, по следующему однородному граничному условию:

$$W^{+}(t) = A_1(t)W^{-}(t) + c(t),$$

здесь $A_1(t) = \prod\limits_{r=1}^{\mu}(t-\xi_r)^{d_r} \cdot \prod\limits_{j=1}^{\gamma}(t-\eta_j)^{-q_j} \neq 0-$ является коэффициентом задачи Римана и непрерывная функция, которая имеет конечный порядок на бесконечности на границе, где $c(t)-$из класса $H(\Gamma)$, ξ_r, η_j $-$различные точки контура, причем $d_r,\ q_j \succ 0$.

ЗАДАЧА R₂. Надо найти пару аналитических функций: $W^{\pm}(z)$ являющихся регулярным решением эллиптического уравнения: $\frac{\partial W}{\partial \bar{z}} = \psi(z)$, принадлежащего областям $D^{\pm}$, и в конечной точке контура стремящегося на бесконечности по следующему граничному условию, вида:

$$W^{+}(t) = A_1(t) W^{-}(t) + c(t),$$

в этом случае, коэффициент задачи Римана, $A_1(t) = \prod_{r=1}^{\mu} \overline{(t-\xi_r)}^{d_r} \cdot \prod_{j=1}^{\gamma} \overline{(t-\eta_j)}^{-q_j}$ - везде непрерывная функция, где $c(t) \in H(\Gamma)$ и ξ_r, η_j – находящие точки контура, причём, $d_r,\ q_j > 0$.

ЗАДАЧА R₃. Потребуется найти две аналитические функции: $W^{\pm}(z)$, которые являются регулярными решениями эллиптического уравнения, вида: $\frac{\partial W}{\partial \bar{z}} = \psi(x,\ y)$, находящие в областях $D^{\pm}$, по следующему неоднородному граничному условию:

$$W^{+}(t) = \frac{\prod_{r=1}^{\mu} \left| t - \xi_r \right|^{d_r}}{\prod_{j=1}^{\gamma} \left| t - \eta_j \right|^{q_j}} A_1(t) W^{-}(t) + c(t),$$

в данной задаче, где $\xi_r (r = 1,\ 2, ...,\ \mu)$, $\eta_j (j = 1,\ 2, ...,\ \gamma)$ – разные точки из Г, $d_r,\ q_j$ – целые числа, $A_1(t)$ – отличная от нуля, причем непрерывная функция и $c(t) \in H(\Gamma)$. Поскольку данная задача имеет модульный характер, и решение находится в классе функций, интегрируемой на контуре.

ЗАДАЧА R₄. Необходимо найти две аналитические функции, $W^{\pm}(x,\ y)$, которые являются регулярным решением настоящего уравнения: $\frac{\partial W}{\partial \bar{z}} = A(x,\ y) \cdot W(x,\ y)$, принадлежащие к областям $D^{\pm}$, подчиняющиеся следующим граничным условиям, на контуре Γ:

$$\textbf{а)}\ W^{+}(t)=\frac{\prod_{r=1}^{\mu}(t-\xi_r)^{d_r}}{\prod_{j=1}^{\gamma}(t-\eta_j)^{q_j}}A_1(t)W^{-}(t)+c(t),$$

$$\textbf{б)}\ W^{+}(t)=\frac{\prod_{r=1}^{\mu}\overline{(t-\xi_r)}^{d_r}}{\prod_{j=1}^{\gamma}\overline{(t-\eta_j)}^{q_j}}A_1(t)W^{-}(t)+c(t),$$

$$\textbf{в)}\ W^{+}(t)=\frac{\prod_{r=1}^{\mu}\left|t-\xi_r\right|^{d_r}}{\prod_{j=1}^{\gamma}\left|t-\eta_j\right|^{q_j}}A_1(t)W^{-}(t)+c(t),$$

где $\xi_r(r=1,\ 2,...,\ \mu)$, $\eta_j(j=1,\ 2,...,\ \gamma)-$ различные точки контура, $d_r,\ q_j>0$ и коэффициент задачи Римана, $A_1(t)=\prod_{r=1}^{\mu}\left|t-\xi_r\right|^{d_r}\cdot\prod_{j=1}^{\gamma}\left|t-\eta_j\right|^{-q_j}\neq 0,$ причем, непрерывная функция, $c(t)-$ из класса $H(\Gamma)$.

Поскольку данная задача представлена в общем виде, её решения в случаях **а)** и **б)** найдены в классе функций, ограниченных на контуре Γ, тогда как в случае **в)** решение задачи Римана принадлежит классу функций, интегрируемых на этом контуре.

ЗАДАЧА R5. Потребовалось найти две аналитические функции: $W^{\pm}(x,\ y)$, регулярного решения уравнения, вида:

$$\frac{\partial W}{\partial\bar{z}}=A(z)\cdot\left(W(z)+\frac{B(z)\overline{W(z)}}{A(z)}+\frac{c(z)}{A(z)}\right),$$

принадлежащих к областям $D^{\pm}$, которые удовлетворяют следующие краевые условиям:

$$\textbf{а)}\ W^{+}(t)=A_1(t)W^{-}(t)+c(t),$$

здесь

$$A_1(t)=\prod_{r=1}^{\mu}(t-\xi_r)^{d_r}\cdot\prod_{j=1}^{\gamma}(t-\eta_j)^{-q_j},$$

$$\textbf{б)}\ W^+(t)=A_1(t)W^-(t)+c(t),$$

здесь

$$A_1(t)=\prod_{r=1}^{\mu}\overline{(t-\xi_r)}^{d_r}\cdot\prod_{j=1}^{\gamma}\overline{(t-\eta_j)}^{-q_j},$$

$$\textbf{в)}\ W^+(t)=A_1(t)W^-(t)+c(t),$$

здесь

$$A_1(t)=\prod_{r=1}^{\mu}\left|t-\xi_r\right|^{d_r}\cdot\prod_{j=1}^{\gamma}\left|t-\eta_j\right|^{-q_j},$$

где $\xi_r(r=1,\ 2,...,\mu)$, $\eta_j(j=1,\ 2,...,\gamma)$ – точки, лежащие на контуре и здесь $d_r,\ q_j>0$, $c(t)$ – из класса $H(\Gamma)$. Решение задачи **а)** и **б)** наблюдается в классе функций, ограниченных на контуре Γ, а, в случае **в)** решение наблюдается в классе функций, интегрируемых на границе.

Теоретическая и научно-практическая значимость работы. Работа носит теоретический характер. Методы, разработанные в диссертации, а также полученные результаты могут быть использованы при исследовании краевых задач теории гармонических функций, теории аналитических функций и теории обобщённых аналитических функций.

Положения, выносимые на защиту:

1. Нахождение теорем о краевой задаче Римана для эллиптических уравнений, вида: $\dfrac{\partial W}{\partial \bar{z}}=\psi(x,\ y)$, когда коэффициент непрерывной функции характеризуется особенностью аналитического вида.

2. Теорема о краевой задаче Римана для уравнений, вида: $\dfrac{\partial W}{\partial \bar{z}}=\psi(x,\ y)$, с непрерывными коэффициентами, имеющими нули и полюса сопряжённо-аналитического вида.

3. Теорема о сингулярной граничной задаче Римана, когда коэффициент задачи Римана имеет особенность дробного порядка, для уравнений первого порядка, следующего вида: $\frac{\partial W}{\partial \overline{z}} = \psi(x,\ y)$.

4. Нахождение новой теоремы, определяющей число решений однородной сингулярной граничной задачи Римана для эллиптических дифференциальных уравнений, следующего вида: $\frac{\partial W}{\partial \overline{z}} = A(x,\ y)\cdot W(x,\ y)$ с непрерывными коэффициентами, когда коэффициент характеризуется особенностью аналитического вида.

5. Нахождение новой теоремы о неоднородной сингулярной граничной задаче Римана для эллиптических уравнений, $\frac{\partial W}{\partial \overline{z}} = A(x,\ y)\cdot W(x,\ y)$, когда коэффициент, характеризуется особенностью нулей и полюсов сопряжённо-аналитического порядка.

6. Нахождение новой теоремы о граничной краевой задаче Римана для системы дифференциальных эллиптических уравнений, вида: $\frac{\partial W}{\partial \overline{z}} = A(x,\ y)\cdot W(x,\ y)$, когда коэффициент является непрерывной функцией и имеет особенность модульного порядка.

7. Теорема о сингулярной краевой задаче Римана для системы уравнений, эллиптического типа, в виде:

$$\frac{\partial W}{\partial \overline{z}} = A(x,\ y)\cdot\left(W(x,\ y) + \frac{B(x,\ y)\cdot\overline{W(x,\ y)}}{A(x,\ y)} + \frac{c(x,\ y)}{A(x,\ y)}\right)$$

с непрерывными коэффициентами, когда коэффициент характеризуется особенностью целого порядка.

8. Теорема о сингулярной граничной задаче Римана для системы эллиптических уравнений, вида:

$$\frac{\partial W}{\partial \overline{z}} = A(x,\ y)\cdot\left(W(x,\ y) + \frac{B(x,\ y)\cdot\overline{W(x,\ y)}}{A(x,\ y)} + \frac{c(x,\ y)}{A(x,\ y)}\right),$$

когда коэффициент задачи Римана непрерывная функция, и она обладает нулями и полюсами сопряжённо-аналитического порядка.

9. Теорема о получении результатов для краевой задачи Римана для уравнений вида:

$$\frac{\partial W}{\partial \bar{z}} = A(z)\cdot\left(W(z) + \frac{B(z)\overline{W(z)}}{A(z)} + \frac{c(z)}{A(z)}\right),$$

когда коэффициент задачи Римана имеет особенность модульного характера.

Степень достоверности результатов. Все теоремы, утверждения и формулы, представленные в диссертационном исследовании, снабжены строгими математическими доказательствами. Ряд полученных выводов согласуется с результатами, полученными другими авторами.

Соответствие диссертации паспорту научной специальности. Диссертационная работа выполнена по специальности 6D060100 – Математика (6D060103 –Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление) и полностью соответствует её формуле (обыкновенные дифференциальные уравнения), а также трём основным направлениям области исследования:

1) общая теория дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений;

2) начально-краевые и спектральные задачи для дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений;

3) теория дифференциально-операторных уравнений.

Указанные направления относятся к разделу «Дифференциальные уравнения», предусмотренному в пункте III, параграфе 3 паспорта научной специальности.

Личный вклад соискателя ученой степени. Содержание диссертации и основные положения, выносимые на защиту, отражают личный вклад автора в опубликованные научные работы. В совместных публикациях с Н. Усмоновым [1-А], [4-А], [8-А], [10-А] соавтору принадлежит обсуждение полученных результатов. Все результаты, представленные в диссертации, получены автором самостоятельно.

Апробация и реализация результатов диссертации. Основные результаты диссертации докладывались и обсуждались на следующих конференциях и семинарах:

- на республиканской научно-практической конференции «Подготовка современных специалистов по математике в отрасли науки и образования вузов и средних учреждений». (2020 г.) г.Дангара;

- на Международной конференции «Актуальные проблемы современной математики», посвященной 80-летию со дня рождению доктора физико-математических наук, профессора Темура Собира. (25-26 июня, 2021г.) г.Душанбе;
- на республиканской научно-методической конференции «Применение алгебры и теории чисел в решении современных задач», посвящен «Двадцатилетию изучения и развития естественных, точных и математических наук в области науки и образования (2020-2040гг.)», празднованию 90-летия основания Таджикского государственного педагогического университета имени Садриддина Айни и 30-летию государственной Независимости Республики Таджикистан. (2021г.) г.Душанбе;
- на Международной конференции «Современные проблемы теории чисел и математического анализа», посвященной 80-летию со дня рождения доктора физико-математических наук, профессора Дододжона Исмоилова НАНТ. Институт математики им. А. Джураева и ТНУ. (29-30 апреля, 2022г.) г.Душанбе;
- на Международной научно-практической конференции «Современные проблемы математики и её приложения», посвящённой «20-летию развития естественных, точных и математических наук 2020-2040 годы». ТНУ и Женский комитет всемирного союза математиков. (20-21 октября, 2022г.) г.Душанбе;
- на республиканской научно-практической конференции «Актуальные проблемы развития естественных, точных и математических наук в современных условиях», посвященной «20-летию развития естественных, точных и математических наук 2020-2040». (29 ноября, 2022г.) г.Душанбе;
- на Международной научно-теоретической конференции на тему: «Вклад математики в развитие естественных, точных и математических наук», посвящённой двадцатилетию изучения и развития естественных, точных и математических наук. (2020-2040 годы) г.Душанбе;
- на Международной научно-практической конференции «Фундаментальные и прикладные научные исследования: актуальные вопросы современной науки, достижения и инновации». Сборник научных статей по материалам – 27 мая 2025г. –г.Уфа;
- на Международной научно-практической конференции, посвященной «Двадцатилетию изучения и развития естественных,

точных и математических наук в сфере науки и образования (2020-2040годы)».- 2025г. –г. Душанбе.

Публикации по теме диссертации. По материалам диссертационного исследования опубликовано 15 научных статей, в том числе 4 статьи — в изданиях, рецензируемых ВАК при Президенте Республики Таджикистан, и 11 статей — в сборниках трудов республиканских и международных конференций.

Структура и объём диссертации. Диссертационная работа состоит из введения, четырёх глав, заключения и списка литературы, включающего 142 наименования. В диссертации применяется тройная нумерация формул и параграфов: первый номер соответствует номеру главы, второй — номеру параграфа, третий — порядковому номеру формулы. Общий объём диссертации составляет 142 страницы машинописного текста и набрана на Microsoft word.

ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ ИССЛЕДОВАНИЯ

Материалы и методы исследования. В диссертационной работе исследуются сингулярные краевые задачи Римана для систем уравнений первого порядка эллиптического типа с непрерывными коэффициентами. В исследовании применяются методы теории краевых задач аналитических функций, теории обобщённо-аналитических функций, а также элементы функционального анализа.

Результаты исследования. Приведём краткое изложение результатов диссертационной работы.

Во введении обоснована актуальность темы диссертационной работы, кратко изложено её содержание, а также приведён обзор существующих результатов, относящихся к теме настоящего исследования.

Первая глава диссертационной работы посвящена анализу литературных источников по теме исследования, а также постановке нерешённых краевых задач Римана.

Во второй главе диссертации, состоящей из трёх параграфов, изучается граничная задача типа задачи Римана с непрерывными коэффициентами для уравнений эллиптического типа в сингулярном случае.

В параграфе 1.1 второй главы диссертационной работы исследуются краевые задачи Римана для системы дифференциальных уравнений эллиптического типа с непрерывными коэффициентами, содержащими особенности целого порядка.

Рассматривается: $W(z) = u(x,\ y) + iv(x,\ y)$, где функции $u(x,\ y),\ \ v(x,\ y)$ аналитические и удовлетворяют системе дифференциальных уравнений, вида:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial x} - \dfrac{\partial v}{\partial y} = h(x,\ y) \\ \dfrac{\partial u}{\partial y} + \dfrac{\partial v}{\partial x} = g(x,\ y) \end{cases},$$

эту систему уравнения запишем виды комплексного переменного следующим образом:

$$\frac{\partial W}{\partial \bar{z}} = \psi(z),$$

здесь рассматривается краевая задача типа Римана.

ЗАДАЧА R2.1. Надо найти функцию $W^{+}(z)$ – регулярное решение уравнения: $\dfrac{\partial W}{\partial \bar{z}} = \psi(z)$, в области D^{+}, функцию $W^{-}(z)$ – аналитическую в области D^{-}, которые имеют конечный порядок на бесконечности, удовлетворяющей следующее условие:

$$W^{+}(t) = \frac{\prod\limits_{r=1}^{\mu}(t-\xi_r)^{d_r}}{\prod\limits_{j=1}^{\gamma}(t-\eta_j)^{q_j}} A_1(t) W^{-}(t) + c(t),$$

здесь $A_1(t) \neq 0$ на границе и $A_1(t)$ – непрерывная функция, $c(t) \in H$, $\xi_r (r = 1, 2, ..., \mu)$, $\eta_j (j = 1, 2, ..., \gamma)$ – точки, лежащие на контуре, $d_r > 0$, $q_j > 0$ – целые числа.

ТЕОРЕМА 2.1.1. *Когда индекс задачи Римана* $æ - \delta = 0$*, то граничная задача сопряжения имеет единственное решение. Если* $æ - \delta > 0$*, рассматриваемая граничная задача сопряжения, также имеет* $æ - \delta$ *решений. Когда* $æ - \delta < 0$*, рассматриваемая задача сопряжения в общем виде неразрешима. Для разрешимости требуем дополнительное условие разрешимости* $|æ - \delta|$*:*

$$\int\limits_{\Gamma} (t - z_0)^{æ} R^{+}(t) [(t - z_0)^{-æ} c_1(t)] dt = 0.$$

Во 2.2., второй главы диссертационной работы изучается краевая задача типа Римана с непрерывными коэффициентами для уравнений, вида: $\dfrac{\partial W}{\partial \bar{z}} = \psi(x, y)$, имеющими в конечны точек контура нули и полюса сопряжённо-аналитического вида.

ЗАДАЧА R2.2. Необходимо найти пару аналитических функций $W^{\pm}(x, y)$, регулярного решения уравнения: $\dfrac{\partial W}{\partial \bar{z}} = \psi(x, y)$, принадлежащие к областям $D^{\pm}$, которым удовлетворяет следующее краевое условие:

$$W^{+}(t)=\prod_{r=1}^{\mu}\left(\overline{t-\xi_r}\right)^{d_r}\cdot\prod_{j=1}^{\gamma}\left(\overline{t-\eta_j}\right)^{-q_j}A_1(t)W^{-}(t)+c(t),$$

здесь: $A_1(t)=\prod_{r=1}^{\mu}\left(\overline{t-\xi_r}\right)^{d_r}\cdot\prod_{j=1}^{\gamma}\left(\overline{t-\eta_j}\right)^{-q_j}A(t)\neq 0$, в этом случае функция непрерывная и $c(t)$ из класса Гёльдера, $\xi_r,\,\eta_j$ – точки, лежащие на контуре Г, $d_r>0,\ q_j>0-$ целые числа.

ТЕОРЕМА 2.2.1. *Допустим, что $A_1(t)$–является коэффициентом задачи Римана и она непрерывная функция, $c(t)-$удовлетворяет условию Гёльдера, $IndA_1(t)=æ$ - есть индекс задачи Римана,*

Тогда, данная задача разрешима и имеет единственное решение, при $æ-\delta=0$. Когда $æ-\delta>0$, тогда рассматриваемая однородная задача сопряжения имеет $æ-\delta$ решений. В случае, индекс $æ-\delta<0$, задача будет разрешима тогда и только тогда, когда выполняется $|æ-\delta|$ условие разрешимости, вида:

$$\int_{\Gamma}(t-z_0)^{-æ}R^{+}(t)\frac{c_1(t)}{(t-z_0)^{æ}}dt=0.$$

В параграфе 2.3 второй главы исследуется граничная задача типа Римана для уравнений вида $\frac{\partial W}{\partial \bar{z}}=\psi(z)$, при условии, что коэффициент имеет особенности модульного характера.

ЗАДАЧА R2.3. Требуется найти аналитическую функцию: $W^{+}(z)$-регулярного решения для уравнения, $\frac{\partial W}{\partial \bar{z}}=\psi(x,\,y)$ в области D^{+} и $W^{-}(z)$-аналитическую вне области, по следующему граничному условию:

$$W^{+}(t)=\prod_{r=1}^{\mu}\left|t-\xi_r\right|^{d_r}\cdot\prod_{j=1}^{\gamma}\left|t-\eta_j\right|^{-q_j}A_1(t)W^{-}(t)+c(t),$$

здесь ξ_r $(r=1, 2,...\mu)$, η_j $(j=1, 2,...\gamma)$-точки, лежащие на Г, $d_r,\ q_j \succ 0$, $A(t)=\prod_{r=1}^{\mu}\left|t-\xi_r\right|^{d_r}\cdot\prod_{j=1}^{\gamma}\left|t-\eta_j\right|^{-q_j}A_1(t)\neq 0$ и $c(t)$–из класса $H(\Gamma)$.

Решения найдены в классе функций, интегрируемых на контуре.

ТЕОРЕМА 2.3.1. *Пусть в задаче* $\overset{*}{\varphi}{}_3^{+}(t)=\overset{*}{A}_4(t)\overset{*}{\varphi}{}_3^{-}(t)+c_2(t)$, $A_4(t)\neq 0$ *и является непрерывная функция,* $c_2(t)$ *из класса Гёльдера:* $(æ=IndA_4(t))$ *индекс задачи Римана.*

Тогда:

Когда индекс $æ=0$, *задача сопряжения вида:* $\overset{*}{\varphi}{}_3^{+}(t)=\overset{*}{A}_4(t)\overset{*}{\varphi}{}_3^{-}(t)+c_2(t)$ (2.3.14), *имеет единственное решение, а в случае* $æ>0$ *данная задача сопряжения имеет* æ *решений. Когда* $æ<0$ *, задача сопряжения Римана неразрешима. Для решения задачи* $\overset{*}{\varphi}{}_3^{+}(t)=\overset{*}{A}_4(t)\overset{*}{\varphi}{}_3^{-}(t)+c_2(t)$, *требуется дополнительное условие разрешимости* $|æ|$*:*

$$\int_{\Gamma}(t-z_0)^{-æ}R^{+}(t)\left[(t-z_0)^{-æ}c_2(t)\right]dt=0.$$

В третьей главе диссертации, которая состоит из трёх параграфов, исследуется граничная задача Римана в сингулярном случае для уравнений, вида $\frac{\partial W}{\partial \overline{z}}=A(x,\ y)\cdot W(x,\ y)$.

В параграфе 3.1 третьей главы изучается сингулярная граничная задача Римана с непрерывными коэффициентами, один из которых обладает особенностью аналитического характера, для системы дифференциальных уравнений вида:

$$\frac{\partial W}{\partial \overline{z}}=A(x,\ y)\cdot W(x,\ y).$$

В этом параграфе диссертационной работы, изучается сингулярная граничная задача Римана для системы дифференциальных уравнений эллиптического вида, в случае, когда коэффициент задачи имеет особенности аналитического характера, т.е. для системы:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial x} - \dfrac{\partial v}{\partial y} = ab(\dfrac{u}{b} + \dfrac{v}{a}) \\ \dfrac{\partial u}{\partial y} + \dfrac{\partial v}{\partial x} = a(u+v). \end{cases}$$

ЗАДАЧА R3.1. Требуется найти аналитические функции: $W^{\pm}(x,\ y)$, являющие регулярным решением уравнения: $\dfrac{\partial W}{\partial \overline{z}} = A(z)\cdot W(z)$ принадлежащими к областям $D^{\pm}$, удовлетворяет следующему условию:

$$W^{+}(t) = \prod_{r=1}^{\mu}(t-\xi_r)^{d_r} \cdot \prod_{j=1}^{\gamma}(t-\eta_j)^{-q_j} \cdot A_1(t)\cdot W^{-}(t) + c(t),$$

здесь $A_1(t)$ – непрерывная функция, $c(t)$ – свободный член задачи из класса Гёльдера, ξ_r, η_j – различные точки контура, $d_r,\ q_j$ – положительные числа.

ТЕОРЕМА 3.1.1. *Когда индекс задачи Римана* $æ - d - 1 = 0$*, тогда, краевая задача:* $\overset{*}{\varphi}_1{}^{+}(t) = \overset{*}{A_1}(t)\overset{*}{\varphi}_1{}^{-}(t) + \overset{*}{\psi_1}(t)$ *в классе функций, ограниченных на контуре Г, имеет единственное решение.*

Когда: $æ - d - 1 > 0,$ *тогда искомая задача имеет* $æ - d - 1$ *решение. Тогда, при индексе:* $æ - d - 1 < 0,$ *задача Римана неразрешима. Для её разрешимости требуется* $|æ - d - 1|$ *дополнительное условие, вида:* $\int\limits_{\Gamma} \dfrac{R^{+}(t)}{(t-z_0)^{æ}}\left[\dfrac{\psi_1{}^{-}(t)}{(t-z_0)^{æ}}\right]dt = 0$.

Во 3.2., третьей главы диссертационной работы, исследуется краевая задача Римана для уравнения: $\dfrac{\partial W}{\partial \overline{z}} = A(x,\ y)\cdot W(x,\ y)$, с коэффициентом, имеющим нулей и полюсов следующего сопряжённо-аналитического вида.

ЗАДАЧА R3.2. Необходимо найти пару аналитических функций: $W^{\pm}(x, y)$, регулярного решения дифференциального уравнения, вида, $\frac{\partial W}{\partial \bar{z}} = A(x, y) \cdot W(x, y)$, лежащего в областях $D^{\pm}$, которые удовлетворяют следующему граничному условию:

$$W^{+}(t) = \prod_{r=1}^{\mu} (\overline{t - \xi_r})^{d_r} \cdot \prod_{j=1}^{\gamma} (\overline{t - \eta_j})^{-q_j} \cdot A_1(t) W^{-}(t) + c(t),$$

здесь $A_1(t) = \prod_{r=1}^{\mu} (\overline{t - \xi_r})^{d_r} \cdot \prod_{j=1}^{\gamma} (\overline{t - \eta_j})^{-q_j} \neq 0$ и непрерывная функция, $c(t) \in H$, ξ_r, η_j – точки, лежащие на контуре Γ, d_r, q_j – целые положительные числа.

ТЕОРЕМА 3.2.1. *Пусть в задаче:* $\varphi_1^{+}(t) = t^{-q} A_2(t) \varphi_1^{-}(t) + c_2(t)$, *а вместо равенства:* $\frac{\partial W}{\partial \bar{z}} = A(z) \cdot W(z)$, *где* $A_2(t)$ – *отличная от нуля и непрерывная функция,* $c_2(t)$ – *из класса Гёльдера, она дифференцируема в любом порядке.*

Тогда, имеет место следующий результат:

В случае, индекса $æ - d = 0$, *рассматриваемая граничная задача сопряжения Римана имеет единственное решение. В случае,* $æ - d > 0$, *задача сопряжения Римана имеет* $æ - d$ *решений в классе, ограниченном на контуре.*

В параграфе 3.3 третьей главы диссертационной работы исследуется краевая задача Римана с непрерывными коэффициентами, один из которых в конечной точке обладает особенностью модульного характера, для уравнений следующего вида:

$$\frac{\partial W}{\partial \bar{z}} = A(x, y) \cdot W(x, y).$$

ЗАДАЧА R3.3. Необходимо найти пару аналитических функций $W^{\pm}(x, y)$, регулярного решения уравнения, вида: $\frac{\partial W}{\partial \bar{z}} = A(x, y) \cdot W(x, y)$

принадлежащей внутри области и вне области D, удовлетворяющую граничному условию, вида:

$$W^+(t)=\prod_{r=1}^{\mu}\left|t-\xi_r\right|^{d_r}\cdot\prod_{j=1}^{\gamma}\left|t-\eta_j\right|^{-q_j}A_1(t)W^-(t)+c(t),$$

здесь: ξ_r, $\eta_j\in\Gamma$, d_r, q_j – произвольные числа. Коэффициент задачи $A(t)=\prod_{r=1}^{\mu}\left|t-\xi_r\right|^{d_r}\cdot\prod_{j=1}^{\gamma}\left|t-\eta_j\right|^{-q_j}\neq 0$ и непрерывная функция, $c(t)$ – из класса Н(Г). В искомой задаче Римана, решения найдены в классе функций, интегрируемых на контуре Г.

ТЕОРЕМА 3.3.1. *В случае индекса задачи* $æ=0$, *тогда рассматриваемая задача сопряжения в искомом классе функции, будет разрешима. Тогда, когда индекс каппа больше нуля, задача имеет каппа линейно-независимых решений. Если индекс каппа меньше нуля, тогда задача сопряжения в общем виде неразрешима. Для её разрешимости требуется дополнительное условие разрешимости* $|æ|$.

В четвертой главе настоящей диссертации, которая состоит из 6-и параграфов, изучается граничная задача типа задачи Римана для системы уравнений, вида: $\frac{\partial W}{\partial\bar{z}}=A(x,\ y)\cdot W(x,\ y)+B(x,\ y)\cdot\overline{W(x,\ y)}+c(x,\ y)$ с непрерывными коэффициентами в сингулярном случае.

В 1.1., настоящей главы диссертационной работы изучается сингулярные краевые задачи Римана с непрерывными коэффициентами, когда коэффициент задачи Римана, характеризует особенности целого порядка для системы эллиптического уравнений, вида: $\frac{\partial W}{\partial\bar{z}}=A(x,\ y)\cdot W(x,\ y)+B(x,\ y)\cdot\overline{W(x,\ y)}+c(x,\ y)$.

ЗАДАЧА R4.1. Требуется найти аналитическую функцию $W^+(x,y)$ – регулярного решения уравнения, вида: $\frac{\partial W}{\partial\bar{z}}=A(z)W(z)+B(z)\overline{W(z)}+c(z)$ в области D^+ и функцию $W^-(x,\ y)$ – аналитическую во внешней области, по следующему граничному условию:

$$W^+(t)=\prod_{r=1}^{\mu}(t-\xi_r)^{d_r}\cdot\prod_{j=1}^{\gamma}(t-\eta_j)^{-q_j}A_1(t)W^-(t)+c(t),$$

здесь $A_1(t)=\prod_{r=1}^{\mu}(t-\xi_r)^{d_r}\cdot\prod_{j=1}^{\gamma}(t-\eta_j)^{-q_j}\neq 0$ и непрерывная функция, $c(t)\in H$, ξ_r, η_j – несовпадающие точки контура, d_r, q_j – целые числа, $\delta=\sum_{r=1}^{\mu}\delta_r$, $S=\sum_{j=1}^{\gamma}s_j$.

ТЕОРЕМА 4.1.1. *Если* $A_4(t)=\prod_{r=1}^{\mu}(t-\xi_r)^{d_r}\cdot\prod_{j=1}^{\gamma}(t-\eta_j)^{-q_j}\neq 0$ *и* $A_4(t)$ – *непрерывная функция,* $c_2(t)$, *удовлетворяет условию Н, тогда имеет место следующее:*

Когда индекс задачи $æ=0$, *тогда рассматриваемая краевая задача сопряжения имеет единственное решение. Когда индекс каппа больше нуля, тогда задача сопряжения разрешима и имеет каппа решение. В случае, индекс задачи, каппа меньше нуля, в этом случае, задача будет разрешима тогда и только тогда, когда требуются* $|æ|$ *дополнительные условия разрешимости:*

$$\int_{\Gamma}\frac{R^{+}(t)}{(t-z_0)^{æ}}\left[(t-z_0)^{-æ}c_2(t)\right]dt=0.$$

Во втором параграфе четвёртой главы диссертационной работы изучается сингулярная краевая задача Римана для эллиптических уравнений вида: $\frac{\partial W}{\partial \bar{z}}=A(x,\ y)\cdot W(x,\ y)+B(x,\ y)\cdot\overline{W(x,\ y)}+c(x,\ y)$, когда коэффициент задачи Римана характеризует особенностями нулей и полюсов сопряжённо-аналитического вида.

ЗАДАЧА R4.2. Требуем найти аналитическую функцию: $W^{+}(x,\ y)$, регулярного решения дифференциальных уравнений, $\frac{\partial W}{\partial \bar{z}}=A(z)\cdot\left[W(z)+\frac{B(z)\overline{W(z)}}{A(z)}+\frac{c(z)}{A(z)}\right]$ в области D^{+}, и $W^{-}(x,\ y)$ – аналитическую во внешней области, по граничному условию:

$$W^{+}(t)=\frac{\prod_{r=1}^{\mu}\left(\overline{t-\xi_r}\right)^{d_r}}{\prod_{j=1}^{\gamma}\left(\overline{t-\eta_j}\right)^{q_j}}A_1(t)W^{-}(t)+c(t),$$

здесь $A_1(t)=\prod_{r=1}^{\mu}\left(\overline{t-\xi_r}\right)^{d_r}\prod_{j=1}^{\gamma}\left(\overline{t-\eta_j}\right)^{-q_j}\neq 0$ и непрерывная функция на контуре Γ, $c(t)\in H(\Gamma)$, ξ_r и η_j – точки, лежащие на контуре, d_r, q_j – натуральные числа, где $\sum_{r=1}^{\mu}d_r=d$, $\sum_{j=1}^{\gamma}q_j=q$.

ТЕОРЕМА 4.2.1. *Если* $A_1(t)=\prod_{r=1}^{\mu}\left(\overline{t-\xi_r}\right)^{d_r}\prod_{j=1}^{\gamma}\left(\overline{t-\eta_j}\right)^{-q_j}\neq 0$ *непрерывная функция, здесь* $c(t)\in H$ *индекс задачи Римана* $æ=IndA_1(t)-Indt^{-q}A_2(t)=æ-d$.

Тогда, когда $æ-d\geq 0$, *задача разрешима и имеет единственное решение, рассматриваемая задача сопряжения, имеет* $æ-\delta$ *решения.*

Когда, $æ-d<0$, *задача в общем виде неразрешима. Для существования её решения, необходимо выполнение условий разрешимости, вида* $|æ-d|$.

В параграфе 3 четвёртой главы диссертационной работы изучаются результаты решения задачи Римана для системы эллиптических уравнений вида

$$\frac{\partial W}{\partial \bar z}=A(x,\ y)\cdot W(x,\ y)+B(x,\ y)\cdot\overline{W(x,\ y)}+c(x,\ y)$$

в случае, когда коэффициент является непрерывной функцией и обладает особенностями модульного характера.

ЗАДАЧА R4.3. Требуется, найти пару аналитических функций $W^{+}(x,\ y)$ – регулярное решение эллиптического уравнения, вида: $\frac{\partial W}{\partial \bar z}=A(x,\ y)\cdot W(x,\ y)+B(x,\ y)\cdot\overline{W(x,\ y)}+c(x,\ y)$, принадлежащего ко всей области D, которая удовлетворяет следующие условия:

$$W^{+}(t)=\prod_{r=1}^{\mu}\left|t-\xi_r\right|^{d_r}\cdot\prod_{j=1}^{\gamma}\left|t-\eta_j\right|^{-q_j}A_1(t)W^{-}(t)+c(t),$$

где $A_1(t)$ −непрерывная функция, и она не равна нулю, здесь $c(t)\in H(\Gamma)$. $\xi_r,\ \eta_j\in\Gamma$, $\sum\limits_{r=1}^{\mu}d_r=d$, $\sum\limits_{j=1}^{\gamma}q_j=q$, $d_r,\ q_j$ −любые действительные числа.

ТЕОРЕМА 4.3.1. *Пусть* $A_1(t)=\prod\limits_{r=1}^{\mu}\left|t-\xi_r\right|^{d_r}\cdot\prod\limits_{j=1}^{\gamma}\left|t-\eta_j\right|^{-q_j}\neq 0,$ *и непрерывная функция на контуре* Γ *и* $IndA_1(t)=æ$, *здесь* $c(t)$ *из класса Гёльдера.*

Тогда, когда индексом задачи $æ-q^{(2)}=0$ *в этом случае, однородная задача является разрешимой. При* $æ-q^{(2)}>0$ *рассматриваемая неоднородная краевая задача сопряжения, безусловно разрешима. Когда индекс задачи Римана* $æ-q^{(2)}<0$, *тогда рассматриваемая неоднородная задача неразрешима, для разрешимости неоднородной задачи требуем* $\left|æ-q^{(2)}\right|$ *условия разрешимости (4.3.10).*

В параграфе 4.4 этой главы исследуется граничная задача Римана в сингулярном случае с непрерывными коэффициентами, один из которых характеризуется особенностью целого порядка.

Пусть дан контур -Г, состоящий из $m+1$ простых замкнутых контуров Ляпунова $\Gamma_0,\ \Gamma_1,\dots,\Gamma_m$, ограничивающих односвязную область D^{+}, дополнительную к ней часть плоскости, состоящую из суммы m конечных односвязных областей D_k^{-} $(k=1,\ 2,\ \dots,m)$ и бесконечной области D_k^{-}, будем в дальнейшем для краткости называть также областью и обозначим через D^{-}.

ЗАДАЧА R4.4. Необходимо найти функции $W^{\pm}(z)$, аналитические в областях $D^{\pm}$, имеющие почти всюду на контуре Г, предельные угловые значения, $W^{\pm}(t)$ удовлетворяющие граничные условия:

$$W^{+}(t)=\frac{\prod\limits_{r=1}^{\mu}\left(t-\xi_r\right)^{d_r}}{\prod\limits_{j=1}^{\gamma}\left(t-\eta_j\right)^{q_j}}A_1(t)W^{-}(t)+c(t),$$

здесь ξ_r,η_j –некоторые точки контура Г и ξ_r – является нулями функции $A_1(t)$, η_j –являются полюсами функции $A_1(t)$, d_r, q_j-натуральные числа, $A_1(t)$–непрерывная функция, $c(t)\in H(\Gamma)$.

ТЕОРЕМА 4.4.1. *Краевая задача Римана в случаи* $æ-p=0$, *безусловно, разрешима и имеет единственное решение. Задача также, в случае* $æ-p>0$, *безусловно, разрешима и имеет* $æ-p$ *линейно независимых решений. Задача разрешима лишь в случае,* $æ-p<0$, *при выполнении* $|æ-p|$ *условий разрешимости. При выполнении условий разрешимости, решение существует и единственно.*

В параграфе 4.5 настоящей главы диссертационной работы исследуется граничная задача Римана в сингулярном случае с непрерывными коэффициентами, один из которых характеризуется особенностями нулей и полюсов сопряжённо-аналитического вида.

ЗАДАЧА R4.5. Найти функции $W^{\pm}(z)$, аналитические в областях $D^{\pm}$ имеющие почти всюду на контуре Г, предельные значения, $W^{\pm}(t)$ удовлетворяющие граничному условию:

$$W^{+}(t)=\frac{\prod\limits_{r=1}^{\mu}\left(\overline{t-\xi_r}\right)^{d_r}}{\prod\limits_{j=1}^{\gamma}\left(\overline{t-\eta_j}\right)^{q_j}}A_1(t)W^{-}(t)+c(t),$$

здесь ξ_r,η_j – некоторые точки контура Г и ξ_r – является нулями функции $A_1(t)$, η_j –являются полюсами функции $A_1(t)$, d_r, q_j - натуральные числа, $A_1(t)$–непрерывная функция, $c(t)\in H(\Gamma)$.

ТЕОРЕМА 4.5.1. *Краевая задача Римана в случае* $æ-p=0$, *безусловно, разрешима и имеет единственное решение. Задача также, в случае,* $æ-p>0$, *безусловно, разрешима и имеет* $æ-p$ *линейно –*

независимые решения. Задача разрешима лишь, в случае, $æ - p < 0$, *при выполнении* $|æ - p|$ *условий разрешимости* $S_k g = 0$. *При выполнении условий разрешимости, решение существует, и оно единственно.*

В параграфе 4.6 этой главы диссертационной работы исследуется задача сопряжения обобщённых аналитических функций в сингулярном случае. Установлено, что число решений задачи в классе функций, ограниченных на контуре, не зависит от наличия нулей у коэффициента задачи и уменьшается на суммарный порядок всех полюсов.

ТЕОРЕМА 4.6.1. *Пусть* $a(t)$ *непрерывная функция,* $Ind a(t)\cdot t^{-m} = æ - m$, $æ = Ind_\Gamma a(t)$, $b(t)$ - *ограничена и измерима,* $c(t) \in L_p$, $p > 1$.

И пусть:

$$\sup_{t\in\Gamma}\left|\frac{b(t)}{a(t)}\right| < \frac{2}{1+s_p},$$

где s_p - *норма в* L_p *сингулярного оператора*

$$s_\mu = \frac{1}{\pi}\int_\Gamma \frac{\mu(\tau)}{\tau - z}\,d\tau.$$

Тогда:

$$\text{при } æ - m \ge 0,\ l = 2(æ - m),\ p = 0;$$
$$\text{при } æ - m < 0,\ l = 0,\ p = 2(æ - m).$$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основные научные результаты диссертационной работы

Основные научные результаты работы заключаются в следующем:

- Найдены решения уравнения вида: $\frac{\partial W}{\partial \bar z} = \psi(x, y)$ в случае, когда коэффициент задачи непрерывная функция, но в конечной точке контура, характеризует особенность аналитического порядка [1-А];

- Найдены решения эллиптических уравнений вида: $\frac{\partial W}{\partial \bar z} = \psi(x, y)$, коэффициенты которых являются непрерывной функцией, отметим, что непрерывность функции в конечной точке стремится на бесконечность, либо нарушается условии нормальной разрешимости [14-А];

- Найдены решения эллиптического уравнения первого порядка, вида: $\frac{\partial W}{\partial \bar{z}} = \psi(x,\, y)$, когда коэффициент задачи Римана имеет особенность дробного порядка [7-А];

- Найдены решение уравнения: $\frac{\partial W}{\partial \bar{z}} = A(z) \cdot W(z)$ в случае, когда коэффициент задачи Римана имеет особенность аналитического характера [11-А];

- Найдены решения уравнения: $\frac{\partial W}{\partial \bar{z}} = A(z) \cdot W(z)$ в случае, когда коэффициент задачи имеет особенность сопряжённо-аналитического характера [12-А];

- Найдены решения уравнения: $\frac{\partial W}{\partial \bar{z}} = A(z) \cdot W(z)$ в случае, когда коэффициент задачи характеризует особенность модульного характера [2-А];

- Найдены решения уравнения: $\frac{\partial W}{\partial \bar{z}} = A(z) \cdot W(z) + B(z)\overline{W(z)} + c(z)$, в случае, когда коэффициент обладает нулями и полюсами аналитического характера [15-А];

- Найдены решения уравнения: $\frac{\partial W}{\partial \bar{z}} = A(z) \cdot W(z) + B(z)\overline{W(z)} + c(z)$, когда коэффициент задачи Римана имеет особенность сопряжённо-аналитического вида [13-А];

- Найдены решения уравнения: $\frac{\partial W}{\partial \bar{z}} = A(z) \cdot W(z) + B(z)\overline{W(z)} + c(z)$, когда коэффициенты имеют особенности модульного характера [3-А].

Рекомендации по практическому использованию результатов

1. Результаты, полученные в диссертационной работе, могут быть использованы при дальнейшем развитии теории краевых задач, в частности при исследовании сингулярных и переопределённых краевых задач для систем дифференциальных уравнений эллиптического типа с непрерывными коэффициентами;
2. Разработанные методы и подходы целесообразно применять в теории аналитических и обобщённо-аналитических функций, а также в теории гармонических функций при решении задач с особенностями на границе области и внутренними сингулярностями;

3. Полученные теоретические результаты могут быть использованы при математическом моделировании процессов в теории упругости, механике сплошных сред и электродинамике, где соответствующие краевые задачи естественным образом возникают при описании физических явлений;

4. Материалы диссертации и предложенные методы доказательства могут быть рекомендованы для использования в учебном процессе при чтении специальных курсов и проведении научно-исследовательской работы студентов и аспирантов по направлениям математического анализа и дифференциальных уравнений.

СПИСОК РАБОТ, ОПУБЛИКОВАННЫХ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1. В журналах, зарегистрированных в ВАК при Президенте Республики Таджикистан

[1-А]. Надирова М.И. Сингулярные краевые задачи Римана с непрерывными коэффициентами для системы уравнений эллиптического типа [Текст] / Н. Усмонов, М.И. Надирова //Вестник Таджикского национального университета. – 27 декабря 2021. –г. Душанбе. №4. – С. 74-86.

[2-А]. Надирова М.И. Краевая задача типа Римана для системы уравнений первого порядка эллиптического типа: $\frac{\partial u}{\partial \bar{z}} = \varphi(z)$, когда коэффициент имеет особенность нецелого порядка и не голоморфной структуры [Текст] / М.И. Надирова // Вестник филиала МГУ имени М.В. Ломоносова в городе Душанбе. Серия естественных наук. – 2022. –Том 1. №3(25). – С. 22-31.

[3-А]. Надирова М.И. Краевая задача типа задача Римана, когда коэффициент имеет особенность нецелого порядка и не голоморфной структуры для системы уравнений первого порядка эллиптического типа: $\frac{\partial u}{\partial \bar{z}} = A(z) \cdot U(z) + B(z)$ [Текст] / М.И. Надирова // Вестник Хорогского университета. – 2023. – №3(27). – С. 262-267.

[4-А]. Надирова М.И. Граничная задача Римана с непрерывными коэффициентами в сингулярном случае [Текст] / Н. Усмонов, М.И. Надирова // Вестник филиала МГУ имени М.В. Ломоносова в городе Душанбе. Серия естественных наук. – 2025. –Том 1, №2(47). – С.33-40.

2. В других изданиях:

[5-А]. Надирова М.И. Сингулярные граничные задачи сопряжения [Текст] / М.Б. Холиқова, М.И. Надирова // Материалы республиканской научно-теорической конференции «Неклассические уравнения математической физики и смежные вопросы анализа». ТНУ-Душанбе, 02 апреля 2016 г. –С.136-139.

[6-А]. Надирова М.И. Задача сопряжения аналитических функций с нулями и полюсами коэффициента модульного характера [Текст] /М.Б. Холикова, М.И. Надирова// Материалы Международной научно-практической конференции «Современные проблемы обучения математике, физике и информатике в средней и высшей школе»- ДДОТ, - Душанбе, 2016. – С.109-111.

[7-А]. Надирова М.И. Краевая задача Римана с непрерывными коэффициентами с наличием нулей и бесконечностей дробного порядка на контуре [Текст] / Холикова М.Б., Усмонов М.А., Надирова М.И. // Материалы республиканской научно-практической конференции, «посвященные 2020-2040гг. «Двадцатилетию изучения и развития естественных, точных и математических наук в области науки и образования республики Таджикистан», Дангара. – 2020. – с.26-30.

[8-А]. Надирова М.И. Краевая задача типа задачи Римана, когда коэффициент имеет нули и полюсы сопряженно-аналитической структуры для системы уравнения первого порядка эллиптического типа [Текст] /Н. Усмонов, М.Б. Холикова, М.И. Надирова // Материалы международной конференции, посвященной 80-летию со дня рождения доктора физико-математических наук, профессора Темура Собирова. Душанбе. 25-26 июня 2021. – с.233-237.

[9-А]. Надирова М.И. Общая краевая задача линейного сопряжения для полуплоскости в сингулярном случае [Текст] /М.Б. Холикова, М.А. Усмонов, М.И. Надирова// Материалы республиканской научно-методической конференции на тему: «Применение алгебры и теории чисел в решении современных задач», посвященной «Двадцатилетию изучения и развития естественных, точных и математических наук в области науки и образования (2020-2040гг.)». Празднованию 90-летия основания Таджикского государственного педагогического университета имени Садриддина Айни и 30-летию государственной Независимости Республики Таджикистан. Душанбе. – 2021. –с.92-95.

[10-А]. Надирова М.И. Сингулярные краевые задачи типа Римана с непрерывными коэффициентами для системы

$\frac{\partial u}{\partial \bar{z}} = A(z) \cdot U(z)$ [Текст] /Н. Усмонов, М.И. Надирова// Материалы Международной конференции «Актуальные проблемы современной математики», посвященной 80-летию со дня рождения доктора физико-математических наук, профессора Додожона Исмоилова. НАНТ, Инст. математики им. А. Джураева, ТНУ –Душанбе. 29-30 апреля 2022. – с. 223-226.

[11-А]. Надирова М.И. Краевая задача типа Римана, когда коэффициент имеет нули и полюсы сопряженно-аналитической структуры для системы уравнения первого порядка эллиптического типа [Текст] / Н. Усмонов, М.И. Надирова// Материалы Международной научно-практической конференции, посвящённой 20-летию развития естественных, точных и математических наук 2020-2040 годы «Современные проблемы математики и её приложения». ТНУ и Женский комитет всемирного союза математиков –г.Душанбе. 20-21 октября 2022г. – с.232-236.

[12-А]. Надирова М.И. Сингулярная краевая задача типа задачи Римана с непрерывными коэффициентами для системы [Текст] / Н. Усмонов, М.И. Надирова // Сборник материалов республиканской научно-практической конференции на тему: «Актуальные проблемы развития естественных, точных и математических наук в современных условиях». Посвященной «Развитию естественных, точных и математических наук» (2020-2040). – 29 ноября 2022. -г. Душанбе. – С. 187-193.

[13-А]. Надирова М.И. Граничная задача Римана с непрерывными коэффициентами для системы уравнения первого порядка эллиптического типа в сингулярном случае [Текст] /Н. Усмонов, М.И. Надирова //Сборник научных статей Международной научно-теоретической конференции на тему: «Вклад математики в развитие естественных, точных и математических наук», посвящённой «Двадцатилетию изучения и развития естественных, точных и математических наук». (2020-2040 годы) –30-31 мая 2023г. г.Душанбе. – Стр. 251-254.

[14-А]. Надирова М.И. Сингулярная граничная задача Римана для эллиптических уравнений вида $\frac{\partial W}{\partial \bar{z}} = A(z) \cdot W(z) + B(z)\overline{W(z)} + c(z)$, когда коэффициент задачи непрерывная функция [Текст] /Н. Усмонов, М.И. Надирова //НИЦ Вестник науки. «Фундаментальные и прикладные научные исследования: актуальные вопросы современной науки, достижения и инновации». Сборник научных статей по материалам Международной научно-практической конференции – 27 мая 2025г. –г.Уфа № К-554. – С. 18-29.

[15-А]. Надирова М.И. Краевая задача Римана для дифференциальных уравнений эллиптического типа, когда коэффициент имеет нули и полюсы сопряженно – аналитического вида [Текст] /Н. Усмонов, М.И. Надирова // Международная научно-практическая конференция, посвященная «Двадцатилетию изучения и развития естественных, точных и математических наук в сфере науки и образования (2020-2040годы)».- 2025г. –г. Душанбе, – С. 312-317.

ВАЗОРАТИ МАОРИФ ВА ИЛМИ ҶУМҲУРИИ ТОҶИКИСТОН
ДОНИШГОҲИ ДАВЛАТИИ ОМӮЗГОРИИ ТОҶИКИСТОН БА НОМИ САДРИДДИН АЙНӢ

УДК-517.2(575.3)
ББК-22.1(2 то 7)
И-17

Бо ҳуқуқи дастнавис

ИБОДЗОДА МОХРУХСОР ИНОЯТУЛЛО

МАСЪАЛАИ КАНОРИИ СИНГУЛЯРИИ РИМАН БО КОЭФФИТСИЕНТИ БЕФОСИЛА БАРОИ СИСТЕМАИ МУОДИЛАҲОИ ТИПИ ЭЛЛИПТИКИИ ТАРТИБИ ЯКУМ

АВТОРЕФЕРАТИ

диссертатсия барои дарёфти дараҷаи илмии
доктори фалсафа (PhD), доктор аз рӯи ихтисоси
6D060100-Математика (6D060103-Муодилаҳои дифференсиалӣ, системаҳои динамикӣ ва идоракунии оптималӣ)

Душанбе – 2026

Кори илмӣ дар кафедраи анализи математикии Донишгоҳи давлатии омӯзгории Тоҷикистон ба номи Садриддин Айнӣ иҷро шудааст

Роҳбари илмӣ: **Усмонов Нурулло,**
доктори илмҳои физикаю математика, профессор

Муқарризони расмӣ: **Шамсудинов Файзулло Мамадуллоевич,** доктори илмҳои физикаю математика, и.в. профессори кафедраи анализи математикӣ ва муодилаҳои дифференсиалии Донишгоҳи давлатии Бохтар ба номи Н. Хусрав;
Одинабеков Ҷасур Музофирович – номзади илмҳои физикаю-математика, дотсенти кафедраи математика ва илмҳои табиатшиносии филиали ДДМ ба номи М.В. Ломоносов дар шаҳри Душанбе.

Муассисаи пешбар: Донишгоҳи байналмиллалии сайёҳӣ ва соҳибкории Тоҷикистон

Ҳимояи диссертатсия 22-юми апрели соли 2026 соати 14:00 дар ҷаласаи Шурои диссертатсионии 6D.КОА-011-и факултети механикаю математикаи назди Донишгоҳи миллии Тоҷикистон баргузор мегардад. Суроға: Ҷумҳурии Тоҷикистон, 734025, ш.Душанбе, Буни Ҳисорак, бинои 17, утоқи 203 E-mail: alisher_gaforov@mail.ru; телефони котиби илмӣ: (+992) 900 76-66-03

Бо диссертатсия дар китобхонаи илмии Донишгоҳи миллии Тоҷикистон ва сомонаи расмии он http://www.tnu.tj шинос шудан мумкин аст.

Автореферат санаи «__» «______» соли 2026 аз рӯи феҳристи пешниҳодгардида ирсол карда шудааст.

Котиби илмии Шурои
диссертатсионии 6D.КОА-011,
номзади илмҳои физикаю математика **Ғафоров А.Б.**

МУҚАДДИМА

Мубраммияти мавзӯи таҳқиқот. Ба масъалаҳои канории назарияи функсияҳои тағйирёбандаи комплексӣ шумораи зиёди корҳои илмӣ бахшида шудаанд. Хусусан ин ба масъалаҳои канории Риман дахл дорад. Бо вуҷуди ин, то имрӯз масъалаҳои канории Риман бо коэффисиентҳои бефосила дар ҳолати сингулярӣ, инчунин барои муодилаҳои эллиптикии дараҷаи якум, ба таври кофӣ таҳқиқ нашудаанд.

Кори илмии мазкур ба таҳқиқи масъалаҳои канории Риман бо коэффисиентҳои бефосила бахшида шудааст, дар ҳолатҳое ки коэффисиентҳо дорои сифрҳо, қутбҳо, сифрҳо ва қутбҳои намуди мутақобил мебошанд, инчунин дар ҳолате ки коэффисиентҳо хусусиятҳои сингулярии характерӣ модулдоштаро (модульного порядка)-ро барои системаҳои муодилаҳои дифференсиалии дараҷаи якуми навъи эллиптикӣ тавсиф мекунанд.

Дараҷаи коркарда баромадани мавзӯи тадқиқот. Дар равияи мазкур асосан дохил мешаванд асарҳои илмии И.Н. Векуа [1-2], Л.Г. Михайлов [3-4], Н. Усмонов [5] ва дигарон. Ҳалли масъалаи муодилаҳои эллиптикӣ ва масъалаи Риман бо коэффитсиентҳои шарти Гёлдерро қаноаткунанда ва ҳолатҳои сингулярии масъалаи Риман дар асарҳои илмии И.Н. Векуа, Л.Г. Михайлов, Н. Усмонов ва яккатор олимони дигар омӯхта шудааст.

И.Н.Векуа оид ба функсияҳои аналитикии умумикардашуда, барои системаи муодилаҳои дифференсиалии зеринро тадқиқ намудааст:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial x} - \dfrac{\partial v}{\partial y} = au + bv + f \\ \dfrac{\partial u}{\partial y} + \dfrac{\partial v}{\partial x} = cu + dv + g. \end{cases} \qquad (0.0.1)$$

Системаи (0.0.1) дар намуди комплексӣ шакли зеринро дорад:

$$\partial_{\bar{z}} W = AW + B\overline{W} + F, \qquad (0.0.2)$$

ки дар ин ҷо

$$W = u + iv, \quad \overline{W} = u - iv, \quad \bar{z} = x - iy, \quad z = x + iy$$

ва

$$A = \frac{1}{4}(a + d + ic - ib), \quad B = \frac{1}{4}(a - d + ic - ib), \quad F = \frac{1}{2}(f + iq),$$

дода шудааст.

Дар системаи муодилаи додашудаи (0.0.1) И.Н. Векуа масъалаи канории Гилбертро тадқиқ кардааст. Ӯ дар ин кор масъалаи Риманро наомӯхтааст.

Масъалаи Риман барои системаи (0.0.1) аз тарафи Л.Г. Михайлов омӯхта шудааст. Бояд қайд намуд, ки коэффитсиенти масъалаи Риман дар тадқиқотҳои Л.Г. Михайлов шарти Гёлдерро қаноат менамуданд.

Баъдан, Л.Г. Михайлов масъалаи канории Риман-Газеманро омӯхтааст, ки шакли зеринро дорад:

$$W^{+}(t)[\alpha(t)] = A(t)W^{-}(t) + c(t)$$

ё ки дар намуди комплексӣ чунин навишта мешавад,

$$\partial_{\bar{z}}W = AW + B\overline{W}.$$

Инчунин, барои ин муодила масъалаи канории зеринро низ тадқиқ намудааст.

$$W^{+}(t) = a(t)W^{-}(t) + b(t)\overline{W}^{-}(t) + c(t);$$

$$W^{+}(t) = a(t)\frac{\partial W^{-}(t)}{\partial t} + b(t)\frac{\partial \overline{W}^{-}(t)}{\partial t} + p(t)W^{-}(t) + q(t)\overline{W}^{-}(t) + c(t).$$

Баъдан, аз тарафи профессор Н.Усмонов ва шогирдаш С.Шавкатзода [6-7], ҳолати дигари сингулярнокии ин масъалаҳо омӯхта шудаанд. Диссертатсияи мазкур бошад, ба ҳолатҳои сингулярии масъалаи Риман барои системаи муодилаҳои умумикардашудаи Кошӣ-Риман бахшида щудааст. Дар ин ҷо, фарз карда мешавад, ки коэффитсиенти масъала, яъне $A(t)$ функсияи бефосила аст.

Робитаи таҳқиқот бо барномаҳо (лоиҳаҳо) ва ё мавзуҳои илмӣ. Таҳқиқоти диссертатсионии мазкур дар доираи татбиқи нақшаҳо ва барномаҳои давлатии зерин анҷом дода шудааст: «Бистсолаи омӯзиш ва рушди илмҳои табиӣ, дақиқ ва риёзӣ дар соҳаи илм ва маориф» барои солҳои 2020–2040, «Барномаи давлатии мақсадноки рушди илмҳои риёзӣ, дақиқ ва табиӣ барои солҳои 2021–2025», инчунин дар доираи нақшаи корҳои илмӣ-тадқиқотии кафедраи анализи математикии Донишгоҳи давлатии омӯзгории Тоҷикистон ба номи Садриддин Айнӣ, барои солҳои 2021-2025 аз рӯи мавзуи «Тадқиқот оид ба назарияи муодилаҳои дифференсиалӣ ва татбиқи он» иҷро карда шудааст.

ТАСНИФОТИ УМУМИИ ТАҲҚИҚОТ

Мақсади таҳқиқот. Мақсади кори диссертатсионӣ аз, омӯзиши масъалаи сингулярии Риман барои системаи муодилаҳои эллиптикии тартиби якум мебошад, ки коэффитсиенти масъала дар нуқтаҳои охирнок махсусиятҳои зеринро доранд:

- ҳолате, ки коэффитсиенти масъалаи канории Риман сифр ва қутбӣ тартиби бутунро дорад;
- ҳолате, ки коэффитсиенти масъалаи канории Риман сифр ва қутбӣ ҳамроҳшудаи аналитикиро дорад;
- инчунин махсусияти характери модулиро доранд.

Вазифаҳои таҳқиқот. Аз рӯи масъалаҳои гузошташуда тадқиқотҳои зерин гузаронида шудаанд:

- Дар аввал ҳолати сингулярии масъалаи Риман бо коэффитсиенти бефосила барои муодилаи намуди $\frac{\partial W}{\partial \overline{z}} = \psi(z)$, омӯхта шудааст, ки дар ин ҷо коэффитсиенти масъала сифр ва қутбӣ тартиби бутун, сифр ва қутбӣ ҳамроҳшудаи аналитикӣ ва инчунин махсусияти характери модулиро доранд;
- Баъдан, ҳолати сингулярии масъалаи Риман бо коэффитсиенти бефосила барои муодилаи намуди $\frac{\partial W}{\partial \overline{z}} = A(z) \cdot W(z)$, омӯхта шудааст, ки дар ин ҷо коэффитсиенти масъала низ сифр ва қутбӣ тартиби бутун, сифр ва қутб ӣ ҳамроҳшудаи намуди аналитикӣ ва инчунин махсусияти характери модулиро доранд;
- Ҳолати сингулярии масъалаи Риман бо коэффитсиенти бефосила барои муодилаи намуди $\frac{\partial W}{\partial \overline{z}} = A(z) \cdot W(z) + B(z)\overline{W(z)} + c(z)$ омӯхта шудааст, ки дар ин ҷо коэффитсиенти масъалаи Риман сифр ва қутбӣ тартиби аналитикӣ, сифр ва қутбӣ ҳамроҳшудаи намуди аналитикӣ ва инчунин махсусияти характери тартиби касриро доранд.

Объекти таҳқиқот. Объекти тадқиқот, ин омӯзиши ҳолати сингулярнокии масъалаи Риман бо коэффитсиентҳои бефосила барои муодилаҳои зерин мебошад:

$$\frac{\partial W}{\partial \overline{z}} = \psi(z), \quad \frac{\partial W}{\partial \overline{z}} = A(z)\cdot W(z),$$

$$\frac{\partial W}{\partial \overline{z}} = A(z)\cdot W(z) + B(z)\overline{W(z)} + c(z).$$

Предмети таҳқиқот. Предмети тадқиқот аз исботи теоремаҳое, ки дар онҳо шумораи ҳалҳои масъалаи якҷинсаи l ва шартҳои бо иҷро шудани онҳо масъалаи ғайриякҷинсаи p ҳал доранд, омӯхта шудааст.

Усулҳои таҳқиқот. Дар кори диссертатсионӣ барои таҳқиқи масъалаҳои сингулярии канонии Риман бо коэффисиентҳои бефосила барои системаҳои муодилаҳои дараҷаи якуми навъи эллиптикӣ маҷмӯи усулҳои муосир ва классикии таҳлили математикӣ ва назарияи муодилаҳои дифференсиалӣ истифода бурда шудааст. Асоси таҳқиқотро усулҳои умумии назарияи масъалаҳои канорӣ барои системаҳои эллиптикӣ, усулҳои таҳлили функсионалӣ ва назарияи функсияҳои умумиятёфта ташкил медиҳанд.

Навгонии илмии таҳқиқот. Натиҷаи диссертатсия нав буда, ба масъалаҳои зерин бахшида шудааст:

МАСЪАЛАИ R₁. Функсияи $W^+(z)$ ҷустуҷӯ карда шавад, ки вай ҳалли регулярии муодилаи $\frac{\partial W}{\partial \overline{z}} = \psi(x,y)$, дар дохили соҳаи D^+ ва функсияи $W^-(z)$ аналитикӣ дар соҳаи D^-, ҷойгир бошанд ва дар беохири тартиби охирнок дошта, шарти канонии зеринро қаноат кунонанд:

$$W^+(t) = \frac{\prod_{r=1}^{\mu}(t-\xi_r)^{d_r}}{\prod_{j=1}^{\gamma}(t-\eta_j)^{q_j}} A_1(t)W^-(t) + c(t),$$

ки дар ин ҷо $A_1(t)$ функсияи бефосила буда ва он ғайри нули аст, $c(t)$ шарти Гёлдерро қаноат мекунонанд, инчунин $\xi_r (r = 1, 2, ..., \mu)$, $\eta_j (j = 1, 2, ..., \gamma) -$ баъзе нуқтаҳои контур буда, d_r, q_j – ададҳои бутуни мусбат мебошанд.

МАСЪАЛАИ R₂. Функсияҳои аналитикии $W^{\pm}(z)$ ёфта шавад, ки ҳалли регулярии муодилаи $\dfrac{\partial W}{\partial \bar{z}} = \psi(x,y)$ дар соҳаҳои $D^{\pm}$ ҷойгир буда ва шарти канории зеринро қаноат кунанда бошанд:

$$W^{+}(t) = A_1(t)W^{-}(t) + c(t),$$

ки дар ин ҷо, $A_1(t) = \prod_{r=1}^{\mu} \overline{(t-\xi_r)}^{d_r} \cdot \prod_{j=1}^{\gamma} \overline{(t-\eta_j)}^{-q_j}$, инчунин $c(t) \in H(\Gamma)$, нуқтаҳои ξ_r, η_j – дар контур мехобанд, d_r, q_j – ададҳои натуралӣ мебошанд.

МАСЪАЛАИ R₃. Ҷуфти функсияҳои $W^{\pm}(z)$, ки ҳалли регулярии муодилаи $\dfrac{\partial W}{\partial \bar{z}} = \psi(z)$ дар соҳаҳои $D^{\pm}$ аналитикӣ мебошанд, ёфта шаванд, ки онҳо шарти канории зеринро қаноат кунонанд:

$$W^{+}(t) = \frac{\prod_{r=1}^{\mu} \left|t-\xi_r\right|^{d_r}}{\prod_{j=1}^{\gamma} \left|t-\eta_j\right|^{q_j}} A_1(t)W^{-}(t) + c(t),$$

ки дар ин ҷо $\xi_r (r = 1, 2, ..., \mu)$, $\eta_j (j = 1, 2, ..., \gamma)$ – баъзе нуқтаҳои контур буда, d_r, q_j – ададҳои бутун, $c(t) \in H(\Gamma)$, $A_1(t) \neq 0$ ва функсияи бефосила мебошад.

Инчунин, ҳалли масъала дар синфи функсияҳои дар контури Γ интегронидашаванда ҷустуҷӯ карда мешавад.

МАСЪАЛАИ R₄. Талаб карда шудааст, ки функсияи $W^{+}(z)$, ёфта шавад, ки ҳалли регулярии муодилаи дифференсиалии намуди эллиптикӣ дар соҳаи D^{+} ва $W^{-}(z)$ – функсияи аналитикӣ берун аз соҳа, яъне дар D^{-} ҷойгир бошад ва шартҳои канории зеринро қаноат кунонанд:

$$\textbf{а)}\ W^{+}(t) = \frac{\prod_{r=1}^{\mu} (t-\xi_r)^{d_r}}{\prod_{j=1}^{\gamma} (t-\eta_j)^{q_j}} A_1(t)W^{-}(t) + c(t),$$

$$\textbf{б)}\ W^{+}(t)=\frac{\prod\limits_{r=1}^{\mu}\overline{(t-\xi_r)}^{d_r}}{\prod\limits_{j=1}^{\gamma}\overline{(t-\eta_j)}^{q_j}}A_1(t)W^{-}(t)+c(t),$$

$$\textbf{в)}\ W^{+}(t)=\frac{\prod\limits_{r=1}^{\mu}\left|t-\xi_r\right|^{d_r}}{\prod\limits_{j=1}^{\gamma}\left|t-\eta_j\right|^{q_j}}A_1(t)W^{-}(t)+c(t),$$

дар масъалаҳои **а)** ва **б)** бошад, ҳал дар синфҳое кофтуков карда мешаванд, ки дар контур маҳдуд мебошад. Дар ҳолати **в)** бошад, ҳали масъала дар синфи функсияҳои дар контур интегронидашаванда кофтуков карда мешавад.

МАСЪАЛАИ R₅. Талаб карда мешавад, ки функсияи $W^{+}(z)$, ёфта шавад, ки ҳалли регулярии муодилаи дифференсиалии тартиби якуми намуди эллиптикӣ дар соҳаи D^{+} ҷойгир буда ва функсияи $W^{-}(z)$ дар соҳаи D^{-} аналитикӣ мебошад ва шартҳои канории зеринро қаноаткунонанд:

$$\textbf{а)}\ W^{+}(t)=A_1(t)W^{-}(t)+c(t),$$

ки дар ин ҷо $A_1(t)=\prod\limits_{r=1}^{\mu}(t-\xi_r)^{d_r}\cdot\prod\limits_{j=1}^{\gamma}(t-\eta_j)^{-q_j}$.

$$\textbf{б)}\ W^{+}(t)=A_1(t)W^{-}(t)+c(t),$$

ки дар ин ҷо $A_1(t)=\prod\limits_{r=1}^{\mu}\overline{(t-\xi_r)}^{d_r}\cdot\prod\limits_{j=1}^{\gamma}\overline{(t-\eta_j)}^{-q_j}$.

$$\textbf{в)}\ W^{+}(t)=A_1(t)W^{-}(t)+c(t),$$

ки дар ин ҷо $A_1(t)=\prod\limits_{r=1}^{\mu}\left|(t-\xi_r)\right|^{d_r}\cdot\prod\limits_{j=1}^{\gamma}(t-\eta_j)^{-q_j}\neq 0-$функсияи бефосила ва $\xi_r(r=1,2,...,\mu)$, $\eta_j(j=1,2,...,\gamma)-$нуқтаҳои контур буда, d_r, q_j – ададҳои натуралӣ ва $c(t)\in H(\Gamma)$ мебошанд.

Ҳалли масъалаҳои **а)** ва **б)** дар синфи функсияҳои дар контур маҳдуд ва ҳолати **в)** бошад, ҳал дар синфи функсияҳои дар контур интегронидашаванда ҷустуҷӯ карда мешаванд.

Аҳаммияти назариявӣ ва илмию амалии таҳқиқот. Методе, ки дар кори диссертатсионӣ истифода шудааст, натиҷаҳои онро дар татбиқи масъалаҳои канорӣ, назарияи функсияҳои гармоникӣ, назарияи функсияҳои канории умумикардашудаи аналитикӣ ва анализи функсионалӣ истифода бурдан мумкин аст.

Нуқтаҳои ба ҳимоя пешниҳодшаванда:

1. Теорема оид ба масъалаи канории Риман бо коэффитсиенти бефосила дар ҳолате, ки коэффитсиенти масъала сифр ва қутбӣ тартиби бутунро доранд, барои муодилаи $\frac{\partial W}{\partial \bar{z}} = \psi(z)$ оварда шудааст.

2. Теорема оид ба масъалаи канории Риман бо коэффитсиенти бефосила, ки коэффитсиенти масъала сифр ва қутбӣ ҳамроҳшударо доранд, барои муодилаи $\frac{\partial W}{\partial \bar{z}} = \psi(x, y)$ оварда шудааст.

3. Теорема оид ба масъалаи канории Риман дар ҳолати коэффитсиенти масъала махсусияти характери модулиро дорад, барои муодилаи $\frac{\partial W}{\partial \bar{z}} = \psi(x, y)$ оварда шудааст.

4. Теорема оид ба масъалаи сингулярнокии Риман бо коэффитсиентҳои бефосила ҳангоми коэффитсиенти масъала махсусияти тартиби бутунро доранд барои муодилаи намуди $\frac{\partial W}{\partial \bar{z}} = A(x, y) \cdot W(x, y)$ оварда шудааст.

5. Теорема оид ба масъалаи канории Риман бо коэффитсиентҳои бефосила, ки коэффитсиенти он сифр ва қутбӣ характери ҳамроҳшудаи аналитикиро доранд, барои муодилаи намуди $\frac{\partial W}{\partial \bar{z}} = A(x, y) \cdot W(x, y)$ оварда шудааст.

6. Теорема оид ба масъалаи канории Риман ҳангоме, ки коэффитсиенти масъала махсусияти характери модулиро доранд, барои муодилаи дифференсиалии намуди $\frac{\partial W}{\partial \bar{z}} = A(x,\ y)\cdot W(x,\ y)$ оварда шудааст.

7. Теорема оид ба масъалаи канории Риман бо коэффитсиентҳои бефосила, ки махсусияти характери аналитикиро дорад, барои системаи муодилаҳои эллипткии намуди:

$$\frac{\partial W}{\partial \bar{z}} = A(x,\ y)\cdot\left(W(x,\ y)+\frac{B(x,\ y)\cdot\overline{W(x,\ y)}}{A(x,\ y)}+\frac{c(x,\ y)}{A(x,\ y)}\right),$$

оварда шудааст.

8. Теорема оид ба масъалаи канории Риман ҳангоми коэффитсиенти масъала сифр ва қутбӣ ҳамроҳшудаи аналитикиро доранд барои муодилаи дифференсиалии намуди:

$$\frac{\partial W}{\partial \bar{z}} = A(x,\ y)\cdot\left(W(x,\ y)+\frac{B(x,\ y)\cdot\overline{W(x,\ y)}}{A(x,\ y)}+\frac{c(x,\ y)}{A(x,\ y)}\right),$$

оварда шудааст.

9. Теорема оид ба масъали канории Риман бо коэффитсиенти бефосила дар ҳолате, ки коэффитсиенти масъала махсусияти характерӣ модулиро доранд, барои системаи муодилаҳои дифференсиалии намуди:

$$\frac{\partial W}{\partial \bar{z}} = A(z)\cdot\left(W(z)+\frac{B(z)\overline{W(z)}}{A(z)}+\frac{c(z)}{A(z)}\right)$$

оварда шудааст.

Дараҷаи эътимоднокии натиҷаҳо. Ҳама теоремаҳо, тасдиқотҳо ва формулаҳо дар таҳқиқоти диссертатсия бо далелҳои дақиқ тасдиқ карда шудааст, як қатор хулосаҳо бо таҳкиқоти муаллифони дигар мувофиқанд.

Мутобиқати диссертатсия ба шиносномаи ихтисоси илмӣ. Диссертатсияи мазкур мувофиқи ихтисоси 6D060100 – Математика (6D060103–Муодилаҳои дифференсиалӣ, системаҳои динамикӣ ва идоракунии оптималӣ) иҷро шудааст ва пурра ба формулаи он (муодилаҳои дифференсиалии оддӣ), инчунин ба се самти асосии соҳаи тадқиқот мутобиқат мекунад:

1) назарияи умумии муодилаҳои дифференсиалӣ ва системаҳои муодилаҳои дифференсиалӣ;

2) масъалаҳои сарҳадӣ-ибтидоӣ ва спектралӣ барои муодилаҳои дифференсиалӣ ва системаҳои муодилаҳои дифференсиалӣ;

3) назарияи муодилаҳои дифференсиалӣ-операторӣ.

Самтҳои зикршуда ба бахши «Муодилаҳои дифференсиалӣ» тааллуқ доранд, ки дар банди III, параграфи 3-юми шиносномаи ихтисоси илмӣ пешбинӣ шудааст.

Саҳми шахсии довталаби дараҷаи илмӣ. Мазмуни диссертатсия ва нуқтаҳои асосие, ки ба ҳимоя пешниҳод шудаанд, саҳми шахсии муаллифро дар корҳои илмии нашршуда инъикос мекунанд. Дар корҳои муштарак бо Усмонов Н., [1-М], [4-М], [8-М], [10-М] ба ҳаммуаллиф муҳокимаи натиҷаҳои бадастомада тааллуқ дорад. Ҳамаи натиҷаҳои дар диссертатсия пешниҳодшуда шахсан аз тарафи худи муаллиф ҳосил карда шудаанд.

Тасвиб ва амалисозии натиҷаҳои диссертатсия. Маводҳои диссертатсия дар конференсияҳои байналмиллалӣ ва ҷумҳуриявӣ муаррифӣ ва муҳокима гардиданд:

- дар конференсияи илмию амалии ҷумҳуриявӣ «Тайёр кардани мутахассисони муосири математика дар соҳаи илму маорифи мактабҳои олӣ ва миёна». (2020) ш. Данғара;
- дар конференсияи Байналмиллалии «Масъалаҳои актуалии математикаи муосир», бахшида ба 80-солагии зодрӯзи доктори илмҳои физикаю математика, профессор Темур Собир (25-26 июни 2021), ш.Душанбе;
- дар конфересияи илмӣ- методии ҷумҳуриявии дар мавзӯи «Татбиқи алгебра ва назарияи ададҳо дар ҳалли масъалаҳои муосир», бахшида ба «Бистсолаи омӯзиш ва рушди фанҳои табиатшиносӣ, дақиқ ва риёзӣ дар соҳаи маориф (солҳои 2020-2040)», 90-солагии таъсисёбии ДДОТ ба номи Садриддин Айнӣ ва таҷлили 30-солагии Истиқлолияти давлатии Ҷумҳурии Тоҷикистон;
- дар конференсияи Байналмиллалии «Проблемаҳои муосири назарияи ададҳо ва таҳлили математикӣ», бахшида ба 80-солагии доктори илмҳои физикаю математика, профессор Додоҷон Исмоилов (Душанбе, 29-30 апрели соли 2022);
- дар конференсияи ҷумҳуриявии илмӣ-амалӣ дар мавзӯи «Масъалаҳои мубрами рушди илми риёзӣ дар замони муосир» бахшида ба «Бистсолаи омӯзиш ва рушди фанҳои табиатшиносӣ, дақиқ ва илми математика дар солҳои 2020-2040». ДМТ ва Занони кумитаи иттиҳодии умумиҷаҳонии математикҳо. (20-21 октябри 2022с.) ш.Душанбе;

- дар конференсияи ҷумҳуриявии илмӣ-амалӣ дар мавзӯи «Масъалаҳои мубрами рушди илмҳои табиатшиносӣ, дақиқ ва риёзӣ дар замони муосир» бахшида ба «Бистсолаи омӯзиш ва рушди фанҳои табиатшиносӣ, дақиқ ва риёзӣ дар соҳаи илму маориф» (2020-2040). (29 ноября, 2022г.) ш.Душанбе;
- дар конференсияҳои Байналмиллалии имлӣ-назарявӣ дар мавзӯи «Саҳми математика дар рушди фанҳои табиатшиносӣ, дақиқ ва риёзӣ», бахшида ба омӯзиш ва рушди фанҳои табиатшиносӣ, дақиқ ва риёзӣ (солҳои 2020-2040), –30-31 май 2023с. ш.Душанбе;
- дар конференсияи Байналмиллалии илмӣ-амалӣ бахшида ба «Фундаментальные и прикладные научные исследования: актуальные вопросы современной науки, достижения и инновации». Маҷмӯи мақолаҳои илмӣ– 27-майи 2025с. –ш.Уфа;
- дар конференсияи Байналмиллалии илмӣ-методӣ дар мавзуи «Математика ва татбиқи он дар амалия», бахшида ба «Бистсолаи омӯзиш ва рушди фанҳои табиатшиносӣ, дақиқ ва риёзӣ дар соҳаи илму маориф» (Солҳои 2020-2040), ш.Душанбе;

Интишорот аз рӯи мавзӯи диссертатсия. Тибқи маводҳои таҳқиқоти диссертатсионӣ 15 мақолаи илмӣ, аз ҷумла 4 мақола дар нашрияҳои аз ҷониби КОА-и назди Президенти Ҷумҳурии Тоҷикистон тақризшаванда ва 11 мақола дар маводҳои конференсияҳои ҷумҳуриявӣ ва байналмиллалӣ нашр шудаанд.

Сохтор ва ҳаҷми диссертатсия. Кори диссертатсионӣ аз муқаддима, чор боб, хулоса ва рӯйхати адабиёти истифодашуда иборат аз 142 номгӯй. Дар диссертатсия барои формулаҳо ва параграфҳо нумератсияи серақама истифода шудааст, ки дар он рақами якум, рақами боб, дуюм рақами параграф ва рақами сеюми кор бошад ба формула тааллуқ дорад. Ҳаҷми умумии диссертатсия 142 саҳифаи чопӣ компютериро дар бар гирифта, дар барномаи Microsoft word ҳуруфчинӣ шудааст.

МУҲТАВОИ АСОСИИ ТАҲҚИҚОТ

Мавод ва усулҳои таҳқиқот. Дар диссертатсияи мазкур ҳолати сингулярии масъалаи канории Риман бо коэффисиенти бефосила барои муодилаи дифференсиалии тартиби якуми эллиптикӣ татбиқ карда шудааст. Дар диссертатсия методи масъалаи канории функсияҳои аналитикӣ, аналитикии умумикардашуда ва элементҳои анализи функсионалӣ истифода шудаанд.

Натиҷаҳои таҳқиқот. Натиҷаҳои кори диссертатсиониро мухтасар шарҳ медиҳем.

Дар муқаддима маълумоти мухтасари таърихии натиҷаҳо аз рӯи масъалаҳои дахлдор ва муҳиммияти мавзуи интихобшуда асоснок карда шуда, мақсад ва масъалаи таҳқиқот муайян карда шудааст. Инчунин, навгониҳои илмӣ ва муҳиммияти масъалаи натиҷаҳои ҳосилгардида, нишон дода мешавад. Натиҷаҳои асосии диссертатсия оварда шудаанд.

Боби якуми кори диссертатсионӣ аз таҳлили сарчашмаҳои библиографӣ шуруъ шудааст ва ба ҷамъоварии маводҳое, ки баъдан дар диссертатсия истифода мешаванд, бахшида шудааст.

Дар боби дуюми диссертатсия, ки аз се параграф иборат аст, дар он масъалаи канории Риман бо коэффитсиенти бефосила барои системаи муодилаҳои дифференсиалии намуди эллиптикӣ, омӯхта шудааст.

Дар параграфи якуми боби дуюм оид ба масъалаи канории Риман барои системаи муодилаҳои дифференсиалии намуди эллиптикӣ бо коэффитсиенти бефосила, ки дорои махсусияти тартиби бутунро доранд, омӯхта шудааст.

Функсияи $W(z)=u(x,\ y)+iv(x,\ y)$, ки дар ин ҷо $u(x,\ y),\quad v(x,\ y)$ системаи муодилаҳои дифференсиалии намуди

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial x}-\dfrac{\partial v}{\partial y}=h(x,\ y) \\ \dfrac{\partial u}{\partial y}+\dfrac{\partial v}{\partial x}=g(x,\ y) \end{cases}$$

-ро қаноаткунанда мебошад. Ин система дар ададҳои комплексӣ намуди зеринро $\dfrac{\partial W}{\partial \bar{z}}=\psi(z)$ дошта, дар он масъалаи канории Риман дида баромада мешавад.

МАСЪАЛАИ R2.1. Талаб карда мешавад, ки $W^{+}(z)-$ ёфта шавад, ки ҳалли регулярии муодилаи $\dfrac{\partial W}{\partial \bar{z}}=\psi(z)$ дар соҳаи D^{+} ва функсияи $W^{-}(z)-$ аналитикӣ дар соҳаи D^{-} ҷойгир буда, дар беохирӣ тартиби охирнокро доранд ва шарти канории зеринро қаноат кунонанд:

$$W^{+}(t)=\frac{\prod\limits_{r=1}^{\mu}(t-\xi_r)^{d_r}}{\prod\limits_{j=1}^{\gamma}(t-\eta_j)^{q_j}}A_1(t)W^{-}(t)+c(t),$$

ки дар ин ҷо $A_1(t)\neq 0$ ва функсияи бефосила буда, $c(t)\in H$, инчунин $\xi_r(r=1,\ 2,\ ...,\ \mu)$, $\eta_j(j=1,\ 2,...,\gamma)-$ баъзе нуқтаҳои контур буда, $d_r>0$, $q_j>0-$ ададҳои бутун мебошанд.

ТЕОРЕМАИ 2.1.1. *Агар* $æ-\delta=0$, *бошад, он гоҳ масъалаи канории ҳамроҳшудаи Риман ҳалли ягонаро дорад. Агар* $æ-\delta>0$, *бошад, он гоҳ масъалаи канории ҳамроҳшуда* $æ-\delta$ *- ҳалро дорад. Агар* $æ-\delta<0$, *бошад, он гоҳ масъала дар ҳолати умуми ҳал надошта бо иҷро шудани шарти иловагии* $|æ-\delta|$ *масъала ҳалли худро пайдо мекунад.*

Дар параграфи дуюми боби дуюми кори диссертатсионӣ бошад, оид ба масъалаҳои канории Риман, бо коэффитсиентҳои бефосила, ки сифр ва қутбӣ ҳамроҳшудаи тартиби бутунро доранд, барои муодилаи $\frac{\partial W}{\partial \bar{z}}=\psi(z)$ омӯхта шудааст.

МАСЪАЛАИ R2.2. Ёфта шавад, функсияи $W^{+}(z)-$ки ҳалли регулярии системаи муодилаи дифференсиалии $\frac{\partial W}{\partial \bar{z}}=\psi(z)$ дар соҳаи D^{+}, инчунин $W^{-}(z)-$ функсияи аналитикӣ дар соҳаи D^{-}, ҷойгир бошад ва дар беохирӣ, махсусияти тартиби охирнокро доранд, шарти канории $W^{+}(t)=\prod\limits_{r=1}^{\mu}\left(\overline{t-\xi_r}\right)^{d_r}\cdot\prod\limits_{j=1}^{\gamma}\left(\overline{t-\eta_j}\right)^{-q_j}A_1(t)W^{-}(t)+c(t)$

-ро қаноат кунонанд. Ки дар ин масъала $A(t)=\prod\limits_{r=1}^{\mu}\left(\overline{t-\xi_r}\right)^{d_r}\cdot\prod\limits_{j=1}^{\gamma}\left(\overline{t-\eta_j}\right)^{-q_j}A_1(t)$ буда, дар ин ҳолат $A_1(t)\neq 0$ ва функсияи бефосила аст, $c(t)-$ба синфи Гёльдер тааллуқ дошта, ξ_r,η_j – нуқтаҳои контури Г ва $d_r>0,\ q_j>0$ ададҳои бутун мебошанд.

ТЕОРЕМАИ 2.2.1. *Фарз мекунем, ки* $A_1(t)-$ *функсияи бефосила аст,* $c(t)\in H$ *ва* $IndA_1(t)=æ$, *Он гоҳ:*

Агар $æ-\delta=0$ *бошад, пас масъалаи канории Риман ҳалли ягонаро дорад. Агар* $æ-\delta>0$ *бошад, он гоҳ масъалаи ҳамроҳшуда* $æ-\delta$ *ҳал дорад. Агар* $æ-\delta<0$ *масъала фақат ва фақат ҳалли худро пайдо мекунад бо илова намуданишарти иловагии* $|æ-\delta|$ *ва шарти ҳалшавандагии* $\int\limits_{\Gamma}(t-z_0)^{-æ}R^{+}(t)\dfrac{c_1(t)}{(t-z_0)^{æ}}dt=0$ *ичро гардад.*

Параграфи сеюми боби дуюм ба масъалаи канории Риман ҳангоми коэффитсиенти масъала махсусияти характери модулиро дорад, барои системаи муодилаҳои эллиптикии намуди $\dfrac{\partial W}{\partial \bar{z}}=\psi(z)$ бахшида шудааст.

МАСЪАЛАИ R2.3. Талаб карда шудааст, ки функсияи $W^{+}(z)$- ҳалли регулярии системаи муодилаи $\dfrac{\partial W}{\partial \bar{z}}=\psi(z)$, ки дар соҳаи D^{+} ва функсияи аналитикии $W^{-}(z)$ дар соҳаи D^{-}, ҷойгиранд ёфта шаванд:

$$W^{+}(t)=\prod_{r=1}^{\mu}\left|t-\xi_r\right|^{d_r}\cdot\prod_{j=1}^{\gamma}\left|t-\eta_j\right|^{-q_j}A_1(t)W^{-}(t)+c(t),$$

ки дар ин масъала $\xi_r\ (r=1,2,...\mu)$, $\eta_j\ (j=1,2,...\gamma)$- нуқтаҳое, ки дар контури Г мехобанда, d_r, q_j- ихтиёрӣ, адади бутун аст, $A_1(t)$- функсияи бефосила ва $A_1(t)\neq 0$, $c(t)$ аз синфи Гёльдер мебошад.

Ҳалли масъала дар синфи функсияҳои интегронидашаванда ёфта шудааст.

ТЕОРЕМАИ 2.3.1. *Бигузор дар масъалаи* $\overset{*}{\varphi}{}_3^{+}(t)=\overset{*}{A}_4(t)\overset{*}{\varphi}{}_3^{-}(t)+c_2(t)$, *функсияи* $A_4(t)\neq 0$ *ва бефосила мебошад,* $c_2(t)$ *аз синфи Гёльдер буда,* $(æ=IndA_4(t)-$*индекси масъала*$)-$*мебошад.*

Барояш натиҷаҳои зерин ҷой дорад:

Агар $æ=0$ *бошад, он гоҳ масъалаи ҳамроҳшуда ҳалли ягона дорад. Агар* $æ>0$ *бошад, масъала* æ *ҳал дорад. Агар* $æ<0$, *бошад, масъала фақат ва фақат ҳалли худро пайдо карда, бо илова намудани* $|æ|$ *ва* $\int\limits_{\Gamma}(t-z_0)^{-æ}R^{+}(t)\left[(t-z_0)^{-æ}c_2(t)\right]dt=0.$ *шарти ҳалшавандагӣ ичро гардад.*

Дар боби сеюми диссертатсия, ки аз се параграф иборат мебошад, дар он сингулярнокии масъалаи канории Риман бо коэффитсиенти бефосила барои муодилаи дифференсиалии $\frac{\partial W}{\partial \bar{z}} = A(z)\cdot W(z)$ бахшида шудааст.

Дар параграфи якуми боби сеюми кор, оид ба сингулярнокии масъалаи канории Риман бо коэффитсиенти бефосила, ҳангоми коэффитсиенти масъала сифр ва қутбӣ аналитикии тартиби бутунро дорад, барои муодилаи $\frac{\partial W}{\partial \bar{z}} = A(z)\cdot W(z)$ бахшида, тадқиқ карда шудааст.

МАСЪАЛАИ R3.1. Ёфта шавад, функсияи $W^+(z)$, ки ҳалли регулярии муодилаи $\frac{\partial W}{\partial \bar{z}} = A(z)\cdot W(z)$ дар соҳаи D^+, ва функсия $W^-(z)-$аналитикӣ дар соҳаи D^- буда, барояш шарти канории зерин ҷой дорад:

$$W^+(t) = \prod_{r=1}^{\mu}(t-\xi_r)^{d_r} \cdot \prod_{j=1}^{\gamma}(t-\eta_j)^{-q_j} \cdot A_1(t)\cdot W^-(t) + c(t),$$

ки дар ин ҷо $A_1(t)-$ функсияи бефосила буда, $c(t)\in H$, $\xi_r, \eta_j -$ нуқтаҳое, ки дар контури Г ҷойгиранд ва d_r, $q_j -$ададҳои бутуни мусбат мебошанд.

ТЕОРЕМАИ 3.1.1. *Агар* $æ - d - 1 = 0$ *бошад, пас масъалаи ҳамроҳшудаи якҷинсаи Риман дар синфи функсияҳои дар контур маҳдуд, ҳалли ягона дорад;*

Барои $æ - d - 1 > 0$ *масъалаи мазкур ҳалли* $æ - d - 1 -$*ро дорад. Барои* $æ - d - 1 < 0$ *бошад, шарти иловагии* $|æ - d - 1|$ *барои ҳалшаванда будани масъалаи якҷинса талаб карда мешавад.*

Дар параграфи дуюми боби сеюми кори диссертатсионӣ доир ба масъалаи канории Риман бо коэффитсиенти бефосила, ки дорои сифр ва қутбӣ ҳамроҳшударо доранд, барои муодилаи намуди $\frac{\partial W}{\partial \bar{z}} = A(z)\cdot W(z)$ бахшида шуда, оид ба ин масъала тадқиқот карда шудааст.

МАСЪАЛАИ R3.2. Талаб карда шудааст, ки функсияи $W^+(z)-$ро ки ҳалли регулярии муодилаи $\frac{\partial W}{\partial \bar{z}} = A(z)\cdot W(z)$ дар дохили соҳа, яъне

D^+, ва функсияи аналитикии $W^-(z)$, ки дар соҳаи D^- мехобанд ва шарти канории зеринро қаноаткунанда мебошанд ёфта шаванд:

$$W^+(t) = \prod_{r=1}^{\mu} \overline{(t-\xi_r)}^{d_r} \cdot \prod_{j=1}^{\gamma} \overline{(t-\eta_j)}^{-q_j} \cdot A_1(t) W^-(t) + c(t),$$

ки дар ин ҷо $A_1(t)-$функсияи бефосила, $c(t) \in H$, ξ_r, $\eta_j -$нуқтаҳои дар контури Γ ҷойгир буда, d_r, $q_j -$ададҳои бутуни манфӣ мебошад.

ТЕОРЕМАИ 3.2.1. *Бигзор дар масъалаи* $\varphi_1^+(t) = t^{-q} A_2(t) \varphi_1^-(t) + c_2(t)$ *ва масъалаи* $\dfrac{\partial W}{\partial \bar{z}} = A(z) \cdot W(z)$, *ки дар он* $A_2(t)-$*аз нол фарқкунанда буда, функсияи бефосила аст, инчунин* $c_2(t)-$*таалluқи синфи Гёльдер бошад.*

Он гоҳ натиҷаи зеринро ба даст меорем:

Агар $æ - d = 0$, *бошад, он гоҳ масъала ҳалли ягона дорад. Агар* $æ - d > 0$, *бошад, он гоҳ масъала ба синфи функсияҳои дар контур маҳдуд таалluқ дошта, ҳалли* $æ - d -$*ро дорад.*

Дар параграфи сеюми боби сеюми кори диссертатсионӣ бошад оид ба масъалаи канории Риман бо коэффитсиенти бефосила, ки барояш масъалаи зерин: $\dfrac{\partial W}{\partial \bar{z}} = A(z) \cdot W(z)$ ҳангоми коэффитсиенти масъала махсусияти модулиро дорад, тадқиқ шудааст.

МАСЪАЛАИ R3.3. Ёфта шавад, функсияи $W^+(z)$, ки ҳалли регулярии муодилаи $\dfrac{\partial W}{\partial \bar{z}} = A(z) \cdot W(z)$, дар дохили соҳаи D^+ ва функсияи $W^-(z)$-аналитикӣ дар соҳаи D^- мехобанд, инчунин, шарти канории зеринро қаноаткунонанд:

$$W^+(t) = \frac{\prod_{r=1}^{\mu} |t-\xi_r|^{d_r}}{\prod_{j=1}^{\gamma} |t-\eta_j|^{q_j}} A_1(t) W^-(t) + c(t),$$

ки дар ин ҷо $\xi_r, \eta_j \in \Gamma$ буда, d_r, q_j-ихтиёрӣ адади мусбат, функсияҳои $A_1(t)$ ва $c(t)$ ба синфи Гёльдер таалluқ доранд. Ҳалли масъала дар синфи функсияҳои дар контури Г интегронидашаванда ёфт шудааст.

ТЕОРЕМАИ 3.3.1. *Агар* $æ = 0$ *бошад, он гоҳ масъалаи ҳамроҳшуда дар синфи функсияҳои ҷусташаванда ҳалшаванда буда ҳалли он ягона мебошад. Агар* $æ > 0$ *бошад, он гоҳ масъала ҳалли хаттӣ новобастаи* æ *–ро дорад. Агар* $æ < 0$, *бошад, он гоҳ масъала ҳал надошта, агар бо талаб намудани шарти иловагии* $|æ|$ *масъала ҳалли худро пайдо мекунад.*

Боби чоруми кори диссертатсионӣ аз шаш параграф иборат буда, дар он оид ба сингулярнокии масъалаи канории Риман бо коэфитсиенти бефосила барои системаи муодилаи намуди $\frac{\partial W}{\partial \bar{z}} = A(z)W(z) + B(z)\overline{W(z)} + c(z)$ бахшида шудааст.

Дар параграфи якуми боби чоруми кори диссертатсионӣ доир ба масъалаи канории Риман бо коэффитсиенти бефосила, ҳангоми коэффитсиент сифр ва қутбӣ аналитикии тартиби бутунро доранд, барои муодилаи эллиптикии намуди $\frac{\partial W}{\partial \bar{z}} = A(z)W(z) + B(z)\overline{W(z)} + c(z)$ тадқиқ карда шудааст.

МАСЪАЛАИ R4.1. Талаб карда шудааст, ки функсияи $W^+(z)$, ки ҳалли регулярии муодилаи $\frac{\partial W}{\partial \bar{z}} = A(z)W(z) + B(z)\overline{W(z)} + c(z)$ дар соҳаи D^+ ва $W^-(z)$ – функсияи аналитикӣ аз соҳа берун ҷойгир аст ва муносибати канории зеринро қаноат мекунанд, ёфта шаванд:

$$W^+(t) = \frac{\prod_{r=1}^{\mu}(t-\xi_r)^{d_r}}{\prod_{j=1}^{\gamma}(t-\eta_j)^{q_j}} A_1(t)W^-(t) + c(t),$$

ки дар ин ҷо $A_1(t)$ – функсияи бефосила, $A_1(t) \neq 0$ ва $c(t) \in H$, инчунин, ξ_r $(r = 1, 2, \ldots \mu)$, η_j $(j = 1, 2, \ldots \gamma)$-нуқтаҳои гуногуни контур буда, d_r, q_j – ададҳои бутун мебошанд.

ТЕОРЕМАИ 4.1.1. *Бигзор* $A_4(t)$ – *функсияи бефосила, инчуин ба сифр баробар нест ва* $c_2(t)$ *шарти Гёльдерро қаноаткунанда бошад.*

Он гоҳ:

агар $æ=0$ $(æ=IndA_4(t))$ *бошад, пас масъала ҳалли ягонаро дорад. Агар* $æ>0$, *бошад, он гоҳ масъалаи ҳамроҳшуда ҳалли* $æ$*–ро дорад. Агар* $æ<0$ *бошад, масъала ҳалшаванда мешавад фақат ва фақат агар бо илова намудани* $|æ|$ *ва шарти ҳалшавандагии* $\int\limits_{\Gamma}(t-z_0)^{-æ}R^{+}(t)[(t-z_0)^{-æ}c_2(t)]dt=0$ *иҷро гардад.*

Дар параграфи дуюми боби чоруми диссертатсия оид ба масъалаи канории Риман, бо коэффитсиенти бефосила, ки ҳангоми коэффитсиенти масъала дорои сифр ва қутбӣ ҳамроҳшударо, барои системаи муодилаи эллиптикии намуди $\dfrac{\partial W}{\partial \bar{z}}=A(z)W(z)+B(z)\overline{W(z)}+c(z)$, татбиқ карда шудааст.

МАСЪАЛАИ R4.2. Талаб карда шудааст, функсияи $W^{+}(z)-$ки ҳалли регулярии муодилаи $\dfrac{\partial W}{\partial \bar{z}}=A(z)W(z)+B(z)\overline{W(z)}+c(z)$ дар соҳаи D^{+} буда, $W^{-}(z)-$ функсияи аналитикӣ дар соҳаи берунӣ ҷойгир мебошад, инчунин шарти канории

$$W^{+}(t)=\frac{\prod\limits_{r=1}^{\mu}(\overline{t-\xi_r})^{d_r}}{\prod\limits_{j=1}^{\gamma}(\overline{t-\eta_j})^{q_j}}A_1(t)W^{-}(t)+c(t),$$

-ро қаноаткунонанд, ҷустуҷӯ карда шаванд. Дар ин ҷо $A_1(t)-$ функсияи бефосила буда, $A_1(t)\neq 0$ аст, $c(t)\in H(\Gamma)$, ξ_r $(r=1,2,...\mu)$ ва η_j $(j=1,2,...\gamma)-$нуқтаҳои фарққунандаи контур, d_r, q_j-ададҳои натуралӣ мебошанд.

ТЕОРЕМАИ 4.2.1. *Бигзор* $A_1(t)$ *функсияи бефосила ва* $A_1(t)\neq 0$, $c(t)\in H$ *бошад,* $æ=IndA_1(t)-Indt^{-q}A_2(t)=æ-d$ *–индекси масъала мебошад.*

Агар $æ-d=0$, *бошад, пас масъала ҳалли ягона дорад. Агар* $æ-d>0$, *бошад, он гоҳ масъалаи ҳамроҳшуда ҳалли* $æ-\delta$ *–ро дорад.*

Агар $æ - d < 0$, *бошад, дар ин ҳолат масъала ҳал надошта, барои ҳалшаванда будани он шарти иловагии* $|æ - d|$ *талаб карда мешавад.*

Параграфи сеюми боби мазкур оид ба масъалаи канории Риман, ҳангоми коэффитсиенти масъала махсусияти модулиро дорад, барои муодилаи дифференсиалии намуди $\frac{\partial W}{\partial \bar{z}} = A(z) \cdot W(z) + B(z)\overline{W(z)} + c(z)$ тадқиқ намуда, натиҷаҳои нав ба даст оварда шудааст.

МАСЪАЛАИ $R_{4.3}$. Ёфта шавад, функсияи $W^+(z)$, ки ҳалли регулярии муодилаи $\frac{\partial W}{\partial \bar{z}} = A(z) \cdot W(z) + B(z)\overline{W(z)} + c(z)$ дар дохили соҳа ва функсияи аналитикии $W^-(z)$, ки аз соҳа берун ҷойгир бошад, шарти канории зеринро қаноат кунанд:

$$W^+(t) = \prod_{r=1}^{\mu} |t - \xi_r|^{d_r} \cdot \prod_{j=1}^{\gamma} |t - \eta_j|^{-q_j} A_1(t) W^-(t) + c(t),$$

ки дар ин ҷо $A_1(t)$–функсияи бефосила ва нобаробари нол аст, $c(t) \in H(\Gamma)$. $\xi_r, \eta_j \in \Gamma$, $\sum_{r=1}^{\mu} d_r = d$, $\sum_{j=1}^{\gamma} q_j = q$, d_r, q_j – ихтиёрӣ адади ҳақиқӣ мебошад.

ТЕОРЕМАИ 4.3.1. *Бигзор* $A_1(t)$ *–функсияи бефосила дар контури* Γ *ва* $IndA_1(t) = æ$, *ки* $c(t)$ *аз синфи Гёльдер дода шуда бошад. Пас:*

Агар $æ - q^{(2)} = 0$ *бошад, он гоҳ масъала ҳалли ягонаро дорад. Агар* $æ - q^{(2)} > 0$ *бошад, пас масъала ҳалшаванда буда, дорои ҳалли* $æ - q^{(2)}$ *мебошад. Агар* $æ - q^{(2)} < 0$ *бошад, масъалаи ғайриякҷинсаи ҳалли ягона надорад. Барои ҳалшаванда будани масъалаи ғайриякҷинса шарти иловагии ҳалшаванда будани масъала* $|æ - q^{(2)}|$ *талаб карда мешавад.*

Дар параграфи чоруми боби чоруми рисолаи диссертатсионӣ доир ба сингулярнокии масъалаи канории Риман бо коэффитсиенти бефосила татбиқ карда шудааст, ки коэффитсиенти масъала характерӣ аналитикиро доранд.

Гузориши масъала. Бигузор контури Γ аз $m+1$ контурҳои соддаи сарбасти типи Ляпунов $\Gamma_0, \Gamma_1, ..., \Gamma_m$ гирифта шуда, соҳаи D^+ –ро маҳдуд мекунад ва илова ба он m соҳаҳои як алоқаи D_k^- $(k = 1, 2, ..., m)$ ва соҳаи беохири D_k^- иҳота карда шудааст. Дар оянда барои кутоҳ шудани тарзи навишт бо D^- соҳаро ишора мекунем.

МАСЪАЛАИ R4.4. Функсияҳои аналитикии $W^{\pm}(z)$ ёфта шаванд, ки онҳо дар соҳаҳои $D^{\pm}$, ки нуқтаҳои контурро дарбар гирифта ҷойгиранд ва шарти канории зеринро қаноаткунонанд, яъне

$$W^+(t) = \frac{\prod\limits_{r=1}^{\mu}(t-\xi_r)^{d_r}}{\prod\limits_{j=1}^{\gamma}(t-\eta_j)^{q_j}} A_1(t)W^-(t) + c(t),$$

дар ин ҷо ξ_r, η_j баъзе нуқтаҳои контури Г буда, ξ_r –сифри функцияи $A_1(t)$ ва η_j –қутбӣ функсияи $A_1(t)$ мебошад. Аз ин ҷо d_r, q_j - ададҳои натуралӣ, худи $A_1(t)$– бошад, функсияи бефосила, $c(t) \in H(\Gamma)$ мебошад.

Индекси масъаларо бо $æ = Ind A_1(t)$ ишора мекунем ва $q = \sum\limits_{j=1}^{\gamma} q_j$, $d = \sum\limits_{r=1}^{\mu} d_k$ мебошад. Ҳамин тариқ, ҳалли масъала дар синфи функсияҳои дар контури Г маҳдуд ҷустуҷӯ карда мешавад.

ТЕОРЕМАИ 4.4.1. *Масъалаи канории Риман дар ҳолате, ки индексаш* $æ - p = 0$ *будан ҳалшаванда буда ҳалли ягонаро дорад. Ва дар ҳолати индекси масъала* $æ - p > 0$ *будан масъала ҳалли хаттии новобастаи тартиби* $æ - p$ *–ро дорад. Инчунин, дар ҳолати* $æ - p < 0$ *будан масъалаи канории Риман ҳал надошта, барои ҳалшавандагии масъалаи додашуда талаб карда мешавад, ки шарти ҳалшавандагии* $|æ - p|$ *иҷро шавад ва бо иҷроиши шарти талаб кардашуда масъала ҳалли ягонаро пайдо мекунад.*

Дар параграфи панҷуми боби чоруми кори диссертатсионӣ бошад оид ба сингулярнокии масъалаи канории Риман бо коэффитсинти бефосила, ҳангоми коэффитсиенти масъалаи канори сифр ва қутбӣ типи ҳамроҳшудаи аналитикиро доранд, тадқиқ карда шудааст.

МАСЪАЛАИ R4.5. Ёфта шаванд, функсияҳои аналитикии $W^{\pm}(z)-$ ро дар соҳои $D^{\pm}$ ҷойгир мебошанд ва қариб, ки дар ҳама нуқтаҳои контури Г қимати лимитиро доранд ва $W^{\pm}(t)$ шарти канории

$$W^{+}(t)=\frac{\prod_{r=1}^{\mu}\left(\overline{t-\xi_r}\right)^{d_r}}{\prod_{j=1}^{\gamma}\left(\overline{t-\eta_j}\right)^{q_j}}A_1(t)W^{-}(t)+c(t),$$

-ро қаноат кунонанда мебошад. Дар ин ҷо ξ_r, η_j баъзе нуқтаҳо аз контури Г буда, $A_1(t)-$коэффисиенти масъалаи канории Риман мебошад ва он функсияи бефосилааст. Инчунин $d_r,\ q_j$ ададҳои натуралӣ ва $c(t)\in H(\Gamma)$ мебошад.

ТЕОРЕМАИ 4.5.1. *Масъалаи ҳамроҳшудаи канории Риман дар ҳолате, ки индексаш* $æ-p=0$ *будан, ҳалшаванда буда ҳалли ягонаро дорад. Ва дар ҳолати индекси масъала* $æ-p>0$ *будан, масъалаи ҳамроҳшудаи ғайриякҷинсаи Риман ҳалли хаттии новобастаи тартиби* $æ-p$ *-ро дорад. Инчунин, дар ҳолати* $æ-p<0$ *будан масъалаи ҳамроҳшудаи канории Риман ҳал надошта, барои ҳалшавандагии масъалаи додашуда талаб карда мешавад, ки шарти иловагии ҳалшавандагии* $|æ-p|$ *иҷро шавад ва бо иҷроиши шарти талаб кардашуда, ки дар ин ҷо* $S_k g=0$ *ва* S_k *функсияҳои хаттии новобастаанд, масъала ҳалшавандаанд ва ҳалли ягонаро дорад.*

Дар параграфи шашуми боби чоруми кори диссертатсионӣ бошад, оиди ҳолатҳои сингулярнокии масъалаи канории Риман бо коэффициенти бефосила, тадқиқ карда шудааст.

Тасдиқ карда шудааст, ки шумораи ҳалҳои масъалаи канорӣ Риман аз синфи функсияҳои дар контур маҳдуд мебошанд, дар он миқдори шумораи нулҳои коэффисиент тағйир наёфта ва дар натиҷа шумораи тартиби суммаи қутбҳо кам мешаванд.

ТЕОРЕМАИ 4.6.1. Бигзор $a(t)$ *функсияи бефосила буда,* $Ind\,a(t)\cdot t^{-m}=æ-m$, $æ=Ind_{\Gamma}a(t)$ *ва* $b(t)-$ *функсияи маҳдуд ва ченшаванда аст,* $c(t)\in L_p$ *ҳангоми* $p>1$ будан.

Ва бигузор $\sup\limits_{t\in\Gamma}\left|\dfrac{b(t)}{a(t)}\right| < \dfrac{2}{1+s_p}$*, ки дар ин ҷо* s_p *- норма дар фазои* L_p

$s_\mu = \dfrac{1}{\pi}\int\limits_\Gamma \dfrac{\mu(\tau)}{\tau - z} d\tau -$*оператори сингулярӣ мебошад.*

Аз ин ҷо бар меояд, ки ҳангоми $æ - m \geq 0, \quad l = 2(æ - m),$ ва $p = 0$

Ва ҳангоми $æ - m < 0$ *будан* , $l = 0, \quad p = 2(æ - m)$мешавад.

ХУЛОСА

Натиҷаҳои асосии илмии кори диссертатсионӣ

Дар рисолаи диссертатсионӣ натиҷаҳои асосии зерин ба даст оварда шудааст:

- Ҳалли муодилаи $\dfrac{\partial W}{\partial \bar{z}} = \psi(x, y)$ дар ҳолате, ки коэффитсиент махсусияти тартиби бутунро доранд, ёфта шудааст [1-М];

- Ҳалли муодилаи $\dfrac{\partial W}{\partial \bar{z}} = \psi(x, y)$ дар ҳолате исбот карда шудааст, ки коэффитсиенти масъала махсусияти характери аналитикии ҳамроҳшударо дорад, ёфта шудааст [14-М];

- Ҳалли муодилаи $\dfrac{\partial W}{\partial \bar{z}} = \psi(x, y)$ дар ҳолате, ки коэффитсиенти масъала махсусияти тартиби касриро дорад, ёфта шудааст [7-М];

- Ҳалли муодилаи $\dfrac{\partial W}{\partial \bar{z}} = A(z)\cdot W(z)$ дар ҳолате, ки коэффитсиенти масъала махсусияти тартиби бутунро доранд, ёфта шудааст [11-М];

- Ҳалли муодилаи $\dfrac{\partial W}{\partial \bar{z}} = A(z)\cdot W(z)$ дар ҳолате, ки коэффитсиенти масъала махсусияти характери аналитикии ҳамроҳшударо дорад, ёфта шудааст [12-М];

- Ҳалли муодилаи $\frac{\partial W}{\partial \bar{z}} = A(z)\cdot W(z)$ дар ҳолате, ки коэффитсиенти масъала махсусияти тартиби модулиро дорад, ёфта шудааст [2-М];

- Ҳалли муодилаи $\frac{\partial W}{\partial \bar{z}} = A(z)\cdot W(z) + B(z)\overline{W(z)} + c(z)$ дар ҳолате, ки коэффитсиент масъала махсусияти тартиби бутунро доранд, ёфта шудааст [15-М];

- Ҳалли муодилаи $\frac{\partial W}{\partial \bar{z}} = A(z)\cdot W(z) + B(z)\overline{W(z)} + c(z)$ дар ҳолате, омӯхта шудааст, ки коэффитсиенти масъала махсусияти характери аналитикии ҳамроҳшударо дорад, ёфта шудааст [13-М];

- Ҳалли муодилаи $\frac{\partial W}{\partial \bar{z}} = A(z)\cdot W(z) + B(z)\overline{W(z)} + c(z)$ дар ҳолате омӯхта шудааст, ки коэффитсиенти он махсусияти тартиби касриро доранд, ёфта шудааст [3-М].

Тавсияҳо оид ба истифодаи амалии натиҷаҳои таҳқиқот.

1. Натиҷаҳои дар кори диссертатсионӣ бадастомада метавонанд дар рушди минбаъдаи назарияи масъалаҳои канорӣ, аз ҷумла ҳангоми таҳқиқи масъалаҳои канории сингулярӣ ва аз ҳад муайяншуда барои системаҳои муодилаҳои дифференсиалии навъи эллиптикӣ бо коэффициентҳои бефосила истифода шаванд;
2. Усулҳо ва равишҳои таҳияшуда мувофиқи мақсаданд, ки дар назарияи функсияҳои аналитикӣ ва умумӣ-аналитикӣ, инчунин дар назарияи функсияҳои гармоникӣ ҳангоми ҳалли масъалаҳое, ки дорои хусусиятҳои махсус дар сарҳади соҳа ва сингуляриятҳои дохилӣ мебошанд, татбиқ гарданд;
3. Натиҷаҳои назариявии бадастомада метавонанд ҳангоми моделсозии математикӣ дар назарияи упругӣ, механикаи муҳитҳои пайваста ва электродинамика истифода шаванд, зеро масъалаҳои канории мувофиқ ҳангоми тавсифи падидаҳои физикӣ ба таври табиӣ ба миён меоянд;
4. Маводҳои диссертатсия ва усулҳои исботи пешниҳодшуда метавонанд барои истифода дар ҷараёни таълим ҳангоми хондани курсҳои махсус ва гузаронидани корҳои илмӣ-таҳқиқотии донишҷӯён ва аспирантон аз рӯйи самтҳои таҳлили математикӣ ва муодилаҳои дифференсиалӣ тавсия дода шаванд.

ИНТИШОРОТИ МУАЛЛИФ АЗ РӮИ МАВЗУИ ДИССЕРТАТСИЯ

1. Мақолаҳое, ки дар маҷалаҳои тақризшавандаи аз ҷониби Комиссияи олии аттестатсионии назди Президенти Ҷумҳурии Тоҷикистон тавсия шудаанд:

[1-М]. Надирова М.И. Сингулярные краевые задачи типа Римана с непрерывными коэффициентами для системы уравнений эллиптического типа. [Матн] / Н. Усмонов, М.И. Надирова //Вестник Таджикского национального университета. – 27 декабря 2021. –г. Душанбе №4. – С. 74-86.

[2-М]. Надирова М.И. Краевая задача типа Римана для системы уравнений первого порядка эллиптического типа: $\frac{\partial u}{\partial \overline{z}} = \varphi(z)$, когда коэффициент имеет особенности нецелого порядка и не голоморфной структуры. [Матн] / М.И. Надирова // Вестник филиала МГУ имени М.В. Ломоносова в городе Душанбе. Серия естественных наук. – 2022. –Том 1. №3(25). – С. 22-31.

[3-М]. Надирова М.И. Краевая задача типа задачи Римана, когда коэффициент имеет особенности нецелого порядка и не голоморфной структуры для системы уравнений первого порядка эллиптического типа: $\frac{\partial u}{\partial \overline{z}} = A(z)\cdot U(z) + B(z)$ [Матн] / М.И. Надирова // Вестник Хорогского университета. – 2023. – №3(27). – С. 262-267.

[4-М]. Надирова М.И. Граничная задача Римана с непрерывными коэффициентами в сингулярном случае. [Матн] / Н. Усмонов, М.И. Надирова // Вестник филиала МГУ имени М.В. Ломоносова в городе Душанбе. Серия естественных наук. – 2025. –Том 1. №2(47). – С. 33-40.

2. Дар дигар нашрияҳо:

[5-М]. Надирова М.И. Сингулярные граничные задачи сопряжения. [Матн] / М.Б. Холиқова, М.И. Надирова // Материалы республиканской научно-теорической конференции «Неклассические уравнения математической физики и смежные вопросы анализа». ТНУ-Душанбе, 02-апреля 2016 г. –С.136-139.

[6-М]. Надирова М.И. Задача сопряжения аналитических функций с нулями и полюсами коэффициента модульного характера. [Матн] /М.Б. Холиқова, М.И. Надирова// Материалы международной научно-практической конференции «Современные

проблемы обучения математике, физике и информатике в средней и высшей школе»- ДДОТ, -Душанбе, 2016. – С.109-111.

[7-М]. Надирова М.И. Краевая задача Римана с непрерывными коэффициентами с наличием нулей и бесконечностей дробного порядка на контуре. [Матн] / Холиқова М.Б., Усмонов М.А., Надирова М.И. // Материалы республиканской научно-практической конференции, «Посвященные 2020-2040гг. «двадцатилетие обучения и развития естественных, и математики в области науки и образования республики Таджикистан», Данғара. – 2020. – с.26-30.

[8-М]. Надирова М.И. Краевая задача типа задачи Римана, когда коэффициент имеет нули и полюсы сопряженно-аналитической структуры для системы уравнения первого порядка эллиптического типа. [Матн] /Н. Усмонов, М.Б. Холикова, М.И. Надирова // Материалы международной конференции, посвященной 80-летию со дня рождения доктора физико-математических наук, профессора Темурова Собира. Душанбе. 25-26 июня 2021. – с.233-237.

[9-М]. Надирова М.И. Общая краевая задача линейного сопряжения для полуплоскости в сингулярном случае. [Матн] /М.Б. Холикова, М.А. Усмонов, М.И. Надирова// Материалы республиканской научно-методической конференции на тему: «Применение алгебры и теории чисел в решении современных задач», посвященной «Двадцатилетию изучения и развития естественных, точных и математических наук в области науки и образования (2020-2040гг.)». Празднованию 90-летия основания Таджикского государственного педагогического университета имени Садриддина Айни и 30-летию государственной Независимости Республики Таджикистан. Душанбе.-2021. –с.92-95.

[10-М]. Надирова М.И. Сингулярные краевые задачи типа Римана с непрерывными коэффициентами для системы $\frac{\partial u}{\partial \bar{z}} = A(z) \cdot U(z)$. [Матн] / Н. Усмонов, М.И. Надирова// Материалы Международной конференции «Актуальные проблемы современной математики», посвященной 80-летию со дня рождения доктора физико-математических наук, профессора Додожона Исмоилова. НАНТ, Инст. математики им. А. Джураева, ТНУ –Душанбе. 29-30 апреля 2022. – с. 223-226.

[11-М]. Надирова М.И. Краевая задача типа Римана, когда коэффициент имеет нули и полюсы сопряженно-аналитической структуры для системы уравнения первого порядка эллиптического типа. [Матн] / Н. Усмонов, М.И. Надирова// Материалы

Международной научно-практической конференции, посвящённой 20-летию развития естественных, точных и математических наук 2020-2040 годы «Современные проблемы математики и её приложения». ТНУ и Женский комитет всемирного союза математиков –г.Душанбе. 20-21 октября 2022г. – с.232-236.

[12-М]. Надирова М.И. Сингулярная краевая задача типа задачи Римана с непрерывными коэффициентами для системы. [Матн] / Н. Усмонов, М.И. Надирова // Сборник материалов республиканской научно-практической конференции на тему: «Актуальные проблемы развития естественных, точных и математических наук в современных условиях». Посвященной «Развитию естественных, точных и математических наук» (2020-2040). – 29 ноября 2022. -г. Душанбе. – С. 187-193.

[13-М]. Надирова М.И. Граничная задача Римана с непрерывными коэффициентами для системы уравнения первого порядка эллиптического типа в сингулярном случае [Матн] /Н. Усмонов, М.И. Надирова // Сборник научных статей Международной научно-теоритической конференции на тему: «Вклад математики в развитие естественных, точных и математических наук», посвящённой двадцатилетию изучения и развития естественных, точных и математических наук. (2020-2040 годы) –30-31 мая 2023г. г.Душанбе. – Стр. 251-254.

[14-М]. Надирова М.И. Сингулярная граничная задача Римана для эллиптических уравнений вида $\frac{\partial W}{\partial \bar{z}} = A(z)\cdot W(z) + B(z)\overline{W(z)} + c(z)$, когда коэффициент задачи непрерывная функция. [Матн] /Н. Усмонов, М.И. Надирова // НИЦ Вестник науки. «Фундаментальные и прикладные научные исследования: актуальные вопросы современной науки, достижения и инновации». Сборник научных статей по материалам Международной научно-практической конференции – 27 май 2025г. – г.Уфа № К-554-16. – С. 18-29.

[15-М]. Надирова М.И. Краевая задача Римана для дифференциальных уравнений эллиптического типа, когда коэффициент имеет нули и полюсы сопряженно – аналитического вида. [Матн] /Н. Усмонов, М.И. Надирова // Международная научно-практическая конференция, посвященная «Двадцатилетию изучения и развития естественных, точных и математических наук в сфере

науки и образования (2020-2040годы)».- 2025г. –г. Душанбе, – С. 312-317.

АДАБИЁТ

[1]. Векуа И.Н. Системы дифференциальных уравнений первого порядка эллиптического типа и граничные задачи с применением к теории оболочек. [Текст] /И.Н. Векуа // - Матем.сб. 1952.Т31(73), 217 – 314с.

[2]. Векуа И.Н. Новые методы решение эллиптических уравнений [Текст] /И.Н. Векуа // М.: - Гостехиздат. – 1948. – С.296

[3]. Михайлов Л.Г. Краевая задача типа Римана для систем дифференциальных уравнений первого порядка эллиптического типа. [Текст] /Л.Г. Михайлов // Уч. зап. Тадж. ун-та X, 1957, – С.32-79.

[4]. Михайлов Л.Г. Исследование обобщённой системы Коши-Римана, когда коэффициенты имеют особенности первого порядка [Текст] /Л.Г. Михайлов, Н. Усмонов // Доклады Российской академии наук. 2002г. Т.387, №3, – С.309-313.

[5]. Усмонов Н. Сингулярные случаи общей граничной задачи линейного сопряжения. [Текст] / Н. Усмонов // Мат. заметки. Якутск. 2001. т.8, выпуск №2, – С.46-47.

[6]. Усмонов Н. Сайхуна Шавкатзода. Сингулярная краевая задача Римана для системы уравнений эллиптического типа. [Текст] / Н.Усмонов, Сайхуна Шавкатзода // «ДАН Республики Таджикистан», том 59, №9-10, 2016г, Душанбе, – С.373-379.

[7]. Усмонов Н. Сингулярная граничная задача линейного сопряжения для системы уравнений эллиптического типа [Текст] /Н. Усмонов, Сайхуна Шавкатзода // «Известия Академии наук Республики Таджикистан», №3 (164), 2016г. – С.32-43.

АННОТАЦИЯ

диссертационной работе Ибодзода Мохрухсор Иноятулло на тему «Сингулярные краевые задачи Римана с непрерывными коэффициентами для системы уравнений первого порядка эллиптического типа», представленнюю на соискание учёной степени доктора философии (PhD) – доктор по специальности 6D060100-Математика (6D060103– Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное уравнение).

Ключевые слова: эллиптический уравнения, аналитическая функция, ноль, полюс, функция из класса Гёльдера, непрерывная функция, интерполяционий многочлен.

Цель исследования. Целью диссертационной работы являются решение сингулярной краевой задачи Римана для эллиптического уравнения в случае, когда коэффициент задачи является непрерывной функцией:

- когда коэффициент задачи характеризуется особенностью нулей и полюсов аналитического вида;
- когда коэффициент задачи Римана характеризуется особенностью нулей и полюсов сопряжённо-аналитического вида;
- когда коэффициент задачи характеризуется особенностью модульного порядка.

Объект исследования. Объектом исследования являются изучение сингулярных краевых задач Римана с непрерывными коэффициентами для системы уравнений первого порядка эллиптического типа:

$$\frac{\partial W}{\partial \bar{z}} = \psi(z), \quad \frac{\partial W}{\partial \bar{z}} = A(z)\cdot W(z), \quad \frac{\partial W}{\partial \bar{z}} = A(z)\cdot W(z) + B(z)\overline{W(z)} + c(z),$$

Предмет исследования. Предметом исследования являются доказательство теорем, определяющие число решений однородной задачи l и число условий разрешимости неоднородной задачи p.

Методы исследования. В диссертационной работе используются методы краевых задач теории аналитических функций, обобщённо - аналитических функций и элементы функционального анализа

Научная новизна исследования. Результаты диссертационной работы являются новыми и заключаются в следующих решениях краевых однородных и неоднородных задач Римана, т.е.:

- Изучаются сингулярные случаи, задачи Римана с непрерывными коэффициентами для уравнений: $\frac{\partial W}{\partial \bar{z}} = \psi(z)$, когда коэффициент задачи Римана характеризуется нулями и полюсами целого порядка, нулей и полюсов сопряжённого вида, также, особенности модульного порядка.
- Изучается сингулярные случаи, задачи Римана с непрерывными коэффициентами для уравнений: $\frac{\partial W}{\partial \bar{z}} = A(z)\cdot W(z)$, когда коэффициент задачи Римана обладает нули и полюсы аналитического вида, нулей и полюсов сопряжённо-аналитического характера, а также имеет особенность модульного порядка.
- Изучается сингулярные случаи, задачи Римана с непрерывными коэффициентами для уравнений: $\frac{\partial W}{\partial \bar{z}} = A(z)\cdot W(z) + B(z)\overline{W(z)} + c(z)$, когда коэффициент задачи Римана характеризуется нулей и полюсов целого порядка, нули и полюса сопряжённо-аналитического вида, также, особенность дробного порядка.

Теоретическая и научно-практическая значимость работы. Работа имеет теоретического характера. Методы развития в диссертации и полученные результаты можно применять при исследовании краевых задач теории гармонических функций, краевых задач теории аналитических функций и теории обобщённых аналитических функций.

АННОТАТСИЯИ

диссертатсияи Ибодзода Моҳрухсор Иноятулло дар мавзуи «Масъалаи канории сингулярии Риман бо коэффитсиенти бефосила барои системаи муодилаҳои типи эллиптикии тартиби якум», барои дарёфти дараҷаи илмии доктори фалсафа (PhD)-доктор аз рӯи ихтисоси 6D060100-Математика (6D060103- Муодилаҳои дифференсиалӣ, системаҳои динамикӣ ва идоракунии оптималӣ).

Калимаҳои калидӣ: Муодилаҳои эллиптикӣ, функсияҳои аналитикӣ, нул, қутб, функсияи шарти Гёльдерро қаноаткунанда, функсияи бефосила, бисёраъзогии интерполятсионӣ.

Мақсади таҳқиқот. Мақсади кори диссертатсионӣ аз таҳқиқоти масъалаи канории Риман бо коэффитсиенти бефосила барои муодилаҳои дифференсиалии намуди эллиптикии тартиби якум иборат мебошад, ки коэффитсиенти масъалаи Риман дорои махсусиятҳои зерин мебошад:

- сифр ва қутбӣ характери аналитикиро дорад;
- сифр ва қутбӣ аналитикии ҳамроҳшударо дорад;
- инчунин махсусияти модулиро дорад;

Объекти таҳқиқот. Объекти тадқиқот, ин омӯзиши ҳолати сингулярии масъалаи Риман бо коэффитсиенти бефосила барои муодилаҳои зерин мебошад:

$$\frac{\partial W}{\partial \bar{z}} = \psi(z), \qquad \frac{\partial W}{\partial \bar{z}} = A(z)\cdot W(z), \qquad \frac{\partial W}{\partial \bar{z}} = A(z)\cdot W(z) + B(z)\overline{W(z)} + c(z),$$

Усулҳои таҳқиқот. Дар диссертатсия методҳои назарияи функсияҳои комплексӣ ва элементҳои анализи функсионалӣ истифода шудаанд.

Предмети таҳқиқот. Предмети тадқиқот аз исботи теоремаҳое, ки дар онҳо шумораи ҳалҳои масъалаи якҷинсаи l ва шартҳои бо иҷро шудани онҳо масъалаи ғайриякҷинсаи p ҳал доранд, омӯхта шудааст.

Навгониҳои илмии таҳқиқот. Дар кори диссертатсионӣ натиҷаҳои нави зерин ба даст оварда шудаанд:

- Ҳалли муодилаи $\frac{\partial W}{\partial \bar{z}} = \psi(z)$ дар ҳолате ёфта шудааст, ки коэффитсиенти масъалаи канории Риман сифр ва қутбӣ намуди аналитикӣ, сифр ва қутбӣ аналитикии ҳамроҳшуда, инчунин, махсусияти тартиби модулиро дорад;
- Ҳалли муодилаи $\frac{\partial W}{\partial \bar{z}} = A(z)\cdot W(z)$ дар ҳолате ёфта шудааст, ки коэффитсиенти масъалаи канории Риман сифр ва қутбӣ намуди аналитикӣ, сифр ва қутбӣ аналитикии ҳамроҳшуда, инчунин, махсусияти тартиби модулиро дорад;
- Ҳалли муодилаи $\frac{\partial W}{\partial \bar{z}} = A(z)\cdot W(z) + B(z)\overline{W(z)} + c(z)$ дар ҳолате ёфта шудааст, ки коэффитсиенти масъалаи канории Риман, сифр ва қутбӣ намуди аналитикӣ, сифр ва қутбӣ аналитикии ҳамроҳшуда ва махсусияти тартиби касриро дорад.

Аҳамияти назариявӣ ва илмию амалии таҳқиқот. Кори диссертатсионӣ ҷанбаи назариявӣ дорад. Усулҳои тадқиқот дар кори диссертатсионӣ ва натиҷаҳои бадастоварда шударо барои масъалаҳои канории функсияҳои аналитикӣ, масъалаҳои канории функсияҳои аналитикии умумикардашуда ва масъалаҳои канории гармоникӣ истифода бурдан мумкин аст.

ANNOTATION

for the dissertation of Ibodzoda Mohrukhsor Inoyatullo on the topic of "Singular Riemann boundary value problems with continuous coefficients for a system of first-order elliptic equations" for the academic degree of Doctor of Philosophy (PhD) in the specialty 6D060100 - Mathematics (6D060103 - Differential equations, dynamical systems, and optimal control).

Keywords: elliptic equations, analytic function, zero, pole, Hölder continuous function, continuous function, interpolation polynomial.

Research objective. The aim of the dissertation is to solve singular Riemann boundary value problems for a system of first-order elliptic differential equations in the case where the coefficient is a continuous function but has a singularity of the following type at a finite point:

- when the coefficient has zeros and poles of integer order;
- when the coefficient has zeros and poles of conjugate-analytic type;
- a singularity of a modular nature.

Research methods. Methods of boundary value problems in the theory of analytic, generalized analytic functions, and elements of functional analysis are used in this dissertation.

$$\frac{\partial W}{\partial \bar{z}} = \psi(z), \quad \frac{\partial W}{\partial \bar{z}} = A(z)\cdot W(z), \quad \frac{\partial W}{\partial \bar{z}} = A(z)\cdot W(z) + B(z)\overline{W(z)} + c(z),$$

Subject of the study. The subject of the research is the proofs of theorems that define the number of solutions to the homogeneous problem and the number of solvability conditions for the non-homogeneous problem.

Research methods. The dissertation uses methods from boundary value problems of the theory of analytic functions, generalised analytic functions, and elements of functional analysis.

Scientific novelty of the research. The results of the dissertation are new and consist in solving the following problems:

- Singular cases of the Riemann problem with continuous coefficients are studied for equations:

$$\frac{\partial W}{\partial \bar{z}} = \psi(z),$$

when the coefficient of the Riemann problem has zeros and poles of integer order, zeros and poles of conjugate type, and a singularity of a modular nature.

- Singular cases of the Riemann problem with continuous coefficients are studied for equations:

$$\frac{\partial W}{\partial \bar{z}} = A(z)\cdot W(z),$$

when the coefficient of the Riemann problem has zeros and poles of analytic structure, zeros and poles of conjugate-analytic type, and also a singularity of a modular nature.

- Singular cases of the Riemann problem with continuous coefficients are studied for equations:

$$\frac{\partial W}{\partial \bar{z}} = A(z)\cdot W(z) + B(z)\overline{W(z)} + c(z),$$

when the coefficient of the Riemann problem has a fractional-order singularity, zeros and poles of an analytic nature, and a singularity of a conjugate-analytic type.

Theoretical and practical significance of the work. The work is primarily theoretical. The methods developed in the dissertation and the obtained results can be applied in the study of boundary value problems in the theory of harmonic functions, boundary value problems in the theory of analytic functions, and the theory of generalized analytic functions.